Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. П. Протогенов, В. А. Вербус, Неоднородные токовые состояния в двухкомпонентной калибровочно-инвариантной модели Гинзбурга–Ландау, *ТМФ*, 2005, том 144, номер 1, 182–189

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1844>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.127.20

26 апреля 2023 г., 08:17:48

© 2005 г.

А. П. Протогенов*, В. А. Вербус†

НЕОДНОРОДНЫЕ ТОКОВЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

В рамках двухкомпонентной модели Гинзбурга–Ландау рассматриваются границы энергии неоднородных токовых состояний в легированных антиферромагнитных диэлектриках. С использованием формулировки этой модели в терминах калибровочно-инвариантных параметров порядка (единичного вектора $\mathbf{n}$, поля спиновой жесткости ρ^2 и импульса частиц $\mathbf{c}$) показано, что в такой сильно коррелированной электронной системе имеется геометрический малый параметр, который определяет степень упаковки в узлах нитевидных многообразий распределений параметров порядка для спиновых и зарядовых степеней свободы. Найдено, что с убыванием степени легирования плотность нитей возрастает, что приводит к переходу в неоднородное токовое состояние с выигрышем свободной энергии.

Ключевые слова: токовые состояния, узлы распределений параметров порядка, инвариант Хопфа.

1. ВВЕДЕНИЕ

Легирование планарных антиферромагнитных диэлектриков нарушает антиферромагнитный порядок и приводит к состоянию, которое предшествует фазе высокотемпературной сверхпроводимости. Это несверхпроводящее состояние характеризуется неоднородным распределением сильно коррелированных спиновых [1], [2] и зарядовых [3]–[6] степеней свободы, а также электронно-дырочной асимметрией [7], [8]. Исследование кооперативного поведения неоднородных систем является в настоящее время одной из наиболее актуальных задач в неабелевой теории поля [9]–[11] и современной физике конденсированного состояния. Целью данной работы является нахождение границ свободной энергии в неоднородных токовых состояниях антиферромагнитных диэлектриков при умеренном уровне их легирования.

* Институт прикладной физики РАН, 603950, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, Россия.
E-mail: alprot@appl.sci-nnov.ru

† Институт физики микроструктур РАН, 603950, Нижний Новгород, Россия

Для описания пространственных распределений электронных степеней свободы мы будем использовать следующий расширенный $(3 + 0)$ -мерный вариант [12] нелинейной $O(3)$ σ -модели:

$$F = F_{\mathbf{n}} + F_{\rho} + F_{\mathbf{c}} = \int d^3x \left[\left(\frac{1}{4} \rho^2 (\partial_k \mathbf{n})^2 + H_{ik}^2 \right) + \left((\partial_k \rho)^2 - b \rho^2 + \frac{d}{2} \rho^4 \right) + \left(\frac{1}{16} \rho^2 \mathbf{c}^2 + F_{ik}^2 - 2F_{ik} H_{ik} \right) \right]. \quad (1)$$

В этом выражении поле единичного вектора $\mathbf{n}$ описывает распределения спиновых степеней свободы, а поле импульсов $\mathbf{c} = \mathbf{J}/\rho^2 = \mathbf{a} - \mathbf{A}$, где $\mathbf{J}$ – полный ток, содержит парамагнитную ($\mathbf{a}$) и диамагнитную ($-\mathbf{A}$) части. В выражении (1) $F_{ik} = \partial_i c_k - \partial_k c_i$ и $H_{ik} = \mathbf{n} \cdot [\partial_i \mathbf{n} \times \partial_k \mathbf{n}] = \partial_i a_k - \partial_k a_i$. Для простоты потенциал Хиггса в (1) выражен только через две константы b и d . Плотность энергии тока $(1/16)\rho^2 \mathbf{c}^2$, поверхностной энергии F_{ik}^2 [13] и диамагнитное взаимодействие $-2F_{ik} H_{ik}$ полей $\mathbf{a}$ и $\mathbf{c}$ определяют вклад в токовую часть $F_{\mathbf{c}}$ свободной энергии. Безразмерные единицы для всех переменных приведены в работе [14].

Первое слагаемое в выражении (1) представляет собой энергию гейзенберговского антиферромагнетика, записанную в длинноволновом пределе. Собственная энергия H_{ik}^2 внутреннего магнитного поля $H_i = (1/2)\varepsilon_{iks} H_{ks}$ в длинноволновом пределе [15] определяется средним значением $\langle 0 | \mathbf{S}_1 [\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3] | 0 \rangle$ степени спиновой неколлинеарности на трех узлах квадратной решетки, которая возникает после того, как электрон удаляется из четвертого узла элементарной ячейки. Эти киральные распределения спиновых степеней свободы являются базисными для формирования более сложных спиновых и зарядовых структур, которые рассматриваются ниже.

Модуляция обменного интеграла, которая дает поле спиновой жесткости $(1/4)\rho^2$, определяется в выражении (1) уровнем легирования. Спиновая плотность ρ^2 связана с плотностью ρ_h^2 положительно заряженных вакантных узлов (так называемых “дырок”) условием $\rho^2 + \rho_h^2 = \text{const}$ [16]. Последнее соотношение означает, что плотность ρ_h^2 определена на пространстве, дополнительном к пространству, где определена спиновая плотность. На основании этого замечания и с учетом структуры распределений спиновых степеней свободы на решетке в работе [17] был предложен низкоразмерный аналог голографического принципа, который приводит к заключению, что распределение состояний с нарушенным антиферромагнитным порядком имеет граничный характер.

2. УЗЛЫ И ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОРЯДКА

Нижняя граница свободной энергии

$$F \geq 32\pi^2 |Q|^{3/4} (1 - |L|/|Q|)^2 \quad (2)$$

в случае $\rho = \text{const}$ зависит [18] от значения матричных элементов симметричной матрицы

$$K_{\alpha\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \int_{\mathcal{M}} d^3x \varepsilon_{ikl} a_i^\alpha \partial_k a_l^\beta = \begin{pmatrix} Q & L \\ L & Q' \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В этой матрице с $a_i^1 \equiv a_i$ и $a_i^2 \equiv c_i$ число

$$Q = \frac{1}{16\pi^2} \int_{\mathcal{M}} d^3x \varepsilon_{ikl} a_i \partial_k a_l$$

является инвариантом Хопфа, а

$$L = \frac{1}{16\pi^2} \int_{\mathcal{M}} d^3x \varepsilon_{ikl} c_i \partial_k a_l$$

– взаимный индекс зацепления [19] полей $\mathbf{c}$ и $\mathbf{a}$. При компактификации $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{M} = S^3$ и $\mathbf{n} \in S^2$ целое число $Q \in \pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ показывает степень зацепления или заузленности нитевидного многообразия в трехмерном пространстве, где поле единичного вектора $\mathbf{n}(x, y, z)$ постоянно: $\mathbf{n}(x, y, z) = \mathbf{n}$. Для двух зацепленных петель $Q = 1$, для узла-трилистника $Q = 6$ и т.д.

Уменьшение нижней границы в выражении (2) по сравнению со случаем $\mathbf{c} = 0$ [20] определяется инвариантом $L \notin \mathbb{Z}$. Этот эффект возникает из-за последнего диамагнитного слагаемого в выражении (1). Вклад этого слагаемого столь значителен, что полностью уничтожает энергию $F_{\mathbf{c}}$ и сокращает часть энергии $F_{\mathbf{n}}$. Квазиодномерный характер распределения $\mathbf{n}(x, y, z)$ -поля в выражении (1) при $\mathbf{c} = 0$ распространяется и на поле $\rho^2(x, y, z)$ [17]. Конфигурации поля ρ в виде полосок и петель и в этом случае являются наиболее выигрышными.

Запишем плотность свободной энергии в выражении (1) в виде

$$f = (\partial_k \rho)^2 + V_{\text{eff}}(\rho) + (F_{ik} - H_{ik})^2,$$

где $V_{\text{eff}} = -b_{\text{eff}}\rho^2 + (d/2)\rho^4$, а $b_{\text{eff}} = b - (1/16)\mathbf{c}^2 - (1/4)(\partial_k \mathbf{n})^2$. Из выражения для энергии V_{eff} следует, что квазиодномерные распределения поля ρ существуют лишь в том случае, когда $b_{\text{eff}} > 0$. В противоположном случае ($b_{\text{eff}} < 0$) минимум свободной энергии соответствует конфигурациям с малыми значениями функции ρ . Поэтому в общем случае состояние с конечным значением поля импульсов $\mathbf{c}$ характеризуется конкуренцией неоднородных параметров порядка $\mathbf{n}$, $\mathbf{c}$ и ρ , между которыми имеются нелокальные корреляции вследствие запутанности их одномерных распределений. Заметим, что это заключение согласуется с одним из основных утверждений работ [21], [22] о том, что неоднородные токовые состояния нельзя описать с помощью функционала Ландау с обычным векторным параметром порядка. В нашем случае существование неоднородных токовых состояний возникает из-за нелинейного взаимодействия нескольких параметров порядка¹⁾ $\mathbf{n}$, $\mathbf{c}$ и ρ на уровне их уравнений движения. Аналогичное заключение можно

¹⁾ В размерности $(2+1)$ нелокальное взаимодействие между электронами можно описывать, используя статистические калибровочные поля Черна–Саймонса a_{α}^i , которые индуцируют сильные корреляции фаз фермионных квантовых состояний на больших расстояниях. В этом случае матрица k_{ij} переплетения мировых линий в действии Черна–Саймонса

$$S = \frac{k_{ij}}{4\pi} \int_{\mathcal{M}} d^3x \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} a_{\alpha}^i \partial_{\beta} a_{\gamma}^j$$

пропорциональна матрице $K_{\alpha\beta}$, описывающей степень заузленности полевых конфигураций в $(3+0)$ -мерных системах.

сделать исходя из решеточного описания токовых состояний в так называемой шахматно-упорядоченной потоковой фазе [23], рассматривая сильные корреляции зарядовых и спиновых степеней свободы в приближении среднего поля.

3. НЕОДНОРОДНЫЕ ТОКОВЫЕ СОСТОЯНИЯ

Основой модели (1) является компактный характер поля $\mathbf{n}$, который приводит к одномерным распределениям его в виде узлов [24]–[29]. Чтобы проанализировать общий случай при $\mathbf{c} \neq 0$ и $\rho \neq \text{const}$, прежде всего запишем энергию $F_{\mathbf{n}}$ при $\rho = \text{const}$, $\mathbf{c} = 0$ и $x_i \rightarrow x_i r$ в виде

$$F_{\mathbf{n}} = \int d^3x [g_1(\partial_k \mathbf{n})^2 + g_2 H_{ik}^2] = \sqrt{g_1 g_2} (r/R + R/r),$$

где r – масштабный множитель, $R = \sqrt{g_2/g_1}$, а g_1, g_2 – константы связи. Из этих выражений видно, что характерный размер узла в минимуме энергии $F_{\mathbf{n}}$, будучи равным R , пропорционален ρ^{-1} .

С возрастанием уровня легирования $\rho_{\text{н}}^2$, т.е. с убыванием ρ^2 , радиус $R \sim 1/\rho$ растет, достигая некоторого критического значения $R_{\text{сг}}$. Начиная с этого радиуса конфигурации поля $\mathbf{n}$, образующие узел, становятся неустойчивыми [30] по отношению к масштабным преобразованиям. Это означает, что узлы с размером, большим, чем $R_{\text{сг}}$, коллапсируют с образованием локализованных структур вблизи точек стереографической проекции $\mathbb{R}^3 \rightarrow S^3$. Это явление становится ключевым при сравнении различных вкладов в свободную энергию (1) в неоднородном токовом состоянии при достаточно малых значениях ρ^2 .

Следовательно, при достаточно малой плотности ρ^2 , т.е. при достаточно высоком уровне легирования $\rho_{\text{н}}^2$, начиная с конечного значения плотности ρ^2 , для описания сильно коррелированных зарядовых и спиновых степеней свободы можно ввести малый параметр, определенный соотношением R_0/R . Здесь R_0 – корреляционная длина распределений $\mathbf{n}$ - и $\mathbf{c}$ -полей, имеющая смысл толщины нитей, для которых определены конфигурации этих полей. Типичное значение R_0 имеет порядок $10 \text{ \AA}$, т.е. равняется трем-четырем постоянным решетки. Поскольку параметр Гинзбурга в этом случае много меньше единицы, можно использовать приближение среднего поля (1). Предположим, что $R_0 < R < R_{\text{сг}}$, и сравним уменьшение свободной энергии (1) из-за диамагнитного члена $-2F_{ik}H_{ik}$ с возрастанием ее из-за члена $(\partial_k \rho)^2$. Если вклад диамагнитного члена $-2F_{ik}H_{ik}$ имеет порядок c_0/R_0^3 , где c_0 – амплитуда поля импульса $\mathbf{c}$, то оценка максимального вклада слагаемого $(\partial_k \rho)^2$ дает $1/(RR_0)^2$. Очевидно, что выигрыш должен быть также больше, чем вклады от других слагаемых в последних скобках в выражении (1), т.е. от поверхностного слагаемого $F_{ik}^2 \sim c_0^2/R_0^2$ и от собственной энергии тока $\rho^2 \mathbf{c}^2 \sim F_{ik}^2 (R_0/R)^2$. Объединяя неравенства, мы видим, что при $\alpha = (R_0/R)^2 \ll 1$ и при конечном значении импульса в области

$$\alpha/R_0 < c_0 < 1/R_0 \quad (4)$$

даже в состоянии с неоднородным распределением плотности ρ^2 свободная энергия может из-за диамагнетизма оказаться меньше, чем при $\mathbf{c} = 0$. Здесь степень α упаковки нитей в трехмерном пространстве является *искомым малым параметром* в нашей задаче, когда все константы взаимодействия равны единице.

Чтобы найти условия, при которых (несмотря на неоднородность) энергия в состоянии с импульсом из интервала (4) меньше, чем при $\mathbf{c} = 0$, сравним выигрыш в полной свободной энергии при $\rho = \text{const}$, равный $-1/R$ (при $64\pi^2|L|/|Q| \sim 1$), с вкладом слагаемого $(\partial_k \rho)^2$. Проигрыш энергии имеет порядок R_z/R^2 , где R_z – “вертикальный” размер узла. Поэтому диамагнитный вклад является основным для достаточно плоских узлов [31], существующих при $R_0 < R_z < R < R_{\text{cr}}$. Это означает, что энергия конфигураций в секторе с топологическим инвариантом $L \neq 0$ даже в неоднородном состоянии может быть меньше, чем при $\mathbf{c} = 0$. Это заключение является одним из основных результатов данной статьи. Энергия конденсации [32], которая зависит от степеней зацепления L и Q , убывает по сравнению со случаем $\rho = \text{const}$ [18]. Магнитная восприимчивость χ' в этом состоянии определяется [22] радиусом R электронных токовых корреляций как $\chi' = \chi_L/\alpha$, где χ_L – диамагнитная восприимчивость Ландау. В случае $\alpha \ll 1$ диамагнитная восприимчивость χ' может быть сравнима с $1/(4\pi)$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

В условиях, когда все константы взаимодействия в (1) равны единице²⁾, главным объектом исследования становятся геометрические свойства и топология заузленных одномерных многообразий области определения параметра порядка, дающей основной вклад в свободную энергию. Одним из результатов этого подхода является появление параметра $\alpha = (R_0/R)^2 < 1$, характеризующего степень упаковки нитей в узле. Существование минимального значения поля ρ^2 , играющего роль текущей константы связи в выражении (1), т.е. существование минимального значения $\alpha_{\min} = (R_0/R_{\text{cr}})^2$, аналогично возникновению решения для сверхпроводящей щели в двухкомпонентной модели [33], начиная в отличие от модели БКШ с конечного значения константы взаимодействия.

Выберем такой текущий параметр $\rho^2 \sim 1/R^2$, что $\alpha_{\min} < \alpha \ll 1$. Рассмотрим проекцию дополнительных пространств для узлов, которые натянуты на узлы (так называемые поверхности Зейферта), на плоскость (x, y) . Для определенности рассмотрим простейший среди торических узлов узел-трилистник, для которого $Q = 6$. В случае, когда узел вытянут вдоль оси z (при $R < R_z < R_{\text{cr}}$), поверхностью Зейферта является тор с дыркой³⁾ (см. рисунок “б”). В случае плоского ($R_z < R$) узла натянутая поверхность имеет форму трижды перекрученной и склеенной ленты (рисунок “а”). Зарядовые степени свободы распределены, как уже указывалось, на крае дополнительного простран-

²⁾ В этом состоит одна из причин, почему обсуждаемую задачу нельзя в настоящее время решить даже численно.

³⁾ Переплетенные нити трилистника, вытянутого вдоль временной оси, возникают в $(2+1)$ -мерных системах в результате троекратного действия b_1^3 на квантовые состояния оператора b_1 группы кос.

Поверхности, натянутые на плоский (а) и вытянутый вдоль оси z (б) трилистники.

ства для узлов. Поэтому для достаточно плоского узла граничная линия представляет собой окружность, являющуюся проекцией этих одномерных граничных конфигураций. Для вытянутого узла (при $R < R_z < R_{cr}$) граница представляет собой полосу с длиной порядка R_0 , равной масштабу упомянутой выше дырки. Подводя итог, можно видеть, что выигрыш в свободной энергии в неоднородном токовом состоянии достигается вследствие диамагнетизма на распределениях зарядовой плотности на плоскости в виде петель.

Исследование конфигураций зарядовой плотности основано на измерении плотности состояний с помощью сканирующего туннельного микроскопа. В подобных экспериментах [34] недавно было открыто формирование нитей в виде колец в запутанных лабиринто-подобных структурах квазиодномерных распределений зарядовой плотности при умеренном легировании.

При условии умеренного уровня легирования ρ_n^2 значение ρ^2 может быть таким, что узел размера $R \sim 1/\rho \sim R_z$ оказывается сравнимым с корреляционной длиной R_0 . Поскольку все слагаемые в выражении (1) имеют один и тот же порядок величины, эти большие значения ρ^2 соответствуют меньшим значениям импульса $\mathbf{c}$ и в силу выражения (2) выигрыш в энергии меньше. В оптимальном случае больших значений $\mathbf{c}$ самодуальное состояние $F_n \approx F_c$ характеризуется плотной упаковкой нитей узла ($\alpha \lesssim 1$), калибровочным потенциалом $\mathbf{A} = \mathbf{a} - \mathbf{c} = 0$ и универсальной матрицей $K_{\alpha\beta} = Q \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и может рассматриваться как исходное сжимаемое состояние для перехода к несжимаемой фазе с $\alpha \ll 1$ при возрастании степени легирования.

Сжимаемость состояния при $\alpha \lesssim 1$ происходит из-за существования ненулевой скобки Пуассона $\{x_0, y_0\}$ координат x_0, y_0 центра вихревой нити. Неопределенность положения центра ядра вихря при плотной упаковке нитей приводит к обращению степени зацепления Q в нуль вследствие эффекта пересоединения нитей. Это приводит к переходу в основное состояние с $F_{\min} = 0$ в выражении (2). Остается ли фаза, в которой $\alpha_{cr} < \alpha \ll 1$ и импульс пар $\mathbf{c}_0$ конечен [35], [36], сверхпроводящей или оказывается промежуточным состоянием со спонтанным диамагнетизмом [13], зависит, возможно, от связности полного токового кластера (см., например, [37]), образованного проекциями

поверхностей Зейферта на плоскость. Эта нерешенная задача требует отдельного рассмотрения. Сравнение результатов данной работы с выводом работы [38], где методы конформной теории поля применялись для нахождения точных решений задачи о сверхпроводящих состояниях в кластерных системах, требует тщательного анализа деталей механизма обращения в нуль ($k + N = 0$) коэффициентов зацепления в $SU(N)$ действии Черна–Саймонса.

В заключение мы сравнили значение выигрыша в свободной энергии вследствие диамагнетизма в неоднородном токовом состоянии со значением проигрыша энергии вследствие неоднородности и нашли условия, при которых энергия неоднородных состояний с током оказывается меньше, чем в отсутствие тока. Полученные результаты находятся в качественном согласии с результатами работы [32], в которой рассматривалась задача об энергии конденсации в сильно коррелированных системах, и с результатами недавних экспериментов [34].

Благодарности. Мы благодарны Ю. М. Гальперину, Л. Д. Фаддееву, П. Фульде, Н. Н. Кировой, Ю. В. Копаеву, С. Р. Шеной за полезные обсуждения и советы. Работа частично поддержана РФФИ, грант № 02-02-17277.

Список литературы

- [1] *B. Lake, G. Aeppli, K. N. Clausen.* Science. 2001. V. 291. P. 1759.
- [2] *B. Lake, H. M. Ronnow, N. B. Christensen.* Nature. 2002. V. 415. P. 299.
- [3] *J. E. Hoffman, E. W. Hudson, K. M. Lang.* Science. 2002. V. 295. P. 466.
- [4] *S. H. Pan, J. P. O'Neal, R. L. Badzey et al.* Nature. 2001. V. 413. P. 282.
- [5] *S. J. L. Billinge, E. S. Bozin, M. Gutmann, H. Takagi.* Microscopic charge inhomogeneities in underdoped $La_2 - xSr_xCuO_4$: Local structural evidence. cond-mat/0005032.
- [6] *S. Caprara, C. Castellani, C. Di Castro, M. Grilli, A. Perali.* Charge and spin inhomogeneity as a key to the physics of the high T_c cuprates. cond-mat/9907265.
- [7] *J. E. Hirsch.* Electron-hole asymmetry is the key to superconductivity. cond-mat/0301610.
- [8] *M. Z. Hasan, Y. Li, D. Qian, Y.-D. Chuang, H. Eisaki, S. Uchida, Y. Kaga, T. Sasagawa, H. Takagi.* Asymmetries in the electron-hole pair dynamics and strong Mott pseudogap effect in the phase diagram of cuprates. cond-mat/0406654.
- [9] *L. D. Faddeev, A. J. Niemi.* Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 1624.
- [10] *L. D. Faddeev, A. J. Niemi.* Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 3416.
- [11] *Y. M. Cho.* Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 252001; hep-th/0110076.
- [12] *E. Babaev, L. D. Faddeev, A. J. Niemi.* Phys. Rev. B. 2002. V. 65. P. 100512.
- [13] *Б. А. Волков, В. Л. Гинзбург, Ю. В. Копаев.* Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. С. 221.
- [14] *Л. С. Исаев, А. П. Протогенов.* ЖЭТФ. 2003. Т. 123. С. 1297.
- [15] *P. Voruganti, S. Doniach.* Phys. Rev. B. 1990. V. 41. P. 9358.
- [16] *L. B. Ioffe, P. B. Wiegmann.* Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 653.
- [17] *L. S. Isaev, A. P. Protogenov.* Phys. Rev. B. 2004. V. 69. P. 012401.
- [18] *А. П. Протогенов, В. А. Вербус.* Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 76. С. 60; *A. P. Protogenov.* Charge density bounds in superconducting states of strongly correlated systems. cond-mat/0205133.
- [19] *V. I. Arnold, B. A. Khesin.* Topological Methods in Hydrodynamics. Appl. Math. Sci. V. 125. N.Y.: Springer, 1998. Chapt. 3.
- [20] *А. Ф. Вакуленко, Л. В. Капитанский.* ДАН СССР. 1979. Т. 246. С. 840.
- [21] *Б. А. Волков, А. А. Горбачевич, Ю. В. Копаев, В. В. Тугушев.* ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 729.

- [22] *Б. А. Волков, А. А. Горбачевич, Ю. В. Конаев.* ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 1870.
- [23] *P. A. Lee, N. Nagaosa, T.-K. Ng, X.-G. Wen.* Phys. Rev. B. 1998. V. 57. P. 6003.
- [24] *L. D. Faddeev, A. J. Niemi.* Nature. 1997. V. 387. P. 58.
- [25] *V. M. H. Ruutu, U. Parts, J. H. Koivuniemi, M. Krusius, E. V. Thuneberg, G. E. Volovik.* Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 60. С. 659.
- [26] *Ю. Г. Махлин, Т. Ш. Мусирпашиев.* Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. С. 48.
- [27] *J. Gladikowski, M. Hellmund.* Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 5194.
- [28] *R. A. Battye, P. M. Sutcliffe.* Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 4798.
- [29] *J. Hietarinta, P. Salo.* Phys. Lett. B. 1999. V. 451. P. 60.
- [30] *R. S. Ward.* Nonlinearity. 1999. V. 12. P. 1; hep-th/9811176.
- [31] *R. Metzler, A. Hanke, P. G. Dommersnes, Y. Kantor, M. Kardar.* Equilibrium shapes of flat knots. cond-mat/0110266.
- [32] *S. Chakravarty, H.-Y. Kee, E. Abrahams.* Condensation energy and the mechanism of superconductivity. cond-mat/0211613.
- [33] *W. V. Liu, F. Wilczek.* Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. P. 047002.
- [34] *Y. Kohsaka, T. Hanaguri, K. Kitazawa et al.* Physica C. 2003. V. 388. P. 283; *Y. Kohsaka, K. Iwaya, S. Satow et al.* Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 097004.
- [35] *А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников.* ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 1136.
- [36] *P. Fulde, R. A. Ferrel.* Phys. Rev. 1964. V. 135. P. A550.
- [37] *В. Ф. Гантмахер.* Электроны в неупорядоченных средах. М.: Физматлит, 2003.
- [38] *G. Sierra.* Nucl. Phys. B. 2000. V. 572 [FS]. P. 517; hep-th/0111114.