Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Е. Палистрант, Сверхпроводимость и ферромагнетизм в неадиабатических системах с магнитной примесью. Выход за рамки теоремы Мигдала, *ТМФ*, 2003, том 135, номер 1, 137–158

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf177>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.156.22

26 апреля 2023 г., 13:56:43

© 2003 г.

М. Е. Палистрант*

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И ФЕРРОМАГНЕТИЗМ В НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С МАГНИТНОЙ ПРИМЕСЬЮ. ВЫХОД ЗА РАМКИ ТЕОРЕМЫ МИГДАЛА

Изучена возможность ферромагнитного упорядочения парамагнитной примеси в неадиабатических сверхпроводящих системах. Учитываются эффект “раздвижки” поверхности Ферми внутренним магнитным полем, обменное взаимодействие ионов примеси через электроны проводимости и спин-орбитальное взаимодействие немагнитной примеси. Задача решается в линейном по неадиабатичности приближении путем учета вершинных и пересекающихся диаграмм по электрон-фононному и электрон-примесному взаимодействию. Получены основные уравнения теории сверхпроводимости неадиабатических систем с ферромагнитным упорядочением спинов примеси, и выявлено влияние неадиабатичности на температуру сверхпроводящего перехода T_c и на критическую концентрацию примеси. Изучено также поведение температуры магнитного упорядочения T_K как функции от концентрации примеси c в сверхпроводящем состоянии неадиабатической системы. Построена фазовая диаграмма (T, c) , и показано, что эффекты неадиабатичности способствуют увеличению области сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма.

Ключевые слова: сверхпроводимость, ферромагнетизм, примесь, неадиабатичность.

1. ВВЕДЕНИЕ

За годы, прошедшие после открытия высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП), достигнуты значительные успехи как в экспериментальных, так и в теоретических исследованиях этого эффекта. Однако механизм возникновения ВТСП пока не выявлен. Следовательно, при теоретических исследованиях наряду с рассмотрением различных “экзотических” моделей остается актуальным подход, в основе которого лежит электрон-фононное взаимодействие. Это взаимодействие, в частности, определяет сверхпроводимость в фуллеренах [1], в соединениях MgB_2 ($T_c = 40$ K) [2], наблюдается также сильное влияние электрон-фононного взаимодействия на динамику электронов в оксидных керамиках [3].

*Институт прикладной физики, Кишинёв, Молдавия. E-mail: statphys@asm.md

Даже если этот механизм не является основным в некоторых материалах, несомненно, он играет значительную роль. В связи с этим по-прежнему важное значение имеют идеи и методы, изложенные в классических работах [4]–[11] для пространственно однородных систем и в работах [12]–[17] для пространственно неоднородных. Дальнейшее развитие теории сверхпроводимости на базе фононного механизма применительно к ВТСП-материалам кратко изложено, например, в монографии [18] и работе [19]. Важную роль в получении высоких температур сверхпроводящего перехода T_c играют сильная электрон-фононная связь [20], [21], агармонический характер колебаний ионов решетки [22], [23], наличие особенности Ван Хофа или плоских участков в электронном спектре [24], [25], перекрытие энергетических зон на поверхности Ферми [26], [27].

Наряду с этим имеется еще одна важная особенность оксидных керамик, фуллеренов и органических сверхпроводников: они являются неадиабатическими системами. В этих системах энергия Ферми (ε_F) и энергия Дебая (ω_D) являются величинами одного порядка. Это обстоятельство приводит к нарушению теоремы Мигдала [9], которая выполняется в обычных сверхпроводниках ($\varepsilon_F \gg \omega_D$), и к необходимости учета дополнительных многочастичных эффектов. Математически это соответствует учету так называемых *вершинных поправок*. Это обстоятельство толкает на пересмотр теории сверхпроводимости как для чистых систем, так и для систем с примесью замещения.

Проблеме учета неадиабатичности посвящено много исследований, развиты различные методы, анализ которых приведен, например, в работе [28]. В частности, показано, что правильную оценку неадиабатических поправок собственной энергии дает метод прямого вычисления (аналогичный применявшемуся Мигдалом). Этот метод был использован в работах [29], [30], где с использованием гамильтониана фреilihовского типа получены уравнения Элиашберга для неадиабатических систем. При этом в определении массовых операторов Σ_N и Σ_S учтены линейные по неадиабатичности члены (диаграммы с пересечением только двух линий электрон-фононного взаимодействия).

В диаграммном представлении при $T = T_c$ для этих величин получено

$$\Sigma_N^0(\vec{p}, \Omega) = \text{diagram 1} + \text{diagram 2}, \quad (1)$$

$$\Sigma_S^0(\vec{p}, \Omega) = \text{diagram 3} + \text{diagram 4} + \text{diagram 5} + \text{diagram 6}, \quad (2)$$

Здесь прямые линии со стрелками отвечают полной электронной функции Грина, волнистые – фононной. Эта схема соответствует разложению по параметру $\lambda\omega_D/\varepsilon_F$ и включает вклады первого порядка вне рамок теоремы Мигдала.

Вычисленные в работах [29], [30] вершинные и пересекающиеся функции содержат сложную зависимость от импульса обмена q и частоты ω . В частности, они положительны при малых q ($q \ll 2p_F$). При этом происходит существенная перенормировка константы связи λ в сторону ее увеличения, что, в свою очередь, приводит к повышению температуры сверхпроводящего перехода T_c . В результате оказывается возможным достижение значений T_c , характерных для ВТСП-материалов, при промежуточных зна-

чениях константы связи ($\lambda \sim 0.5\text{--}1.0$). Отметим, что в обычном уравнении Элиашберга такие значения T_c соответствуют очень сильной связи ($\lambda \sim 3$).

Малые же значения импульса обмена q , благоприятные для сверхпроводящего состояния, авторы работ [29], [30] связывают с наличием в системе сильных электронных корреляций, наличие которых приводит к слабому росту электрон-фоонного взаимодействия в области малых q и резкому убыванию его с ростом величины q [31], [32]. Из этих результатов следует, что факторы, нарушающие теорему Мигдала (малые плотности носителей заряда и сильные электронные корреляции), могут служить серьезной основой для возникновения ВТСП.

Поскольку эффекты неадиабатичности столь существенны, представляет несомненный теоретический и практический интерес изучение влияния неадиабатичности на сверхпроводящие свойства примесных систем.

В обычных сверхпроводниках парамагнитная примесь подавляет сверхпроводимость в результате распаривания куперовских пар из-за рассеяния электронов на магнитной примеси [15], [16]. При этом в области низких температур возможно сосуществование сверхпроводимости и ферромагнитного упорядочения спинов атомов примеси [17]. Это упорядочение происходит благодаря косвенному обменному взаимодействию ионов через электроны проводимости и вызывает появление пространственной плотности электронного спина, определяемой величиной парамагнитной восприимчивости, которая отлична от нуля у сверхпроводников даже при $T = 0$ за счет эффектов обменного рассеяния электронов на парамагнитной примеси. Эти эффекты, а также спин-орбитальное взаимодействие противостоят “раздвижке” поверхности Ферми внутренним полем и приводят к возникновению смешанной фазы (сверхпроводимость и ферромагнетизм).

Целью данной работы является исследование влияния эффектов неадиабатичности на зависимости температуры сверхпроводящего перехода T_c и температуры ферромагнитного упорядочения примеси T_K от концентрации хаотически распределенной магнитной примеси и, следовательно, на сосуществование сверхпроводимости и ферромагнетизма.

2. ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ И ФУНКЦИИ ГРИНА

Гамильтониан рассматриваемой системы представим в виде

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (3)$$

где H_0 — гамильтониан свободных электронов и фоонов, а H_1 и H_2 — гамильтонианы электрон-фоонного и электрон-примесного взаимодействия, соответственно. Имеем

$$H_1 = \sum_{\alpha} \int d\vec{x} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) \psi_{\alpha}(\vec{x}) \varphi(\vec{x}), \quad (4)$$

$$H_2 = \sum_{\alpha\beta} \int d\vec{x} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) V_{\alpha\beta}(\vec{x}) \psi_{\beta}(\vec{x}), \quad V_{\alpha\beta}(\vec{x}) = V_1(\vec{x}) \delta_{\alpha\beta} + V_2(\vec{x}) (\vec{S}\vec{\sigma})_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

$\psi_\alpha^+(\vec{x})$ и $\psi_\alpha(\vec{x})$ – операторы рождения и уничтожения электрона со спином α в точке $\vec{x}$, $\varphi(\vec{x})$ – фононный оператор, $\vec{S}$ – классический спин примесного атома, $\vec{\sigma}$ – спин-матричный вектор, V_1 и V_2 – немагнитная и магнитная части потенциала рассеяния электронов на магнитной примеси.

Как известно, сверхпроводящая электрон-фононная система может быть описана температурными функциями Грина

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}(x, x') &= -\langle T\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x') \rangle, \\ F_{\alpha\beta}^+(x, x') &= -\langle T\psi_\alpha^+(x)\psi_\beta^+(x') \rangle, \\ F_{\alpha\beta}(x, x') &= -\langle T\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x') \rangle, \\ D(x, x') &= -\langle T\varphi(x)\varphi(x') \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

где $x = (\vec{x}, \tau)$, а $\psi_\alpha(x)$, $\varphi(x)$ – операторы в представлении Гайзенберга, $\langle \cdot \rangle$ – усреднение по состоянию системы взаимодействующих частиц.

Чтобы изучить сверхпроводящие свойства рассматриваемой системы, необходимо получить уравнения для функций Грина (6) с учетом электрон-фононного и электрон-примесного взаимодействий. С этой целью перейдем к представлению взаимодействия и запишем ряд теории возмущений для этих функций по взаимодействию $H_1 + H_2$, применяя методику, описанную в книге [33]. Выполним затем усреднение по положениям хаотически распределенной примеси и ориентациям спинов. При этом имеем

$$\begin{aligned} \overline{V_{\alpha_1\beta_1}(\vec{x}_1)V_{\alpha_2\beta_2}(\vec{x}_2)} &= \frac{c}{V} \sum_{\vec{q}} e^{-i\vec{q}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)} \{ V_1(\vec{q})V_1(-\vec{q})\delta_{\alpha_1\beta_1}\delta_{\alpha_2\beta_2} + \\ &+ \langle S_z \rangle [V_1(\vec{q})V_2(\vec{q})\delta_{\alpha_1\beta_1}\sigma_{\alpha_2\beta_2}^z + V_2(\vec{q})V_1(-\vec{q})\delta_{\alpha_2\beta_2}\sigma_{\alpha_1\beta_1}^z] + \\ &+ V_2(\vec{q})V_2(-\vec{q})[\langle S_x^2 \rangle \sigma_{\alpha_1\beta_1}^x \sigma_{\alpha_2\beta_2}^x + \langle S_y^2 \rangle \sigma_{\alpha_1\beta_1}^y \sigma_{\alpha_2\beta_2}^y + \\ &+ \langle S_z^2 \rangle \sigma_{\alpha_1\beta_1}^z \sigma_{\alpha_2\beta_2}^z] \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь и ниже черта сверху означает усреднение по хаотически распределенной примеси и ориентациям спинов, c – концентрация примеси, $V_1(\vec{q})$ и $V_2(\vec{q})$ – фурье-компоненты потенциалов примесного рассеяния электронов.

В полученном ряде теории возмущений учитываем все диаграммы, характерные для примесных адиабатических систем, и дополнительные диаграммы, содержащие пересечения линий электрон-фононного и электрон-примесного взаимодействий. Эти дополнительные диаграммы и определяют вклад от неадиабатичности. Формула (7) содержит возможность ферромагнитного упорядочения ($\langle S_z \rangle \neq 0$) спинов примеси. После суммирования вышеуказанного ряда теории возмущений по электронным спиновым переменным получаем систему уравнений для функций Грина. В $(\vec{k}, \Omega)$ -представлении эта система имеет вид

$$\begin{aligned} \overline{G}(\vec{k}, \Omega) &= G^0(\vec{k}, \Omega) + G^0(\vec{k}, \Omega)\Sigma'_{\alpha\alpha}{}^N(\vec{k}, \Omega)\overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{k}, \Omega) - \\ &- G^0(\vec{k}, \Omega)\Sigma_{\alpha-\alpha}^S(\vec{k}, \Omega)\overline{F}_{-\alpha\alpha}^+(\vec{k}, \Omega), \\ \overline{F}_{-\alpha\alpha}^+(\vec{k}, \Omega) &= G^0(-\vec{k}, -\Omega)\Sigma'_{-\alpha-\alpha}{}^N(-\vec{k}, -\Omega)\overline{F}_{-\alpha\alpha}^+(\vec{k}, \Omega) + \\ &+ G_0(-\vec{k}, -\Omega)\Sigma_{-\alpha\alpha}^{S+}(\vec{k}, \Omega)\overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{k}, \Omega), \end{aligned} \quad (8)$$

где $\alpha = \uparrow, \downarrow$, $\Sigma'_{\alpha\alpha}{}^N(\vec{k}, \Omega) = I\sigma_{\alpha\alpha}^z + \Sigma_{\alpha\alpha}^N(\vec{k}, \Omega)$, $I = cV_2(0)\langle S_z \rangle$ – внутреннее поле. Массовые операторы $\Sigma_{\alpha\alpha}^N(\vec{k}, \Omega)$ и $\Sigma_{\alpha-\alpha}^S(\vec{k}, \Omega)$ включают в себя все порядки теории возмущений адиабатической теории и первый порядок по неадиабатичности.

На языке диаграмм имеем

$$\Sigma_{\alpha\alpha}^N(\vec{k}, \Omega) = \Sigma_{\alpha\alpha}^{0N}(\vec{k}, \Omega) + \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3}, \quad (9)$$

$$\Sigma_{\alpha-\alpha}^S(\vec{k}, \Omega) = \text{diagram 4} + \text{diagram 5} + \text{diagram 6} + \text{diagram 7} + \text{diagram 8} + \text{diagram 9} + \text{diagram 10}. \quad (10)$$

где Σ_N^0 и Σ_S^0 определяются диаграммами (1) и (2), соответственно. Прямые линии со стрелками соответствуют полным функциям Грина, нормальным ($\rightarrow$) и аномальным ($\leftrightarrow$), усредненным по положениям атомов примеси и ориентациям их спинов, волнистые – фононной функции Грина, а штриховые – электрон-примесному взаимодействию.

Отметим, что диаграммы (9) и (10) определяют вклад в массовые операторы при $T \sim T_c$. Если рассматривать всю температурную область $0 < T < T_c$, то указанные выше выражения, вообще говоря, должны быть дополнены соответствующими диаграммами, содержащими по две аномальные функции Грина. В приближении слабой связи ($\Delta/\omega_0 \ll 1$) вклад этих диаграмм пренебрежимо мал, что позволяет считать выражения (9) и (10) справедливыми во всем температурном интервале, где существует сверхпроводимость.

Выберем для простоты эйнштейновский спектр и представим фононную функцию Грина в виде

$$D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) = -|g_{\vec{p}\vec{p}_1}|^2 \frac{\omega_0}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} = |g_{\vec{p}\vec{p}_1}|^2 D(\Omega, \Omega_1), \quad (11)$$

где $g_{\vec{p}\vec{p}_1}$ – константа электрон-фононного взаимодействия, ω_0 – максимальная фононная частота.

Исследование влияния сильных электронных корреляций на электрон-фононное или электрон-примесное взаимодействие [31], [32] показывает, что с ростом обменного импульса q эти взаимодействия слабо растут, а затем резко убывают. Эти результаты позволяют приблизительно представить вышеуказанные величины в виде

$$|g_{\vec{p}\vec{p}_1}|^2 = \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 g^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|), \quad (12)$$

$$V_i(\vec{p} - \vec{p}_1)V_j(\vec{p}_1 - \vec{p}) = V_i V_j \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|), \quad i, j = 1, 2, \quad (13)$$

где q_c и q_{c1} - импульсы обрезания электрон-фононного и электрон-примесного взаимодействий, соответственно. Множитель $(2k_F/q_c)^2$ вводится, чтобы в результате усреднения выражения (12) по поверхности Ферми получить g^2 и, следовательно, в этой модели константа $\lambda = N_0 g^2$ не зависит от q_c в согласии с результатами работы [31]. Такая же ситуация имеет место для примесного потенциала (13).

Используя соотношения (12) и (13), введем определения вершинных и пересекающихся функций:

$$\begin{aligned} P_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= -\frac{1}{\beta V N_0} \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) D(\Omega, \Omega_2) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega), \\ P_c^{\alpha-\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &\approx -\frac{1}{\beta V N_0} \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) D(\Omega, \Omega_2) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}_{-\alpha-\alpha}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, \Omega_2 - \Omega_1 - \Omega), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} R_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &\approx \frac{1}{N_0 V} \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2} W_+^{\alpha} \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2, \Omega) \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1), \\ R_c^{\alpha-\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &\approx \frac{1}{N_0 V} \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2} W_- \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2, \Omega_1) \overline{G}_{-\alpha-\alpha}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} K_V^{-\alpha-\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= \frac{1}{N_0 V} \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2} U \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{-\alpha-\alpha}(\vec{p}_2, \Omega) \overline{G}_{-\alpha-\alpha}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1), \\ K_c^{\alpha\alpha}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &\approx \frac{1}{N_0 V} \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \sum_{\vec{p}_2} U \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2, \Omega_1) \overline{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} W_+^{\alpha} &= \Gamma_1 + 2\Gamma_{12}\sigma_{\alpha\alpha}^z + \Gamma_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle, \\ W_- &= \Gamma_1 - \Gamma_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle, \quad U = \Gamma_{\text{ex}}\langle S_x^2 \rangle + \Gamma_{\text{ex}}\langle S_y^2 \rangle, \quad \Gamma_1 = N_0 c V_1^2 \pi, \\ \Gamma_{\text{ex}} &= \pi c N_0 V_2^2, \quad \Gamma_{12} = \pi V_1 V_2 \langle S_z \rangle c N_0. \end{aligned} \quad (17)$$

Величины P_V и P_c появляются вследствие учета соответственно вершинных и пересекающихся диаграмм по электрон-фононному взаимодействию, все остальные связаны с пересечением линий электрон-фононных с электрон-примесным взаимодействием. При этом в пересекающихся диаграммах, где смешивается суммирование по $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$, ограничиваемся приближением [30] $D(\vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega_1 - \Omega_2) \rightarrow D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2)$, $W_{\pm}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \rightarrow$

$W_{\pm}(\vec{p} - \vec{p}_1)$. На основании формул (9), (10) и (1), (2), а также определений (14)–(16) имеем

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha\alpha}^N(\vec{p}, \Omega) = & \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_N^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) \bar{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_+^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) \bar{G}_{\alpha\alpha}(\vec{p}_1, \Omega) + \\ & + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{U}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) \bar{G}_{-\alpha-\alpha}(\vec{p}_1, \Omega), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha-\alpha}^S(\vec{p}, \Omega) = & \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_S^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) \bar{F}_{\alpha-\alpha}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ & + \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_{S1}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) \bar{F}_{-\alpha\alpha}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ & + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_-^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) \bar{F}_{\alpha-\alpha}(\vec{p}_1, \Omega) + \\ & + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{U}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) \bar{F}_{-\alpha\alpha}(\vec{p}_1, \Omega), \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{V}_N^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) = & -g^2 D(\Omega, \Omega_1) \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \times \\ & \times \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 [1 + \lambda P_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1)], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_S^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) = & -g^2 D(\Omega, \Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \times \\ & \times [1 + \lambda P_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + \lambda P_V^{-\alpha-\alpha}(-\vec{p}, -\vec{p}_1, -\Omega, -\Omega_1) + \\ & + \lambda P_c^{\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1)] - \\ & - \lambda D(\Omega, \Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) [R_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + \\ & + R_V^{-\alpha-\alpha}(-\vec{p}, -\vec{p}_1, -\Omega, -\Omega_1) + \\ & + R_c^{\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + R_c^{\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + \\ & + K_V^{-\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + K_V^{\alpha\alpha}(-\vec{p}, -\vec{p}_1, -\Omega, -\Omega_1)], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{S1}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) = & -g^2 \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) D(\Omega, \Omega_1) \times \\ & \times [K_c^{\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) + K_c^{-\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1)], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\pm}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) = & W_{\pm} [1 + \lambda P_V^{\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega) + \lambda P_V^{-\alpha-\alpha}(-\vec{p}, -\vec{p}_1, -\Omega, -\Omega)] \times \\ & \times \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}^{\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega) = & U [1 + \lambda P_V^{\alpha-\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega) + \lambda P_V^{-\alpha\alpha}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega)] \times \\ & \times \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|). \end{aligned} \quad (24)$$

Выражения (18) и (19) существенно усложняются по сравнению со случаем адиабатических систем за счет перенормировки электрон-фоонного и электрон-примесного взаимодействий. Наряду с этим из-за спинного упорядочения примеси ($\langle S_z \rangle \neq 0$) происходит “расщепление” примесных вкладов (в (18) возникают два примесных члена, а в (19) – три), которые в парамагнитном пределе ($\langle S_z \rangle = 0$) из-за равенств $\bar{G}_{\alpha\alpha} = \bar{G}_{-\alpha-\alpha}$ и $\bar{F}_{\alpha-\alpha} = -\bar{F}_{-\alpha\alpha}$ складываются, приводя к известному результату [34].

На основании формул (18) и (19) можно получить известные результаты для чистой неадиабатической системы [30], полагая $c = 0$, а также для неадиабатической системы с неупорядоченным магнитным спином (парамагнитная фаза $\langle S_z \rangle = 0$) [34]. Полагая же все вершинные поправки равными нулю, приходим к адиабатической теории сверхпроводимости в ферромагнитных сплавах [17], [35].

После усреднения по поверхности Ферми выражений (18) и (19) (для случая $\alpha = \uparrow$) получаем

$$\begin{aligned} \Sigma_{\uparrow\downarrow}^N(\Omega) &= \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} V_N^\dagger(\Omega, \Omega_1) \bar{G}_{\uparrow\uparrow}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ &+ \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_+^\dagger(\Omega) \bar{G}_{\uparrow\uparrow}(\vec{p}_1, \Omega) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{U}^\dagger(\Omega) \bar{G}_{\downarrow\downarrow}(\vec{p}_1, \Omega), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{\uparrow\downarrow}^S(\Omega) &= \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_S^\dagger(\Omega, \Omega_1) F_{\uparrow\downarrow}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{V}_{S1}^\dagger(\Omega, \Omega_1) F_{\downarrow\uparrow}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ &+ \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_-^\dagger(\Omega) F_{\uparrow\downarrow}(\vec{p}_1, \Omega) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{U}^\dagger(\Omega) F_{\downarrow\uparrow}(\vec{p}_1, \Omega). \end{aligned} \quad (26)$$

Коэффициенты при функциях Грина в этих выражениях представляют собой выражения (20)–(24), усредненные по поверхности Ферми.

Введем определения

$$\Sigma_{\uparrow\uparrow}^N(\Omega) = \Sigma_+^{N(1)}(\Omega) + \Sigma_+^{N(2)}(\Omega), \quad \Sigma_{\downarrow\downarrow}^N(\Omega) = \Sigma_-^{N(1)}(\Omega) + \Sigma_-^{N(2)}(\Omega), \quad (27)$$

где

$$\Sigma_+^{N(1)}(\Omega) = \Sigma_-^{N(1)}(-\Omega), \quad \Sigma_+^{N(2)}(\Omega) = -\Sigma_-^{N(2)}(-\Omega),$$

а также

$$\Sigma_{\uparrow\downarrow}^S(\Omega) = \tilde{\Sigma}_{1+}(\Omega) + i\tilde{\Sigma}_{2+}(\Omega), \quad \Sigma_{\downarrow\uparrow}^S(\Omega) = \tilde{\Sigma}_{1-}(\Omega) + i\tilde{\Sigma}_{2-}(\Omega). \quad (28)$$

С использованием этих определений решения системы уравнений для функций Грина (8) приводятся к виду

$$\begin{aligned} \bar{G}_{\uparrow\uparrow}(\vec{p}, \Omega) &= -\frac{i\tilde{\Omega}_+ + \tilde{\varepsilon}_{p+}}{D_+}, \quad \bar{F}_{\uparrow\downarrow}(\vec{p}, \Omega) = \frac{\tilde{\Sigma}_{1+} + i\tilde{\Sigma}_{2+}}{D_+}, \\ \bar{G}_{\downarrow\downarrow}(\vec{p}, \Omega) &= -\frac{i\tilde{\Omega}_- + \tilde{\varepsilon}_{p-}}{D_-}, \quad \bar{F}_{\downarrow\uparrow}(\vec{p}, \Omega) = -\frac{\tilde{\Sigma}_{1-} + i\tilde{\Sigma}_{2-}}{D_-}, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned}
D_{\pm} &= \tilde{\Omega}_{\pm}^2 + \tilde{\varepsilon}_{p\pm}^2 + \tilde{\Sigma}_{1\pm}^2 + \tilde{\Sigma}_{2\pm}^2, \\
\tilde{\Omega}_{\pm} &= \Omega \pm iI + i\Sigma_{N\pm}^{(2)}(\Omega) = Z_{\pm}\Omega \pm iI + (\bar{\Gamma}_1 + \bar{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle) \frac{\tilde{\Omega}_{\pm} S_{\pm}}{\sqrt{D_{\pm}}} \varphi_{\pm} + \\
&+ \bar{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle) \frac{\tilde{\Omega}_{\mp} S_{\mp}}{\sqrt{D_{\mp}}} \varphi_{\mp}, \\
\tilde{\varepsilon}_{p\pm} &= \varepsilon_p + \Sigma_{N\pm}^{(1)}(\Omega) = \varepsilon_p \mp i\langle S_z \rangle \bar{\Gamma}_{12} \frac{\tilde{\Omega}_{\pm} S_{\pm}}{\sqrt{D_{\pm}}} \varphi_{\pm}, \\
\tilde{\Sigma}_{1\pm} &= \Sigma_2 + (\bar{\Gamma}_1 - \bar{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle) \frac{\tilde{\Sigma}_{1\pm} S_{\pm}}{\sqrt{D_{\pm}}} \varphi_{\pm} - \bar{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle) \frac{\tilde{\Sigma}_{1\mp} S_{\mp}}{\sqrt{D_{\mp}}} \varphi_{\mp}, \\
\tilde{\Sigma}_{2\pm} &= \Sigma_2 + (\bar{\Gamma}_1 - \bar{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle) \frac{\tilde{\Sigma}_{2\pm} S_{\pm}}{\sqrt{D_{\pm}}} \varphi_{\pm} - \bar{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle) \frac{\tilde{\Sigma}_{2\mp} S_{\mp}}{\sqrt{D_{\mp}}} \varphi_{\mp},
\end{aligned} \tag{30}$$

здесь

$$\begin{aligned}
Z_{\pm} &= 1 + \frac{1}{\Omega} \frac{\pi}{\beta} \sum_{\Omega_1} V_N(\Omega, \Omega_1) \frac{\tilde{\Omega}_{1\pm} S_{\pm}}{\sqrt{D_{\pm}}} \varphi_{\pm}, \\
\bar{\Gamma}_i &= \Gamma_i [1 + \lambda P_V^{++}(Q_c, \Omega, \Omega) + \lambda P_V^{--}(Q_c, -\Omega, -\Omega)], \\
\bar{\Gamma}_{12} &= \Gamma_{12} [1 + \lambda P_V^{+-}(Q_c, \Omega, \Omega) + \lambda P_V^{-+}(Q_c, -\Omega, -\Omega)], \\
S_{\pm} &= \text{sgn}(\text{Re} \sqrt{D_{\pm}}), \quad \varphi_{\pm} = \frac{2}{\pi} \arctg \frac{ES_{\pm}}{2\sqrt{D_{\pm}}}.
\end{aligned} \tag{31}$$

3. ВЕРШИННЫЕ ФУНКЦИИ И ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА

Рассмотрим случай $T = T_c$. Как следует из выражений (18), (19), для определения величины T_c следует выполнить линейаризацию по массовому оператору Σ_S и вычислить все вершинные и пересекающиеся функции, которые содержат сложную зависимость от обменного импульса и частоты, как и в случае чистого вещества [30], а также дополнительные зависимости от внутреннего магнитного поля и концентрации примеси. Вычисление этих функций в общем виде из-за наличия угловых зависимостей является довольно непростой задачей. С целью получить аналитические выражения рассмотрим приближение слабой связи ($T_c/\omega_0 \ll 1$, $I/E \ll 1$, $I/\omega_0 \ll 1$), а также условия $\Gamma_1 \ll \omega_0$, $\Gamma_{\text{ex}} \ll \omega_0$, которые выполняются при небольших концентрациях примеси, при которых существует сверхпроводящее состояние. Используем метод прямого вычисления [9], [30] (см. приложение). При этом получаем

$$\begin{aligned}
P_{V,c}^{\uparrow\uparrow}(Q_c, \Omega, \Omega_1) &= \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \langle P_{V,c}^{\uparrow\uparrow}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \rangle_{\text{FS}} = \\
&= P_{V,c}^0(Q_c, \Omega, \Omega_1) + O\left(\frac{I}{\omega_0}\right) + O\left(\frac{\Gamma_1 \pm \Gamma}{\omega_0}\right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{V,c}^{\uparrow\uparrow}(Q_c, \Omega, \Omega_1) &= \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \langle R_{V,c}^{\uparrow\uparrow}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \rangle_{\text{FS}} \approx \\
&\approx O\left(\frac{I}{\omega_0}\right) + O\left(\frac{\Gamma_1 \pm \Gamma}{\omega_0}\right), \\
K_{V,c}^{\uparrow\uparrow}(Q_c, \Omega, \Omega_1) &\approx O\left(\frac{I}{\omega_0}\right) + O\left(\frac{\Gamma_1 \pm \Gamma}{\omega_0}\right),
\end{aligned} \tag{32}$$

$P_{V,c}^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)$ – соответственно вершинная и пересекающаяся функции для беспримесной электрон-фононной системы [30] (см. также приложение), $\Gamma = \Gamma_{\text{ex}} S(S+1)$, а индекс FS означает усреднение по поверхности Ферми. На основании этих результатов можно записать

$$\begin{aligned}
\bar{V}_N(\Omega, \Omega_1) &\approx -g^2 D(\Omega, \Omega_1) [1 + \lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)], \\
\bar{V}_S(\Omega, \Omega_1) &= -g^2 D(\Omega, \Omega_1) [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega_1) + \lambda P_c^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)], \\
\bar{W}_{\pm}^{\uparrow}(\Omega) &= W_{\pm} [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega)], \\
\bar{U}^{\uparrow}(\Omega) &= U [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega)].
\end{aligned} \tag{33}$$

Выполнив в уравнениях (18) и (19) после линеаризации интегрирование по энергии обычным способом $((1/V) \sum_{p_1} \dots \rightarrow N_0 \int_{-E/2}^{E/2} \dots d\varepsilon_{\vec{p}_1})$, где N_0 – плотность электронных состояний на поверхности Ферми, получаем самосогласованную систему уравнений для определения величины T_c :

$$\begin{aligned}
\Sigma_1(\Omega) + i\Sigma_2(\Omega) &= \frac{2\lambda}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega_1) + \\
&\quad + \lambda P_c^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)] \frac{\tilde{\Sigma}_{1+}(\Omega_1) + i\tilde{\Sigma}_{2+}(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_{1+}} \arctg \frac{E}{2\Omega_1 Z}, \\
\tilde{\Omega}_{\pm} &= Z\Omega \pm iI + (\tilde{\Gamma}_1 + \tilde{\Gamma}_{\text{ex}} S(S+1)), \\
\tilde{\Sigma}_{1\pm} &= \Sigma_1 + (\tilde{\Gamma}_1 - \tilde{\Gamma}_{\text{ex}} \langle S_z^2 \rangle) \frac{\Sigma_{1\pm}}{\tilde{\Omega}_{\pm}} - \tilde{\Gamma}_{\text{ex}} (\langle S_z^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle) \frac{\tilde{\Sigma}_{1\mp}}{\tilde{\Omega}_{\mp}},
\end{aligned} \tag{34}$$

где

$$\begin{aligned}
Z &= 1 + \frac{2\lambda}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} [1 + \lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)] \arctg \frac{E}{2\Omega}, \\
\tilde{\Gamma}_j &= \bar{\Gamma}_j \frac{2}{\pi} \arctg \frac{E}{2\Omega}, \quad \bar{\Gamma}_j = \Gamma_j [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega)], \quad j = 1, \text{ex.}
\end{aligned} \tag{35}$$

Заменив в последней формуле (34) индекс $1 \rightarrow 2$, получим систему уравнений для $\tilde{\Sigma}_{2\pm}$. Решение этой системы и системы уравнений (34) приводит к следующему результату:

$$\tilde{\Sigma}_{1+} + i\tilde{\Sigma}_{2+} = F(\Omega)(\Sigma_1 + i\Sigma_2), \tag{36}$$

где

$$F(\Omega) = \frac{\tilde{\Omega}_+ [\tilde{\Omega}_- - (\tilde{\Gamma}_1 + \tilde{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle - \langle S_z^2 \rangle))]}{\tilde{\Omega}_+ \tilde{\Omega}_- - (\tilde{\Gamma}_1 - \tilde{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle)(\tilde{\Omega}_+ + \tilde{\Omega}_-) + (\tilde{\Gamma}_1 + \tilde{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle)^2 - (\tilde{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle))^2}. \quad (37)$$

С использованием (36) уравнение для параметра порядка приобретает вид

$$\begin{aligned} \Sigma_1(\Omega) + i\Sigma_2(\Omega) &= \frac{2}{\beta} \lambda \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, \Omega, \Omega_1) + \lambda P_c^0(Q_c, \Omega, \Omega_1)] \times \\ &\times \frac{F(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_{1+}} [\Sigma_1(\Omega_1) + i\Sigma_2(\Omega_1)] \operatorname{arctg} \frac{E}{2Z\Omega_1}. \end{aligned} \quad (38)$$

В соответствии с приближением, принятым в [30], заменим величины P_V^0 и P_c^0 их значениями при $\Omega = 0$ и $\Omega_1 = \omega_0$, а также введем обозначения

$$\begin{aligned} \lambda_\Delta &= \lambda [1 + 2\lambda P_V^0(Q_c, 0, \omega_0) + \lambda P_c^0(Q_c, 0, \omega_0)], \\ \lambda_z &= \lambda [1 + \lambda P_V^0(Q_c, 0, \omega_0)]. \end{aligned} \quad (39)$$

В уравнении (38) выполним преобразования, которые используются в теории сверхпроводимости с электрон-фононным взаимодействием [11], [34]. Выполним замену

$$\frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \rightarrow \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2}.$$

Введем также обозначение

$$A = \frac{2\lambda_\Delta}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{F(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_{1+}} [\Sigma_1(\Omega_1) + i\Sigma_2(\Omega_1)] \operatorname{arctg} \frac{E}{2Z\Omega_1}. \quad (40)$$

В результате имеем

$$\Sigma_1(\Omega) + i\Sigma_2(\Omega) = \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} A. \quad (41)$$

Подставляя (41) в (40), получаем уравнение для определения температуры сверхпроводящего перехода

$$1 = \frac{2}{\beta_c} \lambda_\Delta \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{F(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_{1+}} \operatorname{arctg} \frac{E}{2Z\Omega_1}. \quad (42)$$

Это уравнение в приближении слабой связи ($T_c \ll \omega_0$) можно привести к виду

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \frac{2}{\beta_c} Z \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \left[\frac{F(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_{1+}} - \frac{1}{Z\Omega_1} \right] \operatorname{arctg} \frac{E}{2Z\Omega_1}, \quad (43)$$

где T_{c0} – температура сверхпроводящего перехода в чистой неадиабатической системе, определяемая выражением

$$T_{c0} = \frac{2\omega_0\gamma}{\sqrt{e}(1+m)\pi} \exp\left(\frac{1}{2} \frac{m}{m+1}\right) \exp\left(-\frac{Z}{\lambda_\Delta}\right). \quad (44)$$

При этом выполнив суммирование по Ω_1 в определении Z (35), получаем

$$Z = 1 + \lambda_z \frac{1}{1+m}, \quad m = \frac{2\omega_0}{E}. \quad (45)$$

Вычислив далее $F(\Omega_1)$ на основании (37) и (34) и подставив результат в (43), получаем

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \frac{2}{\beta} Z \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \left[\frac{Z\Omega_1 + \tilde{a} + \tilde{b} - iI}{(Z\Omega_1 + \tilde{a})^2 - \tilde{b}^2 + I^2} - \frac{1}{Z\Omega_1} \right] \operatorname{arctg} \frac{E}{2Z\Omega_1}, \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= \bar{a} \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\Omega Z}, \quad \tilde{b} = \bar{b} \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\Omega Z}, \\ \bar{a} &= 2\bar{\Gamma}_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle - 2\langle S_z^2 \rangle), \quad \bar{b} = -\Gamma_{\text{ex}}(\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle). \end{aligned} \quad (47)$$

Выполним в уравнении (46) ряд преобразований аналогично тому, как это было сделано в случае парамагнитной фазы [34]. В результате получаем

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\bar{b}}{\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \right] \Psi\left(\frac{1}{2} + \rho_+\right) - \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\bar{b}}{\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \right] \Psi\left(\frac{1}{2} + \rho_-\right), \quad (48)$$

где Ψ – пси-функция Эйлера,

$$\rho_{\pm} = \frac{1}{Z} \frac{\bar{a} + \sqrt{\bar{b}^2 - I^2}}{2\pi T_c}. \quad (49)$$

Это уравнение описывает температуру сверхпроводящего перехода в фазе ферромагнитного упорядочения спинов атомов примеси и учитывает как парамагнитный эффект внутреннего поля, так и влияние процессов рассеяния электронов на примеси. По виду оно совпадает с соответствующим уравнением адиабатической теории [17], [35]. При этом происходит существенное переопределение величин T_{c0} и $\rho_{\pm}$. Величина T_{c0} возрастает благодаря эффектам неадиабатичности и может достигать значений, присущих ВТСП-материалам при промежуточных значениях константы связи λ [30], а параметры рассеяния $\bar{a}$ и $|\bar{b}|$ уменьшаются по сравнению со случаем адиабатических систем. В предельном случае $I = 0$ (парамагнитная фаза) [34] решение уравнения (48) показывает замедленное убывание величины T_c с ростом концентрации примеси по сравнению со случаем обычных сверхпроводников и существенно зависит от параметра Мигдала $m = 2\omega_0/E$.

Очень важную роль в сосуществовании сверхпроводимости и ферромагнетизма в системе с тяжелыми компонентами играет спин-орбитальное взаимодействие [17]. Это взаимодействие способствует переворачиванию спинов электронов и смешиванию электронных состояний с противоположными спинами, ослабляя эффект “раздвижки” поверхности Ферми. Учет этого взаимодействия в неадиабатических системах приводит к переопределению величин $\bar{a}$ и $\bar{b}$. В этом случае имеем

$$\bar{a} = \frac{2}{3}\bar{\Gamma}_{\text{so}} + \bar{\Gamma}_{\text{ex}}S(S+1) + \bar{\Gamma}_{\text{ex}}\langle S_z^2 \rangle, \quad \bar{b} = \frac{2}{3}\bar{\Gamma}_{\text{so}} - (\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle), \quad (50)$$

где $\bar{\Gamma}_{\text{so}}$ – затухание, связанное со спин-орбитальным рассеянием,

$$\bar{\Gamma}_{\text{so}} = \Gamma_{\text{so}} [1 + 2\lambda P_V(Q_c, 0, 0)], \quad \Gamma_{\text{so}} = \pi N_0 c_{\text{so}} V_{\text{so}}^2,$$

c_{so} – концентрация немагнитной примеси, V_{so} – потенциал примесного рассеяния. Нетрудно видеть (см. (48), (50)), что при $I = 0$ (парамагнитная фаза) спин-орбитальное взаимодействие не влияет на величину T_c , а оказывает существенное влияние только в ферромагнитной фазе ($I \neq 0$).

4. КРИТИЧЕСКАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ ПРИМЕСИ И ЗНАЧЕНИЯ T_c ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ ФЕРРОМАГНИТНОГО УПОРЯДОЧЕНИЯ

Согласно (48) для величины T_c при малых и больших концентрациях примеси имеем соответственно

$$\begin{aligned} \frac{T_c}{T_{c0}} &= 1 - \frac{\pi^2}{4} \left[1 - \frac{\bar{b}}{\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \right] \rho_+ - \frac{\pi^2}{4} \left[1 + \frac{\bar{b}}{\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \right] \rho_-, \quad \rho_{\pm} \ll 1; \\ T_c^2 &= \frac{6}{\pi^2} \frac{(\bar{a}^2 - \bar{b}^2 + I^2)^2}{(\bar{a} + \bar{b})^2 - I^2} \times \\ &\times \left[\ln \left(\frac{\pi T_{c0}}{2\gamma} \frac{1}{\sqrt{\bar{a}^2 - \bar{b}^2 + I^2}} \right) + \frac{\bar{b}}{2\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \ln \frac{\bar{a} + \sqrt{\bar{b}^2 - I^2}}{\bar{a} - \sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \right], \quad \rho_{\pm} \gg 1. \end{aligned} \quad (51)$$

Полагая во второй формуле (51) $T_c = 0$, получаем выражение для критической концентрации примеси

$$\ln \frac{\Gamma_{\text{cr}}}{\Gamma_{\text{cr}}^p} = \ln \frac{2\bar{\Gamma}}{\sqrt{\bar{a}^2 - \bar{b}^2 + I^2}} + \frac{\bar{b}}{2\sqrt{\bar{b}^2 - I^2}} \ln \frac{\bar{a} + \sqrt{\bar{b}^2 - I^2}}{\bar{a} - \sqrt{\bar{b}^2 - I^2}}, \quad (52)$$

где $\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}_{\text{ex}} S(S+1)$, Γ_{cr}^p – критическая концентрация примеси в парамагнитной фазе, определяемая соотношением

$$\Gamma_{\text{cr}}^p = \frac{\pi T_{c0}}{4\gamma f_c}, \quad f_c = f_c(m) = \frac{1}{Z} \left[1 - 2\lambda \frac{m}{1+m} \right]. \quad (53)$$

Последняя формула демонстрирует существенное увеличение критической концентрации примеси в неадиабатических системах при $I = 0$ по сравнению со случаем обычных сверхпроводников благодаря большим значениям T_{c0} и $f_c(m) < 1$. Температура сверхпроводящего перехода T_c в ферромагнитной фазе определяется уравнением (48) или (51), а критическая концентрация примеси – соотношением (52). Однако получение явной зависимости T_c от концентрации примеси – очень сложная задача, поскольку необходимо знать температурную зависимость величин $\langle S_z \rangle$ и $\langle S_z^2 \rangle$. Для получения качественной картины поведения величины T_c в ферромагнитной фазе исследуем поведение этой величины вблизи температуры магнитного упорядочения T_K , определим наклон

кривой $T_c(\Gamma)$ и значения критических концентраций примеси в двух предельных случаях $\Gamma_{so}/\Gamma \gg 1$ и $\Gamma_{so}/\Gamma \ll 1$. Для выполнения этой программы используем методику, применяемую при исследовании адиабатических систем [35], [36]. Исходим из факта, что с ростом концентрации примеси величина T_c убывает, а температура Кюри T_K растет [17], [35]. Через T^* обозначим точку пересечения этих двух величин, а через c^* — соответствующую концентрацию примеси. На основании определения T_K в нормальном состоянии и уравнения для T_c в парамагнитной фазе получаем

$$T_K = \frac{2}{3}c^*S(S+1)V_2^2N_0, \quad (54)$$

$$\ln \frac{T^*}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\bar{\Gamma}^*}{\pi T^* Z}\right) = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}f_c\right).$$

При $m = 0$, $f_c = 1$, $T_{c0} = T_{c0}^0$ последняя из формул (54) переходит в соответствующее выражение адиабатической теории [17] для случая изотропного рассеяния примеси. Так как в нашем случае $m \neq 0$, $f_c(m) < 1$ и $T_{c0}^0 < T_{c0}$, то значение T^* значительно превышает аналогичное значение в адиабатической теории. Исследуем поведение T_c вблизи значения $c = c^*$. С этой целью выполним разложение в уравнении (48) по величине I^2 . В результате получим

$$\begin{aligned} \ln \frac{T_c}{T_{c0}} = & \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\bar{\Gamma}}{\pi T_c Z}\right) - \frac{3I^2}{8(\bar{\Gamma}_{so} - \bar{\Gamma})} \times \\ & \times \left\{ \frac{3}{2(\bar{\Gamma}_{so} - \bar{\Gamma})} \left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\bar{\Gamma}}{\pi T_c Z}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\bar{\Gamma}_{so} + \frac{1}{3}\bar{\Gamma}\right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{Z\pi T_c} \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{\bar{\Gamma}}{\pi T_c Z}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (55)$$

Разлагая далее это выражение по величинам $(T_c - T^*)/T^*$ и $(\Gamma - \Gamma^*)/\Gamma^*$ с учетом условия $I(c^*T^*) = 0$, получаем

$$\frac{T_c - T^*}{T^*} = \frac{Y}{Y-1} \frac{\bar{\Gamma} - \bar{\Gamma}^*}{\bar{\Gamma}^*} = \frac{Y}{Y-1} \frac{\Gamma - \Gamma^*}{\Gamma^*}, \quad (56)$$

где

$$\begin{aligned} Y = & \frac{3f_c}{2} \Psi'\left(\frac{1+3f_c}{2}\right) - \frac{15}{2f_c} \frac{1}{(S+1)^2 + S^2} \left(\frac{1}{2\pi N_0 V_2}\right)^2 \times \\ & \times \left(1 - \frac{\bar{\Gamma}_{so}}{\bar{\Gamma}^*}\right)^{-1} \left\{ \Psi'\left(\frac{1+3f_c}{2}\right) + \frac{1}{f_c} \left(1 - \frac{\bar{\Gamma}_{so}}{\bar{\Gamma}^*}\right)^{-1} \times \right. \\ & \left. \times \left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{f_c}{2} \left(1 + \frac{2\bar{\Gamma}_{so}}{\bar{\Gamma}^*}\right)\right) - \Psi\left(\frac{1+3f_c}{2}\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (57)$$

Значение величины T_c в ферромагнитной фазе вблизи c^* зависит от параметров Γ_{so}/Γ , V_2 , N_0 и $f_c(m)$. Эффекты неадиабатичности в этих формулах проявляются в

величине $f_c(m) < 1$ при отличном от нуля значении параметра Мигдала ($m \neq 0$). При $m = 0$, $f_c(m) = 1$ имеем результаты адиабатической теории для случая изотропного рассеяния примеси.

Рассмотрим два предельных случая: сильное спин-орбитальное взаимодействие ($\Gamma_{so}/\Gamma \gg 1$) и слабое спин-орбитальное взаимодействие ($\Gamma_{so}/\Gamma \ll 1$). В этих двух предельных случаях получаем соответственно

$$Y = \left\{ \frac{3f_c}{2} + \frac{15S(S+1)}{2f_c[(S+1)^2 + S^2]} \left(\frac{1}{2\pi N_0 V_2} \right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_{so}} \right\} \Psi' \left(\frac{1+3f_c}{2} \right), \quad (58)$$

$$Y = \frac{3f_c}{2} \Psi' \left(\frac{1+3f_c}{2} \right) - \frac{15}{2f_c} \frac{1}{(S+1)^2 + S^2} \left(\frac{1}{2\pi N_0 V_2} \right)^2 \times \\ \times \left\{ \Psi' \left(\frac{1+3f_c}{2} \right) + \frac{1}{f_c} \left[\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{f_c}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{3f_c}{2} \right) \right] \right\}. \quad (59)$$

Из выражения (52) можно получить значение для критических концентраций примеси в ферромагнитной фазе в двух предельных случаях: $\bar{\Gamma}_{so} \ll \bar{\Gamma}$ и $\bar{\Gamma}_{so} \gg \bar{\Gamma}$. В первом случае с точностью до членов, линейных по Γ_{so}/Γ_{cr} , имеем

$$\ln \frac{\Gamma_{cr}}{\Gamma_{cr}^p} = \ln \frac{S+1}{\sqrt{S(S+1)+1/\kappa^2}} - \frac{1}{4\sqrt{1/4-1/\kappa^2}} \ln \frac{S+1/2+\sqrt{1/4-1/\kappa^2}}{S+1/2-\sqrt{1/4-1/\kappa^2}} - \\ - \frac{\Gamma_{so}}{3\Gamma_{cr}} \left\{ \frac{S+1}{S(S+1)+1/\kappa^2} + \frac{1}{2\kappa^2 S \zeta^{3/2}} \ln \frac{S+1/2+\zeta}{S+1/2-\zeta} - \right. \\ \left. - \frac{1}{4S\zeta} \left[\frac{1/2+\zeta}{S+1/2-\zeta} + \frac{1/2-\zeta}{S+1/2+\zeta} \right] \right\}, \quad (60)$$

где

$$\kappa = 2\pi N_0 V_2 f_c(m) Z, \quad \zeta = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\kappa^2}}. \quad (61)$$

В соответствии с (61) параметр взаимодействия κ уменьшается благодаря эффектам неадиабатичности, поскольку при $m \neq 0$ $f_c(m) < 1$. При $\kappa \ll 1$ выражение (60) можно привести к виду

$$\ln \frac{\Gamma_{cr}}{\Gamma_{cr}^p} \approx \ln \frac{S+1}{\sqrt{S(S+1)+1/\kappa^2}} - \frac{\kappa}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{\kappa(S+1/2)} - \\ - \frac{\Gamma_{so}}{3\Gamma_{cr}} \left\{ \frac{S+1}{S(S+1)+1/\kappa^2} - \kappa \operatorname{arctg} \frac{1}{\kappa(S+1/2)} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa^2}{4S} \frac{S+1/2-2/\kappa^2}{(S+1/2)^2+1/\kappa^2} \right\}. \quad (62)$$

В случае больших значений спин-орбитального взаимодействия $\bar{\Gamma}_{so} \gg \bar{\Gamma}$ из формулы (52) получаем

$$\ln \frac{\Gamma_{cr}}{\Gamma_{cr}^p} \approx -\frac{3\bar{\Gamma}_{cr}}{2\bar{\Gamma}_{so}\kappa^2(S+1)^2} \left[1 + \frac{\bar{\Gamma}_{cr}}{2\bar{\Gamma}_{so}/3} \ln \frac{\bar{\Gamma}_{cr}}{2\bar{\Gamma}_{so}/3} \right]. \quad (63)$$

Имеем $\Gamma_{cr} < \Gamma_{cr}^p$, а с ростом Γ_{so} критическая концентрация Γ_{cr} совпадает с критической концентрацией в парамагнитной фазе.

5. ТЕМПЕРАТУРА ФЕРРОМАГНИТНОГО УПОРЯДОЧЕНИЯ

Вычислим спиновую плотность электрона $\langle \sigma_z \rangle$, определяемую соотношением:

$$\langle \sigma_z \rangle = \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}, \Omega} [\bar{G}_{\uparrow\uparrow}(\vec{p}, \Omega) - \bar{G}_{\downarrow\downarrow}(\vec{p}, \Omega)], \quad (64)$$

где $\bar{G}$ – полная функция Грина, усредненная по положениям хаотически распределенной примеси и ориентациям спинов (29). В приближении слабой связи ($\Sigma_{1\pm}/E \ll 1$, $\Sigma_{2\pm}/E \ll 1$) и небольших концентраций примеси ($\Gamma_{\text{ex}}/E \ll 1$) после интегрирования по энергии для величины $\langle \sigma_z \rangle$ получаем

$$\begin{aligned} \langle \sigma_z \rangle - \langle \sigma_z \rangle_n &= -N_0 i \pi \sum_{\Omega} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + U_{1+}^{-2} + U_{2+}^{-2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + U_{1-}^{-2} + U_{2-}^{-2}}} \right] \varphi(\Omega), \\ \langle \sigma_z \rangle_n &= -\frac{2N_0 I}{Z}, \quad U_{1\pm} = \frac{\tilde{\Sigma}_{1\pm}}{\tilde{\Omega}_{\pm}}, \quad U_{2\pm} = \frac{\tilde{\Sigma}_{2\pm}}{\tilde{\Omega}_{\pm}}, \quad \varphi(\Omega) = \frac{2}{\pi} \arctg \frac{E}{2Z\Omega}. \end{aligned} \quad (65)$$

На основании соотношений (30) для величин $U_{1\pm}$ и $U_{2\pm}$ нетрудно получить систему уравнений

$$\begin{aligned} Z\omega \pm iI &= U_{1\pm} \Sigma - 2\bar{\Gamma}_{\text{ex}} \langle S_z^2 \rangle \frac{\varphi(\Omega)}{\sqrt{1 + U_{1\pm}^{-2} + U_{2\pm}^{-2}}} \varphi(\Omega) + \frac{2}{3} \bar{\Gamma}_{\text{so}} \left(\frac{U_{1\pm}}{U_{1\mp}} - 1 \right) \times \\ &\times \frac{\varphi(\Omega)}{\sqrt{1 + U_{1\mp}^{-2} + U_{2\mp}^{-2}}} - 2\bar{\Gamma}_{\text{ex}} \left[\frac{U_{1\pm}}{U_{1\mp}} + 1 \right] \frac{\varphi(\Omega)}{\sqrt{1 + U_{1\mp}^{-2} + U_{2\mp}^{-2}}}. \end{aligned} \quad (66)$$

Представим $U_{1\pm} = \text{Re } U_1 \pm i \text{Im } U_1$, $U_{2\pm} = \text{Re } U_2 \pm i \text{Im } U_2$ и рассмотрим температуру, близкую к температуре Кюри T_K , при которой $\text{Im } U_{1,2} \ll \text{Re } U_{1,2}$ ($\langle S_z \rangle$ – малая величина). Выполнив расчеты аналогично тому, как это было сделано в случае обычных сверхпроводников [35], на основании формул (65) и (66), приведем выражение для температуры Кюри T_K к виду

$$T_K = T_{K0} \frac{\chi_s}{\chi_n},$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\chi_s}{\chi_n} &= 1 - \pi T Z \sum_{\Omega} \Sigma^2 \varphi(\Omega) \left\{ [\Sigma^2 + (\Sigma_1 \text{Re } U_1)^2]^{3/2} + \frac{4}{3} \bar{\Gamma}_{\text{so}} \varphi(\Omega) \times \right. \\ &\times [\Sigma^2 + (\Sigma_1 \text{Re } U_1)^2] - \frac{2}{3} \bar{\Gamma}_{\text{ex}} S(S+1) [\Sigma^2 + 2(\Sigma_1 \text{Re } U_1)^2] \left. \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (67)$$

где $\Sigma^2 = \Sigma_1^2 + \Sigma_2^2$. При этом величина $\Sigma_1 \text{Re } U_1$ удовлетворяет уравнению

$$\Sigma_1 \text{Re } U_1 = \frac{Z\Omega}{1 - 2\bar{\Gamma}_{\text{ex}} S(S+1) \varphi(\Omega) [\Sigma^2 + (\Sigma_1 \text{Re } U_1)^2]^{-1/2}}. \quad (68)$$

В области малых концентраций примеси ($\bar{\Gamma}_{\text{ex}}/\Sigma \ll 1$, $\bar{\Gamma}_{\text{so}}/\Sigma \ll 1$) имеем

$$T_K = T_{K0} \left[\frac{\pi}{3} \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Delta} f_c + \frac{\pi}{6\Delta} \Gamma f_c \right], \quad (69)$$

где $\Delta = \Sigma/Z$.

Рассмотрим поведение величины T_K вблизи температуры сверхпроводящего перехода T_c . В этом случае в знаменателях выражений (67) и (68) можно положить $\Sigma = 0$. В приближении слабой связи ($\Delta/E \ll 1$, $\Gamma/E \ll 1$) получаем

$$\frac{\chi_s}{\chi_n} = 1 + Z(T_K), \quad (70)$$

где

$$Z(T_K) = \frac{3\Delta^2}{8\pi T_K \Gamma f_c} \left[1 - \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Gamma} \right]^{-1} \left\{ \Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right) + \right. \\ \left. + \frac{3\pi T_K}{2\Gamma f_c} \left[1 - \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Gamma} \right]^{-1} \left[-\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{\pi T_K} \right) + \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{3\pi T_K} + \frac{2\Gamma f_c}{3\pi T_K} \right) \right] \right\}, \quad (71)$$

а параметр порядка Δ удовлетворяет уравнению

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} = \frac{\pi}{\beta} \sum_{\Omega} \frac{\omega_0^4}{(\Omega^2 + \omega_0^2)^2} \left[\frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + (\Delta U_1)^2}} - \frac{1}{\Omega} \right] \varphi(\Omega). \quad (72)$$

Проведя в последнем уравнении разложение по Δ^2 с учетом соотношения (68), в приближении слабой связи и при выполнении условий $\Gamma/\omega_0 \ll 1$, $\Gamma/E \ll 1$ получаем

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right) - \frac{1}{2} b_1 \left(\frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right) \frac{\Delta^2}{(2\pi T)^2}, \quad (73)$$

где

$$b_1 \left(\frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right) = -\frac{1}{2} \Psi'' \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right) - \frac{\Gamma f_c}{\pi T} \frac{1}{6} \Psi''' \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma f_c}{\pi T} \right). \quad (74)$$

Вблизи точки (T^*, c^*) имеем

$$\frac{\Delta^2}{(2\pi T_K)^2} = -\frac{2}{b_1(3f_c/2)} \left\{ \frac{T_K - T^*}{T^*} \left[1 - \frac{3f_c}{2} \Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{3f_c}{2} \right) \right] + \frac{\Gamma - \Gamma^*}{\Gamma^*} \frac{3f_c}{2} \Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{3f_c}{2} \right) \right\}. \quad (75)$$

На основании формул (67) и (75) для температуры Кюри вблизи точки пересечения с температурой сверхпроводящего перехода получаем

$$\frac{T_K - T^*}{T^*} = \frac{1 - \alpha(3f_c/2)\Psi'(1/2 + 3f_c/2)}{1 + \alpha[1 - (3f_c/2)\Psi'(1/2 + 3f_c/2)]} \frac{\Gamma - \Gamma^*}{\Gamma^*}, \quad (76)$$

где

$$\alpha = \frac{2}{f_c b_1(3f_c/2)} \left[1 - \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Gamma^*} \right]^{-1} \left\{ \Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{3f_c}{2} \right) + \frac{1}{f_c} \left[1 - \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Gamma^*} \right]^{-1} \times \right. \\ \left. \times \left[-\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{3f_c}{2} \right) + \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{f_c}{2} + \frac{\Gamma_{\text{so}}}{\Gamma^*} f_c \right) \right] \right\}. \quad (77)$$

Формула (76) позволяет определить T_K вблизи температуры сверхпроводящего перехода T_c и наклон кривой $(dT_K/d\Gamma)$, а формула (69) — значение T_K в области малых концентраций примеси. Следовательно, можно представить качественную картину поведения T_K как функции концентрации примеси в сверхпроводящей фазе.

6. ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ И ВЫВОДЫ

На рис. 1 и 2 приведены зависимости температуры сверхпроводящего перехода T_c при ферромагнитном упорядочении примеси и температуры Кюри T_K в сверхпроводящем состоянии системы при различных значениях параметра Мигдала $m = 2\omega_0/E$. При этом кривые 1–3 соответствуют значениям T_c , а кривые 1'–3' – значениям T_K . Расчеты выполнены на основании формул, приведенных в разделах 4 и 5. Используются формулы (56) и (76), позволяющие определить значения T_c и T_K , а также наклон кривых $T_c(\Gamma)$ и $T_K(\Gamma)$ вблизи точки (T^*, Γ^*) на фазовой диаграмме. Используются также уравнения (62) и (63), определяющие критические концентрации примеси, а также формула (69), позволяющая определить поведение T_K при малых концентрациях примеси.

Рис. 1. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c и температуры Кюри T_K от концентрации примеси при $\Gamma_{so} = 0.1\Gamma$. Δ_0^0 – значение параметра порядка для чистого вещества адиабатической системы.

Рис. 1 отвечает случаю малых значений спин-орбитального взаимодействия ($\Gamma_{so}/\Gamma \ll 1$). Как следует из этого рисунка, в этом случае возможно сосуществование сверхпроводимости и ферромагнетизма в малой области низких температур и малых концентраций примеси. Величина этой области существенно зависит от параметра m . Она минимальна в адиабатических системах ($m = 0$), максимальна при $m = 0.1$, затем уменьшается с ростом m , оставаясь больше области, присущей адиабатическим системам. Такая ситуация определяется наличием максимума в зависимости T_c от m в точке $m \approx 0.1$ [30]. На рис. 1 заштрихована область, соответствующая сосуществованию сверхпроводимости и ферромагнетизма: между кривыми 3' и 3 мы имеем область,

соответствующую адиабатическим системам ($m = 0$), между кривыми 2' и 2 – неадиабатическим системам ($m = 1$), между кривыми 1' и 1 – случаю $m = 0.1$.

Благодаря учету неадиабатичности область сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма расширяется с ростом концентрации примеси. Имеет место также увеличение температуры T^* и концентрации примеси Γ^* , при которых возникает ферромагнитное упорядочение примеси, в неадиабатических системах по сравнению с адиабатическими.

Рис. 2. То же, что на рис. 1, но при $\Gamma_{so} = 10\Gamma$.

Рис. 2 отвечает случаю больших значений спин-орбитального взаимодействия ($\Gamma_{so}/\Gamma \gg 1$). В этом случае возникает более благоприятная ситуация для сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма, поскольку наряду с обменным взаимодействием спин-орбитальное взаимодействие уменьшает “раздвижку” поверхности Ферми путем несохранения спина электрона. Величина T_c как функция концентрации примеси при заданных m ($m = 0.1, 1.0, 0$) переходит в соответствующие кривые парамагнитной фазы с критическими концентрациями $\Gamma_{cr} = \Gamma_{cr}^p$, а T_K как функция концентрации примеси растет, имея вид вогнутой кривой. При этом между кривыми T_c и T_K возникает область сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма. На рис. 2 для $m = 0.1$ область сосуществования заключена между кривыми 1 и 1', для $m = 1$ – между кривыми 2 и 2', для $m = 0$ – между кривыми 3 и 3'. Таким образом, максимальная область сосуществования фаз соответствует значению $m = 0.1$ и уменьшается с ростом m . Для любого m из интервала $0.1 < m < 1$ эта область значительно больше, чем в случае адиабатических систем ($m = 0$). Величины T^* и Γ^* в неадиабатических

системах при различных m больше, чем в адиабатических.

На основании результатов исследования сверхпроводимости в системах с магнитной примесью можно сделать вывод, что эффекты неадиабатичности не только благоприятствуют сверхпроводимости в парамагнитной фазе [34], [37], [38], но и способствуют расширению области сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма на фазовой диаграмме (T, c) .

ПРИЛОЖЕНИЕ

Важным этапом в исследовании температуры сверхпроводящего перехода неадиабатических систем с магнитной примесью является вычисление электрон-фоонных и электрон-примесных вершинных и пересекающихся функций. Эти функции, определяемые соотношениями (14)–(16), содержат зависимость от частоты и обменного импульса, а также от концентрации магнитной примеси через внутреннее магнитное поле I и параметр рассеяния $\rho_{\pm}$. Для оценки этих величин мы обобщаем метод прямого вычисления, развитый в работах [29], [30], на случай сверхпроводника с магнитно-упорядоченной примесью. С целью получения аналитических формул будем рассматривать приближение слабой связи ($T_c \ll \omega_0$, $I \ll \omega_0$), а также небольшие концентрации примеси ($\Gamma_1/\omega_0 \ll 1$, $\Gamma_i/\omega_0 \ll 1$). Используем выражение для функций Грина

$$\bar{G}_{\pm\pm}(\vec{p}, \Omega) = [i\tilde{\Omega}_{\pm} - \tilde{\varepsilon}_{\vec{p}\pm}]^{-1}, \quad (\text{П.1})$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{\pm} &= \Omega \pm iI + (\Gamma_1 + \Gamma_{\text{ex}}[\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle + \langle S_z^2 \rangle]) \operatorname{sgn} \Omega, \\ \tilde{\varepsilon}_{\vec{p}\pm} &= \varepsilon_{\vec{p}} \mp 4i\Gamma_{12} \operatorname{sgn} \Omega. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Эти выражения соответствуют адиабатической теории при $T = T_c$. Использование выражения (П.1) для функции Грина обеспечивает первый порядок по неадиабатичности в определении массовых операторов (9), (10).

Расчеты выполняем в следующем порядке.

1. Произведение $\bar{G}\bar{G}$ соответствующих функций Грина, входящих в определение функций $P_{V,c}$ (14), разложим на простые дроби [30], заменив суммирование по Ω интегрированием, как это делается при $T = 0$. Это приближение оправдано рассмотрением слабой связи ($T_c \ll \omega_0$).

2. Рассмотрим квадратичный закон дисперсии энергии электронов и положим значение импульса обрезания электрон-фоонного взаимодействия малым ($q_c \ll 2p_F$). При таких значениях величины q_c имеем $\vec{p} \approx \vec{p}_1$ и $\vec{p} \approx \vec{p}_2$, полагаем при этом $p \approx p_F$. Такой подход позволяет так же, как и в [30], выразить значения $\varepsilon_{\vec{p}_1+\vec{p}_2-\vec{p}}$ и $\varepsilon_{\vec{p}_2-\vec{p}_1-\vec{p}}$ через $\varepsilon_{\vec{p}_2}$ и угловые зависимости. Получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\vec{p}_2+\vec{p}_1-\vec{p}} &\approx \varepsilon_{\vec{p}_2} + EQ\alpha \cos \varphi, \\ \varepsilon_{\vec{p}_2-\vec{p}_1-\vec{p}} &\approx \varepsilon_{\vec{p}_2} + E(1 - Q^2)\frac{\alpha^2}{2} - EQ\sqrt{1 - Q^2}\alpha \cos \varphi, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где $E = 4\varepsilon_F$, $q = |\vec{p} - \vec{p}_1|$, $Q = q/2p_F$, α – угол между $\vec{p}$ и $\vec{p}_2$.

3. Выполним интегрирование по энергии $\varepsilon_{\vec{p}_2}$, полагая плотность электронных состояний $N(\varepsilon) = N_0$, а затем угловое интегрирование по α и φ согласно соотношению

$$\frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \dots \rightarrow N_0 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \alpha d\alpha}{2} \int_{-E/2}^{E/2} \dots d\varepsilon_{\vec{p}_2}. \quad (\text{П.4})$$

4. Выполним усреднение по поверхности Ферми согласно формуле

$$\begin{aligned} P_{V,c}(Q_c, 0, \omega_0) &= \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \int \frac{d\Omega_{\vec{p}}}{4\pi} \int \frac{d\Omega_{\vec{p}_1}}{4\pi} \theta(q_c - |\vec{p}_F - \vec{p}_{F1}|) P_{V,c}(|\vec{p}_F - \vec{p}_{F1}|, 0, \omega_0) = \\ &= \frac{2}{Q_c^2} \int dQ Q P_{V,c}(Q, Q_c, 0, \omega_0), \quad Q_c = \frac{q_c}{2p_F}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

После выполнения этих операций получаем соотношения (32), где

$$\begin{aligned} P_V^0(Q_c, 0, \omega_0) &= -\varphi(m) + \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \frac{m}{1+m} + \varphi(m) \right] \frac{m^2}{4Q_c^2} \times \\ &\quad \times \left[\sqrt{\eta_c(m)} - 1 - \ln \frac{1 + \sqrt{\eta_c(m)}}{m} \right], \\ P_c^0(Q_c, 0, \omega_0) &= -\varphi(m) + \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \frac{m}{1+m} + \varphi(m) \right] \frac{m}{4Q_c^2(1 - Q_c^2/2)} \times \\ &\quad \times \arctg \frac{4Q_c^2(1 - Q_c^2/2)}{m}, \\ \varphi(m) &= m(1+m) \frac{(1+m)^2 + 2m^2}{[(1+m)^2 + m^2]^2}, \quad \eta_c(m) = 1 + \left(\frac{4Q_c^2}{m} \right)^2, \\ P_V(Q_c, 0, 0) &= -\frac{m}{m+1}, \quad m = \frac{2\omega_0}{E}. \end{aligned}$$

Аналогичный способ вычислений используем и для примесных величин $R_{V,c}$ и $K_{V,c}$. Результаты этих расчетов в принятом выше приближении приведены в разделе 3 (см (32)). Случай парамагнитной фазы ($I = 0$) рассмотрен нами в работе [34].

Благодарности. Автор выражает искреннюю признательность В. А. Москаленко за интерес к работе и обсуждение результатов, а Ф. Г. Кочорбэ за помощь в численных расчетах. Данное исследование финансируется грантом Высшего Совета по науке и технологическому развитию Молдовы.

Список литературы

- [1] *O. Gunnarson*. Rev. Mod. Phys. 1997. V. 69. P. 575.
- [2] *W. Ku, W. E. Pickett, R. T. Scalettar, A. G. Eguiluz*. Ab initio investigation of collective charge excitations on MgB_2 . cond-mat/0105389.
- [3] *A. Lanzara, P. V. Bogdanov, X. I. Zhou et al.* Nature. 2001. V. 412. P. 510.
- [4] *Y. Bardeen, Y. N. Cooper, Y. R. Shrieffer*. Phys. Rev. 1957. V. 106. P. 162; 1957. V. 108. P. 1175.
- [5] *Н. Н. Боголюбов, Д. Н. Зубарев, Ю. А. Церковников*. ДАН СССР. 1957. Т. 117. С. 788.
- [6] *Н. Н. Боголюбов*. ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 58; С. 73.
- [7] *Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков*. Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: АН СССР, 1958.
- [8] *Д. Н. Зубарев*. УФН. 1960. Т. 71. С. 71.
- [9] *А. В. Мигдал*. ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 1438.
- [10] *А. С. Элиашберг*. ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 966.
- [11] *W. L. McMillan*. Phys. Rev. 1968. V. 167. P. 331.
- [12] *Н. Н. Боголюбов*. УФН. 1959. Т. 67. С. 549.
- [13] *Л. П. Горьков*. ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 735.
- [14] *Л. А. Абрикосов, Л. П. Горьков*. ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 1558.
- [15] *А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков*. ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1781.
- [16] *S. Scalski, O. Betbeder-Matibet, P. R. Weiss*. Phys. Rev. A. 1964. V. 136. P. 1500.
- [17] *Л. П. Горьков, А. И. Русинов*. ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 1363.
- [18] *Н. М. Плакида*. Высокотемпературные сверхпроводники. М.: Международная программа образования, 1996.
- [19] *V. A. Moskalenko, P. Entel, D. F. Digor*. Phys. Rev. B. 1999. V. 59. P. 619.
- [20] *W. Weber*. Adv. Solid State Phys. 1988. V. 28. P. 141.
- [21] *В. А. Гинзбург, Е. Г. Максимов*. СФХТ. 1992. Т. 5. С. 1453.
- [22] *G. M. Vujcic, V. L. Aksenov, N. M. Plakida, S. Stamenkovic*. Phys. Lett. A. 1979. V. 73. P. 439; J. Phys. C. 1981. V. 14. P. 2377.
- [23] *N. M. Plakida, V. L. Aksenov, S. S. Dreschler*. Europhys. Lett. 1987. V. 4. P. 1309.
- [24] *J. E. Hirsch, D. J. Scalapino*. Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2732.
- [25] *J. Fridel*. J. Phys.: Condens. Matter. 1989. V. 1. P. 7757.
- [26] *В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк*. УФН. 1991. Т. 161. С. 155.
- [27] *Ф. Г. Кочорбэ, М. Е. Палистрант*. ЖЭТФ. 1993. Т. 104. С. 3084; ТМФ. 1993. Т. 96. С. 459.
- [28] *O. V. Danylenko, O. V. Dolgov*. Phys. Rev. B. 2001. V. 63. P. 094506-1; cond-mat/0007189.
- [29] *L. Pietronero, S. Strässler, C. Grimaldi*. Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 10516.
- [30] *C. Grimaldi, L. Pietronero, S. Strässler*. Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 10530.
- [31] *M. L. Kulk, R. Zeyher*. Phys. Rev. B. 1994. V. 49. P. 4395.
- [32] *R. Zeyher, M. L. Kulk*. Phys. Rev. B. 1996. V. 53. P. 2850.
- [33] *А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский*. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Наука, 1962.
- [34] *М. Е. Палистрант*. ТМФ. 1999. Т. 119. С. 455.
- [35] *Yu. A. Izutov, Yu. N. Skryabin*. Phys. Stat. Sol. (b). 1974. V. 61. P. 9.
- [36] *T. Tzuzuki*. Progr. Theor. Phys. 1966. V. 35. P. 183.
- [37] *M. E. Palistrant, F. G. Kochorbe*. J. Superconduct.: Incorp. Novel Magnetism. 2002. V. 15. P. 113.
- [38] *М. Е. Палистрант*. ФНТ. 2002. Т. 28. С. 157.

Поступила в редакцию 21.III.2002 г.