Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. В. Гисин, Р. Дрибен, Б. А. Маломед, И. М. Мерхасин, Бистабильные солитоны в одно- и многоканальных волноводах с нелинейностями третьего и пятого порядков, *ТМФ*, 2005, том 144, номер 2, 324–335

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1857>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 15:29:46

© 2005 г.

Б. В. Гисин*, Р. Дрибен*,
Б. А. Маломед*, И. М. Мерхасин*

БИСТАБИЛЬНЫЕ СОЛИТОНЫ В ОДНО- И МНОГОКАНАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ С НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ТРЕТЬЕГО И ПЯТОГО ПОРЯДКОВ

Рассматриваются пространственные солитоны в канальном волноводе или в периодической последовательности прямоугольных потенциальных ям (модель Кронига–Пенни) при наличии однородной нелинейности третьего и пятого порядков. С помощью вариационного приближения и численных методов найдены две ветви фундаментальных (“одногорбых”) солитонов. Солитонные характеристики – кривая зависимости полной энергии Q или ширины w от постоянной распространения k – обнаруживают сильную бистабильность: для заданного значения k могут быть найдены два различных солитона. Не подчиняясь известному критерию Вахитова–Колоколова, солитонные ветви с $dQ/dk > 0$ и $dQ/dk < 0$ одновременно являются устойчивыми. В случае модели Кронига–Пенни найдены также различные семейства солитонов более высокого порядка: симметричные и антисимметричные “двугорбые” солитоны, солитоны, состоящие из трех пиков со сдвигом фаз, равным π , между пиками или без него и т.д. В случае относительно неглубокой решетки Кронига–Пенни все солитоны принадлежат полубесконечной запрещенной зоне, расположенной под линейной зонной структурой потенциала Кронига–Пенни, в то время как конечные запрещенные зоны, расположенные между разрешенными зонами, остаются пустыми (солитоны могут быть найдены в конечных запрещенных зонах, если решетка гораздо глубже). Однако в отличие от картины, известной для модели, сочетающей периодический потенциал и фокусирующую нелинейность Керра, фундаментальные солитоны заполняют лишь конечную область в верхней части полубесконечной запрещенной зоны, что является проявлением насыщения в нелинейности третьего и пятого порядков.

Ключевые слова: пространственный солитон, модель Кронига–Пенни, критерий Вахитова–Колоколова.

1. ВВЕДЕНИЕ

Пространственные солитоны в нелинейных оптических волноводах с нелинейностями разного типа в последнее время привлекают большое внимание [1]–[3]. В теоретичес-

*School of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Tel-Aviv University, Tel-Aviv 69978, Israel. E-mail: gisin@eng.tau.ac.il; merkhasi@post.tau.ac.il; radik@eng.tau.ac.il; malomed@eng.tau.ac.il

ких исследованиях такие солитоны обычно получаются как решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) с разнообразными нелинейностями. Начиная с ранних работ [4], НУШ выводились из уравнений Максвелла для нелинейной материальной среды посредством параксиального приближения.

Родственным вопросом является изучение пространственных солитонов в волноводных структурах типа канала в нелинейной однородной среде. В случае нелинейности Керра (кубической нелинейности) решения нелинейного уравнения находятся во взаимно однозначном соответствии с модальными собственными функциями линейного канального волновода и могут классифицироваться в соответствии с числом нулей решения [5]. Так же как и в случае линейных канальных волноводов заданное число нулей определяет единственную собственную функцию.

В поисках волноводных структур с улучшенными функциональными возможностями естественно рассмотреть сочетание канальных волноводов и насыщающих нелинейностей, простейшей из которых является нелинейность третьего и пятого порядков (НТПП). Исследование солитонов в волноводах с насыщающими нелинейностями также представляет собой интересную задачу с точки зрения общей теории солитонов. В частности, будет показано, что упомянутое выше взаимно однозначное соответствие между собственными модами и числом нулей, которое является отличительной чертой квазилинейности, в данном случае отсутствует, и в волноводе НТПП существует гораздо более широкое многообразие солитонных состояний, включающее две различные ветви стационарных устойчивых солитонов и бризеры.

На основе экспериментальных данных НТПП была предложена для эмпирического описания нелинейных диэлектрических свойств халькогенидных стекол [6] и органических материалов [7] (хотя в последнем случае имеет место значительное двухфотонное поглощение). Кроме того, НТПП может рассматриваться как простейшая феноменологическая модель сред с насыщающейся нелинейностью, которые предоставляют универсальные возможности для экспериментального исследования пространственных солитонов (см. работу [3] и цитируемую в ней литературу). С теоретической точки зрения одномерные [8] и многомерные [9] солитоны в однородной НТПП-среде изучались во многих работах (см. обзор в работе [10]), включая тот случай, когда эффективная дисперсия порождается не оптическим материалом, а брэгговской решеткой [11].

Только недавно было предложено соединить НТПП с волноводными структурами [12]. Целью настоящей работы является нахождение солитонов различных видов в модели НТПП, объединенной с одноканальным волноводом или с периодической последовательностью волноводов. Мы демонстрируем бистабильность НТПП-солитонов в волноводах: для заданного значения постоянной распространения можно найти два отдельных солитона различной энергии и ширины. Интригующая особенность этих солитонов заключается в том, что они не подчиняются известному критерию устойчивости Вахитова–Колоколова (ВК) [13], который часто рассматривается как универсальное необходимое условие устойчивости [14]: в то время как, согласно критерию ВК, одна ветвь захваченных каналом НТПП-солитонов может быть устойчивой, а другая обязана быть неустойчивой, в процессе прямого численного моделирования *обе* ветви демонстрируют

полную устойчивость. Это свойство выглядит весьма многообещающим в плане практических применений, например, для коммутации каналов. Более того, солитоны любого из двух типов могут легко локализоваться из произвольного входного пучка, что указывает на их надлежащую устойчивость к возможным нежелательным воздействиям. В зависимости от входных параметров другим возможным результатом является самофокусировка (автолокализация) устойчивых бризеров, в то время как распад начального пучка в “радиацию” никогда не происходит. Помимо бистабильности, другим весьма многообещающим в плане практических применений свойством НТПП-солитонов в канале является то, что их края могут быть гораздо более резкими в сравнении с краями их аналогов в свободном пространстве.

В случае многоканального волновода мы находим несколько видов стабильных солитонов в модели НТПП с потенциалом Кронига–Пенни (КП). Наряду с двумя ветвями фундаментальных (“одногорбых” (ОГ)) солитонов, подобных солитонам одноканальной модели, найдены различные виды стабильных солитонов более “высокого порядка”, включающие “двугорбые” (ДГ) симметричные (СДГ) и антисимметричные (АСДГ) солитоны, два вида “трехгорбых” (ТГ) солитонов (с разностью фаз между центральным и боковыми пиками, равной нулю или π) и другие. Основное отличие от одноканальной модели, в которой полная энергия Q ОГ-солитона принимает все значения от нуля до бесконечности, состоит в том, что в системе КП ОГ-солитон существует вплоть до некоторого конечного максимального значения $Q_{\max}^{(CQ)}$, выше которого обнаруживаются только солитоны со многими “горбами”. Фактически отличительной чертой системы КП является ее способность расщеплять пучок. Это свойство может представлять очевидный интерес для приложений: солитоны любого вида с заданным числом пиков являются стабильными, но существуют в конечном диапазоне энергий Q ; когда полная энергия становится больше указанного максимального значения, появляются дополнительные пики, которые соответствуют субимпульсам, захваченным локальными каналами периодической структуры. Отличительным свойством модели НТПП с периодической структурой является зонная структура солитонных решений. Мы покажем, что так же, как и в модели, сочетающей фокусирующую нелинейность Керра и периодический потенциал, все солитоны на относительно слабой решетке оказываются в полубесконечной запрещенной зоне под нижней границей линейной зонной структуры, соответствующей данному периодическому потенциалу, в то время как конечные запрещенные зоны, расположенные между линейными разрешенными зонами, остаются пустыми (в этих зонах солитоны появляются лишь в случае гораздо более сильной решетки). Однако в отличие от картины в модели Керра сама область фундаментальных солитонов является конечной и локализована в верхней части полубесконечной запрещенной зоны.

2. МОДЕЛЬ

Начнем с рассмотрения НУШ, которое включает НТПП и нормированный потенциальный член, описывающий каналный волновод простейшего ступенчатого типа:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = U(x) \Psi - 2|\Psi|^2 \Psi + |\Psi|^4 \Psi. \quad (1)$$

Здесь Ψ – локальная амплитуда поперечной электромагнитной волны с электрическим полем, направленным перпендикулярно к плоскости (x, z) , z и x суть продольная и поперечная координаты, коэффициенты при третьей и пятой степенях нелинейности могут быть записаны так, как это сделано в уравнении (1), при подходящем выборе масштаба, а эффективный потенциал волновода равен

$$U(x) = \begin{cases} -U, & |x| \leq d, \\ 0, & |x| > d, \end{cases} \quad (2)$$

где d и $U > 0$ – полуширина и глубина потенциальной ямы волновода, соответственно (глубина потенциальной ямы пропорциональна разности квадратов показателей преломления центральной волноводной части и оболочки). В случае многоканального волновода предполагается периодическая модуляция потенциала $U(x)$ (с периодом L): волновод имеет вид периодической последовательности волноводных центров ширины D , разделенных буферными слоями ширины $L - D$:

$$U(x) = \begin{cases} -U, & LN + D < |x| < L(N + 1) - D, \\ 0, & LN < |x| < LN + D, \end{cases} \quad (3)$$

где N – положительное целое число.

Стационарные решения ищутся в виде $\Psi(x, z) = R(x)e^{ikz}$, где $R(x)$ – вещественная функция, а k – постоянная распространения; для солитонных решений постоянная k должна быть положительной. Подстановка волны такого вида в уравнение (1) дает стационарное уравнение

$$-kR + R'' = U(x)R - 2R^3 + R^5, \quad (4)$$

где штрих обозначает производную d/dx .

Точное решение для НТПП-солитона в свободном пространстве ($U = 0$) хорошо известно:

$$R^2 = \frac{2k}{1 + \sqrt{1 - 4k/3} \operatorname{ch}(2x\sqrt{k})}, \quad (5)$$

причем постоянная распространения принимает значения в интервале $0 < k < 3/4$. При наличии волновода ($U > 0$), используя стационарный вариант уравнения (1), можно найти, что пик мощности солитона $R^2(x = 0)$ принимает значения в интервале

$$\frac{3}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4}{3}(k - U)} \right] < kR^2(0) < \frac{3}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4}{3}(k - U)} \right].$$

Важными характеристиками солитона являются его полная энергия $Q = \int_{-\infty}^{+\infty} R^2(x) dx$ и полуширина, которая определяется следующим образом:

$$w = Q^{-1} \int_0^\infty R^2 x dx. \quad (6)$$

В отсутствие волновода полная энергия $Q(k)$ для точного солитонного решения (5) может быть легко подсчитана:

$$Q_0(k) = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{k}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{k}} \right). \quad (7)$$

Условие устойчивости ВК имеет вид $dQ/dk > 0$ [13], [14]. Из формулы (7) следует, что в случае $U = 0$ это условие выполняется для всего семейства солитонов. Известно, что все эти солитоны действительно являются стабильными в полном соответствии с вышесказанным.

2.1. Стационарные солитоны в одноканальном волноводе. Численно решая уравнение (4) с помощью метода пристрелки, мы получаем пару солитонных решений для заданного значения k . Типичный пример профилей солитонов представлен на рис. 1. Для того чтобы охарактеризовать семейство солитонных решений в целом, на рис. 2 мы представили зависимость полной энергии Q от постоянной распространения k . Эти рисунки ясно демонстрируют бистабильность НТПП-солитонов: для заданного значения постоянной распространения можно обнаружить два различных солитона разной ширины с разными значениями полной энергии, что невозможно в отсутствие волноводной структуры. Очевидно, бистабильность имеет место именно в той области значений волнового числа $k > 3/4$, где свободные НТПП-солитоны не существуют. Бистабильность может представлять интерес в плане практических применений, например, для коммутации, при условии стабильности обеих ветвей решения, что в действительности и имеет место (см. ниже). Другое заслуживающее внимания свойство семейства захваченных каналом солитонов заключается в том, что максимальное значение k существенно больше, чем в свободном пространстве. Так как солитонное поле затухает при $|x| \rightarrow \infty$ как $e^{-\sqrt{k}|x|}$, то это означает, что солитоны в канале могут иметь более резкие по сравнению со свободными солитонами края. Это дает преимущество при разработке многоканальных систем с применением пространственных солитонов [15]. В этой связи важно также отметить, что наибольшее значение k достигается свободным солитоном в пределе $k = 3/4$, когда его ширина стремится к бесконечности, в то время как для солитонов в канале наибольшее значение k достигается при конечной ширине.

Условие устойчивости ВК предсказывает нестабильность семейства солитонов с $dQ/dk < 0$ [13], [14]. Таким образом, в соответствии с этим критерием те ветви решений, которые имеют отрицательный наклон на рис. 2, должны быть неустойчивы. Однако применимость условия ВК к рассматриваемой модели не доказана, а численные результаты находятся с ним в полном противоречии: обе ветви решения оказываются *совершенно устойчивыми* при численном моделировании их эволюции с возмущением, а также и в том смысле, что любая из них может легко локализоваться из первоначально локализованного пучка. Подробный анализ процесса самофокусировки (автолокализации) можно найти в работе [12].

Численное моделирование эволюции возмущенных солитонов было выполнено с помощью метода шагов [16]. Это моделирование показывает, что все возмущенные солитоны вне зависимости от того, принадлежат ли они к верхней или нижней ветви на рис. 2,

Рис. 1. Типичный пример пары солитонов при $U = 0.7$, $D = 3$ и $k = 1$ в одноканальной модели. Солитоны (a) и (b) принадлежат к нижней и верхней ветвям решений, представленных на рис. 2.

Рис. 2. Полная энергия солитона Q в зависимости от постоянной распространения k при фиксированной ширине канала $D = 3$ и различных значениях глубины потенциальной ямы U в одноканальной модели (сплошные линии – численные результаты). В случае $U = 0$ (свободные солитоны) зависимость $Q(k)$ дается точным выражением (7) (пунктирная линия).

остаются стабильными после прохождения, по меньшей мере, расстояния $z = 80$ в используемых обозначениях. Это означает стабильность при распространении на протяжении 50 солитонных периодов, что более чем достаточно для наблюдения солитонов в эксперименте и для их практического использования.

2.2. Солитоны в многоканальном волноводе. В случае кратко рассмотренной выше одноканальной модели НТПП захваченные каналом солитоны могут быть постро-

ены не только численно, но также с помощью вариационного приближения (см. [12], [17]). Переходя к рассмотрению модели КП (модели с периодическим потенциалом (3)), мы предпочитаем сконцентрироваться на численных результатах, поскольку в случае потенциала КП вариационные выражения становятся слишком громоздкими.

Как и в случае одноканальной модели, численное решение стационарного уравнения (4) дает единственный фундаментальный (ОГ) солитон для заданного значения k , если последнее меньше некоторого определенного порогового значения $k_{\text{пор}}$. В области $k_{\text{пор}} < k < k_{\text{max}}$ обнаруживаются два сосуществующих ОГ-солитона, а в области $k > k_{\text{max}}$ солитоны отсутствуют. На рис. 3 представлен типичный пример пары фундаментальных (ОГ) солитонов в области бистабильности, которые имеют разные амплитуды и разную ширину при одном значении k , а на рис. 4 – пример кривой $Q(k)$ для семейства ОГ-солитонов.

Рис. 3. Типичные примеры двух фундаментальных солитонов в модели с периодическим потенциалом КП. Оба солитона отвечают постоянной распространения $k = 1$. Солитон с большей (меньшей) амплитудой принадлежит к верхней (нижней) ветви кривой $Q(k)$ на рис. 4. Соответствующий потенциал КП $U(x)$ изображен в нижней части рисунка.

Из рис. 4 ясно, что верхняя ветвь семейства ОГ-солитонов *не удовлетворяет* критерию устойчивости ВК $dQ/dk > 0$ [13] аналогично тому, что наблюдалось в одноканальной модели. Тем не менее, как вычисление устойчивых собственных значений (в рамках линеаризованного уравнения (1)), так и прямое численное моделирование ясно показывают, что вся верхняя ветвь в целом (так же как и нижняя) является устойчивой. Таким образом, критерий ВК не применим в НТПП-моделях как в случае одноканального, так и в случае многоканального (КП) потенциалов. В связи с этим мы снова хотим подчеркнуть, что, насколько нам известно, справедливость этого критерия для данного типа систем никогда не была доказана. В любом случае данный результат демонстрирует реальный предел применимости критерия ВК.

Важным вопросом является определение местоположения солитонов в k -пространстве относительно зонной структуры линейной КП-модели. Соответствующие квази-

Рис. 4. Характерные примеры кривых $Q(k)/N$, представляющих зависимость удельной (приходящейся на один “горб”) энергии от постоянной распространения k , для семейств СДГ- и АСДГ-солитонов ($N = 2$) в модели с потенциалом КП, а также аналогичная кривая для фундаментальных ОГ-солитонов ($N = 1$). Параметры потенциала равны $U = 0.7$, $D = 3 = L - D = 3$.

периодические блоховские функции имеют обычный вид $R(x) = e^{iqx} P(x)$, где q – вещественный квазиимпульс (в квантово-механической терминологии), а $P(x)$ – периодическая функция с периодом L . Как известно [18], зонная структура $k = k(q)$ потенциала КП (3) определяется точным соотношением

$$\frac{k - \tilde{k}}{2\sqrt{k\tilde{k}}} \operatorname{sh}((L - D)\sqrt{k}) \sin(D\sqrt{\tilde{k}}) + \operatorname{ch}((L - D)\sqrt{k}) \cos(D\sqrt{\tilde{k}}) = \cos(Lq), \quad (8)$$

где $\tilde{k} \equiv U - k$. Анализ численных результатов как для рассматриваемых здесь фундаментальных ОГ-солитонов, так и для рассмотренных ниже солитонов более высокого порядка (СДГ-, АСДГ- и ТГ-солитонов) показывает, что при не очень большой амплитуде решетки U ни один из них не попадает ни в одну из запрещенных зон, расположенных в соответствии с соотношениями (8) между зонами Блоха. Вместо этого все солитоны оказываются локализованными в полубесконечной запрещенной зоне под нижней границей зонной структуры (в частности, этой полубесконечной запрещенной зоне принадлежит область $k > U$).

В рассматриваемой модели легко находятся два семейства ДГ-солитонов, соответствующих четным и нечетным решениям $R(x)$ уравнения (4), т.е. соответственно СДГ- и АСДГ-солитоны. Соответствующие семейства решений снова могут быть описаны отвечающими им зависимостями $Q(k)$, которые представлены на рис. 4 вместе с кривой $Q(k)$ для ОГ- (фундаментальных) солитонов. По примеру своих ОГ- (фундаментальных) аналогов, каждое семейство ДГ-солитонов также отличается бистабильностью в том смысле, что включает два разных солитона, отвечающих одному значению k из соответствующего интервала $k_{\text{пор}} < k < k_{\text{мах}}$. Более того, в узком интервале значений k вблизи точки поворота могут сосуществовать *четыре* различных солитона СДГ-типа.

Как и аналогичная кривая для ОГ-солитонов, представленные на рис. 4 кривые для ДГ-солитонов не могут быть продолжены далее точек $Q = Q_{\max}^{(\text{СДГ})}$ и $Q = Q_{\max}^{(\text{АСДГ})}$, где они заканчиваются на рис. 4. Типичные примеры СДГ- и АСДГ-пар солитонов с одинаковым значением k представлены на рис. 5. Примечательно, что кривые $Q(k)$ для СДГ- и АСДГ-солитонов заканчиваются соответственно в точках со значениями $Q_{\max}^{(\text{СДГ})} \approx 19.3$ и $Q_{\max}^{(\text{АСДГ})} \approx 18.7$, которые практически ровно вдвое превышают вышеупомянутое конечное значение $Q_{\max}^{(\text{ОГ})} \approx 9$ для ветви ОГ-солитонов (относящейся к потенциалу КП с теми же значениями параметров). Наряду с формой СДГ- и АСДГ-солитонов, которая представлена на рис. 5, эти наблюдения служат веским основанием в пользу того, чтобы рассматривать ДГ-солитоны как связанные состояния ОГ-солитонов со сдвигом фаз между ними, равным соответственно нулю или π . Устойчивость ДГ-солитонов была исследована, как и в случае ОГ-солитонов, посредством вычисления собственных значений малых возмущений и с помощью прямого численного моделирования. Оба метода показали, что семейства СДГ- и АСДГ-солитонов полностью стабильны во всей области их существования.

Рис. 5. Характерные примеры СДГ- (а) и АСДГ- (б) солитонов в модели КП, которые принадлежат представленным на рис. 4 семействам. На каждом из рисунков изображена пара солитонов, найденных при одинаковом значении постоянной распространения $k = 1$.

Способность к расщеплению пучка в модели НТПП с периодическим потенциалом проявляется следующим образом: выше предельного значения полной энергии $Q_{\max}^{(\text{ОГ})}$ расширяющийся ОГ-солитон с ограниченной амплитудой начинает генерировать дополнительный пик (“горб”). В силу очевидных причин симметричного характера это приводит к превращению ОГ-солитона в ТГ-солитон, пример которого представлен на рис. 6. Этот пример подчеркивает, что образование ТГ-солитона связано со специфической задачей в периодическом потенциале, в то время как модель НТПП с одноканальным потенциалом допускает существование только ОГ-солитонов с произвольно большими значениями Q . Существуют два вида ТГ-солитонов: солитоны со сдвигом фаз между центральным и боковыми пиками, равным π (как на рис. 6), или солитоны без сдвига фаз. Примечательно, что если сравнить максимальное значение полной энергии $Q_{\max}^{(\text{ТГ})} \approx 27$

для ТГ-солитонов с найденными выше значениями $Q_{\max}^{(\text{ОГ})}$ и $Q_{\max}^{(\text{СДГ})}$, $Q_{\max}^{(\text{АСДГ})}$ для ОГ-, СДГ- и АСДГ-солитонов при одинаковых параметрах потенциала КП (см. рис. 4), то окажется, что значение $Q_{\max}^{(\text{ТГ})}$ практически точно равно $3Q_{\max}^{(\text{ОГ})}$ и $(3/2)Q_{\max}^{(\text{СДГ})}$. Это служит подтверждением того, что ТГ-солитон есть связанное состояние трех фундаментальных (ОГ) солитонов.

Рис. 6. Стабильный ТГ-солитон при $k = 1$ в модели КП с $U = 1$, $D = 3$ и шириной буферного слоя $L - D = 1$. Для сравнения штриховой линией изображен ОГ-солитон в одноканальной модели при том же значении $k = 1$.

Для того чтобы получить солитоны в конечных запрещенных зонах зонной структуры КП, необходимо приблизительно на порядок увеличить амплитуду решетки по сравнению с использованной в примерах выше. При такой глубокой решетке в конечных запрещенных зонах могут быть обнаружены устойчивые ОГ-, СДГ- и АСДГ-солитоны, однако они не обладают свойством бистабильности. Форма солитонов в конечных запрещенных зонах может резко отличаться от той, которую мы наблюдали выше для неглубокой решетки: как показывает рис. 7, солитоны, обнаруженные в конечных запрещенных зонах, характеризуются профилями с ярко выраженной плоской вершиной. Подробные результаты, относящиеся к этому классу солитонов, будут предметом отдельной публикации.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы продемонстрировали, что свойства пространственных солитонов в известной модели НТПП радикально меняются при введении волновода. Семейство солитонов становится бистабильным: для заданного значения постоянной распространения k можно найти два солитона различной энергии и ширины. Бистабильность наблюдается как раз при тех значениях k , при которых свободные солитоны не существуют. В результате формального применения критерия ВК можно ожидать, что одна из двух солитонных ветвей окажется неустойчивой. Однако прямые испытания на устойчивость

Рис. 7. Пример солитона с плоской вершиной, найденного внутри запрещенной зоны сильного периодического потенциала КП при $U = 6$, $D = 6$, $L = 12$, $k = 2$.

опровергли это ожидание и явно показали, что обе ветви являются устойчивыми, что открывает возможности для применения в устройствах коммутации и других оптических устройствах.

В случае многоканальных волноводов (для этого случая мы рассматриваем модель КП) система обеспечивает большое многообразие солитонных состояний, включая фундаментальные ОГ-солитоны, СДГ- и АСДГ-солитоны, солитоны, состоящие из трех пиков со сдвигом фаз, равным π , между пиками или без него, и т. д. Если периодический потенциал является слабым, то все солитоны оказываются локализованными в полубесконечной запрещенной зоне под линейной зонной структурой потенциала КП, в то время как конечные запрещенные зоны между зонами Блоха остаются пустыми. Однако в отличие от того, что имеет место в модели, сочетающей периодический потенциал и фокусирующую нелинейность Керра, в модели НТПП лишь конечная область в верхней части полубесконечной запрещенной зоны оказывается заполненной солитонами, что является следствием насыщенного характера нелинейности. В случае сильного потенциала КП (и/или при более широких буферных слоях между центральными проводящими слоями) в конечных запрещенных зонах, которые разделяют зоны Блоха линейной КП-модели, обнаружены фундаментальные и двойные (симметричные и антисимметричные) стабильные солитоны с характерной плоской формой вершины.

И вычисление устойчивых собственных значений, и прямое численное моделирование возмущенных солитонов показывают, что в модели КП все они являются стабильными. Как и в одноканальной модели, но в противоположность периодической модели с нелинейностью Керра, семейство солитонов обладает свойством бистабильности в том смысле, что при заданном значении постоянной распространения k существуют два (а иногда даже четыре) различных состояния с разными значениями полной энергии Q . Солитонные ветви не подчиняются критерию ВК и являются устойчивыми как при $dQ/dk > 0$, так и при $dQ/dk < 0$.

Другим отличительным свойством модели КП является ее способность к *расщеплению пучка*: увеличение энергии Q и переход ее за критическое значение приводит к последовательному увеличению числа пиков в профиле солитона, при этом каждый пик соответствует субпучку, захваченному отдельным каналом периодической структуры. Это свойство объясняется наличием верхней границы для амплитуды солитона в модели НТПП, что позволяет увеличивать мощность пучка только путем его расширения. Расширение приводит к захвату каналом нового субпучка, что формирует дополнительный пик в профиле солитона. Расщепление пучка и строгая стабильность результирующего солитона со многими пиками – это эффекты, представляющие непосредственный интерес для практических приложений. Кажется правдоподобным, что характерные черты, демонстрируемые представленной моделью, будут присущи более общим моделям, объединяющим насыщающуюся нелинейность и периодический волноводный потенциал.

Список литературы

- [1] Spatial Solitons. Eds. S. Trillo, W. Torruellas. Berlin: Springer, 2001.
- [2] Y. S. Kivshar. Opt. Quant. Electr. 1998. V. 30. P. 571; G. I. Stegeman, M. Segev. Science. 1999. V. 286. P. 1518; G. Assanto, G. I. Stegeman. Opt. Express. 2002. V. 10. P. 388; V. B. Taranenko, G. Sleky, C. O. Weiss. Chaos. 2003. V. 13. P. 777.
- [3] W. Krolikowski, B. Luther-Davies, C. Denz. IEEE J. Quant. Electr. 2003. V. 39. P. 3.
- [4] D. Pohl. Opt. Commun. 1970. V. 2. P. 307; В. М. Елеонский, Л. Г. Оганесян, В. П. Силин. ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 532.
- [5] B. V. Gisin, A. A. Hardy. Phys. Rev. A. 1993. V. 48. P. 3466.
- [6] F. Smektala, C. Quemard, V. Couderc, A. Barthélémy. J. Non-Cryst. Solids. 2000. V. 274. P. 232; G. Boudebs, S. Cherukulappurath, H. Leblond, J. Troles, F. Smektala, F. Sanchez. Opt. Commun. 2003. V. 219. P. 427.
- [7] C. Zhan, D. Zhang, D. Zhu, D. Wang, Y. Li, D. Li, Z. Lu, L. Zhao, Y. Nie. J. Opt. Soc. Am. B. 2002. V. 19. P. 369.
- [8] C. De Angelis. IEEE J. Quant. Electr. 1994. V. QE-30. P. 818; K. Dimitrevski, E. Reimhult, E. Svensson, A. Ohgren, D. Anderson, A. Berntson, M. Lisak, M. L. Quiroga-Teixeiro. Phys. Lett. A. 1998. V. 248. P. 369.
- [9] M. Quiroga-Teixeiro, H. Michinel. J. Opt. Soc. Am. B. 1997. V. 14. P. 2004; M. Quiroga-Teixeiro, A. Berntson, H. Michinel. J. Opt. Soc. Am. B. 1999. V. 16. P. 1697; A. Desyatnikov, A. I. Maimistov, B. A. Malomed. Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 3107; D. Mihalache, D. Mazilu, L.-C. Crasovan, I. Towers, A. V. Buryak, B. A. Malomed, L. Torner, J. P. Torres, F. Lederer. Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 073902; B. A. Malomed, L.-C. Crasovan, D. Mihalache. Physica D. 2002. V. 161. P. 187.
- [10] L.-C. Crasovan, B. A. Malomed, D. Mihalache. Pramana J. Phys. 2001. V. 57. P. 1041.
- [11] J. Atai, B. A. Malomed. Phys. Lett. A. 2001. V. 284. P. 247.
- [12] B. V. Gisin, R. Driben, B. A. Malomed. J. Opt. B. 2004. V. 6. P. S259; M. Merhasin, B. V. Gisin, R. Driben, B. A. Malomed. Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 016613.
- [13] H. Г. Бахитов, А. А. Колоколов. Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. С. 10120.
- [14] L. Bergé. Phys. Rep. 1998. V. 303. P. 260.
- [15] B. A. Malomed, Z. H. Wang, P. L. Chu, G. D. Peng. J. Opt. Soc. Am. B. 1999. V. 16. P. 1197.
- [16] G. P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics. Boston: Acad. Press, 1995.
- [17] B. A. Malomed. Progr. Opt. 2002. V. 43. P. 71.
- [18] R. de L. Kronig, W. G. Penney. Proc. Roy. Soc. London A. 1931. V. 130. P. 499.