Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. Греку, А. Визинеску, Статистический подход к модуляционной неустойчивости в нелинейных дискретных системах, *ТМФ*, 2005, том 144, номер 1, 56–63

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1831>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.64.247

26 апреля 2023 г., 16:15:56

СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ

В рамках статистического подхода исследована модуляционная неустойчивость (неустойчивость Бенжамина–Фейера) в нескольких нелинейных дискретных системах (дискретном нелинейном уравнении Шредингера, уравнении Абловица–Ладика, дискретном деформированном нелинейном уравнении Шредингера). Выведено кинетическое уравнение для двухточечной корреляционной функции, которое с помощью преобразования Вигнера–Мойала записывается в смешанном представлении пространства и волновых чисел. Для полученного уравнения проведены анализ линейной устойчивости и тестирование полученного при этом условия интегральной устойчивости с использованием нескольких типов исходного невозмущенного спектра (лоренцева и δ -спектра). Полученные результаты сравниваются с непрерывным пределом и с предыдущими результатами.

Ключевые слова: модуляционная неустойчивость, нелинейные дискретные системы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Десять лет назад Кившар и Салерно [1] обсуждали вопрос о модуляционной неустойчивости (МН) в “деформированном нелинейном уравнении Шредингера”

$$i \frac{d\Psi_n}{dt} + D(\Psi_{n+1} - 2\Psi_n + \Psi_{n-1}) + \gamma |\Psi_n|^2 \Psi_n + \lambda |\Psi_n|^2 (\Psi_{n+1} + \Psi_{n-1}) = 0. \quad (1)$$

Это уравнение естественным образом возникает из эволюционного уравнения

$$i \frac{d\Psi_n}{dt} + \omega_n \Psi_n + J_n (\Psi_{n+1} + \Psi_{n-1}) = 0,$$

в котором локальная частота моды ω_n и локальная константа межузельного взаимодействия J_n зависят от локальной деформации:

$$\omega_n = \omega_0 + \omega_1 |\Psi_n|^2, \quad J_n = J_0 + J_1 |\Psi_n|^2.$$

*Department of Theoretical Physics, National Institute of Physics and Nuclear Engineering “Horia Hulubei”, Bucharest, Romania. E-mail: dgreku@theory.nipne.ro

Эта модель может быть использована для исследования влияния на МН взаимосвязи между нелинейными внутри- и межузельными взаимодействиями. При $\lambda = 0$ это уравнение превращается в дискретное нелинейное уравнение Шредингера (дНУШ) (называемое также дискретным уравнением самозахвата), которое оказывается неинтегрируемым, в то время как при $\gamma = 0$ это уравнение превращается в интегрируемое уравнение Абловица–Ладика. Проблема МН обсуждалась в работе [1] с детерминистской точки зрения: исследовалась линейная устойчивость малой модулированной плоской волны. Помимо обычной неустойчивости в области длинных волн, была обнаружена неустойчивость в области коротких волн, которая явилась следствием вышеуказанной взаимосвязи ($\gamma < 2\lambda$).

В то время как детерминистский подход к МН (ДПМН) достаточно развит (наиболее свежий обзор см. в [2]), дополняющий его статистический подход к МН (СПМН) использовался реже [3]. При этом подходе исследуется кинетическое уравнение для двухточечной корреляционной функции и проводится анализ линейной устойчивости этого уравнения. Целью данной работы является изучение влияния статистических свойств среды на развитие неустойчивости. Явление неустойчивости приводит к важным следствиям, например, в гидродинамике и физике плазмы. Основной результат работы можно сформулировать следующим образом: если пространственные корреляции в исходном состоянии имеют достаточно короткодействующую природу, неустойчивость подавляется.

Недавно СПМН был применен к дискретным системам типа дискретных уравнений самозахвата и Абловица–Ладика [4]–[6]. В данной работе этот подход применен к дНУШ (1) и продемонстрировано влияние взаимосвязи между внутри- и межузельными взаимодействиями на развитие МН.

Опишем сначала вкратце ДПМН для дНУШ (1). Рассмотрим решение уравнения (1) в виде плоской волны $\Psi_n = ae^{i(kn - \omega t)}$ с постоянной амплитудой и с амплитудно-зависимым дисперсионным соотношением

$$\omega = 4D \sin^2 \frac{k}{2} - \gamma|a|^2 - 2\lambda|a|^2 \cos k$$

(стоксова волна). Далее рассмотрим медленно модулированное решение

$$\Psi_n(t) = a(1 + \epsilon b_n(t))e^{i(kn - \omega t)}.$$

Удерживая только члены, линейные по ϵ , можно привести уравнение движения для b_n к виду

$$i \frac{db_n}{dt} + D(e^{ik}b_{n+1} + e^{-ik}b_{n-1} - 2b_n \cos k) + \gamma|a|^2(b_n + b_n^*) + \lambda|a|^2(e^{ik}b_{n+1} + e^{-ik}b_{n-1} + 2b_n^* \cos k) = 0.$$

Если искать решения этого уравнения в виде плоских волн,

$$b_n = \alpha e^{i(Qn - \Omega t)} + \beta e^{-i(Qn - \Omega^* t)},$$

то получается система из двух однородных линейных уравнений относительно α и β^* , условия совместности которой дают следующее уравнение:

$$\Omega = 2(D + \lambda|a|^2) \sin k \sin Q + \\ + i2\sqrt{2} |\cos k| \sin \frac{Q}{2} (D + \lambda|a|^2) \sqrt{\cos Q - \frac{1}{D + \lambda|a|^2} \left(D - \lambda|a|^2 - \frac{\gamma|a|^2}{\cos k} \right)}.$$

Здесь обе переменные k и Q находятся в первой зоне Бриллюэна $(-\pi, \pi)$. Неустойчивость возникает, если $\text{Im } \Omega > 0$, т.е. если

$$\cos Q > \frac{1}{1 + \lambda|a|^2/D} \left(1 - \frac{\lambda}{D} |a|^2 - \frac{\gamma}{D} |a|^2 \frac{1}{\cos k} \right).$$

Поскольку $|a|^2 \ll 1$, это соотношение может быть представлено в виде:

$$\sin \frac{Q}{2} < |a| \sqrt{\frac{\lambda}{D} + \frac{\gamma}{2D} \frac{1}{\cos k}}.$$

Картина областей неустойчивости оказывается более сложной, чем в случае НУШ, и зависит от знаков D, λ, γ и от значения переменной k . Если D, λ и γ имеют один и тот же знак, неустойчивость оказывается возможной и в области коротких волн ($k \rightarrow \pi$), если только $\gamma < 2\lambda$. Детали мы опускаем т.к. этот вопрос подробно обсуждался в работе [1].

2. СПМН ДЛЯ ДНУШ

Чтобы исследовать МН со статистической точки зрения, рассмотрим полевую переменную как стохастическую переменную и запишем кинетическое уравнение для двухточечной корреляционной функции:

$$\rho(n_1, n_2) = \langle \Psi_{n_1}(t) \Psi_{n_2}^*(t) \rangle, \quad (2)$$

где $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю, описывающему среду.

Тогда нетрудно получить кинетическое уравнение поэтапно:

- 1) запишем уравнение (1) для $n = n_1$ и умножим его на $\Psi_{n_2}^*$;
- 2) возьмем комплексно сопряженное к уравнению (1) при $n = n_2$, умноженное на Ψ_{n_1} ;
- 3) сложим оба уравнения и усредним по ансамблю;
- 4) используем гауссово приближение, для того чтобы расцепить четырехточечные корреляционные функции, возникающие в ходе выполнения указанной процедуры.

Приведем здесь два примера такого расцепления:

$$\langle \Psi_{n_1} \Psi_{n_1}^* \Psi_{n_1} \Psi_{n_2}^* \rangle = 2\overline{a_{n_1}^2} \rho(n_1, n_2), \\ \left\langle \Psi_{n_1} \Psi_{n_1}^* \text{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} \Psi_{n_1} \Psi_{n_2}^* \right\rangle = \overline{a_{n_1}^2} \text{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} \rho(n_1, n_2) + \rho \lim_{n_2 \rightarrow n_1} \text{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} \rho(n_1, n_2). \quad (3)$$

Здесь $\overline{a_n^2} = \langle \Psi_n \Psi_n^* \rangle$ — среднее от квадрата амплитуды. Это гауссово приближение — единственное приближение, используемое в данной работе. Выход за его рамки остается открытым вопросом.

Таким образом, получается следующее уравнение, которому удовлетворяет двухточечная корреляционная функция:

$$\begin{aligned} i\frac{\partial \rho}{\partial t} + 2D \left(\operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} - \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \rho + 2\gamma(\overline{a_{n_1}^2} - \overline{a_{n_2}^2})\rho + \\ + 2\lambda \left(\overline{a_{n_1}^2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} - \overline{a_{n_2}^2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \rho + \\ + 2\lambda \rho \left(\lim_{n_2 \rightarrow n_1} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} - \lim_{n_1 \rightarrow n_2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \rho = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

На следующем шаге необходимо ввести и использовать подходящие пространственные переменные. Естественно предположить, что исходное состояние однородно, а все характеристические величины зависят только от относительного расстояния $m = n_1 - n_2$ между двумя точками. Если в какой-либо точке начинается неустойчивость, эта однородность нарушается, и величины начинают зависеть также и от координаты центра масс $M = (n_1 + n_2)/2$. Таким образом, удобными новыми переменными оказываются

$$M = \frac{n_1 + n_2}{2}, \quad m = n_1 - n_2. \quad (5)$$

Выполним теперь преобразование Фурье по относительной координате m . Эта процедура, известная как преобразование Вигнера–Мойала (также известное как метод Климонтовича статистического усреднения), применяется в разных областях физики.

Поскольку двухточечная корреляционная функция определена на решетке, преобразование Фурье имеет вид

$$F(k, M, t) = \sum_m e^{-ikm} \rho(m, M, t), \quad (6)$$

а обратным к нему преобразованием будет

$$\rho(m, M, t) = \frac{1}{N} \sum_{k \in ZB} e^{ikm} F(k, M, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ikm} F(k, M, t) dk. \quad (7)$$

Здесь N — число точек решетки, а переменная k принимает значения в первой зоне Бриллюэна $(-\pi, \pi)$. Кроме того,

$$\overline{a^2}(M, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(k, M, t) dk. \quad (8)$$

С использованием этих определений, легко показать, что

$$\left(\lim_{n_2 \rightarrow n_1} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} - \lim_{n_1 \rightarrow n_2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \rho = \frac{i}{\pi} \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} \int_{-\pi}^{\pi} F(k', M) \sin k' dk'.$$

Разлагая $\overline{a_{n_1}^2}$ и $\overline{a_{n_2}^2}$ в ряд вблизи точки M , можно записать

$$\begin{aligned} \left(\overline{a_{n_1}^2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_1} - \overline{a_{n_2}^2} \operatorname{ch} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \rho = \\ = i \sum_{j=0}^{\infty} 2 \frac{m^{2j}}{2j!} \frac{\partial^{2j} \overline{a^2}(M)}{\partial M^{2j}} \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ik'm} F(k', M) \sin k' dk' + \\ + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2m^{2j+1}}{(2j+1)!} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a^2}(M)}{\partial M^{2j+1}} \operatorname{ch} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ik'm} F(k', M) \cos k' dk'. \end{aligned}$$

Выполним теперь преобразование Фурье кинетического уравнения (4). С учетом равенства

$$\frac{\partial^j}{\partial k^j} e^{-ikm} = (-i)^j m^j e^{-ikm}$$

можно прямыми вычислениями получить, что

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F}{\partial t} + 4D \sin k \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial M} + 4\lambda F \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(k', M) \sin k' dk' + \\ & + 2\gamma \sum_{j=0} \frac{2(-1)^j}{(2j+1)! 2^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a^2}}{\partial M^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} F}{\partial k^{2j+1}} + \\ & + 2\lambda \sum_{j=0} \frac{2(-1)^j}{(2j)! 2^{2j}} \frac{\partial^{2j} \overline{a^2}}{\partial M^{2j}} \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial^{2j} (F \sin k)}{\partial k^{2j}} + \\ & + 2\lambda \sum_{j=0} \frac{2(-1)^j}{(2j+1)! 2^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a^2}}{\partial M^{2j+1}} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} - 1 \right) \frac{\partial (F \cos k)}{\partial k^{2j+1}} + \\ & + 2\lambda \sum_{j=0} 2 \frac{(-1)^j}{(2j+1)! 2^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a^2}}{\partial M^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} (F \cos k)}{\partial k^{2j+1}} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Следующим шагом будет анализ линейной устойчивости этого нелинейного эволюционного уравнения. Положим

$$F(k, M, t) = f(k) + \epsilon \mathcal{F}(k, M, t), \quad (10)$$

где величина $f(k)$ описывает статистические свойства исходного состояния. Она зависит только от волнового вектора k и не зависит от t и M . В вещественном пространстве при этом получим, что $\rho_0(n_1, n_2) = \rho_0(n_1 - n_2)$ (аналог уравнения стоксовой волны в ДПМН). Соответственно, можно записать

$$\overline{a^2}(M, t) = \overline{a_0^2} + \epsilon \overline{a_1^2}(M, t), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \overline{a_0^2} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(k) dk, \\ \overline{a_1^2}(M, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{F}(k, M, t) dk. \end{aligned} \quad (12)$$

Удерживая в (9) только линейные члены, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + 4D \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial (\mathcal{F} \sin k)}{\partial M} + 2\gamma \sum_{j=0} \frac{2(-1)^j}{(2j+1)! 2^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a_1^2}}{\partial M^{2j+1}} \frac{d^{2j+1} f}{dk^{2j+1}} + \\ & + 4\lambda \overline{a_0^2} \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial (\mathcal{F} \sin k)}{\partial M} + 2\lambda \sum_{j=0} \frac{2(-1)^j}{(2j+1)! 2^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} \overline{a_1^2}}{\partial M^{2j+1}} \frac{\partial^{2j+1} (f \cos k)}{\partial k^{2j+1}} + \\ & + 4\lambda f \operatorname{sh} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial M} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{F}(k', M) \sin k' dk' = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На последнем этапе рассмотрим решение в виде плоской волны

$$\mathcal{F}(k, M, t) = g(k)e^{i(QM - \Omega t)}. \quad (14)$$

Тогда

$$\overline{a_1^2} = G e^{i(QM - \Omega t)}, \quad G = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(k) dk, \quad (15)$$

и уравнение (13) превращается в уравнение

$$\begin{aligned} & \left[-\Omega + 4(D + \lambda \overline{a_0^2}) \sin \frac{Q}{2} \sin k \right] g + 4\lambda f \sin \frac{Q}{2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(k') \sin k' dk' + \\ & + 2\gamma G \sum_{j=0} \frac{2}{(2j+1)!} \left(\frac{Q}{2} \right)^{2j+1} \frac{d^{2j+1} f(k)}{dk^{2j+1}} + \\ & + 2\lambda G \sum_{j=0} \frac{2}{(2j+1)!} \left(\frac{Q}{2} \right)^{2j+1} \frac{d^{2j+1} (f(k) \cos k)}{dk^{2j+1}} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Удобно ввести обозначения $H = \int_{-\pi}^{\pi} g(k) \sin k dk / 2\pi$. Предполагая, что $f(k)$ – четная функция от k , и явно интегрируя (16), получим выражение

$$-\Omega G + 4(D + 2\lambda \overline{a_0^2}) \sin \frac{Q}{2} H = 0, \quad (17)$$

из которого можно найти H . Используя формулу

$$\sum_{j=0} \frac{2}{(2j+1)!} \left(\frac{Q}{2} \right)^{2j+1} \frac{d^{2j+1} f(k)}{dk^{2j+1}} = f\left(k + \frac{Q}{2}\right) - f\left(k - \frac{Q}{2}\right)$$

(и аналогичное выражение для $h = f(k) \cos k$), можно привести соотношение (16) к виду

$$\begin{aligned} & \left[-\Omega + 4(D + \lambda \overline{a_0^2}) \sin \frac{Q}{2} \sin k \right] g(k) + \Omega \frac{\lambda \sin(Q/2)}{D + 2\lambda \overline{a_0^2}} G f(k) + \\ & + 2\gamma G \left(f\left(k + \frac{Q}{2}\right) - f\left(k - \frac{Q}{2}\right) \right) + 2\lambda G \left(h\left(k + \frac{Q}{2}\right) - h\left(k - \frac{Q}{2}\right) \right) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Считая Ω чисто мнимым ($\Omega = i\Omega_i$) и вводя величину

$$\omega = \frac{\Omega_i}{4(D + \lambda \overline{a_0^2}) \sin(Q/2)}, \quad (19)$$

прямыми вычислениями получим уравнение

$$\begin{aligned} & 1 + i \frac{\lambda}{D + 2\lambda \overline{a_0^2}} \omega \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(k) dk}{\sin k - i\omega} + \\ & + \frac{\gamma}{2(D + \lambda \overline{a_0^2}) \sin(Q/2)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(k + Q/2) - f(k - Q/2)}{\sin k - i\omega} dk + \\ & + \frac{\lambda}{2(D + \lambda \overline{a_0^2}) \sin(Q/2)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{h(k + Q/2) - h(k - Q/2)}{\sin k - i\omega} dk = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

которое и представляет собой интегральное уравнение стабильности.

В качестве первого примера начальных условий возьмем δ -спектр

$$f(k) = 2\pi\overline{a_0^2}\delta(k). \quad (21)$$

Вычисляя интегралы в формуле (20), получим

$$\Omega_i = 4(D + \lambda\overline{a_0^2}) \sin \frac{Q}{2} \sqrt{\frac{(\gamma + \lambda)(D + 2\lambda\overline{a_0^2})\overline{a_0^2}}{(D + \lambda\overline{a_0^2})^2} - \sin^2 \frac{Q}{2}}. \quad (22)$$

Неустойчивость возможна, если

$$\frac{\gamma + \lambda}{D} > 0, \quad \sin^2 \frac{Q}{2} < \frac{\overline{a_0^2}(\gamma + \lambda)(D + 2\lambda|a|^2)}{(D + \lambda\overline{a_0^2})^2}.$$

Так как $\overline{a_0^2}$ представляет собой малую величину, неустойчивость ограничена областью длинных волн.

Чтобы ответить на вопрос о возможности неустойчивости в области коротких волн ($k \simeq \pm\pi$), рассмотрим выражение

$$f(k) = \pi\overline{a_0^2}(\delta(k - \pi) + \delta(k + \pi)). \quad (23)$$

Забытая на время о пределах интегрирования в (20), получим с помощью прямых вычислений, что

$$\Omega_i = 4(D + \lambda\overline{a_0^2}) \sin \frac{Q}{2} \sqrt{\frac{(\lambda - \gamma)(D + 2\lambda\overline{a_0^2})\overline{a_0^2}}{(D + \lambda\overline{a_0^2})^2} - \sin^2 \frac{Q}{2}}. \quad (24)$$

Неустойчивость в этой области коротких волн возможна, если $(\lambda - \gamma)/D > 0$ и имеет место то же, что и выше, ограничение на волновой вектор Q .

Более реалистичным представляется лоренцев спектр

$$f(k) = \overline{a_0^2} \frac{p\sqrt{1+p^2}}{\sin^2(k/2) + p^2}. \quad (25)$$

Это выражение удовлетворяет условию периодичности $f(k) = f(2\pi k)$, накладываемому самим определением величины $f(k)$. Интегралы в уравнении (20) можно вычислить в комплексной плоскости переменной $t = \operatorname{tg}(k/2)$, но ответ получается весьма сложным. В случае $\lambda = 0$ (дискретное неинтегрируемое НУШ) существенным оказывается только второй интеграл в формуле (20), и результат при малых p имеет вид [4]

$$\Omega_i = 4D \sin \frac{Q}{2} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{D}\overline{a_0^2} - \sin^2 \frac{Q}{2}} - p\alpha(Q) \right), \quad (26)$$

где $\alpha(Q)$ — медленно меняющаяся функция. Этот ответ получен при малых p , но общая тенденция очевидна: область неустойчивости уменьшается с увеличением p . Напомним, что чем больше p , тем меньше радиус корреляции для частиц в исходном состоянии.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Деформируемая модель НУШ, введенная Кившаром и Салерно, оказалась весьма плодотворной при исследовании влияния взаимосвязи внутри- и межузельных взаимодействий на явление МН. Эта проблема была исследована в данной работе как в детерминистском, так и в статистическом подходах. В обоих подходах была найдена новая область неустойчивости, в которой волновой вектор k несущей волны оказывается вблизи границы зоны Бриллюэна ($k \simeq \pi$). Появление этой новой области неустойчивости является прямым следствием присутствия указанной взаимосвязи.

Было выполнено полное исследование МН со статистической точки зрения. Получено интегральное уравнение устойчивости, которое решалось для некоторых исходных спектральных функций (для δ -спектра, сконцентрированного в $k = 0$ и в $k = \pm\pi$ и для лоренцева спектра). В случае лоренцева спектра инкремент неустойчивости (мнимая часть частоты медленных модуляций) был вычислен для дискретного НУШ. Полученное уравнение (26) демонстрирует, что развитие МН существенно зависит от статистических свойств среды, а именно, что неустойчивость возможна только в случае, когда между частицами в исходном состоянии имеет место некоторая дальнедействующая корреляция. Если длина этой корреляции оказывается недостаточной, неустойчивость подавляется. То же заключение имеет место и в других ситуациях и, по-видимому, выполнено повсеместно [3]–[5].

Благодарности. Авторы благодарны организаторам конференции “Нелинейная физика. Теория и эксперимент. III” за приглашение выступить и за гостеприимство. Эта работа была поддержана контрактом CERES 3-7/2003.

Список литературы

- [1] *Y. S. Kivshar, M. Salerno.* Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 3543.
- [2] *F. Kh. Abdulaev, S. A. Darmanyan, J. Garnier.* In: Progress in Optics, 2002. V. 44. P. 303.
- [3] *I. E. Alber.* Proc. Roy. Soc. London A. 1978. V. 363. P. 525; *R. Fedele, P. K. Shukla, M. Onorato, D. Anderson, M. Lisak.* Phys. Lett. A. 2002. V. 303. P. 61; *M. Onorato, A. Osborne, R. Fedele, M. Serio.* Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 046305.
- [4] *Anca Visinescu, D. Grecu.* Eur. Phys. J. B. 2003. V. 34. P. 225–229.
- [5] *D. Grecu, A. Visinescu.* Modulational instability of some nonlinear nuclear continuum and discrete models. In: Nonlinear Waves: Classical and Quantum Aspects. Proc. NATO Adv. Research Workshop (Estoril, Portugal, 13–17 July 2003). NATO Sci. Ser. II Math. Phys. Chem. V. 153. Eds. F. Kh. Abdulaev, V. V. Konotop. Dordrecht: Kluwer, 2004. P. 151.
- [6] *D. Grecu, A. Visinescu.* Modulational instability of some nonlinear continuum and discrete systems. In: Global Analysis and Applied Mathematics. Proc. of the Int. Workshop on Global Analysis (Ankara, Turkey, 15–17 April 2004). Ser. AIP Conf. Proc. V. 729. Eds. K. Tas, D. Baleanu, D. Krupka, O. Krupkova. N.Y.: AIP, 2004. V. 729. P. 389.