Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. И. Вязовский, Н. А. Кивель, Анализ аксиальной аномалии с помощью проекционной техники в размерной регуляризации, *ТМФ*, 1996, том 109, номер 3, 372–380

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1234>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 12:36:35

М. И. Вязовский*, Н. А. Кивель*

АНАЛИЗ АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ С ПОМОЩЬЮ ПРОЕКЦИОННОЙ ТЕХНИКИ В РАЗМЕРНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Предлагается способ представления киральной аномалии в рамках размерной регуляризации без использования символов γ_5 и $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ в нецелой размерности. Этот способ применяется для расчета и анализа ренормировки киральной аномалии в безмассовой квантовой электродинамике.

1. ВВЕДЕНИЕ

Общепризнано, что размерная регуляризация и минимальные вычитания — MS — одна из самых удобных вычислительных схем. Однако известно, что в задачах со спинорными полями есть проблемы с размерной регуляризацией, если приходится иметь дело с символами $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ и $\gamma_5 = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\rho/4!$. Простейший пример — расчет коэффициента a аксиальной аномалии

$$\partial_\nu J_5^\nu = a\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F_{\mu\nu}F_{\lambda\rho} \quad (1)$$

в безмассовой квантовой электродинамике (объекты в (1) понимаются как ренормированные составные операторы). В литературе предложено много разных способов расчета аксиальной аномалии в размерной регуляризации [1, 2, 3]. В данной работе мы хотим предложить еще один способ расчета, на наш взгляд, достаточно простой и естественный. Основная идея состоит в том, что киральные преобразования в размерности $D = 4$ можно естественно продолжить в произвольную размерность D без использования символов $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ и γ_5 , и это позволяет выполнить все выкладки по обычным правилам. Такой расчет в схеме MS с двухпетлевой точностью дает

$$a = Nu + 4Nu^2 + O(u^3), \quad (2)$$

где $u = e^2/16\pi^2$ — заряд, N — число изотопических компонент спинорного поля. В ответе (2), в отличие от формулы, приведенной в [4], есть двухпетлевой вклад (видимо, и все следующие), что связано с различием схем вычитаний. Ответ (2) получен путем анализа ренормированного тождества Уорда (отметим, что мы при этом работаем только с самими составными операторами, а не с их матричными элементами) и затем проверен с помощью уравнений ренормгруппы в духе работы [2]. Важную роль при получении равенства (1) для $D = 4$ играют формулы проекционной техники [3, 5, 6] для составных операторов.

*Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова

2. КИРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В РАЗМЕРНОСТИ $D = 4 - 2\varepsilon$, ТОЖДЕСТВА УОРДА

Мы будем рассматривать евклидову безмассовую U_N -симметричную квантовую электродинамику в размерности $D = 4 - 2\varepsilon$, записывая неренормированную плотность лагранжиана $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_0(\phi, e_0, \alpha_0)$ в виде

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha_0}(\partial_\mu A_\nu)^2 + \bar{\psi}^a(\overleftrightarrow{\partial} + ie_0\hat{A})\psi^a, \quad (3)$$

где $\phi = (\bar{\psi}, \psi, A_\mu)$ – набор всех полей, e_0 и α_0 – затравочные параметры, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $\overleftrightarrow{\partial} = \frac{1}{2}(\partial - \overleftarrow{\partial})$. Изотопический индекс $a = 1, \dots, N$ у спинорных полей в дальнейшем будем опускать, подразумевая суммирование по нему во всех квадратичных формах $\bar{\psi} \dots \psi$. Из-за отсутствия в (3) символов $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ и γ_5 переменность D не порождает проблем с γ -матрицами, модель (3) в размерности $D = 4 - 2\varepsilon$ является мультипликативно ренормируемой, ее ренормированное действие имеет стандартный вид

$$S_R(\phi) = \int d^Dx \mathcal{L}_0(\phi Z_\phi, e_0 = e\mu^\varepsilon Z_e, \alpha_0 = \alpha Z_\alpha), \quad (4)$$

где μ – ренормировочная масса, e и α – ренормированные параметры, $Z_{\phi, e, \alpha}$ – константы ренормировки, причем $Z_A = Z_e^{-1}$ и $Z_\alpha = Z_A^2$ в силу калибровочной инвариантности [3, 7].

При $D = 4$ имеют смысл символы $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ и $\gamma_5 = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\rho/4!$ и модель (3) инвариантна относительно глобальных киральных преобразований $\psi \rightarrow (\exp \omega\gamma_5)\psi$, $\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}(\exp \omega\gamma_5)$ спинорных полей. В инфинитезимальной форме им соответствует

$$\delta_\omega \psi = \omega\gamma_5 \psi, \quad \delta_\omega \bar{\psi} = \bar{\psi}\omega\gamma_5, \quad (5)$$

где ω – инфинитезимальный параметр.

Мы хотим прежде всего обобщить преобразование (5) на случай переменной размерности $D = 4 - 2\varepsilon$. Напомним кратко известную технику работы с γ -матрицами (правильнее было бы говорить “ γ -символами”) в переменной размерности D . Тогда можно пользоваться только основным антикоммутиационным соотношением

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \quad (6)$$

которое позволяет привести любое произведение γ -матриц к линейной комбинации “базисных структур” – полностью антисимметризованных произведений

$$\gamma_A^{(n)} = \gamma_{[\mu_1 \dots \mu_n]}. \quad (7)$$

Здесь $[\dots]$ обозначает полную антисимметризацию по перестановкам всех индексов внутри скобок $[\]$, $A = (\mu_1 \dots \mu_n)$ – компактное обозначение набора всех этих индексов.

Подчеркнем, что объекты (7), в отличие от γ_5 , можно считать хорошо определенными в переменной размерности D , и правила работы с ними известны [5, 8]. В целой размерности $D = 4$ отличны от нуля лишь структуры (7) с $n \leq 4$, все следующие исчезают. Имея в виду в дальнейшем случай $D = 4 - 2\varepsilon$, будем называть структуры (7) с $n \leq 4$

младшими, а с $n > 4$ – старшими. Те же термины будем употреблять и для составных операторов типа $\bar{\psi} \cdots \psi$, содержащих внутри выражения (7): старшими считаются те операторы, которые формально исчезают при $D = 4$ в силу исчезновения входящих в них старших структур (7).

Обобщением (5) на случай $D = 4 - 2\varepsilon$ естественно считать преобразования

$$\delta_\omega \psi = \omega_A \gamma_A^{(4)} \psi, \quad \delta_\omega \bar{\psi} = \omega_A \bar{\psi} \gamma_A^{(4)} \quad (8)$$

с инфинитезимальным параметром ω_A , полностью антисимметричным по набору четырех индексов $A = (\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4)$. Ясно, что при $D = 4$ преобразования (8) переходят в (5), но они сохраняют смысл и в нецелой размерности, хотя соответствующая симметрия в (3) будет явно нарушенной.

Независимо от наличия симметрии по данной плотности лагранжиана $\mathcal{L}$ можно построить соответствующий преобразованиям (8) нетеровский ток. Для плотности (3) получим

$$J_A^\nu = \frac{1}{2} \bar{\psi} [\gamma_\nu, \gamma_A^{(4)}] \psi \equiv 4 \bar{\psi} (\delta_{\nu[\mu_1} \gamma_{\mu_2 \mu_3 \mu_4]}^{(3)}) \psi, \quad (9)$$

а для ренормированной модели (4) появится дополнительный множитель Z_ψ^2 . Отметим, что явный вид тока зависит от произвола типа полной производной в $\mathcal{L}$, не влияющего на функционал действия. Ток (9) калибровочно-инвариантен и C -четен, для обеспечения последнего свойства и была выполнена антисимметризация $\hat{\partial} \rightarrow \hat{\partial}$ в (3).

Для модели (3) (и неренормированной, и ренормированной) можно написать соответствующее (8) тождество Уорда

$$\partial_\nu J_A^\nu + \delta_A S + N_A = 0, \quad (10)$$

в котором $\delta_A S$ – вариация действия, в нашем случае имеем

$$\delta_A S = \bar{\psi} \gamma_A^{(4)} \frac{\overrightarrow{\delta} S}{\delta \bar{\psi}} + \frac{\overleftarrow{\delta} S}{\delta \psi} \gamma_A^{(4)} \psi, \quad (11)$$

а N_A – “нарушающий” (данную симметрию) оператор. Для неренормированной плотности лагранжиана (3) получаем

$$N_A = -2 \bar{\psi} \gamma_{A\nu}^{(5)} (\overleftrightarrow{\partial}_\nu + ie_0 A_\nu) \psi = \partial_\nu (\bar{\psi} \gamma_{A\nu}^{(5)} \psi) - 2 \bar{\psi} \gamma_{A\nu}^{(5)} (\partial_\nu + ie_0 A_\nu) \psi, \quad (12)$$

а для ренормированной модели (4) в (12) произойдет замена $e_0 \rightarrow e\mu^\varepsilon$ и добавится общий множитель Z_ψ^2 . Отметим, что (12) – старший оператор, поэтому при $D = 4$ он исчезает и симметрия восстанавливается. Однако из-за УФ-расходимостей переход от $D = 4 - 2\varepsilon$ к $D = 4$ корректен только для ренормированных составных операторов, допускающих предел $\varepsilon \rightarrow 0$.

3. РЕНОРМИРОВКА СОСТАВНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ТОЖДЕСТВЕ УОРДА И АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ

Приведем, следуя [3,9], только самые необходимые для дальнейшего сведения о ренормировке составных операторов, дополнительная информация дается в приложении.

Говоря о составных операторах, нужно различать классические мономы или полиномы $F = F(\phi)$, построенные из классических полей ϕ (в нашем случае $\phi = (\bar{\psi}, \psi, A_\mu)$), и аналогичные операторные конструкции $\hat{F} = F(\hat{\phi})$, в которых классический аргумент ϕ заменяется гайзенберговским оператором $\hat{\phi}$ (неренормированным) или $\hat{\phi}_R = Z_\phi^{-1} \hat{\phi}$ (ренормированным). При ренормировке могут смешиваться между собой лишь операторы с одинаковой размерностью и симметрией, полный набор таких операторов образует “замкнутую систему”. Если $F_i(\phi)$ ($i = 1, 2, \dots$) – такая система неренормированных операторов, а $[F_i(\phi)]_R$ – соответствующие ренормированные классические операторы (см. приложение), то соотношения

$$[F_i(\phi)]_R = \sum_k Q_{ik} F_k(\phi), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

определяют матрицу смешивания Q . В схеме MS диагональные элементы Q_{ii} имеют вид $1 + \text{полюсы по } \varepsilon$, а недиагональные содержат только полюсы, поэтому УФ-конечной частью $F_i(\phi)$ является просто $[F_i(\phi)]_R$. Неренормированные ($\hat{F}_i$) и ренормированные ($\hat{F}_{iR}$) составные операторы определяются по классическим функционалам соотношениями

$$\hat{F}_i = F_i(\phi) \Big|_{\phi=\hat{\phi}}, \quad \hat{F}_{iR} = [F_i(\phi)]_R \Big|_{\phi=\hat{\phi}_R} \quad (14)$$

и связаны между собой матрицей ренормировки Z_F :

$$\hat{F}_i = \sum_k (Z_F)_{ik} \hat{F}_{kR}. \quad (15)$$

Матрица Z_F выражается через матрицу Q в (13) и константы ренормировки полей Z_ϕ , по Z_F известным образом [3, 9] находится матрица аномальных размерностей данного семейства составных операторов.

В тождество Уорда (10) входят C -четные калибровочно-инвариантные операторы с канонической размерностью 4 (при $\varepsilon = 0$). В качестве полного базиса этого семейства удобно взять следующие три оператора:

$$F_1 = \partial_\nu J_A^\nu, \quad F_2 = F_{[\mu_1 \mu_2} F_{\mu_3 \mu_4]}, \quad F_3 = N_A \quad (16)$$

с обычным тензором $F_{\mu\nu}$, током (9) и нарушающим оператором (12). Все операторы (16) зависят от четырех внешних индексов $A = (\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4)$ и полностью антисимметричны по ним, что для F_2 обозначается через $[\dots]$.

Три оператора (16) смешиваются при ренормировке только между собой. Соответствующая 3×3 -матрица смешивания (13) имеет следующую структуру:

$$Q = \begin{pmatrix} \times & 0 & 0 \\ \times & \times & 0 \\ \times & \times & \times \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где крестиками обозначены ненулевые (в общем случае) элементы. Такой вид Q объясняется тем, что $F_{1,2}$ в (16) являются полными производными (для F_2 это видно из тождества $F_{[\mu_1 \mu_2} F_{\mu_3 \mu_4]} = 4 \partial_\nu \{ \delta_{\nu[\mu_1} A_{\mu_2} \partial_{\mu_3} A_{\mu_4]} \}$), а F_3 – нет, поэтому $F_{1,2}$ могут смешиваться только между собой. Соответствующий 2×2 -блок (17) определяется смешиванием пятизначковых операторов под знаком ∂_ν , имеющих размерность 3. Первый из них

(J_A^ν) калибровочно-инвариантен, второй – нет, чем и объясняется равенство $Q_{12} = 0$ в (17).

Информацию о третьей строке матрицы (17) можно получить из тождества Уорда (10) для ренормированного действия (4). В обозначениях (16) оно принимает вид

$$Z_\psi^2 (F_1 + F_3) + \delta_A S_R = 0. \quad (18)$$

Поскольку $\delta_A S_R$ – УФ-конечный оператор [3, 9], должна быть УФ-конечной и сумма прочих вкладов в (18), следовательно, она должна совпадать со своей УФ-конечной частью. Для ренормировки в схеме MS отбор УФ-конечной части сводится к замене $Z \rightarrow 1$ и $F \rightarrow [F]_R$, откуда получаем

$$Z_\psi^2 (F_1 + F_3) = [F_1]_R + [F_3]_R. \quad (19)$$

Если выразить здесь $[F]_R$ через F с помощью (13) и затем приравнять коэффициенты при всех F_i в обеих частях равенства, получим следующие выражения для элементов третьей строки матрицы (17) в схеме MS:

$$Q_{31} = Z_\psi^2 - Q_{11}, \quad Q_{32} = 0, \quad Q_{33} = Z_\psi^2. \quad (20)$$

Из (18) и (19) получаем ренормированную форму тождества Уорда

$$[F_1]_R + [F_3]_R + \delta_A S_R = 0. \quad (21)$$

При замене $\phi \rightarrow \hat{\phi}_R$ вклад $\delta_A S_R$ в (21) исчезает (поскольку $\hat{\phi}_R$ удовлетворяет классическим уравнениям движения для действия $S_R(\phi)$), так что равенство (21) в терминах ренормированных операторов принимает вид

$$\hat{F}_{1R} + \hat{F}_{3R} = 0. \quad (22)$$

Ренормированные операторы $\hat{F}_R$ и их классические аналоги $[F]_R$, в отличие от неренормированных, имеют смысл и при $\varepsilon = 0$, и тождество Уорда (22) при $\varepsilon = 0$ должно привести к выражению (1) для аксиальной аномалии. Чтобы убедиться в этом, нужно воспользоваться соотношениями проекционной техники [3, 5]. Общее правило состоит в том, что для любой замкнутой системы смешивающихся (и независимых при $\varepsilon \neq 0$) составных операторов полный базис при $\varepsilon = 0$ образуют только младшие, т.е. любой старший есть тогда некоторая линейная комбинация младших. Доказательством является существование [6] некоторой отличной от MS схемы ренормировки MS' (см. приложение), совпадающей с обычной схемой MS для всех младших операторов и обеспечивающей исчезновение всех старших операторов при $\varepsilon = 0$:

$$\hat{F}'_R|_{\text{мл}} = \hat{F}_R|_{\text{мл}} \quad \text{при } \forall \varepsilon, \quad \hat{F}'_R|_{\text{ст}} = 0 \quad \text{при } \varepsilon = 0. \quad (23)$$

С другой стороны, как известно, полученные в любых двух схемах (у нас MS и MS') ренормированные операторы должны быть связаны между собой УФ-конечной ренормировкой, т.е.

$$\hat{F}_{iR} = \sum_k \bar{Z}_{ik} \hat{F}'_{kR} \quad (24)$$

с некоторой УФ-конечной матрицей $\bar{Z}$.

Сказанное выше имеет прямое отношение к нашей задаче, т.к. в системе (16) операторы $F_{1,2}$ младшие, а F_3 старший. Поэтому для ренормированных в схеме MS операторов (16) при $\varepsilon = 0$ должно выполняться равенство

$$\hat{F}_{3R} = c_1 \hat{F}_{1R} + c_2 \hat{F}_{2R}, \quad (25)$$

в котором $c_k = \bar{Z}_{3k}$ ($k = 1, 2$) — не зависящие от ε “проекционные коэффициенты”.

Подставив (25) в (22), при $\varepsilon = 0$ получим $(1 + c_1)\hat{F}_{1R} + c_2\hat{F}_{2R} = 0$, откуда следует

$$\hat{F}_{1R} = -\frac{c_2}{1 + c_1} \hat{F}_{2R}. \quad (26)$$

Свернув это равенство по индексам $A = (\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4)$ операторов (16) с тензором ε_A , при учете равенства $\varepsilon_A J_A^\nu = 4! J_5^\nu$ (только для $D = 4$) получим соотношение (1) для ренормированных операторов с

$$a = -\frac{c_2}{24(1 + c_1)}. \quad (27)$$

Тем самым коэффициент a в выражении (1) для аксиальной аномалии выражается через проекционные коэффициенты $c_{1,2}$ в (25).

4. РАСЧЕТ ПРОЕКЦИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Пусть Q — матрица смешивания (17) для операторов (16) в схеме MS, Q' — аналогичная матрица для схемы MS'. Обе вычисляются по теории возмущений в форме рядов по заряду $u = e^2/16\pi^2$, причем Q имеет вид $1 +$ полюсы по ε , а в Q' , кроме полюсов, есть вклады нулевого порядка по ε в элементах Q'_{31} и Q'_{32} (см. приложение). Обозначив эти константы через c_{3k} ($k = 1, 2$), имеем $Q' = 1 + c +$ полюсы по ε , где c — не зависящая от ε матрица с указанными элементами c_{3k} , прочие — нули.

Из определения (14) следует, что связь (24) сохраняет тот же вид для классических операторов $[F]_R$ и $[F']_R$. С учетом (13) это приводит к матричному равенству $Q = \bar{Z}Q'$ и его следствию

$$\bar{Z}^{-1} = Q'Q^{-1}. \quad (28)$$

Учитывая общий вид матриц Q и Q' (см. выше), нетрудно убедиться, что в рамках теории возмущений правая часть (28) имеет вид $1 + c +$ полюсы по ε . Поскольку все это выражение должно быть УФ-конечным, все полюсы должны взаимно сокращаться, поэтому

$$\bar{Z}^{-1} = 1 + c. \quad (29)$$

Тем самым доказано, что УФ-конечная матрица в (24) от ε вообще не зависит (отметим аналогию с доказательством независимости от ε аномальных размерностей в схеме MS [3,9]). Учитывая вид матрицы c (см. выше), из (29) находим $\bar{Z} = 1 - c$, откуда получаем удобное для практических вычислений представление

$$c_k = -c_{3k} \equiv -\text{“УФ-конечная часть } Q'_{3k}\text{”}, \quad k = 1, 2, \quad (30)$$

Рис. 1. Сумма диаграмм, дающих вклад в c_1 .

для проекционных коэффициентов $c_k = \bar{Z}_{3k}$ в (25).

Коэффициенты (30) вычисляются по диаграммам 1-неприводимых функций Грина со вставкой оператора F_3 в схеме MS' (см. приложение). Для получения величины (27) с двухпетлевой точностью коэффициент c_2 следует вычислить в двухпетлевом, а c_1 – в однопетлевом приближении. Все нужные для такого расчета диаграммы показаны на рис. 1 и 2, жирной точкой в этих графиках показана вершина составного оператора F_3 . Расчет дает

$$c_1 = -4u + O(u^2), \quad c_2 = -24Nu + O(u^3), \quad (31)$$

что вместе с (27) приводит к ответу (2) для a . Отметим, что все вклады двухпетлевых диаграмм в c_2 взаимно сокращаются, так что двухпетлевой вклад в (2) порождается только поправкой от c_1 в знаменателе (27).

Рис. 2. Сумма диаграмм, дающих вклад в c_2 .

Ответ (2) можно проверить с помощью уравнений ренормгруппы [2]. Рассмотрим равенство (26) при $\varepsilon = 0$, переписав его в виде $\hat{F}_{1R} = 24a\hat{F}_{2R}$, подействуем на обе части

операцией $\mathcal{D}_{\text{PГ}}$ (равной $\mu \frac{d}{d\mu}$ при фиксированных затравочных параметрах) и затем исключим все операторы $\hat{F}_R$ с помощью исходного соотношения $\hat{F}_{1R} = 24a\hat{F}_{2R}$. Это дает

$$\beta(u) \frac{d}{du} a + (\gamma_{11} - \gamma_{22})a - 24\gamma_{21}a^2 = 0. \quad (32)$$

При получении равенства (32) использованы соотношения $\mathcal{D}_{\text{PГ}} a = \beta \frac{d}{du} a$ и $\mathcal{D}_{\text{PГ}} \hat{F}_{iR} = -\sum_k \gamma_{ik} \hat{F}_{kR}$, в которых $\beta(u)$ – бета-функция заряда u , а γ_{ik} – элементы 2×2 -матрицы аномальных размерностей операторов $F_{1,2}$ в схеме MS (напомним, что $F_{1,2}$ смешиваются только между собой, причем $\gamma_{12} = 0$ из-за треугольности соответствующего блока в (17)). Матрица γ вычисляется по соответствующей матрице Q и константам ренормировки полей в (4) [9], расчет с нужной точностью дает $\gamma_{11} = 40Nu^2/3 + \dots$, $\gamma_{22} = \beta_1 u + \beta_2 u^2 + \dots$, $\gamma_{21} = u + \dots$, где $\beta_{1,2}$ – известные [10] первые коэффициенты в разложении бета-функции $\beta(u) = \beta_1 u^2 + \beta_2 u^3 + \dots$, $\beta_1 = 8N/3$, $\beta_2 = 8N$ (отметим, что β и γ_{ik} калибровочно-инвариантны).

Первый коэффициент a_1 в разложении $a = a_1 u + a_2 u^2 + \dots$ из (32) не определяется, но все следующие однозначно находятся по a_1 и ренормализационным функциям β и γ_{ik} . Легко проверить, что двухпетлевой вклад (2) согласуется с (32) при указанных выше значениях γ_{ik} (мы перепроверили их вычисление). Таким образом, ответ (2) для коэффициента аксиальной аномалии в схеме MS согласуется с уравнениями ренормгруппы.

Выражаем благодарность А. Н. Васильеву и А. С. Степаненко за многочисленные обсуждения и помощь в написании текста статьи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-17033) и Международного фонда фундаментальной физики в Москве в рамках проекта INTAS.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОПЕРАТОРНЫЕ КОНТРЧЛЕНЫ В СХЕМАХ MS и MS'

Матрица смешивания Q в (13) вычисляется по диаграммам 1-неприводимых функций Грина со вставками операторов F_i в базовой теории (т.е. ренормированной с заменой $Z \rightarrow 1$ для всех констант ренормировки). Ренормированный оператор $[F(\phi)]_R$, соответствующий данному неренормированному $F(\phi)$ (у всех операторов подразумевается свободный аргумент x), определяется соотношением [9]

$$[F(\phi)]_R = F(\phi) - L\Gamma_F(\phi), \quad (\text{П.1})$$

в котором L – контрчленная операция выбранной ренормировочной схемы, $\Gamma_F(\phi)$ – производящий функционал 1-неприводимых функций Грина с одним оператором $F(\phi)$ и любым числом полей ϕ в базовой теории. Операторные контрчлены $L\Gamma_F(\phi)$ в (П.1) являются линейными комбинациями самого F и всех прочих независимых операторов с той же размерностью (при $\epsilon = 0$) и симметрией. Для полной системы таких операторов это приводит к соотношению (13) с $Q_{ik} = \delta_{ik}$ (коэффициентами при F_k в контрчленах F_i).

Контрчленная операция L в (П.1) выражается соотношением $L = KR'$ через первичную “операцию вычитания” K и “неполную R -операцию”

$$R' = 1 - \sum L_\gamma + \sum L_\gamma L_{\gamma'} - \dots,$$

представляющую собой вычитания на все расходящиеся подграфы γ , затем на пары непересекающихся подграфов γ, γ' и т.д. В схеме MS операция L отбирает только полюсы по ε , поэтому все константы ренормировки Z и матрица Q имеют вид $1 + \text{полюсы по } \varepsilon$.

Допустим, что речь идет о ренормировке системы типа (16), в которой некоторые операторы являются младшими, а другие – старшими. Схему MS', о которой говорилось в разделах 3 и 4, можно определить по аналогии с введенной в [6] $\tilde{R}$ -операцией. Она отличается от обычной схемы MS наличием вкладов младших операторов в контрчлены старших: по определению для любого младшего F_i контрчлены (П.1) строятся по обычным правилам схемы MS, так же и для вкладов старших F_k в контрчлены старших F_i . Однако в коэффициентах при младших F_k в контрчленах старших F_i операция K' схемы MS' отбирает полюсы и все вклады нулевого порядка по ε (константы). Возможность введения такой схемы вычитаний с сохранением всех общих положений теории ренормировки, в частности локальности контрчленов, объясняется тем, что во вкладах “старшие $\rightarrow$ младшие” имеется “дополнительная малость” порядка ε из-за формального исчезновения всех старших структур (8) при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это приводит к тому, что не только полюсные по ε вклады, как обычно, но и вклады порядка $\varepsilon^0 = 1$ при младших операторах имеют структуру локальных контрчленов [6].

Такое определение схемы MS' обеспечивает выполнение соотношений (23). В соответствующей матрице смешивания Q' , кроме полюсов по ε , появляются и вклады типа констант, но только в тех элементах Q_{ik} , у которых индекс i соответствует старшему оператору, а индекс k – младшему.

Список литературы

- [1] П. А. Байков, В. А. Ильин. ТМФ. 1991. Т. 88. С. 163.
- [2] S. A. Larin. Phys. Lett. 1993. V. B303. P. 113.
- [3] Д. Коллинз. Перенормировка. М.: Мир, 1988.
- [4] S. Adler, W. Bardeen. Phys. Rev. 1969. V. 182. P. 1517.
- [5] A. Bondi, G. Curci, G. Paffuti, P. Rossi. Ann. Phys. 1990. V. 199. P. 268.
- [6] А. Н. Васильев, М. И. Вязовский, С. Э. Деркачев, Н. А. Кивель. ТМФ. 1996. Т. 107. С. 27.
- [7] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
- [8] A. Kennedy. J. Math. Phys. 1981. V. 22. P. 1330; Л. В. Авдеев. ТМФ. 1984. Т. 58. С. 308; А. Н. Васильев, С. Э. Деркачев, Н. А. Кивель. ТМФ. 1995. Т. 103. С. 179.
- [9] А. Н. Васильев. ТМФ. 1989. Т. 81. С. 336.
- [10] S. G. Gorishny, A. L. Kataev, S. A. Larin, L. R. Surguladze. Phys. Lett. 1991. V. B256. P. 81.

Поступила в редакцию 14.III.1996 г.

M. I. Vyazovski, N. A. Kivel

ANALYSIS OF CHIRAL ANOMALY IN DIMENSIONAL REGULARIZATION BY MEANS OF PROJECTION TECHNIQUE

We suggest a selfconsistent method for calculation of the chiral anomaly in the dimensional regularization. The advantage of our approach is the absence of the four dimensional symbols γ_5 and $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ in noninteger space-time dimensions. As an example we discuss the massless quantum electrodynamics.