Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Р. Халилов, Нелинейные эффекты, индуцированные поляризацией вакуума интенсивной электромагнитной волной, в слабом статическом электромагнитном поле, *ТМФ*, 2003, том 135, номер 2, 248–264

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf184>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 13:15:42

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ВАКУУМА ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ, В СЛАБОМ СТАТИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В однопетлевом приближении квантовой электродинамики изучены эффект двойного кругового лучепреломления при распространении слабой линейно поляризованной волны через поле интенсивной плоской электромагнитной волны, а также индуцированные интенсивной волной процессы излучения фотона с энергией, кратной энергии “кванта интенсивной волны”, и поглощения фотона с одновременным излучением нескольких фотонов, которые тождественны (когерентны) “квантам интенсивной волны”. Индуцированные процессы должны иметь место в вакууме в присутствии суперпозиции внешних полей – поля интенсивной плоской электромагнитной волны и статического пространственно неоднородного электромагнитного поля. Показано, что индуцированное излучение фотона в поле интенсивной электромагнитной волны круговой поляризации и в статическом неоднородном поле эквивалентно слиянию двух “квантов интенсивной волны” с образованием одного фотона, а индуцированное поглощение фотона в той же комбинации полей – распаду (расщеплению) фотона на два фотона, полностью тождественных “квантам интенсивной волны”. Все эти эффекты индуцированы явлением поляризации вакуума сильным внешним переменным (во времени) электромагнитным полем. Вероятности индуцированных процессов являются нетривиальными нелинейными функциями квадрата напряженности переменного поля, зависящими также и от других параметров.

Ключевые слова: нелинейные индуцированные эффекты, поляризационный оператор фотона, расщепление и слияние фотонов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование различных квантовых процессов, которые могут протекать в сильных нестатических электромагнитных полях, приобрело важное значение в последние годы прошлого столетия в связи с непрерывным увеличением мощности источников лазерного и синхротронного излучения. Нестатической составляющей в сложных конфигурациях внешнего электромагнитного поля, как правило, является поле плоской электрома-

*Московский государственный университет, Москва, Россия. E-mail: khalilov@thc.phys.msu.su

гнитной волны (плосковолновое поле). Такой выбор нестатической составляющей обусловлен как возможностью получения точных решений уравнения Дирака для электрона в некоторых сложных конфигурациях внешних полей, содержащих поле плоской электромагнитной волны, так и общепринятым мнением о том, что поле плоских электромагнитных волн достаточно хорошо моделирует электромагнитное поле в реальных лазерных пучках. Взаимодействие фотонов с полем плоской электромагнитной волны обладает рядом интересных особенностей. Так, амплитуда упругого рассеяния линейно поляризованного фотона, взаимодействующего с когерентными квантами лазерного пучка, имеет недиагональный вид по отношению к поляризации (не волнового) фотона. Это означает, что вакуум квантовой электродинамики (КЭД) в присутствии поля плоской электромагнитной волны циркулярной или эллиптической поляризации приобретает специфические свойства оптически активной среды: при распространении слабой линейно поляризованной волны через поле интенсивной плоской электромагнитной волны должен иметь место эффект двойного кругового лучепреломления.

Оказывается, что в вакууме КЭД в присутствии внешних интенсивного плосковолнового и статических пространственно неоднородных электромагнитных полей могут иметь место индуцированные (интенсивной волной) процессы слияния “квантов интенсивной волны” с образованием одного фотона с энергией, кратной энергии “кванта волны”, и расщепления фотона на несколько фотонов, которые тождественны (когерентны) “квантам волны”. Все эти эффекты, обусловленные в конечном счете явлением поляризации вакуума внешним полем интенсивной плоской электромагнитной волны, можно исследовать с помощью поляризационного оператора (ПО) фотона в поле интенсивной плоской электромагнитной волны. Вероятности этих процессов оказываются нетривиальными нелинейными функциями квадрата напряженности поля интенсивной волны, зависящими также и от других параметров. Здесь мы ограничимся изучением наиболее простой конфигурации – случаем поля плоской электромагнитной волны круговой поляризации.

Следует отметить, что и при таком выборе внешнего электромагнитного поля выражение для ПО вне массовой оболочки содержит недиагональные по импульсам фотона члены, которыми можно описать некоторые интересные неупругие процессы взаимодействия фотонов с внешними электромагнитными полями. Мы покажем, что недиагональные по импульсам фотона члены ПО позволяют исследовать процессы индуцированного излучения (поглощения) фотонов при их взаимодействии с внешними статическими пространственно неоднородными электромагнитными полями в присутствии интенсивной электромагнитной волны.

Последние процессы имеют прямую аналогию с процессами переходного рассеяния слабых волн диэлектрической проницаемости на неподвижном (относительно среды) заряде, рассматриваемыми в рамках классической электродинамики. Для возникновения переходного рассеяния необходимо, чтобы свойства среды, в которой находится заряд или другой источник (не обладающий собственной частотой), изменялись бы периодически в пространстве и во времени [1]. В этом случае можно говорить о рассеянии (трансформации) волн диэлектрической проницаемости на заряде.

Переходное излучение и переходное рассеяние должны возникать также в вакууме в присутствии сильного пространственно неоднородного электромагнитного поля [2]. При рассмотрении этого явления в вакууме обычно ограничиваются его изучением в области малых частот $\hbar\omega \ll mc^2$, где m – масса электрона. С помощью этого условия авторы работ [1], [2], учитывая несколько первых членов разложения эффективного лагранжиана КЭД, нашли эффективную проницаемость вакуума (в присутствии интенсивного электромагнитного поля) и дали трактовку явления на языке классической электродинамики.

Экспериментальная проверка этих эффектов в вакууме в присутствии сильных пространственно неоднородных электромагнитных полей могла бы дать ценную информацию о правильности предсказаний КЭД в сильном электромагнитном поле в однопетлевом приближении. Таким образом, в длинноволновом приближении обсуждаемые здесь эффекты КЭД в вакууме в присутствии сильного электромагнитного поля являются нелинейными (по амплитудам напряженностей сильного поля), что обусловлено нелинейностью эффективного лагранжиана КЭД в вакууме в присутствии сильных внешних медленноменяющихся электромагнитных полей. Разложения эффективного лагранжиана КЭД в вакууме и лагранжиана Борна–Инфельда с точностью до членов четвертого порядка по амплитудам напряженностей электромагнитного поля приблизительно совпадают при определенном выборе значений констант. Недавно в работах [3], [4] было показано, что некоторые подобные обсуждаемым здесь эффекты КЭД можно наблюдать в экспериментах и, более того, можно оценить величины вкладов нелинейной электродинамики Борна–Инфельда уже при современном уровне развития лазерной физики. Результаты, изложенные в статьях [3], [4], явились побудительной причиной для настоящей работы, стимулировав проведение новых исследований ряда нелинейных эффектов.

Напомним, что эффективный лагранжиан постоянного электромагнитного поля в вакууме (лагранжиан Гайзенберга–Эйлера) является также лагранжианом произвольно изменяющихся электромагнитных полей, если характерные временные и пространственные периоды изменения этих полей достаточно велики ($\Omega \ll mc^2/\hbar$, где Ω – характерная частота изменения поля, m – масса электрона), а сами поля достаточно интенсивны. Поэтому с помощью эффективного лагранжиана можно изучать многие фотон-фотонные процессы в длинноволновом приближении, понимая под тензором поля $F^{\mu\nu}(x)$ в эффективном лагранжиане сумму тензоров внешнего постоянного поля $F_{\text{ext}}^{\mu\nu}(x)$ и квантованного поля фотонов $F_{\text{p}}^{\mu\nu}(x)$ (принцип универсальности электромагнитного взаимодействия) и предполагая выполнение сильного неравенства $F_{\text{ext}}^{\mu\nu}(x) \gg |F_{\text{p}}^{\mu\nu}(x)|$.

Использование ПО фотона в поле плоской электромагнитной волны (т.е. фактически применение методов КЭД) позволяет исследовать вышеупомянутые эффекты при произвольных значениях энергии (частоты) фотонов, а также при сколь угодно больших значениях напряженности поля интенсивной плоской электромагнитной волны. Применяемый нами метод исследования нелинейных эффектов был развит в работах [5], [6].

На квантовом языке индуцированное излучение фотона при его взаимодействии, например, с внешним электростатическим пространственно неоднородным полем в присутствии сильной циркулярно поляризованной электромагнитной волны соответствует

процессу поглощения двух квантов энергии $\hbar\omega_0$ (ω_0 – частота волны) из сильной волны с излучением одного фотона с энергией $2\hbar\omega_0$. Этот процесс можно назвать индуцированным (волной) процессом слияния двух “квантов интенсивной волны” с образованием одного фотона удвоенной энергии. Может иметь место и обратный индуцированный (волной) процесс расщепления фотона с энергией $2\hbar\omega_0$ на два фотона энергии $\hbar\omega_0$, которые тождественны (когерентны) “квантам интенсивной волны”. В принципе процессы слияния и расщепления фотонов должны возникать в вакууме, но если статическое поле не является пространственно-периодическим, то их вероятность за время T будет пропорциональна T .

Отметим в связи с последним замечанием работу [5], где был рассмотрен новый (нелинейный) эффект, который можно назвать резонансным переходным рассеянием в вакууме в присутствии сильного электромагнитного поля. Вероятность этого процесса (за время T) пропорциональна T^2 . Это тот же индуцированный процесс слияния нескольких (двух, если интенсивная электромагнитная волна циркулярно поляризована) “квантов интенсивной волны”, однако он возникает при распространении, например, луча лазера в статическом *пространственно-периодическом* поле. В рамках классической электродинамики этот резонансный процесс можно интерпретировать аналогично эффекту, в котором волна диэлектрической проницаемости рассеивается на источнике, обладающем собственной частотой, существование которой и приводит к резонансному эффекту.

Впервые аналитические свойства ПО во внешних постоянных электромагнитных полях различных конфигураций в однопетлевом приближении КЭД были изучены в работах [7]–[9]. Интересные эффекты, обусловленные поляризацией вакуума КЭД внешним нестационарным электромагнитным полем, описаны в книге [10].

В настоящей работе, используя ПО в поле плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны, мы рассмотрим задачу о распространении фотона в таком поле, а также эффекты индуцированного слияния и расщепления фотонов в присутствии сильной электромагнитной волны круговой поляризации и статических пространственно неоднородных полей: в центрально-симметричном поле, описываемом 4-потенциалом

$$A_0 = \frac{a_0 e^{-br}}{r}, \quad A_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

и в поле магнитного диполя, 4-потенциал которого имеет вид

$$A_0 = 0, \quad A_i = \frac{e_{ijk} M_j x_k}{r^3}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Здесь $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$, x_i – декартовы координаты, e_{ijk} – полностью антисимметричный единичный псевдотензор третьего ранга, у которого отличны от нуля лишь компоненты с тремя различными индексами (при перестановке любых двух индексов компоненты псевдотензора e_{ijk} меняют знак, и мы полагаем, что $e_{123} = 1$); M_j – декартовы компоненты трехмерного вектора магнитного момента диполя.

Теоретическое исследование вышеуказанных нелинейных эффектов в статических пространственно неоднородных полях может представить значительный интерес как для

лабораторных экспериментов, так и для ряда задач астрофизики, например для задачи о взаимодействии фотонов с сверхсильным медленноменяющимся электромагнитным полем нейтронной звезды [11].

В статье используется система единиц, в которой $c = \hbar = 1$.

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ФОТОНА В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

В координатном представлении ПО фотона определяется формулой

$$\Pi^{\mu\nu}(x, y; F) = -ie^2 \text{tr}[\gamma^\mu S^c(x, y; F) \gamma^\nu S^c(y, x; F)], \quad (3)$$

где $S^c(x, y; F)$ – причинная функция Грина электрона в поле плоской электромагнитной волны в координатном представлении. ПО в произвольном плосковолновом поле был получен, например, в работах [12]–[14] (см. также [6] и приведенную там литературу).

Рассмотрим схематически, как вычисляется ПО фотона в плосковолновом поле. Пусть волновой вектор плосковолнового поля $k^\mu = \omega_0 n^\mu$. При расчете ПО удобно ввести фиксированную систему 4-векторов в пространстве Минковского

$$n^\mu = (1, \mathbf{n}), \quad n_+^\mu = \frac{1}{2}(1, -\mathbf{n}), \quad a_i^\mu = (0, \mathbf{a}), \quad (4)$$

скалярные произведения которых

$$n^2 = n_+^2 = (na_i) = (n_+a_i) = 0, \quad (nn_+) = 1, \quad (a_ia_j) = -\delta_{ij} \quad (5)$$

и

$$\mathbf{n}\mathbf{n} = 1, \quad \mathbf{n}\mathbf{a}_i = 0, \quad \mathbf{a}_i\mathbf{a}_j = \delta_{ij}. \quad (6)$$

Здесь δ_{ij} – символ Кронекера. В таком базисе произвольный 4-вектор имеет вид

$$p^\mu = n^\mu p_+ + n_+^\mu p_- + a_i^\mu p_i, \quad (7)$$

где

$$p_+ = (n_+p), \quad p_- = (np), \quad p_i = -(a_ip). \quad (8)$$

4-потенциал поля плоской электромагнитной волны круговой поляризации в базисе (4) записывается как

$$A^\mu(x) = a_1^\mu f_1(kx) + a_2^\mu f_2(kx), \quad f_1(kx) = \frac{E_0}{\omega_0} \cos kx, \quad f_2(kx) = \frac{E_0}{\omega_0} \sin kx, \quad (9)$$

где E_0 и ω_0 – амплитуда напряженности и частота поля волны.

Окончательное выражение для регуляризованного ПО фотона можно представить в следующем полностью “поперечном виде” (см., например, [15]):

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(p, q, F) = & [(l_1^\mu(p)l_1^\nu(q) + l_2^\mu(p)l_2^\nu(q))(\Pi_1 - \Pi_0) + \\ & + (l_1^\mu(p)l_2^\nu(q) - l_2^\mu(p)l_1^\nu(q))\Pi_4 + l_3^\mu(p)l_3^\nu(q)\Pi_0]\delta^4(p - q) + \\ & + (l_1^\mu(p) - il_2^\mu(p))(l_1^\nu(q) - il_2^\nu(q))\Pi_- \delta^4(p - q + 2k) + \\ & + (l_1^\mu(p) + il_2^\mu(p))(l_1^\nu(q) + il_2^\nu(q))\Pi_+ \delta^4(p - q - 2k). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь введены две системы векторов $l_j(p), l_j(q)$:

$$l_0^\mu(p) = \frac{p^\mu}{\sqrt{p^2}}, \quad l_3^\mu(p) = \frac{k^\mu p^2 - p^\mu(kp)}{\sqrt{p^2}(kp)}, \quad l_j^\mu(p) = \frac{p_\nu(k^\nu a_j^\mu - a_j^\nu k^\mu)}{(kp)}, \quad (11)$$

а функции $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_4, \Pi_\pm$ зависят только от скаляров, которые конструируются как всевозможные свертки 4-импульсов фотона в начальном (p) и конечном (q) состояниях, волнового вектора k и тензора поля интенсивной плоской электромагнитной волны.

Приведем их в явном виде:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \frac{e^2}{2\pi} \int_0^\infty \frac{du}{u} \int_0^1 dv (1-v^2)(pq)[e^{is} - e^{-iu}], \\ \Pi_j &= -\frac{e^2}{2\pi} \int_0^\infty \frac{du}{u} \int_0^1 dv d_j e^{is}, \quad j = 1, 2, 4, \quad \Pi_\pm \equiv \Pi_2; \\ s &= u \left[\frac{(pq)(1-v^2)}{4m^2} - 1 - \xi^2(1-c^2) \right], \\ d_1 &= 2\xi^2 \left[2\frac{1-v^2}{1+v^2} \sin^2 f_- + 1 - c^2 - 2 \left(1 - \frac{2v^2}{1-v^2} \right) f_- cc' \right], \\ d_2 &= \xi^2(1-c^2 - 2f_- cc'), \quad d_4 = 4\xi^2 \frac{1+v^2}{1-v^2} f_-^2 cc', \\ c &= \frac{\sin f_-}{f_-}, \quad c' = \frac{dc}{df_-}, \quad f_- = \frac{u(1-v^2)\omega_0 q_-}{4m^2} \equiv \frac{u(1-v^2)\lambda}{2}, \quad \xi^2 = \frac{e^2 E_0^2}{m^2 \omega_0^2}, \\ \lambda &= \frac{\omega_0 q_-}{2m^2} = \frac{\omega_0 \omega (1 - \cos \theta)}{2m^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где θ — угол между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{k}$, характеризующий направление распространения фотона с 4-импульсом q по отношению к направлению распространения интенсивной электромагнитной волны, и мы обозначили $q^0 = \omega$. Так как фазовые скорости фотона и интенсивной волны в вакууме одинаковы, то фотон не должен взаимодействовать с поляризованным (интенсивной волной) вакуумом, если направления распространения фотона и интенсивной волны совпадают, т.е. при $\theta = 0$. Действительно, из (12) видно, что при $\theta = 0$ имеем $f_- = 0$, $c = 0$, $c' = 0$, поэтому обращаются в нуль все функции $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_4, \Pi_\pm$, а значит, и $\Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(p, q, F)$.

Легко проверить, что векторы $l_k(p), l_k(q)$ образуют полные ортонормированные системы:

$$g_{\mu\nu} l_i^\mu(p) l_k^\nu(p) = g_{ik}, \quad \sum_{i,k} g^{ik} l_i^\mu l_k^\nu = g^{\mu\nu}, \quad (13)$$

где $g^{\mu\nu}$ — тензор Минковского. В силу законов сохранения $p_1 = q_1$, $p_2 = q_2$, $p_- = q_-$ имеют место соотношения

$$\begin{aligned} l_1^\mu(p) &= l_1^\mu(q) = l_1^\mu, & l_2^\mu(p) &= l_2^\mu(q) = l_2^\mu, \\ l_3^\mu(p) &= [l_3^\mu(q)l_+ - l_0^\mu(q)l_-], & l_0^\mu(p) &= [l_0^\mu(q)l_+ - l_3^\mu(q)l_-], \\ l_\pm &= \frac{q^2 \pm p^2}{2\sqrt{p^2 q^2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФОТОНА В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Введем обозначения

$$\Pi_1 - \Pi_0 = C_1, \quad \Pi_2 = C_2, \quad \Pi_0 = C_3, \quad \Pi_4 = C_4.$$

Из приведенного выражения для ПО следует, что амплитуда упругого рассеяния линейно поляризованного фотона имеет недиагональный вид (по отношению к поляризациям фотона в начальном и конечном состояниях), т.е. амплитуда упругого рассеяния фотона с изменением его поляризации отлична от нуля, причем

$$l_1^\mu \Pi_{\mu\nu, \text{reg}} l_2^\nu = C_1, \quad l_2^\mu \Pi_{\mu\nu, \text{reg}} l_1^\nu = -C_1.$$

Значит, плоскость поляризации линейно поляризованного фотона, распространяющегося в поле интенсивной плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны, должна поворачиваться. Для получения оценки эффекта воспользуемся модифицированными уравнениями Максвелла, которые описывают распространение слабой электромагнитной волны (фотона с 4-вектором поляризации $e^\mu(q)$) в некоторой эффективной среде:

$$q^2 e^\mu(q) = - \int \Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(p, q, F) e_\nu(p) d^4 p, \quad (15)$$

где $\Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(p, q, F)$ – ПО (10). Решения уравнения (15) ищем в виде (см. [13], [15])

$$e_0^\mu = l_0^\mu F_0(q), \quad e_{1,2}^\mu = l_+^\mu F_1(q) + l_-^\mu F_2(q), \quad e_3^\mu = l_3^\mu F_3(q), \quad (16)$$

где $l_\pm^\mu = 2^{-1/2}(l_1^\mu \pm il_2^\mu)$.

Подставляя (16) в (15), получаем уравнения для векторов e_0^μ и e_3^μ

$$q^2 e_0^\mu = 0, \quad (q^2 + C_3) e_3^\mu = 0,$$

решения которых имеют вид

$$e_0^\mu = l_0^\mu F_0(q) \delta(q^2), \quad e_3^\mu = l_3^\mu F_3(q) \delta(q^2 + C_3).$$

Для существования нетривиальных решений для векторов e_1^μ и e_2^μ необходимо, чтобы выполнялись уравнения

$$\begin{aligned} [q^2 + C_0(q) + iC_1(q)] F_1(q) + 2C_2(q + 2k) F_2(q + 2k) &= 0, \\ 2C_2(q) F_1(q) + [(q + 2k)^2 + C_0(q + 2k) - iC_1(q + 2k)] F_2(q + 2k) &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $C_j(q + 2k)$, $j = 0, 1, 2$, и $F_2(q + 2k)$ являются функциями аргумента $q + 2k$.

Собственные векторы ПО фотона описывают поляризацию электромагнитных волн с импульсом p^μ во внешнем поле. Отметим, что если $p^2 > 0$, то векторы l_j^μ , $j = 1, 2, 3$,

пространственноподобны, т.е. $(l_1^\mu)^2 < 0$, $(l_2^\mu)^2 < 0$, $(l_3^\mu)^2 < 0$; если же $p^2 = 0$, то векторы $l_{1,2}^\mu$ остаются пространственноподобными, а $l_3^\mu \rightarrow -p^\mu / \sqrt{p^2}$, так что третьей моды в этом пределе не существует. Таким образом, вблизи вакуумного закона дисперсии ($q^2 = 0$) физически содержательных решений модифицированных уравнений Максвелла (15), соответствующих модам e_0^μ и e_3^μ , не существует. Решения, соответствующие поляризациям e_1^μ и e_2^μ , поперечны в трехмерном смысле. Вблизи вакуумного закона дисперсии эти решения описывают распространение фотонов, характеризующихся двумя различными поляризациями (в общем случае эллиптическими), в интенсивной плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волне.

Из модифицированных уравнений Максвелла следует, что право- и левополяризованные фотоны распространяются в поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны с различными фазовыми скоростями. Из (16) и (17) получим два решения, которые описывают состояния поперечно поляризованных фотонов правой (+) и левой (−) круговой поляризации:

$$\begin{aligned} e_+^\mu &\equiv e_1^\mu = l_+^\mu F_1, & F_2 &= 0, \\ e_-^\mu &\equiv e_2^\mu = l_-^\mu F_2, & F_1 &= 0, \end{aligned}$$

с законами дисперсии

$$q^2 = -[C_0(q) \pm iC_1(q)].$$

Оценим эффект в ξ^2 -порядке, ограничиваясь физически интересным случаем $\lambda \ll 1$. Отметим еще раз, что если фотон (слабая волна) распространяется строго в направлении интенсивной электромагнитной волны, то $\lambda = 0$ и эффект отсутствует. Очевидно также, что наиболее благоприятный случай соответствует распространению фотона и интенсивной волны навстречу друг другу. Вычислив $C_0(q)$ и $C_1(q)$ в ξ^2 -порядке и вводя показатели преломления, соответствующие право- и левополяризованным волнам, получим

$$\begin{aligned} q_\pm^2 &= q_{0\pm}^2(1 - n_\pm^2), \\ n_\pm^2 &= 1 + \frac{22}{45} \frac{(em\xi\lambda)^2}{\pi q_0^2} \left(1 \pm \frac{16\lambda}{77}\right). \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, при распространении слабой электромагнитной волны в поле интенсивной циркулярно поляризованной электромагнитной волны возникают две поляризованные по кругу волны, распространяющиеся с различными фазовыми скоростями. Плоскость поляризации слабой линейно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся в поле интенсивной циркулярно поляризованной электромагнитной волны, повернется на угол (на единице длины пути)

$$\psi = \frac{1}{2}\omega(n_+ - n_-) = \frac{16\omega}{315} \frac{(em\xi\lambda)^2}{\pi\omega^2} \lambda \equiv \frac{16\omega}{315} \frac{(eE_0)^2}{\pi E_{\text{cr}}^2} \lambda. \quad (19)$$

Заметим, что в работах [3] в подобного рода задачах предложено измерять разность частот, а не угол поворота плоскости поляризации.

4. ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНОВ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И В НЕОДНОРОДНОМ СТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

ПО фотона (10) содержит четырехмерные δ -функции вида $\delta^4(p - q \pm lk)$ с $l = 2$ в рассматриваемом здесь частном случае циркулярно поляризованной электромагнитной волны. Нелишне отметить, что в поле линейно или эллиптически поляризованной волны ПО можно представить в виде двукратного интеграла и ряда, l -й член которого содержит четырехмерные функции $\delta^4(p - q \pm lk)$, причем l – всегда четное число, а в поле, являющемся суперпозицией постоянного (например, скрещенного или постоянного магнитного поля) и поля волны, число l произвольно [14]. Соответствующие l -е члены ряда можно интерпретировать как амплитуду процесса, в котором участвуют (поглощаются или излучаются) l “квантов волны”. Так, если $l = 0$, то соответствующий член ряда описывает процесс упругого рассеяния фотона, распространяющегося в поляризованном интенсивной волной вакууме, в то время как при $l \neq 0$ процесс неупругий. Тот факт, что при неупругом рассеянии фотона в вакууме в присутствии только интенсивной электромагнитной волны любой поляризации из волны может поглотиться (или в волну испуститься) всегда четное число “квантов волны”, является простым следствием теоремы Фарри.

Так как “кванты волны” не имеют массы ($k^2 = 0$), то неупругие процессы отсутствуют для фотонов на массовой оболочке, т.е. в случае, когда и $p^2 = 0$, и $q^2 = 0$. При этом ПО в поле интенсивной электромагнитной волны любой поляризации обращается в нуль, так как обращаются в нуль скаляры

$$(pq) = (pk) = (qk) = 0, \quad p^2 = q^2 = k^2 = 0. \quad (20)$$

Например, в случае интенсивной циркулярно поляризованной электромагнитной волны при выполнении равенств (20) обращаются в нуль функции Π_0 , Π_1 , Π_4 , $\Pi_{\pm}$, что видно из формулы (10).

Если $p^2 \neq 0$, $q^2 = 0$ или $q^2 \neq 0$, $p^2 = 0$, то один из внешних фотонов становится виртуальным и ему можно сопоставить слабое внешнее электромагнитное поле, описываемое некоторым заданным вектор-потенциалом $A_{\text{ext}}(x)$. Пусть, например, $p^2 \neq 0$, $q^2 = 0$. Тогда в результате указанной замены в ПО появится интегрирование по d^4p , так как p теперь является произвольным, и мы получим

$$\Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(q, k, F) \rightarrow \int \Pi_{\text{reg}}^{\mu\nu}(p, q, F, A_{\text{ext}}(p)) d^4p, \quad (21)$$

где $A_{\text{ext}}(p)$ – фурье-образ вектор-потенциала слабого внешнего поля.

Амплитуды процессов поглощения и излучения внешних (т.е. не волновых) фотонов в низшем порядке теории возмущений по константе взаимодействия с потенциалом $A_{\text{ext}}^{\rho}(x)$, очевидно, можно определить с помощью ПО (21) следующим образом:

$$iT_a = 2\pi\delta(q^0 - 2k^0)e_{\mu}\Pi_{\text{reg}}^{\mu\rho}(q, F, A_{\text{ext}})e_{\rho}^{*}(2q^0)^{-1/2} \quad (22)$$

для поглощения фотона с поляризацией e_μ ,

$$iT_e = 2\pi\delta(2k^0 - p^0)e_\rho\Pi_{\text{reg}}^{\rho\mu}(p, F, A_{\text{ext}})e_\mu^*(2p^0)^{-1/2} \quad (23)$$

для излучения фотона с поляризацией e_μ . Эти процессы можно назвать индуцированными процессами, так как они индуцированы интенсивной электромагнитной волной. Если поле интенсивной волны также учитывается по теории возмущений, то, очевидно, формулы (22) и (23) описывают соответственно амплитуды следующих процессов:

$$q + A_{\text{ext}} \rightarrow 2k, \quad 2k + A_{\text{ext}} \rightarrow p,$$

причем фотоны с импульсом k полностью тождественны “квантам волны”.

Очевидно, процесс индуцированного поглощения фотона с 4-импульсом q соответствует расщеплению (распаду) этого фотона на два “кванта волны” при рассеянии фотона на статическом потенциале A_{ext} в присутствии интенсивной электромагнитной волны, а процесс индуцированного излучения фотона с 4-импульсом p соответствует слиянию двух “квантов волны” при рассеянии интенсивной электромагнитной волны на статическом потенциале A_{ext} с образованием фотона удвоенной энергии $2\omega_0$. Подчеркнем еще раз, что в амплитудах (22) и (23) по теории возмущений учитывается лишь взаимодействие с потенциалом $A_{\text{ext}}^\rho(x)$. Замечательно, что оба эти процесса полностью определяются одной скалярной функцией Π_2 , а задача определения амплитуд рассматриваемых процессов сводится, по существу, к вычислению одного из интегралов формулы (12), в котором нужно положить

$$(pq) = -2(kq) = -2(kp).$$

Дифференциальную вероятность индуцированного излучения фотона с 4-импульсом p любой поляризации (линейной или круговой), соответствующую вероятности слияния двух “квантов волны” при рассеянии интенсивной электромагнитной волны на статическом потенциале A_{ext} с образованием фотона p , можно определить формулой

$$w = \frac{(e|\Pi_2|)^2}{32\pi\epsilon^2} \left(\frac{\omega}{m^2\lambda}\right)^4 \omega \sin^2 \theta d\Omega, \quad (24)$$

где θ — угол между импульсом испущенного фотона и направлением распространения волны. Эта вероятность не зависит от поляризации излучаемого фотона.

Заметим, что так как интегрирование по q в Π_2 должно проводиться после подстановки (21), функция Π_2 , определяемая формулой (12), будет содержать дополнительный множитель, посредством которого учитывается вклад в Π_2 от фурье-образа потенциала A_{ext}^ρ статического неоднородного поля. И так как интегрирование по $\mathbf{q}$ снимается с помощью функции $\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{q} - 2\mathbf{k})$, этот множитель, очевидно, равен $\Phi = (\mathbf{p} - 2\mathbf{k})^2 \times A_{\text{ext}}^\rho(\mathbf{p} - 2\mathbf{k})$. В частности, в формулу для вероятности индуцированного излучения фотона в поле (1) следует подставить

$$\Phi_a = 8ea \frac{\omega_0^2 + \mathbf{q} \cdot \mathbf{k}}{8(\omega_0^2 + \mathbf{q} \cdot \mathbf{k}) + b^2} = 8ea\omega_0^2 \frac{1 - \cos \theta}{8\omega_0^2(1 - \cos \theta) + b^2}, \quad (25)$$

а в поле (2) –

$$\Phi_{Mj} = -4\pi i e e_{jkl} M_k (p_l - 2k_l).$$

Вероятность индуцированного поглощения фотона q , соответствующая вероятности расщепления фотона q на два “кванта волны” при рассеянии фотона на статическом потенциале A_{ext} в поле интенсивной электромагнитной волны, определяется также формулой (24), однако в этом случае угол θ фиксирован.

Для процесса слияния двух “квантов волны” с образованием одного фотона можно ввести понятие дифференциального сечения процесса, поделив вероятность (24) на плотность потока “квантов волны”:

$$\sigma = \frac{w}{j} = \frac{we^2}{m^2 \xi^2 \omega}.$$

Процесс расщепления фотона удобно характеризовать вероятностью (24) или длиной пробега фотона $L = w^{-1}$.

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ Π_2 . ВЕРОЯТНОСТИ

Так как формулы для вероятностей обсуждаемых здесь индуцированных процессов главным образом определяются функцией Π_2 , кратко изложим схему вычисления этой функции при различных соотношениях между параметрами. Если $\xi^2 \ll 1$, то подынтегральное выражение для Π_2 в (12) можно разложить по ξ^2 , и если ограничиться лишь главным членом этого разложения (т.е. ξ^2 -порядком), то интегрирование по v легко выполняется и мы получим (здесь мы обозначим $\Pi_2 = \Phi C$ и далее вычисляем C)

$$C = \frac{(em\xi)^2}{2\pi} \left[1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} \left(\frac{1}{(\lambda t)^2} + \frac{2}{\lambda t} \right) \ln \frac{1+2\lambda t}{(1+\lambda t)^2} \right]. \quad (26)$$

Отсюда видно, что в ξ^2 -порядке C – вещественная функция: $\text{Im } C = 0$.

Остающийся интеграл вычисляется просто, однако ответ получается громоздким. Мы приведем здесь C в пределах $\lambda \ll 1$ и $\lambda \gg 1$:

$$C = \begin{cases} \frac{(em\lambda\xi)^2}{16\pi} \left(\frac{16}{15} + \frac{64}{35}\lambda \right), & \lambda \ll 1, \\ -\frac{(em\xi)^2}{4\pi} \left[-1 + \frac{\ln \lambda}{2\lambda} (\ln \lambda - 2 \ln 2) \right], & \lambda \gg 1. \end{cases} \quad (27)$$

При произвольных значениях параметра ξ относительно простое интегральное представление для функции C удается получить только в пределе $\lambda \ll 1$ (дополнительный множитель, учитывающий вклад в C от A_{ext}^p , мы не выписываем) в виде

$$C = -\frac{(em)^2}{16\pi} (2^2 \xi \lambda)^{2/3} \pi^{1/2} \int_1^\infty \frac{dt}{t^{13/6} (t-1)^{1/2}} f'(z), \quad (28)$$

где $f'(z)$ – производная функции Стокса–Харди

$$f(z) = \frac{i}{\pi^{1/2}} \int_0^\infty e^{-i(zx+x^3/3)} dx,$$

аргумента $z = (2t/\xi\lambda)^{2/3}(1 + \lambda t)$.

Используя интегральное представление функции $f(z)$, в результате интегрирования (28) можно получить асимптотическое разложение C в ряд (по $\xi\lambda$) в области значений $\xi\lambda \ll 1$ с сохранением любого конечного числа членов. Отметим, что $f(z)$, как функция $\xi\lambda$, имеет существенную особенность в точке $\xi\lambda = 0$, а асимптотическое разложение C содержит экспоненциально малую мнимую часть. В области значений $\xi\lambda \gg 1$ действительную и мнимую части C удастся представить в виде разложения в ряд по обратным степеням $(\xi\lambda)^{2/3}$. В результате, сохраняя только главные члены, получим

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} C &\cong \frac{(4em\lambda\xi)^2}{15\pi}, & \operatorname{Im} C &\cong -\frac{(em)^2}{16\sqrt{2}\pi}\sqrt{3}\xi\lambda e^{-4/3\xi\lambda}, & \xi\lambda \ll 1; \\ C &\cong \frac{(em)^2 2^{1/3}}{14\sqrt{\pi}}(3\xi\lambda)^{2/3} \frac{\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/6)}(1 - i\sqrt{3}), & \xi\lambda \gg 1. \end{aligned} \quad (29)$$

Обсудим кратко вопрос о мнимой части Π_2 . Например, если речь идет о процессе индуцированного поглощения (т.е. расщепления) фотона q , то мнимая часть Π_2 при произвольных ξ^2 описывает процесс превращения фотона в электрон-позитронную пару в поле интенсивной электромагнитной волны в присутствии пространственно-неоднородного статического поля A_{ext} и последующую аннигиляцию этой пары в два “кванта волны”. Процессу индуцированного расщепления фотона q можно сопоставить диаграммы Фейнмана, изображенные на рисунке. Сплошными линиями изображается распространение виртуальных электрона и позитрона в поле интенсивной плоской электромагнитной волны, крестиком – их взаимодействие со статическим полем; штриховые линии изображают распространение фотонов. Вертикальные штрихпунктирные линии показывают рассеечения диаграмм, соответствующие реальным состояниям электрона и позитрона в поле интенсивной волны. Направление течения времени – слева направо. Заметим, что если направление течения времени на рисунке изменить на обратное (справа налево), то те же диаграммы будут описывать обратный процесс слияния двух “квантов волны” в один фотон с энергией $2\omega_0$.

При произвольных ξ , но в области $\xi\lambda \ll 1$, экспоненциально малость мнимой части Π_2 объясняется тем, что в этой области экспоненциально мала вероятность превращения фотона q в электрон-позитронную пару в (фактически постоянном) скрещенном электромагнитном поле в присутствии статического поля A_{ext} (см., например, [15]).

Рождение электрон-позитронной пары фотоном в поле интенсивной электромагнитной волны при $\xi\lambda \ll 1$ в присутствии слабого статического поля A_{ext} – эффект непертурбативный, амплитуда вероятности процесса имеет существенную особенность и экспоненциально мала (см. (29)), поэтому вычисление амплитуды вероятности этого процесса методом теории возмущений с сохранением любого конечного числа членов ряда по параметру интенсивности электромагнитной волны ($\sim \xi^2$), естественно, должно приводить к точному равенству нулю этой амплитуды. Именно поэтому строго равна нулю мнимая часть Π_2 , определяемая формулой (26).

Подставляя Π_2 в (24), представим выражение для дифференциальной вероятности процесса слияния двух “квантов волны” при рассеянии интенсивной электромагнитной волны на статическом потенциале A_{ext} с образованием фотона p в виде

$$w = \frac{(e|\Phi C|)^2}{32\pi\xi^2} \left(\frac{\omega}{m^2\lambda}\right)^4 \omega \sin^2 \theta d\Omega,$$

причем при $\xi\lambda \ll 1$ экспоненциально малым значением $\text{Im } C$, конечно, нужно пренебречь.

Полную вероятность процесса слияния двух “квантов волны” вычислим для случая рассеяния интенсивной электромагнитной волны на статическом кулоновском потенциале ядра с зарядом Ze_0 , $e_0 = |e|$; тогда в Φ_a нужно положить $a = Ze_0$, $b = 0$. Интегрирование по углам формулы (24) проводится просто, и мы получим для различных предельных случаев

$$w_1 = \frac{(Ze^3\xi^2\omega_0^2)^2}{2700\pi^2 m^4} \omega_0, \quad \xi^2 \gg 1, \quad \omega_0 \ll m; \quad w_2 \cong w_1, \quad \lambda \ll 1, \quad \xi\lambda < 1; \quad (30)$$

$$w_3 \cong 3 \cdot 10^{-2} \frac{(Ze^3\xi^2)^2}{16\pi^2} \omega_0, \quad \xi < 1, \quad \omega_0 \gg m; \quad (31)$$

$$w_4 \cong 0.5 \frac{(Ze^3\xi)^2}{4\pi} \frac{\Gamma^2(2/3)}{\Gamma^2(1/6)} \omega_0, \quad \lambda < 1, \quad \xi\lambda \gg 1;$$

$$\sigma_4 \cong (Ze^2)^2 r_0^2, \quad r_0 = \frac{e^2}{m}. \quad (32)$$

При $\xi \ll 1$, $\omega \gg m$ основной вклад дает область значений угла $\theta > m\sqrt{2}/\omega$. При $\xi\lambda \gg 1$, $\omega < m$ вероятность и сечение индуцированного излучения фотона достигают своих максимальных значений, причем сечение (32) не зависит от нелинейного параметра интенсивности волны ξ^2 , а определяется зарядом ядра.

Отметим, что процесс слияния двух “квантов волны” в один фотон при рассеянии интенсивной электромагнитной волны круговой поляризации на кулоновском центре рассматривался в работе [16] путем прямого вычисления соответствующей диаграммы Фейнмана в областях значений параметров $\xi \ll 1$, $\omega \ll m$ и $\xi \ll 1$, $\omega \gg m$. Формулы (30) и (31), полученные нами, совпадают с соответствующими выражениями работы [16].

6. РЕЗОНАНСНОЕ ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНОВ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И В ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОМ СТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим еще один нелинейный эффект, который в классической теории можно интерпретировать как резонансное переходное рассеяние в вакууме в присутствии внешнего интенсивного электромагнитного поля [5]. Это тот же индуцированный поляризацией вакуума интенсивной электромагнитной волной процесс излучения фотона, соответствующий эффекту слияния “квантов волны” в один фотон, но этот эффект может иметь место только в том случае, если интенсивная электромагнитная волна распространяется в статическом пространственно-периодическом поле.

Рассмотрим сначала этот процесс для случая циркулярно поляризованной электромагнитной волны и статического пространственно-периодического поля с 4-потенциалом

$$A_0 = \frac{E}{g} \cos \mathbf{g} \mathbf{r}, \quad A_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (33)$$

Таким 4-потенциалом, по-видимому, можно моделировать электростатическое поле кристалла в области каналирования заряженных частиц. Амплитуда индуцированного слияния “квантов интенсивной волны” в один фотон определяется формулой (23), а вероятность — выражением (24). Вследствие пространственной периодичности статического поля (33) его фурье-образ содержит четырехмерную функцию $\delta(p_0)\delta^3(\mathbf{g} - \mathbf{p})$, а в амплитуде вероятности процесса индуцированного излучения фотона возникает функция $\delta^3(\mathbf{g} - \mathbf{q} + 2\mathbf{k})$, аргументом которой теперь определяется угол вылета излучаемого фотона, поэтому интегрирование по углам в формуле для вероятности (24) не проводится. Подчеркнем, что формула для вероятности содержит квадрат функции $\delta^3(\mathbf{g} - \mathbf{q} + 2\mathbf{k})$.

Рассматриваемый процесс является резонансным и с точки зрения квантовой теории¹⁾: вероятность процесса будет отлична от нуля только тогда, когда “сработает” функция $\delta^3(\mathbf{g} - \mathbf{q} + 2\mathbf{k})$, т.е. когда $\mathbf{g}$, $\mathbf{q}$ и $\mathbf{k}$ удовлетворяют резонансному условию (закону сохранения). Резонансное условие позволяет однозначно определить угол вылета фотона и приводит к тому, что вероятность процесса обращается в бесконечность. Однако если при вычислении амплитуды вероятности учесть, что взаимодействие длилось не бесконечное, а конечное время t , то одну из δ -функций следует заменить на множитель $T/2\pi$. Более точно, так как в рассматриваемом здесь случае аргументом функции $\delta^3(\mathbf{g} - \mathbf{q} + 2\mathbf{k})$ является величина размерности обратной длины, то должен появиться множитель $l/2\pi$, а не $T/2\pi$, где l — длина пройденного фотоном пути за время взаимодействия T , однако ясно, что в системе единиц $\hbar = c = 1$ эти величины совпадают.

¹⁾ Достаточно подробное обсуждение понятия резонансного процесса в квантовой физике можно найти на с. 49 основополагающей работы [8], в которой рассмотрен резонансный процесс — однофотонная аннигиляция электрон-позитронной пары в поле интенсивной плоской электромагнитной волны.

Далее мы ограничимся рассмотрением случая $\omega_0 < m$, $\xi < 1$. Полученная нами вероятность процесса индуцированного излучения фотона с энергией $2\omega_0$ в поле интенсивной электромагнитной волны круговой поляризации и в пространственно-периодическом статическом поле (33) в объеме взаимодействия V за время T имеет вид

$$w = T^2 V \omega_0 \frac{[eF E_0^2 m^2 \omega_0 \sin \theta (1 - \cos \theta)]^2}{(15\pi^{3/2} E_{\text{cr}}^3 g)^2}, \quad E_{\text{cr}} = \frac{m^2}{|e|},$$

где

$$\cos \theta = 1 \pm \frac{g \cos \phi}{2\omega_0} = 1 - \frac{g^2}{8\omega_0^2},$$

θ — угол между векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$, а ϕ — угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{g}$. Таким образом, угол вылета фотона полностью определяется векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{g}$.

Весьма интересный резонансный эффект может иметь место при распространении лазерного луча (интенсивной волны) во внешнем электромагнитном поле, описываемом 4-потенциалом вида (такое поле реализуется, например, в “плоском” магнитном ондуляторе)

$$\mathbf{A} = \left(0, \frac{B}{4\omega_0} \cos(4\omega_0 z), 0 \right), \quad A_0 = 0, \quad (34)$$

где ω_0 — частота (а точнее, волновое число) поля интенсивной волны.

Вероятность процесса индуцированного излучения фотона p с энергией $2\omega_0$ в поле интенсивной волны круговой поляризации и в статическом поле (34) в объеме V за время T в пределе $\omega_0 \ll m$, $\xi < 1$ имеет вид

$$w = T^2 V \omega_0 \frac{(eB E_0^2 m^2)^2}{(15\pi^{3/2} E_{\text{cr}}^3)^2}.$$

Угол вылета фотона в рассматриваемом поле равен π , т.е. фотон удвоенной энергии должен распространяться в направлении, противоположном направлению распространения интенсивной волны. С точки зрения классической теории резонансное переходное рассеяние в таком поле эквивалентно генерации слабой волны удвоенной частоты, распространяющейся в обратном (лазерному лучу) направлении.

Подчеркнем, что поскольку взаимодействие с излучаемым фотоном в рассмотренных здесь резонансных процессах учитывается по теории возмущений, то вероятность процесса индуцированного излучения фотона за время T должна быть много меньше единицы, так что время взаимодействия T нельзя взять слишком большим. Но время T не может быть и слишком малым, так как виртуальные электрон и позитрон должны пройти за это время ту пространственно-временную область, в которой формируется вероятность процесса (см. [8]).

7. ОБСУЖДЕНИЕ

Если конфигурация внешнего электромагнитного поля представляет собой комбинацию слабого (т.е. учитываемого по теории возмущений) статического пространственно неоднородного электромагнитного поля и поля, являющегося суперпозицией полей, например поля интенсивной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления постоянного магнитного поля, или поля интенсивной электромагнитной волны и постоянного скрещенного поля специального вида, то ПО содержит δ -функции вида $\delta^4(p - q)$, $\delta^4(p - q \pm lk)$, $l = 1, 2, 3 \dots$.

Такая структура ПО приводит к появлению нового эффекта – когерентного рассеяния квантов волны (без изменения энергии кванта) на статическом пространственно неоднородном электромагнитном поле в присутствии, например, постоянного магнитного поля или постоянного скрещенного поля, а рассмотренные выше индуцированные процессы расщепления внешнего фотона на “кванты волны” и слияния “квантов волны” с образованием одного фотона принципиально возможны с участием любого числа l “квантов волны”.

Для сравнения с рассмотренными выше эффектами приведем формулу для полной вероятности процесса когерентного рассеяния “кванта интенсивной волны”, распространяющейся вдоль вектора напряженности постоянного и однородного магнитного поля $\mathbf{B}$, на кулоновском центре (в пределе $\omega_0 \ll m$, $B \ll E_{\text{cr}}$):

$$w = 2\omega_0 \frac{(Ze^3 B E_0)^2}{(15\pi E_{\text{cr}}^2)^2}. \quad (35)$$

Отметим, что процесс индуцированного излучения фотона (т.е. слияния “квантов волны” с образованием одного фотона) с точки зрения классической электродинамики представляет собой процесс генерации фотонов на частотах, кратных частоте волны. Из полученных результатов следует, что генерация фотонов на гармониках частоты волны с $l > 2$ невозможна, если взаимодействие со статическим пространственно неоднородным электромагнитным полем учитывается лишь в первом борновском приближении. Однако этот вывод оказывается справедливым лишь для случая слияния “квантов” циркулярно поляризованной электромагнитной волны. В общем случае при рассеянии эллиптически поляризованной электромагнитной волны в статическом поле генерация фотонов на гармониках частоты волны с $l > 2$ становится возможной даже в первом борновском приближении по константе взаимодействия со статическим электромагнитным полем.

Для астрофизических приложений наиболее важным проявлением нелинейности модифицированных уравнений Максвелла, в которых учитываются радиационные поправки, является расщепление фотона на два во внешнем постоянном магнитном поле. Этот нелинейный эффект был рассмотрен с использованием эффективного лагранжиана постоянного электромагнитного поля в работах [17], [18]. Амплитуде процесса расщепления фотона на два в постоянном и однородном магнитном поле, влияние которого учитывается по теории возмущений, в низшем неисчезающем порядке по константе взаимодействия КЭД (e^2) соответствуют диаграммы Фейнмана с шестью внешними линиями:

три фотонными и тремя линиями внешнего магнитного поля (см., например, [17], [19]). Поэтому отношение вероятности этого процесса к вероятности (30), равное по порядку величины $(B/B_{\text{сг}})^4$ (B – напряженность магнитного поля, $B_{\text{сг}} = m^2/|e| = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс – напряженность так называемого критического поля), пренебрежимо мало даже для рекордных полей $B \sim 10^5$ Гс, получаемых в настоящее время в лабораторных установках.

В заключение отметим работу [20], в которой сообщается, по-видимому, о первом наблюдении превращения многих фотонов на массовой оболочке в электрон-позитронные пары в эксперименте по многофотонному рассеянию фотона на фотоне.

Список литературы

- [1] В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович. ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 1818.
- [2] В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович. ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 1621.
- [3] В. И. Денисов, И. П. Денисова. ТМФ. 2001. Т. 129. С. 131; ДАН. 2001. Т. 378. С. 4.
- [4] V. I. Denisov. Phys. Rev. D. 2000. V. 61. P. 036004.
- [5] В. Р. Халилов. Вестн. МГУ. Сер. физика, астрономия. 1983. № 1. С. 88.
- [6] В. Р. Халилов. Электроны в сильном магнитном поле. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [7] В. И. Ритус. ЖЭТФ. 1969. Т. 57. С. 2176.
- [8] В. И. Ритус. Тр. ФИАН СССР. 1979. Т. 111. С. 5.
- [9] И. А. Баталин, А. Е. Шабад. ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 894.
- [10] А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [11] R. C. Duncan. Physics in ultra-strong magnetic fields. astro-ph/0002442.
- [12] W. Becker, H. Mitter. J. Phys. A. 1975. V. 8. P. 1638.
- [13] В. Н. Байер, А. И. Мильштейн, В. М. Страховенко. ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 1893.
- [14] А. Е. Лобанов, В. Р. Халилов. ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 548.
- [15] И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982.
- [16] В. П. Яковлев. ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 617.
- [17] S. L. Adler. Ann. Phys. 1971. V. 67. P. 559.
- [18] Д. В. Гальцов, Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев. Вестн. МГУ. Сер. физика, астрономия. 1972. № 5. С. 601.
- [19] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
- [20] D. L. Burke et al. Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 1626.

Поступила в редакцию 1.VII.2002 г.