Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов, Поляризация электрон-позитронного вакуума сильным магнитным полем в теории с фундаментальной массой, *ТМФ*, 2003, том 136, номер 3, 517–528

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1916>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.205.225.156

26 апреля 2023 г., 12:21:50

© 2003 г. В. Г. Кадышевский*, В. Н. Родионов†

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОГО ВАКУУМА СИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ТЕОРИИ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАССОЙ

В рамках теории с фундаментальной массой в однопетлевом приближении вычислена точная лагранжева функция интенсивного постоянного магнитного поля, заменяющая собой лагранжиан Гейзенберга–Эйлера в традиционной КЭД. Установлено, что найденное обобщение лагранжевой функции вещественно при произвольных значениях магнитного поля. В слабом поле вычисленный лагранжиан совпадает с известной формулой Гейзенберга–Эйлера. При экстремально сильных полях зависимость лагранжиана от поля полностью исчезает, и в этой области он стремится к предельному значению, которое определяется отношением фундаментальной и лептонной масс.

Ключевые слова: фундаментальная масса, поляризация вакуума, сильные поля.

Хотя первые расчеты эффектов поляризации вакуума внешними интенсивными электромагнитными полями были выполнены еще в 1936 г. (лагранжиан Гейзенберга–Эйлера (ГЭ) [1]), до сих пор эти явления продолжают оставаться в центре внимания и широко изучаются в рамках ковариантной теории возмущений как радиационные поправки высших порядков с диаграммами, содержащими различное число электронных петель [2]–[5]. Проведенные оценки свидетельствуют о том, что лишь в экспоненциально сильных электромагнитных полях¹⁾

$$F_c \sim e^3 \pi / \alpha H_c \quad (1)$$

квантовые (радиационные) поправки могли бы достичь величины максвелловской плотности энергии электромагнитного поля [6].

¹⁾Здесь $H_c = m^2 / |e| = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс – характерный масштаб напряженности электромагнитных полей в КЭД, e и m – заряд и масса электрона, $\alpha = e^2 = 1/137$ – постоянная тонкой структуры (использована система единиц $\hbar = c = 1$).

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия.
E-mail: kadyshhev@jinr.ru

†Московская государственная геологоразведочная академия, Москва, Россия.
E-mail: physics@msgpra.msgpra.ru

Как известно, вычисления, проведенные Гейзенбергом и Эйлером, не содержат приближений по интенсивности внешних электромагнитных полей, а полученные ими результаты многократно подтверждены расчетами в рамках иных подходов. На этом основании в ряде работ делался вывод о том, что величина (1) и является предельной напряженностью поля в стандартной квантовой электродинамике (КЭД) (см., например, [7]). В действительности вопрос о существовании столь сильных полей ($F_c \sim 10^{560} H_c$) является риторическим хотя бы потому, что расстояния, на которых подобные поля могут возникать (например, вблизи атомных ядер), оказываются на много порядков меньше масштаба “планковской длины” $l_P = \sqrt{G\hbar/c^3} \sim 10^{-33}$ см. Общеизвестно, что на расстояниях $l \sim l_P$ должны проявляться эффекты квантовой гравитации, рассмотрение которых в рамках существующей теории заведомо лишено смысла. Вместе с тем поиск возможных отклонений от значения F_c актуален в связи с попытками установить пределы справедливости стандартной КЭД. Очевидно, что неразрешимость вопроса о границах применимости традиционной КЭД в рамках самой существующей теории диктует необходимость выхода за ее пределы.

В этой связи представляет интерес сравнить радиационные поправки к максвелловской лагранжевой функции постоянного поля, рассчитанные в рамках существующей КЭД, с результатами, которые можно получить из модифицированной теории. Одним из возможных вариантов обобщения традиционной квантовой теории поля (КТП) является теория с фундаментальной массой (см. [8]–[10] и цитируемые там работы). Отправным пунктом этой теории является условие ограниченности спектра масс элементарных частиц, представимое в виде

$$m \leq M, \quad (2)$$

где новый универсальный параметр $M \geq 1$ ТэВ носит название *фундаментальной массы*. Соотношение (2) используется как некий дополнительный *фундаментальный физический принцип*, который и положен в основу новой КТП.

Необходимо подчеркнуть, что новая формулировка КТП, несмотря на присутствие в ней фундаментальной массы, остается локальной схемой, допускающей использование калибровочных групп симметрии. В полном лагранжиане новой теории возникает ряд дополнительных членов с константами связи, пропорциональными M^{-1} и M^{-2} , что кардинально меняет картину взаимодействия частиц при высоких энергиях ($E \geq M$). Благодаря ограничению на спектр масс (2) комптоновская длина волны частицы $\lambda_C = \hbar/(mc)$ не может быть меньше *фундаментальной длины* $l = \hbar/(Mc)$, что вносит в теорию естественное ограничение на возможность пространственной локализации элементарных частиц.

Говоря о физике сверхмалых расстояний, нельзя не сказать о глубокой аналогии²⁾, существующей между явлениями, возникающими при больших переданных импульсах, и процессами, идущими в интенсивных электромагнитных полях [2]–[4], [11]–[16]. Пересечение, казалось бы, совершенно различных областей физики на самом деле не случайно и подсказывается простыми соображениями размерности. Действительно, в принятой системе единиц ($\hbar = c = 1$) электрический заряд $e = 1/\sqrt{137}$ безразмерен, а импульс и вектор-потенциал электромагнитного поля имеют одинаковую размерность об-

²⁾ На эту аналогию впервые обратили внимание Мигдал [11] и Ритус [2].

ратной длины l^{-1} . Размерность напряженности поля есть l^{-2} , т.е. совпадает с размерностью квадрата энергии или массы. Таким образом, когда интенсивность электромагнитного поля сравнивается с квадратом массы частицы, это значение (с точностью до константы) определяет некоторое характерное для нее поле. В частности, легко установить, что электрическое поле $\mathcal{E} = m^2/e$ на комптоновской длине волны $\lambda_C = 1/m$ производит работу, равную энергии покоя частицы. Энергия вращения заряженной частицы в магнитном поле с интенсивностью $H = m^2/e$ также совпадает с m , а радиус орбиты для низшего уровня Ландау r_H сравнивается с λ_C ³⁾.

Дальнейшее повышение интенсивности поля $F > m^2/e$ еще больше сокращает пространственные границы формирования процессов. Таким образом, размеры области взаимодействия, определяемые величиной поля в пределе $F \gg m^2/e$, могут иметь весьма малые масштабы. Например, в случае электрона для магнитных полей $H \gg H_c = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс получаем

$$r_H \approx \lambda_C \left(\frac{H_c}{H} \right)^{1/2} \ll \lambda_C. \quad (3)$$

Важным аспектом рассматриваемой проблемы является то, что современный уровень развития лазерной физики [17] позволяет приступить к постановке ряда оптических экспериментов для непосредственного измерения величин вкладов, обусловленных нелинейными вакуумными эффектами, предсказываемыми различными обобщениями электродинамики Максвелла [18]. В этой связи следует подчеркнуть, что экспериментальная проверка нелинейных эффектов в вакууме, проводимая с высокой точностью в присутствии сравнительно слабых электромагнитных полей, может дать также ценную информацию и о правильности предсказаний КЭД на малых расстояниях [15], [16]. Отметим попутно, что в том же смысле актуальны прецизионные измерения различных величин (например, аномальных магнитных моментов (АММ) электрона и мюона), проводимые в нерелятивистской области энергий, наряду с изучением взаимодействия частиц при высоких энергиях.

Серьезного внимания заслуживает и то, что вычисления лагранжиана, заменяющего собой лагранжиан ГЭ, можно провести, сохранив метод точных решений уравнения Дирака в электромагнитных полях произвольной интенсивности. В этом подходе предлагаемое теоретическое обобщение, так же как и традиционная КЭД, изначально не содержит ограничений на интенсивности электромагнитных полей.

В настоящей работе в рамках теории с фундаментальной массой мы рассмотрим поправку к лагранжевой функции электромагнитного поля, обусловленную поляризацией вакуума в присутствии сколь угодно сильного постоянного магнитного поля. Для решения этой задачи, так же как и в известном подходе [6], удобно представить электрон-позитронный вакуум как систему электронов, заполняющих уровни с “отрицательной” энергией. Существенным отличием от традиционных расчетов является то, что

³⁾ Отметим, что за величиной r_H закрепилось специальное название – *магнитная длина*, широко используемое в физике полупроводников.

в КЭД с фундаментальной массой заряженные лептоны обладают магнитными моментами, не равными магнетону Бора. В новом лагранжиане электромагнитного взаимодействия помимо традиционного “минимального” члена $e\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi A^\mu$ присутствуют “неминимальные” слагаемые, в частности

$$-\frac{e}{2m}\left(\sqrt{1+\frac{m^2}{M^2}}-1\right)\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}\Psi F_{\mu\nu}, \quad (4)$$

где $F_{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля.

Таким образом, для частицы с массой m имеем

$$\mu = \mu_0\sqrt{1+\frac{m^2}{M^2}}, \quad (5)$$

где $\mu_0 = e/(2m)$ – магнетон Бора, M – фундаментальная масса. Тем самым в модифицированной КЭД электрон изначально обладает АММ, который равен

$$\Delta\mu = \mu - \mu_0 = \mu_0\left(\sqrt{1+\frac{m^2}{M^2}}-1\right). \quad (6)$$

Заметим, что для постоянного и однородного магнитного поля уравнение Дирака–Паули

$$\left(\hat{P} - m - \frac{\Delta\mu}{2}\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)\psi(x) = 0 \quad (7)$$

имеет точное решение [19]. При этом собственные значения оператора Гамильтона уравнения (7) явным образом зависят от ориентации спина по отношению к оси симметрии, задаваемой направлением магнитного поля. Таким образом, спектр энергий электрона, движущегося в постоянном однородном магнитном поле произвольной интенсивности, имеет вид

$$E_n(p, H, \xi) = m\sqrt{\frac{p^2}{m^2} + \left(\sqrt{\left|\frac{H}{H_c}\right|}(1+2n+\xi) + 1 + \xi\frac{\mu-\mu_0}{2\mu_0}\frac{H}{H_c}\right)^2}, \quad (8)$$

где p – проекция импульса электрона на направление внешнего поля H , $n = 0, 1, 2, \dots$ – квантовое число, нумерующее уровни Ландау, величина $\xi = \pm 1$ характеризует проекцию спина электрона на направление магнитного поля. В основном состоянии энергию электрона можно записать как

$$E_0(0, H, -1) = m\left|1 - \frac{H}{2H_c}\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}\right|. \quad (9)$$

Из (6) следует, что в пределе $M \gg m$ относительная величина АММ равна

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_0} = \frac{m^2}{2M^2}. \quad (10)$$

Полагая в (9) $H = 4(M/m)^2 H_c = 4H_c^*$, мы получаем $E_0 = 0$, т.е. при таких значениях магнитного поля отсутствует энергетическая щель между электронными и позитронными состояниями. Однако эта неожиданная и далеко не тривиальная особенность энергетического спектра вакуумных электронов, возникающая в теории с фундаментальной массой, при дальнейшем росте поля исчезает. Действительно, из (9) непосредственно видно, что при $H > 4H_c^*$ ширина щели с увеличением H вновь растет. Следует также заметить, что “схлопывание” энергетической щели происходит, когда удвоенное значение магнитной длины r_H (диаметр орбиты электрона) сравнивается с фундаментальной длиной l . В рамках традиционной КЭД подобные эффекты не возникают, что обусловлено динамической природой АММ и его монотонным убыванием от швингеровского значения $\alpha/(2\pi)$ до нуля с ростом интенсивности поля (см., например, [12], [14]).

Учитывая нетривиальную специфику поведения энергии вакуумного электрона в теории с фундаментальной массой, в рамках однопетлевого приближения получим точное выражение для функции Лагранжа в сильном постоянном магнитном поле. Замечая, что радиационная добавка к классической плотности функции Лагранжа совпадает с точностью до знака с полной плотностью энергии электрон-позитронного вакуума при наличии внешнего поля [6],

$$\mathcal{L}' = -W^H,$$

рассчитаем W^H в постоянном магнитном поле с учетом АММ электрона. Не останавливаясь на деталях стандартных расчетов, представим W^H в виде

$$W^H = -\frac{|eH|}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp \left[-\varepsilon_0^+(p) + \sum_{n=0}^{\infty} [\varepsilon_n^-(p) + \varepsilon_n^+(p)] \right], \quad (11)$$

где

$$\varepsilon_n^{\pm} = \sqrt{p^2 + m^2 \left(\sqrt{1 + 2\frac{H}{H_c}} n \pm \frac{H}{4H_c^*} \right)^2}. \quad (12)$$

Используя интегральные преобразования Лапласа и Фурье для функций, определяющих (11), и проводя суммирование по уровням Ландау, для $\mathcal{L}'$ можно получить

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' = & -\frac{m^4 \gamma b_1}{8\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^2} e^{-\eta} \left[\operatorname{sh} b + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ix} dx}{x} \operatorname{ctg} \left(-\frac{i\gamma\eta}{b_1} + x\gamma \right) {}_1F_2 \left(\{1\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right\}, -\frac{b^4}{64x^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где введены обозначения $b_1 = 1 + (H/(4H_c^*))^2$, $b = a/b_1$, $a = \eta H/(2H_c^*)$, $\gamma = H/H_c$, $H_c^* = M^2/e$, а ${}_1F_2(z)$ – обобщенная гипергеометрическая функция. Формула (13) представляет собой точное выражение для функции Лагранжа в модифицированной КЭД, рассчитанное в однопетлевом приближении в магнитном поле произвольной интенсивности. Важное отличие от лагранжиана ГЭ состоит в том, что формула (13) содержит дополнительный полевой масштаб

$$H_c^* = \frac{M^2}{e} = \frac{M^2}{m^2} H_c, \quad (14)$$

который естественно назвать *фундаментальным полем*.

Перейдя в (13) к пределам интегрирования по x от 0 до ∞ и воспользовавшись свойством четности функции ${}_1F_2(z)$, имеем

$$\mathcal{L}' = -\frac{m^4 \gamma b_1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{d\eta}{\eta^2} e^{-\eta} \times \\ \times \left[\operatorname{sh} b + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dx}{x} \frac{\sin 2\gamma x \cos x + \sin x \operatorname{sh} y}{\operatorname{ch} 2y - \cos 2\gamma x} {}_1F_2(z) \right], \quad (15)$$

где $y = \eta\gamma/b_1$, $z = -b^4/(64x^2)$. Из (15), в частности, следует, что $\operatorname{Im} \mathcal{L}' = 0$.

Вещественность лагранжиана $\mathcal{L}'$ при всех возможных значениях поля указывает на отсутствие нестабильных мод, т.е. вакуум в постоянном и однородном магнитном поле в теории с фундаментальной массой, так же как и в традиционной КЭД, устойчив по отношению к спонтанному образованию электрон-позитронных пар.

Выделим далее в выражении (15) интеграл по x . После ряда очевидных замен он приводится к виду

$$I = \int_0^\infty \frac{du [2a_2 \sin u \cos b_2 u + (1 - a_2^2) \sin b_2 u]}{u[1 + a_2^2 - 2a_2 \cos u]} {}_1F_2(z_1), \quad (16)$$

где $a_2 = e^{-2y}$, $b_2 = (2\gamma)^{-1}$, $z_1 = -b^4(2\gamma)^2/(64u^2)$. Учитывая справедливость разложений

$$\frac{\sin u}{1 + a_2^2 - 2a_2 \cos u} = \sin u + a_2 \sin 2u + a_2^2 \sin 3u + \dots, \\ \frac{1 - a_2^2}{1 + a_2^2 - 2a_2 \cos u} = 1 + 2a_2 \cos u + 2a_2^2 \cos 2u + \dots,$$

для интеграла (16) получим

$$I = \int_0^\infty \frac{du}{u} \left[-\sin b_2 u + 2 \sum_{k=0}^\infty a_2^k \sin[u(k + b_2)] \right] {}_1F_2(z_1). \quad (17)$$

Легко видеть, что в поле, которое является слабым по сравнению с фундаментальным полем H_c^* , мы можем воспользоваться разложением функции ${}_1F_2(z_1)$ в нуле

$${}_1F_2(z_1) = 1 + \frac{16}{3} z_1 + \frac{256}{105} z_1^2 + \dots \quad (18)$$

и для (17) получить

$$I = \frac{\pi}{2} \frac{1 + a_2}{1 - a_2} = \frac{\pi}{2} \operatorname{cth} y, \quad (19)$$

где $y = \eta\gamma$.

Подставляя (19) в (15) и проводя стандартную регуляризацию полученного интеграла [6], имеем

$$\mathcal{L}' = -\frac{m^4}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\eta}}{\eta^3} \left[\eta\gamma \operatorname{cth} \eta\gamma - 1 - \frac{\eta^2 \gamma^2}{3} \right] d\eta. \quad (20)$$

Таким образом, из (20) следует, что в пределе “слабого” поля формула (15) совпадает с результатом ГЭ [1] для случая постоянного однородного магнитного поля произвольной интенсивности.

Рассмотрим далее область $H > 4H_c^*$. Нетрудно убедиться, что в пределе сверхсильных полей $H \gg 16H_c^{*2}/H_c$ мы опять можем воспользоваться разложением (18) и для интеграла (17) получить выражение

$$I = \frac{\pi}{2} \operatorname{cth} y, \quad (21)$$

где $y = 16\eta H_c^{*2}/(H_c H)$. Результаты (19) и (21) имеют простой смысл: при достаточно широкой энергетической щели, разделяющей электронные и позитронные состояния (см. формулы (8) и (9)), основной вклад в интеграл (17) формируют слагаемые с большими номерами k . Однако в области магнитных полей, близких к значению фундаментального поля $H \sim 4H_c^*$, т.е. когда ширина щели близка к нулю, в подынтегральной сумме (17) основной вклад дает слагаемое с $k = 0$. Интеграл (17) в этом случае может быть вычислен точно. Расчеты приводят к простому результату:

$$I = \frac{\pi}{2} \operatorname{ch} \left[\eta \frac{H}{2H_c^*} \frac{1}{1 + (H/(4H_c^*))^2} \right]. \quad (22)$$

Нетрудно убедиться, что оценки интеграла (17), полученные в трех областях изменения магнитного поля, можно объединить и записать в виде единой асимптотической формулы

$$I = \frac{\pi}{2} \operatorname{ch} \left[\eta \frac{H}{2H_c^*} \frac{1}{1 + (H/(4H_c^*))^2} \right] \operatorname{cth} \left[\frac{\eta\gamma}{1 + (H/(4H_c^*))^2} \right]. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (15) и проводя регуляризацию оставшегося расходящегося интеграла⁴⁾, для $\mathcal{L}'$ получим

$$\mathcal{L}' = -\frac{m^4}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{d\eta}{\eta^3} e^{-\eta} \left[\eta b_1 \gamma \operatorname{cth} \left(\eta \frac{\gamma}{b_1} \right) - b_1^2 - \frac{\eta^2}{3} \gamma^2 \right]. \quad (24)$$

В слабых полях $H \ll H_c$, а также в пределе очень сильных магнитных полей $H \gg 4H_c^*$ подынтегральное выражение (24) можно разложить в ряды в первом приближении получить

$$\mathcal{L}' = \frac{m^4 \gamma^4}{360\pi^2 b_1^2}. \quad (25)$$

Таким образом, квантовая добавка к максвелловской лагранжевой функции в пределе слабого поля $H \ll H_c$ представима в виде

$$\mathcal{L}' = \frac{m^4}{360\pi^2} \frac{H^4}{H_c^4} + O \left[\frac{H^6}{H_c^6}, \frac{H^6}{H_c^4 H_c^{*2}} \right], \quad (26)$$

⁴⁾ Отметим, что, во-первых, как обычно [6], следует отбросить часть интеграла, не содержащую напряженности магнитного поля и представляющую собой энергию свободных вакуумных электронов. Во-вторых, необходимо вычесть вклад, пропорциональный H^2 , который уже включен в невозмущенную энергию поля. Отбрасывание этого слагаемого связано с перенормировкой напряженности поля, а тем самым и заряда. Вычитание вклада порядка H^4/H_c^{*4} , по существу, соответствует перенормировке дополнительного параметра теории – фундаментальной массы и как следствие АММ частицы.

где первый член совпадает с известной формулой ГЭ.

В сильном поле $H \gg 4H_c^*$ из (25) можно получить

$$\mathcal{L}' = \frac{256m^4}{360\pi^2} \frac{H_c^{*4}}{H_c^4} \left(1 - \frac{32H_c^{*2}}{H^2} \right). \quad (27)$$

Согласно (27) в пределе экстремально сильных полей $\mathcal{L}'$ перестает зависеть от поля, т.е. квантовая поправка к плотности функции Лагранжа в теории с фундаментальной массой с ростом поля асимптотически стремится к константе

$$\mathcal{L}'_\infty = \frac{256M^8}{360\pi^2 m^4}.$$

Полученный результат в каком-то смысле можно сопоставить с ситуацией, наблюдающейся в Стандартной модели (СМ), когда для ряда процессов рост сечений с ростом энергии останавливается, если в рассмотрение наряду с фотоном, векторными $W^\pm$ - и Z^0 -бозонами включается дополнительная диаграмма с хиггсовским H -бозоном. Учет этой диаграммы сокращает растущие члены в амплитуде и приводит к поведению сечений, согласующемуся с унитарным пределом. Как известно, СМ не предсказывает массу H -бозона, поэтому не исключено, что данная частица значительно тяжелее t -кварка, самой тяжелой из известных ныне элементарных частиц. Таким образом, может оказаться, что $M_H \sim 1$ ТэВ и является предельной массой, ограничивающей спектр масс элементарных частиц, т.е. играет роль *фундаментальной массы* (см. (2))⁵⁾.

Сопоставляя поправку $\mathcal{L}'$ с лагранжевой функцией максвелловского поля, найдем интенсивность поля

$$F_c^* = \sqrt{\frac{256\alpha}{45\pi}} \frac{H_c^{*2}}{H_c}, \quad (28)$$

при которой они сравниваются.

Таким образом, мы получили ясный ответ на сформулированный в начале статьи вопрос о границах применимости обобщенной КЭД, содержащей новый универсальный параметр – фундаментальную массу. Результатом появления нового полевого масштаба является и то, что в сильном поле $H > F_c^*$ квантовые поправки $\mathcal{L}'$ вновь оказываются малыми по сравнению с лагранжевой функцией классического максвелловского поля.

Полученные результаты могут представить интерес в связи с построением астрофизических моделей, в частности при изучении экстремально намагниченных нейтронных звезд – “магнетаров”, интерес к существованию которых заметно возрос в последнее время (см., например, [5], [20]). Согласно моделям макроскопической намагниченности тел, состоящих в основном из нейтронов, индукция “вмороженных” в них магнитных полей увеличивается от поверхности к центральным областям и может достигать $10^{15} - 10^{17}$ Гс [21].

Подчеркнем, что усиление радиационных эффектов посредством внешних интенсивных электромагнитных полей может иметь место не только для абелевых, но и в случае

⁵⁾Заметим в этой связи, что центральным пунктом программы исследований на Большом адронном колориметре (ЛHC) в ЦЕРН является поиск хиггсовских бозонов в диапазоне значений масс до 1 ТэВ.

неабелевых КТП. В этой связи отметим, что к нетривиальным результатам приводит, например, учет в рамках СМ влияния внешнего поля на такие характеристики, как масса и магнитный момент лептонов [22], [23].

Однопетлевой массовый оператор заряженного лептона наряду с электродинамическим содержит вклады, обусловленные взаимодействием с вакуумом $W^\pm$ -, Z^0 - и H -бозонов. В отсутствие внешнего поля вклад в радиационный сдвиг массы лептона m от слабых взаимодействий мал ($\sim (m/M_i)^2$, где $i = W, Z, H$) по сравнению с электромагнитным вкладом. Однако в силу динамического происхождения квантовых поправок к массам лептонов они являются сложными функциями энергии и напряженности внешних полей. Вследствие этого в ультрарелятивистском пределе в интенсивных внешних полях вклады слабых токов могут оказаться доминирующими⁶⁾.

АММ заряженных лептонов в СМ, в полной аналогии с квантовыми поправками к массам частиц, обусловлены вакуумными радиационными эффектами электромагнитных и слабых взаимодействий, а также содержат вклад адронной поляризации вакуума (АПВ). Например, для АММ мюона имеем

$$a_\mu(\text{СМ}) = a_\mu(\text{КЭД}) + a_\mu(\text{слаб.}) + a_\mu(\text{адрон.}).$$

Согласно теоретическим оценкам, проведенным в рамках СМ недавно [24], вклады от электромагнитных и слабых взаимодействий можно записать в виде

$$\begin{aligned} a_\mu(\text{КЭД}) &= 11658470.57(0.29) \cdot 10^{-10} (0.25 \text{ ppm}), \\ a_\mu(\text{слаб.}) &= 15.1(0.4) \cdot 10^{-10} (0.03 \text{ ppm}). \end{aligned}$$

Хотя расчеты вкладов в $a_\mu(\text{СМ})$, обусловленных АПВ, имеют почти сорокалетнюю историю, на сегодняшний день величина $a_\mu(\text{адрон.})$ известна с наибольшей неопределенностью (см., например, [25]–[30]). Одна из наиболее надежных оценок вкладов АПВ низшего порядка, обобщающая данные по адронному τ -распаду и e^+e^- -аннигиляции, выглядит как [25], [26]⁷⁾

$$a_\mu(\text{адрон.}) = 692(6) \cdot 10^{-10} (0.6 \text{ ppm}),$$

и теоретическое значение АММ мюона в СМ приобретает вид [30]

$$a_\mu(\text{СМ}) = 11659177(7) \cdot 10^{-10} (0.6 \text{ ppm}).$$

Результаты одного из последних $(g-2)$ -экспериментов по измерению АММ положительных поляризованных мюонов, проведенного на накопительном кольце со сверхпроводящими магнитами Брукхейвенской национальной лаборатории (BNL) [31], представлены в виде

$$a_\mu(\text{экспер.}) = 11659204(7)(5) \cdot 10^{-10} (0.7 \text{ ppm}). \quad (29)$$

⁶⁾ На эту возможность впервые было указано в работе [22].

⁷⁾ См., однако, [27], где проведено вычисление вклада АПВ высших порядков, а также недавние работы [28], [29], содержащие учет вклада диаграмм третьего порядка в $a_\mu(\text{адрон.})$, обусловленного фотон-фотонным рассеянием.

Полученные данные позволяют определить разность

$$\Delta_\mu = a_\mu(\text{экспер.}) - a_\mu(\text{СМ}) = 27 \cdot 10^{-10}, \quad (30)$$

превышающую суммарные погрешности измерений и неопределенности теоретических оценок. Согласно последним сообщениям мюонной $(g - 2)$ -коллораации BNL [31] относительная величина этого превышения составляет 2.6. Ожидается, что в ближайшем будущем будет достигнуто двукратное повышение указанной точности. Очевидно, что решение мюонной $(g - 2)$ -проблемы может привести к появлению *новой физики*, возникающей за пределами СМ.

В этой связи напомним, что АММ мюона в модифицированной теории (см. (6)) изначально содержит вклад, обусловленный наличием нового универсального параметра M . В соответствии с (10) имеем

$$a_\mu(M) = \frac{m_\mu^2}{2M^2}, \quad (31)$$

где m_μ – масса мюона. Легко видеть, что по порядку величины $a_\mu(M)$ совпадает с (30) при $M \sim 1$ ТэВ.

Главный вывод из сравнения приведенных оценок состоит в том, что нельзя исключить возможность совпадения наблюдаемой разности теоретических и экспериментальных результатов Δ_μ с величиной $a_\mu(M)$. Как уже отмечалось, параметр M новой теории можно связать с массой хиггсовского бозона M_H . В этом случае наличие разности между $a_\mu(\text{экспер.})$ и $a_\mu(\text{СМ})$ позволяет получить весьма ценную информацию о частице, масса которой не определена в СМ. Подставляя значение m_μ и данные по АММ мюона в (31), нетрудно установить следующие ограничения на массу H -бозона:

$$1.2 \text{ ТэВ} \leq M_H \leq 1.8 \text{ ТэВ}.$$

Как известно, вариант СМ, в котором масса хиггсовских бозонов $M_H \geq 1$ ТэВ, влечет за собой ряд дополнительных особенностей и, в частности, невозможность описания слабых взаимодействий в секторе H -, W - и Z -частиц в рамках теории возмущений [32]. Тем самым естественно возникает необходимость построения новой непертурбативной теории. Хиггсовский механизм возникновения масс и компенсации расходимостей наряду с условием ограниченности спектра масс $m \leq M_H$ (см. (2)) могут стать неотъемлемыми элементами одного из перспективных вариантов модифицированной теории – “СМ с фундаментальной массой”.

Еще одна весьма интересная особенность неабелевых КТП со спонтанно нарушенной симметрией обнаруживается при изучении вакуума электрослабых взаимодействий в интенсивных внешних полях (см., например, обзор [33]). Симметрия и свойства вакуума, представляющего собой конденсат нейтрального скалярного поля, в этих теориях не являются навсегда заданными и могут меняться при фазовых переходах, обусловленных, например, воздействием внешних электромагнитных полей. В частности, возникает возможность восстановления спонтанно нарушенной симметрии с помощью интенсивного магнитного поля. Нетривиальность исчезновения конденсата скаляров в магнитном поле определяется тем, что плотность энергии вакуумного состояния содержит мнимую часть, связанную с вероятностью распада вакуума. Подобная вакуумная

нестабильность обусловлена наличием в магнитном поле состояния с “отрицательным квадратом энергии”, которое интерпретируется как появление *тахионной моды*.

Механизм, приводящий к восстановлению спонтанно нарушенной симметрии в калибровочных теориях, аналогичен рассмотренному выше и заключается в воздействии магнитного поля H на спектр вакуумных осцилляторов заряженных векторных полей. Учет значения массы векторных бозонов делает очевидным условие, согласно которому характерная величина поля должна быть экстремально большой ($H \sim M_W^2/e$). Таким образом, анализ эффектов внешних полей в этом случае, так же как и в рассмотренном нами явлении поляризации электрон-позитронного вакуума в теории с фундаментальной массой, требует пертурбативного подхода и использования точных по полю решений [34]

$$p_0^2 = p^2 + M_W^2 + (2n + 1 - 2\sigma)eH, \quad (32)$$

где M_W – масса векторного бозона, p – проекция импульса вдоль поля H , σ – спиновая переменная, принимающая значения $0, \pm 1$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Основное состояние ($p = 0$, $n = 0$, $\sigma = 1$)

$$p_0^2 = M_W^2 - eH \quad (33)$$

становится тахионным при $H > M_W^2/e$. Легко видеть, что именно оно и является источником возникновения мнимой части эффективного потенциала.

Как уже отмечалось, энергия основного состояния вакуумных электронов (9) *неотрицательна* при любых значениях магнитного поля, и, таким образом, данный вариант КЭД свободен от тахионных мод. В случае электрического поля электрон-позитронный вакуум рассматриваемой теории, так же как и в обычной КЭД, не является стабильным, что находит отражение в отличной от нуля вероятности рождения пар e^+e^- из вакуума. Отметим также, что учет наряду с магнитным полем действия интенсивного электрического поля может быть проведен по аналогии со случаем традиционной КЭД [6]. Подобным же образом решаются и вопросы расчета эффективного лагранжиана для скалярной КЭД, вид которого легко восстанавливается, если известен результат для электронов (см. [35]).

Благодарности. Авторы благодарны В.Р. Халилову за внимание к работе и ценные замечания. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-02-16784).

Список литературы

- [1] W. Heisenberg, H. Euler. Z. Phys. 1936. V. 98. P. 714.
- [2] В. И. Рутыс. ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 1517.
- [3] В. И. Рутыс. ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 807.
- [4] V. I. Ritus. Effective Lagrange function of intense electromagnetic field in QED. In: Proc. Conf. “Frontier Test of QED and Physics of the Vacuum” (Sandanski, Bulgaria, 9–15 June, 1998). Eds. E. Zavattini, D. Bakalov, C. Rizzo. Sofia: Heron Press, 1998; hep-th/9812124.
- [5] В. Р. Халилов. ТМФ. 2002. Т. 133. № 1. С. 103.
- [6] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
- [7] M. Greenman, F. Rohrlich. Phys. Rev. D. 1973. V. 8. P. 1103.
- [8] V. G. Kadyshevsky. Nucl. Phys. B. 1978. V. 141. P. 477; FERMILAB-Pub. 78-070-THY. Sept. 1978. Batavia, IL: FERMILAB, 1978; В. Г. Кадышевский. ЭЧАЯ. 1980. Т. 11. № 1. С. 5.

- [9] *V. G. Kadyshevsky, M. D. Mateev.* Phys. Lett. B. 1981. V. 106. P. 139; Nuovo Cimento A. 1985. V. 87. P. 350.
- [10] *В. Г. Кадышевский.* ЭЧАЯ. 1998. Т. 29. № 3. С. 563.
- [11] *А. Б. Мигдал.* ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 1621.
- [12] *И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов.* Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982.
- [13] *А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко.* Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Атомиздат, 1980.
- [14] *В. И. Ритус.* Тр. ФИАН. 1979. Т. 111. С. 5.
- [15] *В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов.* Электромагнитная длина и фундаментальная масса в электродинамике. В сб.: Труды семинара "Симметрии и интегрируемые системы". Ред. А. Н. Сисакян. Дубна: ОИЯИ, 1999. С. 103.
- [16] *В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов.* ТМФ. 2000. Т. 125. № 3. С. 432.
- [17] *G. E. Stedman et al.* Phys. Rev. A. 1995. V. 51. P. 4944.
- [18] *В. И. Денисов, И. П. Денисова.* ТМФ. 2001. Т. 129. С. 131; Докл. РАН. 2001. Т. 378. С. 4.
- [19] *И. М. Тернов, В. Г. Багров, В. Ч. Жуковский.* Вестн. МГУ. Сер. физика, астрономия. 1966. № 1. С. 30.
- [20] *K. Hurley et al.* Nature. 1999. V. 397. P. 41; *C. Kouveliotou, S. Dieters, T. Strohmayer et al.* Nature. 1998. V. 393. P. 235.
- [21] *R. C. Duncan.* Physics in ultra-strong magnetic fields. astro-ph/0002442.
- [22] *И. М. Тернов, В. Н. Родионов, А. И. Студеникин.* Вклад нейтральных слабых токов в аномальный магнитный момент электрона во внешнем поле. В сб.: Тезисы докладов Всесоюзного совещания по квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам. Ред. Ю. В. Тарбеев. Л.: НПО "ВНИИМ" им. Д. И. Менделеева, 1982. С. 47; ЯФ. 1983. Т. 37. С. 1270.
- [23] *В. А. Обухов, В. К. Перес-Фернандес, В. Н. Родионов, В. Р. Халилов.* Изв. вузов. Физика. 1983. № 1. С. 26.
- [24] *A. Czarnecki, W. Marciano.* Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 012014.
- [25] *M. Davier, A. Hocker.* Phys. Lett. B. 1998. V. 435. P. 427.
- [26] *M. Davier, S. Eidelman, A. Hocker, Z. Zhang.* Eur. Phys. J. C. 2003. V. 27. P. 497; hep-ph/0208177.
- [27] *B. Krause.* Phys. Lett. B. 1997. V. 390. P. 392.
- [28] *E. Bartoš, S. Dubnička, A. Z. Dubničová, E. A. Kuraev, E. Zemlyanaya.* Nucl. Phys. B. 2002. V. 632. P. 330.
- [29] *E. Bartoš, S. Dubnička, A. Z. Dubničová, E. A. Kuraev, E. Zemlyanaya.* Is there any room for new physics in the muon $g - 2$ problem? hep-ph/0305051.
- [30] *C. S. Ozben, G. W. Bennett et al. Muon $g - 2$ Collaboration.* Precision measurement of the anomalous magnetic moment of the muon. hep-ex/0211044.
- [31] *G. W. Bennett et al. Muon $g - 2$ Collaboration.* Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 1001804.
- [32] *Л. Б. Окунь.* Лептоны и кварки. М.: Наука, 1981.
- [33] *В. В. Скалозуб.* ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 1005.
- [34] *Wu-Yang Tsai, A. Yildiz.* Phys. Rev. D. 1971. V. 4. P. 3643.
- [35] *В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель.* Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. С. 435; ДАН. 2002. Т. 386. С. 753.

Поступила в редакцию 23.V.2003 г.