Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц, Двухпетлевая аномальная размерность $N = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики, регуляризованной при помощи высших ковариантных производных, *ТМФ*, 2003, том 134, номер 3, 430–446

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf169>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.55.26

26 апреля 2023 г., 16:28:42

© 2003 г.

А. А. Солошенко*, К. В. Степаньянц*

**ДВУХПЕТЛЕВАЯ АНОМАЛЬНАЯ
РАЗМЕРНОСТЬ $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ,
РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ ПРИ ПОМОЩИ
ВЫСШИХ КОВАРИАНТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ**

Вычислена двухпетлевая аномальная размерность в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, регуляризованной при помощи метода высших ковариантных производных с использованием схемы минимальных вычитаний. Установлено, что результат не зависит от вида регуляризующего слагаемого, однако зависит от отношения масс полей Паули–Вилларса M к размерной постоянной Λ в регуляризующем слагаемом. Предложена простая схема вычитаний, в которой результат не зависит от параметров используемой регуляризации.

Ключевые слова: регуляризация, высшие ковариантные производные, контрчлены.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из интересных вопросов исследования динамики суперсимметричных теорий является построение точной β -функции. Впервые точная β -функция была получена в работе [1] исходя из требования ренорминвариантности инстантонных вкладов. Впоследствии предпринимались неоднократные попытки получить такую β -функцию другими способами, например исходя из исследования квантовых аномалий [2]. Кроме того, в рамках метода размерной редукции [3] была выполнена проверка предсказаний авторов работы [1] методами теории возмущений. При этом важно заметить, что коэффициенты ряда теории возмущений, вообще говоря, зависят от способа проведения перенормировки. Дело в том что при устранении расходимостей остается произвол, соответствующий добавлению некоторых контрчленов и одновременному изменению значения перенормированной константы связи, так чтобы затравочная константа связи оставалась неизменной. Коэффициенты ряда теории возмущений будут зависеть от способа фиксации этого произвола. Как следствие, и ренормгрупповые функции также будут

*Московский государственный университет, Москва, Россия. E-mail: solosh@theor.phys.msu.su; stepan@theor.phys.msu.su

схемно-зависимыми. Конечно, можно потребовать, чтобы перенормированные функции Грина имели полюсы на физических массах с вычетами, равными 1, что зафиксирует схему вычитаний. При этом перенормированная константа связи совпадет с экспериментально измеряемой величиной, а ренормгрупповые функции от регуляризации зависеть не будут. Однако использование такой схемы требует знания конечных частей функций Грина, вычисление которых достаточно сложно. Поэтому можно использовать более простые схемы, например схему минимальных вычитаний (МВ) [4]. При этом перенормированная константа связи уже не будет совпадать с экспериментально измеряемой величиной, а будет некоторой функцией от нее. Это отличие компенсируется изменением коэффициентов ряда теории возмущений, причем физические величины не изменятся, поскольку производящий функционал определяется только затравочной константой связи.

Несмотря на то что схемно-независимая двухпетлевая β -функция согласуется с предсказаниями, следующими из предложенного в работе [1] точного выражения, вычисления в трехпетлевом приближении с использованием схемы МВ и размерной редукции [5]–[7] показали, что все же имеется разногласие результатов с предсказаниями, следующими из выражения для точной β -функции. Тем не менее эти разногласия могут быть устранены переопределением константы связи [6]. При этом сама возможность такого переопределения является крайне нетривиальной [8]. Другими словами, существует схема вычитаний, отличная от схемы МВ при использовании размерной редукции, в которой получается точная β -функция Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова. В принципе схему, в которой получается точная β -функция, можно построить, устанавливая ее связь со схемой МВ в каждом порядке теории возмущений [9]. Однако возможен и другой подход. Заметим, что изменение используемой регуляризации при использовании МВ эквивалентно переходу к другой схеме перенормировки. Как уже было отмечено, при этом ряд теории возмущений будет меняться, однако все физические величины останутся неизменными за счет того, что перенормированная константа связи станет по-другому выражаться через физическую константу связи. Поэтому можно попробовать подобрать регуляризацию таким образом, чтобы точная β -функция получалась максимально просто, например в случае использования МВ. Можно предположить, что такой регуляризацией является метод высших ковариантных производных [10], [11], в котором, в отличие от размерной редукции, не возникают трудности при исследовании высших петель. Тем не менее вычисления при помощи метода высших производных являются технически значительно более сложными, вследствие чего конкретный расчет даже однопетлевой поправки¹⁾ в теории Янга–Миллса был выполнен сравнительно недавно [12], [13] и привел к тому же результату, что и метод размерной редукции. Впоследствии было показано [14], [15], что однопетлевые вычисления с использованием метода высших ковариантных производных (конечно, при добавлении дополнительной регуляризации для однопетлевых диаграмм) всегда дают тот же результат,

¹⁾Заметим, что введение слагаемого с высшими производными не ведет к исчезновению расходимостей на однопетлевом уровне. Однако, добавляя еще одну вспомогательную регуляризацию на однопетлевом уровне, можно построить схему вычислений β -функции.

что и размерная регуляризация. Исследование двухпетлевых вкладов в эффективное действие впервые было выполнено в работах [16], в которых вычислялась β -функция для $N = 1$ суперсимметричной электродинамики. Было показано, что двухпетлевой вклад в β -функцию не зависит от вида регуляризующего слагаемого и оказывается равным нулю. В принципе этот результат неожиданным не является, поскольку в рассмотренной теории аномалии аксиального тока и следа тензора энергии-импульса принадлежат одному супермультиплету. Заметим, что такой результат не противоречит результатам Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова, поскольку, как было показано в работе [17], β -функция рассматриваемой модели зависит от условия нормировки, которое используется для полей материи. В частности, совершая в перенормированном действии масштабное преобразование, приводящее поля материи к каноническому условию нормировки, удастся получить точную β -функцию, которая для $N = 1$ суперсимметричной электродинамики записывается в виде

$$\beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} (1 - \gamma(\alpha)). \quad (1)$$

Значительно более интересным является вычисление трехпетлевой β -функции, поскольку она является схемно-зависимой. Результат такого вычисления, вообще говоря, нетривиален и должен дать ответ на вопрос о том, необходимо ли доказывать, что точная β -функция может получиться при использовании регуляризации высшими производными с МВ. Заметим, что в соответствии с формулой (1) трехпетлевой вклад в β -функцию должен оказаться пропорциональным двухпетлевому вкладу в аномальную размерность. В связи с этим было бы интересно вычислить двухпетлевую аномальную размерность с использованием регуляризации высшими производными и МВ.

Далее в разделе 2 кратко даны основные сведения о $N = 1$ суперсимметричной электродинамике и ее регуляризации при помощи метода высших производных. Результат для двухпетлевой аномальной размерности приводится в разделе 3. Проверка правильности вычислений путем сравнения дважды логарифмических расходимостей с предсказаниями метода ренормгруппы выполнена в разделе 4. Заключение (раздел 5) посвящено обсуждению полученных результатов. В приложении вычислены расходящиеся части интегралов, возникающих при вычислении фейнмановских диаграмм.

2. СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ЕЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ ПОМОЩИ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

$N = 1$ суперсимметричная электродинамика в суперпространстве описывается действием

$$S_0 = \frac{1}{4e^2} \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}), \quad (2)$$

где киральные суперполя ϕ и $\tilde{\phi}$ в терминах компонентных полей записываются в виде

$$\begin{aligned} \phi(y, \theta) &= \varphi(y) + \bar{\theta}(1 + \gamma_5)\psi(y) + \frac{1}{2}\bar{\theta}(1 + \gamma_5)\theta f(y), \\ \tilde{\phi}(y, \theta) &= \tilde{\varphi}(y) + \bar{\theta}(1 + \gamma_5)\tilde{\psi}(y) + \frac{1}{2}\bar{\theta}(1 + \gamma_5)\theta \tilde{f}(y). \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (3) $y^\mu = x^\mu + i\bar{\theta}\gamma^\mu\gamma_5\theta/2$ – киральные координаты, φ и $\tilde{\varphi}$ – комплексные скалярные поля, ψ и $\tilde{\psi}$ – майорановские спиноры, которые могут быть объединены в один дираковский спинор

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}((1 + \gamma_5)\psi + (1 - \gamma_5)\tilde{\psi}), \quad (4)$$

а f и $\tilde{f}$ – вспомогательные комплексные скалярные поля.

Через V в действии (2) обозначено абелево вещественное суперполе, которое в компонентах в калибровке Весса–Зумино записывается как

$$V(x, \theta) = \frac{1}{2}\bar{\theta}\gamma^\mu\gamma_5\theta A_\mu(x) + i\sqrt{2}(\bar{\theta}\theta)(\bar{\theta}\gamma_5\chi(x)) + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)^2 D(x), \quad (5)$$

где A_μ – калибровочное поле, χ – майорановский спинор, D – вещественное скалярное вспомогательное поле.

Суперполе W_a в (2) является суперсимметричным аналогом тензора напряженности калибровочного поля и в абелевом случае определяется соотношением

$$W_a = \frac{1}{16}\bar{D}(1 - \gamma_5)D[(1 + \gamma_5)D_a V], \quad (6)$$

где суперсимметричная ковариантная производная

$$D = \frac{\partial}{\partial\theta} - i\gamma^\mu\theta\partial_\mu. \quad (7)$$

Поле W_a является киральным вейлевским спинором. С использованием киральных координат y^μ оно может быть представлено в виде

$$W_a = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\left[\sqrt{2}\chi(y) - i\theta D(y) + \frac{1}{2}\Sigma_{\mu\nu}\theta F^{\mu\nu}(y) - \frac{i}{\sqrt{2}}\gamma^\mu\partial_\mu\chi(y)\bar{\theta}(1 + \gamma_5)\theta\right]. \quad (8)$$

После взятия интеграла по антикоммутирующим переменным θ действие (2) в терминах компонентных полей в калибровке Весса–Зумино примет вид

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{4e^2}F_{\mu\nu}^2 + \frac{i}{e^2}\bar{\chi}\gamma^\mu\partial_\mu\chi + \frac{1}{2e^2}D^2 + |D_\mu\varphi|^2 + |D_\mu\tilde{\varphi}|^2 + i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu\Psi + |f|^2 + |\tilde{f}|^2 \right), \quad (9)$$

где D_μ – ковариантная производная.

Для того чтобы регуляризовать модель (2) при помощи метода высших ковариантных производных, необходимо модифицировать действие следующим образом:

$$S_0 \rightarrow S = S_0 + S_\Lambda = \frac{1}{4e^2} \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) W_b + \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}). \quad (10)$$

Заметим, что в силу абелевости рассматриваемой модели суперполе W^a является калибровочно-инвариантным, благодаря чему регуляризующее слагаемое будет содержать обычные, а не ковариантные производные. При этом индекс расходимости для модели (10) оказывается равным (см., например, [16])

$$\omega_\Lambda = \begin{cases} 2 - 2n(L - 1) - E_\phi(n + 1), & E_\phi \neq 0, \\ -2n(L - 1), & E_\phi = 0, \end{cases} \quad (11)$$

где L — количество петель, а E_ϕ — число внешних ϕ -линий. Через E_V мы будем обозначать далее число внешних V -линий. В соответствии с формулой (11) индекс расходимости диаграммы для определения β -функции в L петлях ($E_\phi = 0$, $E_V = 2$) равен индексу расходимости диаграммы для определения аномальной размерности в $L - 1$ петле ($E_\phi = 2$, $E_V = 0$). Как было замечено в [16], это может свидетельствовать о возможной связи β -функции и аномальной размерности в суперсимметричных теориях именно при использовании метода высших ковариантных производных.

Поскольку в соответствии с формулой (11) даже при $n \geq 2$ в однопетлевых диаграммах по-прежнему существуют остаточные расходимости, к действию (10) необходимо добавить слагаемые, содержащие антикоммутирующие поля Паули–Вилларса [18] $\tilde{\Phi}$ и $\tilde{\bar{\Phi}}$,

$$S_{\text{PV}} = \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\Phi^* e^{2V} \Phi + \tilde{\Phi}^* e^{-2V} \tilde{\Phi}) + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\theta M \tilde{\Phi} \Phi + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\bar{\theta} M \tilde{\bar{\Phi}} \Phi^*, \quad (12)$$

причем необходимо считать [16], что $M = a\Lambda$, где a — некоторая постоянная.

Квантование модели (10) производится полностью аналогично квантованию нерегуляризованной теории, подробно описанному в книге [19], и здесь не обсуждается. Необходимо только отметить, что калибровочная инвариантность фиксируется добавлением слагаемых

$$S_{\text{gf}} = -\frac{1}{64e^2} \int d^4x d^4\theta \left[V D^2 \bar{D}^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) V + V \bar{D}^2 D^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) V \right], \quad (13)$$

где

$$D^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 + \gamma_5)D, \quad \bar{D}^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 - \gamma_5)D. \quad (14)$$

После добавления таких членов, фиксирующих калибровку, кинетический член калибровочного поля записывается в наиболее простом виде

$$S_{\text{gauge}} + S_{\text{gf}} = \frac{1}{4e^2} \int d^4x d^4\theta V \partial^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) V. \quad (15)$$

Так как исследуемая модель является абелевой, то диаграммы с духовыми петлями отсутствуют.

Поскольку массы полей Паули–Вилларса полагаются пропорциональными Λ и в силу суперсимметричной калибровочной инвариантности

$$V \rightarrow V - \frac{1}{2}(A + A^+), \quad \phi \rightarrow e^A \phi, \quad \tilde{\phi} \rightarrow e^{-A} \tilde{\phi}, \quad (16)$$

где A – произвольное скалярное киральное суперполе, то перенормированное действие рассматриваемой модели может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} S_{\text{ren}} = & \frac{1}{4e^2} Z_3 \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) W_b + \\ & + Z \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi} + \Phi^* e^{2V} \Phi + \tilde{\Phi}^* e^{-2V} \tilde{\Phi}) + \\ & + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\theta M \tilde{\Phi} \Phi + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\bar{\theta} M \tilde{\Phi}^* \Phi^*, \end{aligned} \quad (17)$$

причем

$$\frac{1}{e^2} Z_3 \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) = \frac{1}{e_0^2}, \quad (18)$$

где e_0 – затравочная константа связи, которая не должна зависеть от параметра μ , а $e = e(\Lambda/\mu)$ – перенормированная константа связи. Формула (18) может быть тождественно переписана в виде

$$\frac{1}{e_0^2} = \frac{1}{e^2 \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right)} + \frac{1}{e^2 \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right)} \left(Z_3 \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) - 1 \right). \quad (19)$$

Здесь имеется произвол, связанный с тем, что можно изменить значение перенормированной константы связи e и одновременно добавить в теорию некоторые конечные контрчлены таким образом, что затравочная константа связи e_0 останется неизменной. При этом теория будет оставаться той же самой, несмотря на то что изменятся коэффициенты ряда теории возмущений. Фиксация указанного произвола осуществляется выбором некоторой конкретной схемы вычитаний. Например, можно потребовать, чтобы перенормированная функция Грина имела единичный вычет при $p^2 = 0$. Тогда константа связи e будет представлять собой экспериментально измеряемую величину. Поэтому такая схема вычитаний наиболее удобна при исследовании физических явлений. Более того, при ее использовании коэффициенты ряда теории возмущений с очевидностью не будут зависеть от используемой регуляризации. Тем не менее для применения такой схемы необходимо знать конечные вклады в функции Грина. Поэтому технически проще применить схему МВ [4], в которой контрчлены определяются как полюсы при $d = 4$ (при использовании размерной регуляризации или размерной редукции) и получаются только исходя из расходящейся части эффективного действия. При этом перенормированная константа связи уже не будет совпадать с экспериментально измеряемой величиной, а будет просто некоторой ее функцией.

Заметим, что в определение действия S_{ren} были также включены члены с высшими производными и полями Паули–Вилларса, с тем чтобы при подстановке этого действия в производящий функционал все диаграммы Фейнмана автоматически получались конечными.

Построив выражение для $S_{\text{ген}}$, можно найти выражения для β -функции и аномальной размерности, которые в наших обозначениях определяются как

$$\beta = \frac{d}{d \ln \mu} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right), \quad \gamma = \frac{d \ln Z}{d \ln \mu}. \quad (20)$$

Заметим, что определенные таким образом величины как функции e , вообще говоря, зависят от способа фиксации произвола в формуле (19). Если представить β и γ в виде ряда по e^2 , то схемно-зависимыми окажутся коэффициенты β -функции начиная с третьего и коэффициенты γ начиная со второго. При этом, как уже было отмечено, выделенной является схема вычитаний, в которой требуется равенство единице вычета перенормированной фотонной функции Грина при $p^2 = 0$ и перенормированной электронной функции Грина на физической массе.

3. ДВУХПЕТЛЕВАЯ АНОМАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ

Однопетлевая аномальная размерность и двухпетлевая β -функция для модели (10) были вычислены в работах [16] и записываются в виде

$$\gamma(\alpha) = -\frac{\alpha}{\pi} + O(\alpha^2), \quad \beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi} (1 + O(\alpha^2)). \quad (21)$$

Рис. 1

При использовании регуляризации с помощью высших производных двухпетлевой вклад в β -функцию оказался равным нулю. Результат (21) соответствует тому, что в схеме МВ контрчлены, необходимые для компенсации однопетлевых расходимостей, выбираются в виде

$$\begin{aligned} \Delta S_1 = & -\frac{1}{16\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu} \operatorname{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}}\right) W_b + \\ & + \frac{e^2}{16\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}). \end{aligned} \quad (22)$$

Двухпетлевая аномальная размерность может быть получена после вычисления расходящихся двухпетлевых фейнмановских диаграмм с $E_\phi = 2$ и $E_V = 0$, показанных на рис. 1. На этом рисунке также приведена диаграмма, определяющая однопетлевую аномальную размерность. После вычисления этих двухпетлевых диаграмм был получен следующий вклад в эффективное действие:

$$\begin{aligned} \Delta \Gamma_\phi^{(2)} = & \int d^4\theta \frac{d^4p}{(2\pi)^4} (\phi^*(p)\phi(-p) + \tilde{\phi}^*(p)\tilde{\phi}(-p)) \times \\ & \times \left\{ -\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^2}{2k^2(k+p)^2(1+k^{2n}\Lambda^{-2n})} + \right. \\ & + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{e^4}{k^2q^2(k+p)^2(q+p)^2(1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})} + \\ & + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{e^4}{k^2q^2(q+p)^2(k+q+p)^2(1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})} - \\ & - \frac{e^4}{4\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+p)^2(1+k^{2n}\Lambda^{-2n})} - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \times \\ & \times \frac{e^4(k+q+2p)^2}{k^2(k+p)^2q^2(q+p)^2(k+q+p)^2(1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})} + \\ & + \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{e^4}{q^2(q+p)^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \left(\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+q)^2} - \right. \\ & \left. \left. - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2+M^2)((k+q)^2+M^2)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Анализ расходящихся частей содержащихся здесь интегралов проведен в приложении. Используя полученные там результаты, несложно убедиться, что для компенсации расходимостей в формуле (23) в схеме МВ необходимо добавить контрчлены

$$\begin{aligned} \Delta S_\phi^{(2)} = & \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}) \times \\ & \times \left\{ \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \frac{\Lambda}{\mu} - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu} \left(\ln \frac{M}{\Lambda} + \frac{3}{2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Поэтому функция Z в формуле (17) оказывается равной

$$Z\left(\frac{\Lambda}{\mu}\right) = 1 + \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \frac{\Lambda}{\mu} - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu} \left(\ln \frac{M}{\Lambda} + \frac{3}{2} \right) + O(\alpha^3), \quad (25)$$

что соответствует

$$\gamma(\alpha) = -\frac{\alpha}{\pi} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \left(\ln \frac{M}{\Lambda} + \frac{3}{2} \right) + O(\alpha^3). \quad (26)$$

Таким образом, оказывается, что в двухпетлевом приближении аномальная размерность $\gamma(\alpha)$ как функция α не зависит от n , т.е. от формы регуляризующего слагаемого, однако зависит от отношения массы полей Паули–Вилларса к постоянной Λ .

Для полного устранения зависимости аномальной размерности от произвола в выборе параметров регуляризации (n и M/Λ) можно добавить в перенормированное действие конечные члены, пропорциональные $\ln(M/\Lambda)$, и поменять соответствующим образом значение ϵ_0 , т.е.

$$\begin{aligned} S_{\text{ren}} = & \frac{1}{4\epsilon_0^2} \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) W_b - \frac{1}{16\pi^2} \ln \frac{M}{\Lambda} \times \\ & \times \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + Z \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi} + \\ & + \Phi^* e^{2V} \Phi + \tilde{\Phi}^* e^{-2V} \tilde{\Phi}) + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\theta M \tilde{\Phi} \Phi + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\bar{\theta} M \tilde{\Phi}^* \Phi^*, \end{aligned} \quad (27)$$

что фактически соответствует переходу к другой схеме вычитаний. В результате этой операции двухпетлевая аномальная размерность принимает вид

$$\gamma(\alpha) = -\frac{\alpha}{\pi} + \frac{3\alpha^2}{2\pi^2} + O(\alpha^3) \quad (28)$$

и как функция α перестает зависеть как от n , так и от M/Λ . Более того, легко проверить, что в схеме (27) можно вообще не требовать выполнения условия $M = a\Lambda$, а рассматривать, например, предельный переход $\Lambda \rightarrow \infty$, $M/\Lambda \rightarrow \infty$, что делает предложенную схему вычитаний особенно привлекательной.

Тем не менее, несмотря на отсутствие зависимости двухпетлевой аномальной размерности от регуляризации, она не совпадает с аномальной размерностью, полученной при помощи метода размерной редукции в схеме МВ, приведенной в работе [6]. Однако в рассматриваемом случае и не было необходимости ожидать совпадения результатов, поскольку двухпетлевая аномальная размерность является схемно-зависимой. Значительно более интересным было бы сравнение полученного результата с трехпетлевой β -функцией, вычисленной в предложенной схеме при использовании канонического условия нормировки для суперполей материи.

4. ПОЛУЧЕНИЕ ДВАЖДЫ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ РАСХОДИМОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА РЕНОРМГРУППЫ

Проверка правильности полученного результата может быть осуществлена при помощи метода ренормгруппы. Хорошо известно [20], что в перенормируемых теориях дважды логарифмические расходимости полностью определяются однопетлевыми

контрчленами. Поэтому по однопетлевому результату можно вычислить дважды логарифмические расходимости и сравнить их с результатом, полученным из вычисления фейнмановских диаграмм.

Используя обозначение

$$t = \ln \frac{\mu}{\Lambda}, \quad (29)$$

можно записать предсказания метода ренормгруппы для рассматриваемой модели в виде уравнений

$$Z(t) = \exp \left[\int dt \gamma(\alpha(t)) \right], \quad t = \int \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)}. \quad (30)$$

Поскольку с учетом однопетлевого вклада β -функция может быть представлена в виде

$$\beta(\alpha) = \alpha^2 \beta_1 + O(\alpha^3), \quad (31)$$

то в низшем приближении

$$\alpha(t) = \alpha_0 (1 + \beta_1 \alpha_0 t + O(\alpha_0^2)), \quad (32)$$

где $\alpha_0 = \alpha(0)$. Представляя затем аномальную размерность в виде ряда по α ,

$$\gamma(\alpha) = \alpha \gamma_1 + \alpha^2 \gamma_2 + O(\alpha^3) = \gamma_1 (\alpha_0 + \beta_1 \alpha_0^2 t) + \alpha_0^2 \gamma_2 + O(\alpha_0^3), \quad (33)$$

и подставляя это выражение в первое из уравнений (30), после элементарного интегрирования получаем, что

$$Z(t) = 1 + \gamma_1 \alpha_0 t + \frac{1}{2} \gamma_1 \beta_1 \alpha_0^2 t^2 + \gamma_2 \alpha_0^2 t + \frac{1}{2} \gamma_1^2 \alpha_0^2 t^2 + O(\alpha_0^3). \quad (34)$$

Поскольку в соответствии с результатами однопетлевых вычислений $\gamma_1 = -1/\pi$, а $\beta_1 = 1/\pi$, то в двухпетлевом приближении функция Z должна записываться в виде

$$\begin{aligned} Z\left(\frac{\Lambda}{\mu}\right) &= 1 + \frac{\alpha_0}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu} - \gamma_2 \alpha_0^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + O(\alpha_0^3) = \\ &= 1 + \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \frac{\Lambda}{\mu} - \gamma_2 \alpha^2 \ln \frac{\Lambda}{\mu} + O(\alpha^3). \end{aligned} \quad (35)$$

Сравнивая это выражение с формулой (25), убеждаемся в совпадении дважды логарифмических слагаемых, что подтверждает правильность проведенных вычислений.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом данной работы является выражение для двухпетлевой аномальной размерности в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, регуляризованной при помощи метода высших ковариантных производных в схеме МВ. Двухпетлевая аномальная размерность является схемно-зависимой, и поэтому в случае перенормировки при помощи МВ она должна также зависеть от используемой регуляризации. При этом физические величины, несомненно, являются схемно-независимыми, поскольку добавление в теорию некоторых контрчленов может быть скомпенсировано изменением значения перенормированной константы связи так, чтобы затравочная константа связи осталась неизменной. Если потребовать, чтобы вычеты перенормированных функций Грина в полюсах на физических массах были равны единице, то и аномальная размерность также станет не зависимой от регуляризации. Однако это уже будет соответствовать фиксации произвола в выборе схемы вычитаний. Поскольку в данной работе такое требование не налагалось, то полученное отсутствие зависимости аномальной размерности от формы регуляризующего слагаемого в том случае, когда в однопетлевые контрчлены включаются члены с высшими производными, является достаточно нетривиальным и неожиданным фактом. Тем не менее результат все же зависит от регуляризации через отношение массы полей Паули–Вилларса к постоянной Λ , которое считается некоторой конечной постоянной. Однако полностью избавиться от зависимости двухпетлевой аномальной размерности от произвола в выборе параметров используемой регуляризации (n и M/Λ) можно при помощи добавления к перенормированному действию некоторых несложных конечных контрчленов. Было проверено, что в такой схеме вычитаний двухпетлевая аномальная размерность отличается от результата, полученного при помощи метода размерной редукции и схемы МВ. В силу схемной зависимости совпадение результатов, вообще говоря, и не должно ожидать. Заметим, что дважды логарифмические слагаемые в константе перенормировки полей материи оказались не зависимыми от произвола в выборе регуляризации и совпали с предсказаниями метода ренормгруппы, что подтверждает правильность вычислений.

Проведенное вычисление является необходимым шагом при исследовании вопроса о возможной связи точной β -функции и аномальной размерности в рассматриваемой теории. Отдельной проблемой при этом является проверка того, каким образом результат зависит от нормировки суперполей материи, поскольку при стандартной нормировке в методе высших производных β -функция, по-видимому, полностью определяется однопетлевым приближением [16], что в принципе согласуется с предсказаниями работы [17]. Однако вопрос о том, будет ли β -функция связана с аномальной размерностью после масштабирования суперполей материи, в работе [16] вычислениями не проверялся и должен быть исследован отдельно. Также крайне важным является вычисление схемно-зависимой трехпетлевой β -функции при различных условиях нормировки суперполей материи и сравнение ее с полученной в данной работе двухпетлевой аномальной размерностью.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисление интегралов, регуляризованных при помощи высших производных

При вычислении двухпетлевой аномальной размерности были получены следующие интегралы, содержащие члены, возникающие от слагаемых с высшими производными:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int d^4k d^4q \frac{1}{k^2(k+p)^2 q^2(q+p)^2 (1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})}, \\
 I_2 &= \int d^4k d^4q \frac{(k+q+2p)^2}{k^2(k+p)^2 q^2(q+p)^2 (k+q+p)^2 (1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})}, \\
 I_3 &= \int d^4k d^4q \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2 (k+q+p)^2 (1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})}, \\
 I_4 &= \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2 (1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \left(\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+q)^2} - \right. \\
 &\quad \left. - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2+M^2)((k+q)^2+M^2)} \right), \\
 I_0 &= \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2 (1+q^{2n}\Lambda^{-2n})}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Обратим внимание, что все эти интегралы являются сходящимися как в ультрафиолетовой, так и в инфракрасной области и, кроме того, $I_1 = I_0^2$, а интеграл I_0 будет вычислен далее.

Для вычисления интеграла I_2 рассмотрим предел

$$\begin{aligned}
 \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} (I_1 - I_2) &= \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \int d^4k d^4q \left(1 - \frac{(k+q+2p)^2}{(k+q+p)^2} \right) \times \\
 &\quad \times \frac{1}{k^2(k+p)^2 q^2(q+p)^2 (1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})} = \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} \int d^4k d^4q \frac{-2(k+q)p - 3p^2}{(k+q+p)^2} \times \\
 &\quad \times \frac{4nq^{2n}\Lambda^{-2n}}{k^2(k+p)^2 q^2(q+p)^2 (1+k^{2n}\Lambda^{-2n})(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} = 0, \tag{37}
 \end{aligned}$$

причем важно отметить, что все действия проводились со сходящимися интегралами. Поэтому при разложении в ряд по p^2/Λ^2 получается, что

$$I_2 = I_0^2 + O(1). \tag{38}$$

Аналогичным образом можно вычислить расходящуюся часть интеграла I_3 ,

$$\begin{aligned}
\lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} (I_1 - 2I_3) &= \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \int d^4k d^4q \left(\frac{1}{(k+p)^2} - \frac{2}{(k+q+p)^2} \right) \times \\
&\quad \times \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2 (1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \int d^4k d^4q \frac{q^2 + 2(k+p)q - (k+p)^2}{(k+p)^2 (k+q+p)^2} \times \\
&\quad \times \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2 (1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \int d^4k d^4q \frac{q^2 + 2(k+p)q - (q+p)^2}{(k+p)^2 (k+q+p)^2} \times \\
&\quad \times \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2 (1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \int d^4k d^4q \frac{2kq - p^2}{(k+p)^2 (k+q+p)^2} \times \\
&\quad \times \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2 (1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})} = \\
&= \int d^4k d^4q \frac{2kq}{k^4 q^4 (k+q)^2} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \left[\frac{1}{(1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})} \right] = \\
&= 8n \int d^4k d^4q \frac{kq}{k^4 q^4 (k+q)^2} \frac{q^{2n} \Lambda^{-2n}}{(1+k^{2n} \Lambda^{-2n})(1+q^{2n} \Lambda^{-2n})^2}. \quad (39)
\end{aligned}$$

Для того чтобы найти получившийся интеграл, перейдем к четырехмерным сферическим координатам

$$\begin{aligned}
k_1 &= k \sin \theta_3 \sin \theta_2 \sin \theta_1, \\
k_2 &= k \sin \theta_3 \sin \theta_2 \cos \theta_1, \\
k_3 &= k \sin \theta_3 \cos \theta_2, \\
k_4 &= k \cos \theta_3.
\end{aligned} \quad (40)$$

Направляя четвертую ось вдоль импульса q^μ и учитывая, что $k^\mu q_\mu = kq \cos \theta_3$ и, следовательно, подынтегральное выражение не зависит от θ_1 и θ_2 , получаем, что

$$\begin{aligned}
\int d^4k &= \int_0^\infty k^3 dk \int_0^\pi d\theta_3 \sin^2 \theta_3 \int_0^\pi d\theta_2 \sin \theta_2 \int_0^{2\pi} d\theta_1 = \\
&= 4\pi \int_0^\infty k^3 dk \int_0^\pi d\theta_3 \sin^2 \theta_3 = [x = \cos \theta_3] = \\
&= 4\pi \int_0^\infty k^3 dk \int_{-1}^1 dx \sqrt{1-x^2}. \quad (41)
\end{aligned}$$

Поэтому вся зависимость от угловых переменных будет сосредоточена в интеграле

$$4\pi \int_{-1}^1 dx \frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2} = 2\pi \oint_C dx \frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2}, \quad (42)$$

Рис. 2

где контур C показан на рис. 2. Особыми точками подынтегрального выражения являются точки ветвления $x = \pm 1$, полюс $x = \infty$, а также полюс

$$x_0 = -\frac{k^2 + q^2}{2kq}. \quad (43)$$

Несложно видеть, что интеграл по контуру C оказывается равным интегралу по бесконечно большому контуру, проходимому в отрицательном направлении, за вычетом интеграла по малой окружности вокруг точки x_0 . Другими словами,

$$\begin{aligned} \oint dx \frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2} &= \\ &= 2\pi i \operatorname{res} \left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2}, x = \infty \right) - 2\pi i \operatorname{res} \left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2}, x = x_0 \right) = \\ &= 2\pi i \left(-\frac{i}{4kq} + \frac{i(k^2 + q^2)^2}{8k^3q^3} - \frac{i|k^2 - q^2|(k^2 + q^2)}{8k^3q^3} \right), \end{aligned} \quad (44)$$

откуда следует, что

$$\oint dx \frac{x\sqrt{1-x^2}}{k^2 + 2kqx + q^2} = \begin{cases} -\frac{\pi q}{2k^3}, & k \geq q, \\ -\frac{\pi k}{2q^3}, & q \geq k. \end{cases} \quad (45)$$

Поэтому после вычисления интеграла по угловым переменным получается, что

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} (I_1 - 2I_3) &= -16n\pi^4 \int_0^\infty dq \frac{q^{2n}\Lambda^{-2n}}{(1 + q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \times \\ &\times \left(\int_q^\infty dk \frac{q}{k^3(1 + k^{2n}\Lambda^{-2n})} + \int_0^q dk \frac{k}{q^3(1 + k^{2n}\Lambda^{-2n})} \right) = \\ &= -4n\pi^4 \int_0^\infty dx \frac{x^n}{(1 + x^n)^2} \int_0^{1/x} \frac{dy}{1 + y^{-n}} - 4n\pi^4 \int_0^\infty dx \frac{x^n}{(1 + x^n)^2} \int_0^{1/x} \frac{dy}{1 + y^n} = \\ &= -4n\pi^4 \int_0^\infty dx \frac{x^{n-1}}{(1 + x^n)^2} = -4\pi^4, \end{aligned} \quad (46)$$

откуда окончательно следует, что

$$I_3 = \frac{1}{2}I_0^2 + 2\pi^4 \ln \frac{\Lambda}{p} + O(1). \quad (47)$$

Для того чтобы вычислить интеграл I_4 , вначале заметим, что, как несложно убедиться при помощи стандартных методов,

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+q)^2} - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 + M^2)((k+q)^2 + M^2)} = \\ & = \frac{1}{16\pi^2} \ln \frac{M^2}{q^2} + \frac{1}{8\pi^2} \sqrt{1 + \frac{4M^2}{q^2}} \operatorname{arcth} \sqrt{\frac{q^2}{4M^2 + q^2}}. \end{aligned} \quad (48)$$

При этом важно напомнить, что $M = a\Lambda$, где a — некоторая постоянная.

Для вычисления расходящейся части оставшегося интеграла по $d^4 q$ рассмотрим вначале интеграл

$$I_f \equiv \int d^4 q \frac{1}{q^2(q+p)^2} f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = I_f\left(\frac{\Lambda}{p}\right), \quad (49)$$

где f — некоторая функция. Дифференцируя I_f по $\ln \Lambda$ и полагая затем $p = 0$, получаем, что

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{dI_f}{d\Lambda} \Big|_{p=0} &= \int d^4 q \frac{1}{q^4} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = - \int d^4 q \frac{1}{q^3} \frac{d}{dq} f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = \\ &= -2\pi^2 \int_0^\infty dq \frac{d}{dq} f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = 2\pi^2 (f(\infty) - f(0)). \end{aligned} \quad (50)$$

Поэтому, если существуют предельные значения $f(\infty)$ и $f(0)$, то

$$I_f = 2\pi^2 (f(\infty) - f(0)) \ln \frac{\Lambda}{p} + O(1). \quad (51)$$

Возьмем теперь в качестве функции f выражение

$$f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = \frac{1}{8\pi^2(1 + q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \sqrt{1 + \frac{4M^2}{q^2}} \operatorname{arcth} \sqrt{\frac{q^2}{4M^2 + q^2}}. \quad (52)$$

Тогда из формулы (51) получаем, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{8\pi^2} \int d^4 q \frac{1}{q^2(q+p)^2(1 + q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \times \\ & \times \sqrt{1 + \frac{4M^2}{q^2}} \operatorname{arcth} \sqrt{\frac{q^2}{4M^2 + q^2}} = \frac{1}{4} \ln \frac{\Lambda}{p} + O(1). \end{aligned} \quad (53)$$

Однако такая операция оказывается невозможной для функции

$$f\left(\frac{\Lambda}{q}\right) = \frac{1}{16\pi^2(1 + q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2}, \quad (54)$$

из-за того что значение $f(\infty)$ не существует. Тем не менее в качестве функции f можно выбрать функцию

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \left(\frac{1}{16\pi^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} \right) = \\ = \frac{4nq^{2n}\Lambda^{-2n}}{16\pi^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^3} \ln \frac{M^2}{q^2} + \frac{1}{8\pi^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2}, \end{aligned} \quad (55)$$

для которой

$$f(0) = 0, \quad f(\infty) = \frac{1}{8\pi^2}. \quad (56)$$

Тогда формула (51) приводит к равенству

$$\left(\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \right)^2 \frac{1}{16\pi^2} \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} = \frac{1}{4} \ln \frac{\Lambda}{p} + O(1), \quad (57)$$

из которого, в свою очередь, следует, что

$$\frac{1}{16\pi^2} \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} = \frac{1}{8} \ln^2 \frac{\Lambda}{p} + O\left(\ln \frac{\Lambda}{p}\right). \quad (58)$$

После этого можно перейти к вычислению логарифмической асимптотики. Для этого вычтем из интеграла (58) дважды логарифмические слагаемые и возьмем от полученного результата производную по $\ln \Lambda$. В результате с использованием перехода к четырехмерным сферическим координатам получается, что

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0} \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \left[\frac{1}{16\pi^2} \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} - \frac{1}{8} \ln^2 \frac{\Lambda}{p} \right] = \\ = \lim_{p \rightarrow 0} \left\{ -\frac{1}{16\pi^2} \int d^4q \frac{1}{q^2(q+p)^2} q \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} \right) - \frac{1}{4} \ln \frac{\Lambda}{p} \right\} = \\ = \lim_{p \rightarrow 0} \left\{ -\frac{1}{8} \int_0^p dq \frac{q^2}{p^2} \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \int_p^\infty dq \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{(1+q^{2n}\Lambda^{-2n})^2} \ln \frac{M^2}{q^2} \right) - \frac{1}{4} \ln \frac{\Lambda}{p} \right\} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \ln \frac{M}{\Lambda}. \end{aligned} \quad (59)$$

Собирая вместе формулы (48), (53), (58) и (59), окончательный результат для расходящейся части интеграла I_4 можно записать в виде

$$I_4 = \frac{1}{8} \ln^2 \frac{\Lambda}{p} + \frac{1}{4} \ln \frac{\Lambda}{p} \left(\ln \frac{M}{\Lambda} + \frac{3}{2} \right) + O(1). \quad (60)$$

Наконец, интеграл I_0 вычисляется при помощи перехода к четырехмерным сферическим координатам полностью аналогично вычислению рассмотренных ранее интегралов,

$$\begin{aligned} I_0 = 2\pi^2 \int_0^p dq \frac{q}{p^2} \frac{1}{1+q^{2n}\Lambda^{-2n}} + 2\pi^2 \int_p^\infty dq \frac{1}{q} \frac{1}{1+q^{2n}\Lambda^{-2n}} = \\ = \pi^2 + o(1) + \frac{\pi^2}{n} \ln \frac{\Lambda^{2n} + p^{2n}}{p^{2n}} = 2\pi^2 \left(\ln \frac{\Lambda}{p} + \frac{1}{2} \right) + o(1). \end{aligned} \quad (61)$$

Благодарности. Авторы выражают глубокую благодарность П.И. Пронину и А.А. Славнову за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] *V. Novikov, M. Shifman, A. Vainshtein, V. Zakharov.* Phys. Lett. B. 1985. V. 166. P. 329.
- [2] *А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, М. А. Шифман.* ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1596; *M. Shifman, A. Vainshtein.* Nucl. Phys. B. 1986. V. 277. P. 456.
- [3] *W. Siegel.* Phys. Lett. B. 1979. V. 84. P. 193.
- [4] *G. 't Hooft.* Nucl. Phys. B. 1973. V. 61. P. 455.
- [5] *L. Avdeev, O. Tarasov.* Phys. Lett. B. 1982. V. 112. P. 356.
- [6] *I. Jack, D. R. T. Jones, C. North.* Nucl. Phys. B. 1996. V. 473. P. 308; hep-ph/9603386.
- [7] *I. Jack, D. R. T. Jones, C. North.* Phys. Lett. B. 1996. V. 386. P. 138.
- [8] *I. Jack, D. R. T. Jones.* Regularization of supersymmetric theories. hep-ph/9707278.
- [9] *I. Jack, D. R. T. Jones, C. G. North.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 486. P. 479.
- [10] *A. Slavnov.* Nucl. Phys. B. 1971. V. 31. P. 301.
- [11] *T. Bakeyev, A. Slavnov.* Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11. P. 1539.
- [12] *C. Martin, F. Ruiz Ruiz.* Nucl. Phys. B. 1995. V. 436. P. 645.
- [13] *M. Asorey, F. Falceto.* Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 5290.
- [14] *П. И. Пронин, К. В. Степаньянц.* ТМФ. 1998. Т. 114. С. 137; *A. A. Soloshenko, K. V. Stepanyantz.* Two-loop renormalization of $N = 1$ supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives. hep-th/0203118.
- [15] *P. Pronin, K. Stepanyantz.* Phys. Lett. B. 1997. V. 414. P. 117.
- [16] *А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц.* ТМФ. 2002. Т. 131. С. 135.
- [17] *N. Arkani-Hamed, H. Muraata.* JHEP. 2000. V. 0006. P. 030; hep-th/9707133.
- [18] *А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988.
- [19] *П. Уэст.* Введение в суперсимметрию и супергравитацию. М.: Мир, 1989.
- [20] *Дж. Коллинз.* Перенормировка. Новосибирск: ИО НФМИ, 2000.

Поступила в редакцию 21.II.2002 г.,
после доработки 28.V.2002 г.