Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Ю. Новожилов, Ю. В. Новожилов, Цветной скирмион в вакуумном поле: асимптотика, стабильность и возможность конфайнмента, *ТМФ*, 2002, том 131, номер 1, 62–71

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1950>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.187.69

26 апреля 2023 г., 18:07:39

ЦВЕТНОЙ СКИРМИОН В ВАКУУМНОМ ПОЛЕ: АСИМПТОТИКА, СТАБИЛЬНОСТЬ И ВОЗМОЖНОСТЬ КОНФАЙНМЕНТА

Исследуется модель цветного скирмиона в вакуумном поле в рамках цветовой группы $SU(3)$ и одного аромата в четырехмерном пространстве. В случае сферически-симметричной скирмионной конфигурации получены статический функционал массы и вариационные уравнения, определена асимптотика, а также оценен межскирмионный потенциал.

1. ВВЕДЕНИЕ

Применения квантовой хромодинамики (КХД) в области низких энергий затруднены из-за отсутствия непертурбативных методов изучения кварк-глюонной динамики и процессов образования адронов. Для описания адронов используются различные модели, среди которых важное место занимает модель Скирма. Модель Скирма [1]–[3] не использует представление о кварках и отождествляет барион с киральным солитоном – скирмионом, у которого топологический заряд равен барионному числу (заряду), а топологические свойства позволяют считать его фермионом. Фаддеев [4], [5] предложил модель, описывающую взаимодействие полей, принимающих значения в группе Ли, с калибровочными полями. Киральная бозонизация в группе ароматов [6]–[9] (см. также обзор [10]) дала эффективные лагранжианы, содержащие взаимодействия типа Скирма и описывающие как псевдоскалярные мезоны, так и солитонные состояния с целочисленным барионным зарядом B . Цветовая бозонизация [11] позволила получить эффективное действие для цветового кирального поля, которое описывает цветные солитоны с дробным барионным числом $B = N_f/N_c$, где N_f – число ароматов, а N_c – число цветов. Стабильность таких солитонов не была исследована, но было продемонстрировано [12], что существуют ситуации, когда стабильных солитонов нет. Идея о цветном солитоне с барионным числом $1/3$ была исследована в работах [13], [14] на примере цветовой модели Скирма, в которой такой скирмион отождествлялся с конститuentным кварком.

* Научно-исследовательский институт физики им. В. А. Фока, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Эта идея была подробно изучена на примере двумерного пространства [15], и было показано, что цветной солитон обладает свойствами конститuentного кварка. Однако в четырехмерном пространстве стабильный цветной скирмион получить не удалось [16]. В работе [17] мы пересмотрели анализ эффективного кирального лагранжиана, полученного методом цветовой бозонизации [11], и показали на примере цветовой группы $SU(2)$, что цветной солитон в вакуумном глюонном поле может иметь барионный заряд, равный $1/N_c$, и быть стабильным, а также что между двумя статическими солитонами на больших расстояниях действует потенциал, ведущий к конфайнменту. Изучение эффективного лагранжиана, полученного в результате цветовой бозонизации, имеет свои трудности. В этот лагранжиан дают вклад как кварковая, так и глюонная части лагранжиана КХД, последняя из которых рассматривается в первом приближении. Вклад КХД-части зависит от константы связи и при низких энергиях дает представление только о своей структуре, но не о величине. Мы полагаем, что замена цветowego эффективного кирального лагранжиана бозонизации на лагранжиан цветовой модели Скирма может упростить исследование конфайнмента цветных солитонов, если при этом сохраняются асимптотические свойства и стабильность.

Цель настоящей работы состоит в изучении модели цветного скирмиона в вакуумном поле для цветовой группы $SU(3)$ и одного аромата в пространстве $3 + 1$ измерений. В работе получены уравнения для сферически-симметричного случая, найдены асимптотика и условия стабильности цветных скирмионных конфигураций, а также получена оценка поведения на больших расстояниях межскирмионного потенциала, рост которого приводит к конфайнменту двух цветных скирмионов.

2. ЦВЕТНОЙ СКИРМИОН В ГЛЮОННОМ ПОЛЕ КОНДЕНСАТА

Условие калибровочной инвариантности относительно цветовой группы преобразований требует, чтобы цветной скирмион рассматривался всегда вместе с глюонным полем. Мы рассматриваем изолированный скирмион, поэтому такое глюонное поле в первом приближении представляет собой вакуумное поле, соответствующее глюонному конденсату. Такой подход означает, что мы выбираем фоновую калибровку КХД с вакуумным полем в качестве фонового поля и пренебрегаем однопетлевыми поправками. Фоновое поле должно быть решением уравнений Янга–Миллса, что выполняется для квазиабелева глюонного потенциала, приводящего к постоянной напряженности поля Янга–Миллса и появлению глюонного конденсата. Мы принимаем картину доменной структуры глюонного вакуума. В каждом домене конденсатное поле описывается постоянной нормалью в цветовом пространстве с восемью компонентами в случае группы $SU(3)$ и нормалью в координатном пространстве. Это согласуется с магнитоподобностью поля и положительностью глюонного конденсата, вытекающей из феноменологического анализа. Вакуум состоит из набора доменов всевозможных ориентаций, так что после вычисления для определенного домена необходимо провести усреднение по направлениям обеих нормалей.

Возникает вопрос, в каком виде следует представлять цветовую нормаль, если скирмионная конфигурация задана и мы требуем, чтобы ковариантная производная не вы-

водила скирмион за пределы конфигурации. Мы рассмотрим этот вопрос на примере скирмиона типа “ежа” в подгруппе $SU(2)$ с генераторами на первых трех матрицах Гелл-Мана. Такая конфигурация может также содержать коммутирующую с ними восьмью матрицу. Как известно, цветовая нормаль может иметь компоненты по всем восьми направлениям. Соотношения между компонентами вытекают из свойств вакуума. Мы пользуемся феноменологическим описанием, при котором вакуум КХД характеризуется глюонными и кварковыми конденсатами различного типа. В нашем подходе мы ограничиваемся глюонными конденсатами. Если отличны от нуля билинейный и кубический конденсаты, то таким же образом ведут себя и следы квадрата и куба матрицы нормали в фундаментальном представлении. Таким образом, вопрос состоит в том, можно ли при заданных конденсатах привести цветовую нормаль к виду, обладающему той же симметрией, что и структура скирмиона.

Рассмотрим цветовую группу $SU(3)$ и введем цветное киральное поле U с лагранжианом

$$\mathbf{L} = \frac{f^2}{4} \text{tr} L_\mu^2 + \frac{1}{32e^2} \text{tr}([L_\mu, L_\nu])^2, \quad (1)$$

где

$$L_\mu = -UD_\mu U^+,$$

а ковариантная производная $D_\mu = \partial_\mu + [G_\mu, \cdot]$ содержит фоновое глюонное поле $G_\mu = gG_\mu^a \lambda_a / 2i$ с матрицами Гелл-Мана λ_a и КХД-константой g . Фоновое глюонное поле G_k является решением уравнений Янга–Миллса

$$D^\mu G_{\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

где $G_{\mu\nu}$ – напряженность. Таким образом, лагранжиан цветного скирмиона $\mathbf{L}$ зависит от двух безразмерных констант e и g .

Лагранжиан $\mathbf{L}$ инвариантен относительно калибровочных преобразований $S(x)$

$$U \rightarrow SUS^+, \quad G_\mu \rightarrow SG_\mu S^+ + S\partial_\mu S^+. \quad (3)$$

Барионный ток B_μ получается вариацией действия Весса–Зумино–Виттена:

$$B_\mu = \frac{N_f}{24\pi^2 N_c} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \text{tr} [UD^\nu U^{-1} UD^\lambda U^{-1} UD^\sigma U^{-1} - 3G^{\nu\lambda}(UD^\sigma U^{-1} - U^{-1}D^\sigma U)]. \quad (4)$$

Величина B_μ нормирована таким образом, чтобы получить для кварка $B = 1/3$.

Рассмотрим одиночный изолированный скирмион. В этом случае фоновое глюонное поле G_μ есть вакуумное поле. Вакуум КХД может быть описан набором конденсатов, включающим билинейный конденсат C_g , кубический конденсат $\langle \text{tr} A_{\mu\nu} A^{\lambda\mu} A^\nu_\lambda \rangle$ и т.д., которые представляют собой вакуумные средние от соответствующих инвариантов квантового глюонного поля $A_{\mu\nu}$. Например,

$$C_g = \frac{g^2}{4\pi^2} \langle (A_{\mu\nu}^a)^2 \rangle \cong \frac{g^2}{4\pi^2} (G_{\mu\nu}^a)^2. \quad (5)$$

В первом приближении квантовое поле $A_{\mu\nu}$ в конденсатах можно заменить постоянным фоновым полем $G_{\mu\nu}$. Мы будем работать в калибровке $G_0 = 0$.

Киральное поле U в группе $SU(3)$ имеет вид

$$U = e^{i\Pi^a \lambda_a},$$

где $\Pi^a(x)$ является псевдоскаляром. Нас интересуют топологические свойства U , связанные с подгруппой $SU(2)$ с генераторами $\lambda_k/2i$, $k = 1, 2, 3$. Поэтому мы запишем $\Pi = \Pi^a \lambda_a$ в виде

$$\Pi = h\pi h^+, \quad \pi = r_k \lambda_k F(R) + \beta(R) \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}, \quad r_k = \frac{x_k}{R}, \quad r_k r_k = 1, \quad (6)$$

где h – постоянная унитарная $SU(3)$ -матрица, так что $\pi(x)$ есть стандартный анзац типа “ежа” в $SU(3)$, и $\text{tr} \Pi^2 = \text{tr} \pi^2 = F^2 + 2\beta^2/3$ есть $SU(3)$ -инвариант. Другой $SU(3)$ -инвариант имеет вид $\text{tr} \Pi^3 = \text{tr} \pi^3 = \beta(F^2 - \beta^2/9)$. Этот анзац сферически-симметричен в том смысле, что после вращения мы можем восстановить первоначальный вид с помощью калибровочного преобразования. Мы фиксируем калибровку, оставляя только глобальные преобразования.

Граничные условия для функций $F(R)$ и $\beta(R)$ имеют вид

$$R \rightarrow 0: \quad F(R) \rightarrow \pi, \quad \beta \rightarrow 3\pi, \quad (7a)$$

$$R \rightarrow \infty: \quad F(R) \rightarrow 0, \quad \beta \rightarrow 0, \quad (7b)$$

так что на границах $\text{tr} \Pi^3 = 0$. Для $SU(3)$ -инвариантного лагранжиана $\mathbf{L}$ имеем $\text{tr} \pi^3(x) = 0$ для всех R .

Запишем глюонное конденсатное поле G_k в абелевом виде:

$$G_k = V_k N^a \lambda_a, \quad N^a N^a = \frac{1}{2} \text{tr} N^2 = 1, \quad N = N^a \lambda_a, \quad (8)$$

где

$$V_k = -\frac{1}{2} \varepsilon_{kj} x^j g \frac{B}{2i}, \quad \varepsilon_{kj} = -\varepsilon_{jk}. \quad (9)$$

Для глюонного конденсата C_g получаем выражение

$$C_g = \frac{g^2 B^2}{2\pi^2}. \quad (10)$$

Если, представляя киральное поле U в общем виде с матрицей Π , мы записываем $SU(3)$ -нормаль N также в общем виде, то переходя к специальному выбору кирального поля $hUh^+ = e^{i\pi}$, мы должны представить $SU(3)$ -нормаль в соответствующей форме $h^+ N h$:

$$h^+ N h = \tilde{n} = n_k \lambda_k + n_8 \lambda_8, \quad n_k n_k + n_8^2 = 1, \quad (11)$$

и потребовать выполнения равенства

$$\mathrm{tr} N^3 = n_8 \left(n_k n_k - \frac{n_8^2}{3} \right) = 0. \quad (12)$$

В противном случае произвольная матрица N не может быть преобразована в $\tilde{n}$. Введем обозначения $n = n_k \lambda_k$, $r = r_k \lambda_k$, $V = V_k \lambda_k$. Условие $\mathrm{tr} N^3 = 0$ означает, что кубический глюонный конденсат равен нулю: $\mathrm{tr} G_{\mu\nu} G^{\lambda\mu} G^\nu_\lambda = 0$. Отсюда следует, что $n_k n_k = 1 - n_8^2/4$, $n_8^2 = 3/4$. В этом случае при усреднении мы получаем $\overline{n_k n_j} = 1/12$.

Статическая часть лагранжиана приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{L} = & \frac{f^2}{4} \left\{ 2 \left[(\partial_R F)^2 + \frac{1}{3} (\partial_R \beta)^2 + \frac{2}{R^2} \sin^2 F \right] + V_k^2 \sin^2 F \mathrm{tr}[n, r]^2 + \right. \\ & + 2 \frac{\sin^2 F}{R} \mathrm{tr}(V[n, r]) \left. \right\} - \frac{1}{4e^2} \left\{ 2 \frac{\sin^2 F}{R^2} (\partial_R F)^2 + \frac{\sin^4 F}{R^4} \right\} - \\ & - \frac{1}{4e^2} \frac{\sin^2 F}{R} \left\{ (\partial_R F)^2 + \frac{\sin^2 F}{R^2} \right\} \mathrm{tr}(V[n, r]) - \\ & - \frac{1}{32e^2} \left\{ 2 \frac{\sin^4 F}{R^2} \mathrm{tr}(V[n, r])^2 + 2V_k^2 \sin^2 F \left((\partial_R F)^2 + \frac{\sin^2 F}{R^2} \right) \mathrm{tr}([n, r]^2) \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Заметим, что λ_8 -компонента β входит только в кинетический член лагранжиана $\mathbf{L}$, так как вакуумное поле коммутирует с гиперзарядом: $[\tilde{n}, \lambda_8] = 0$. Решение вариационного уравнения для $\beta \sim 1/R$ дает медленно убывающую радиальную плотность массы и особенность в нуле. Поэтому мы полагаем $\beta = 0$ в $\tilde{n}$:

$$\tilde{n} = n_k \lambda_k, \quad N = h \tilde{n} h^+, \quad (14)$$

$$\pi = r_k \lambda_k F(R), \quad \Pi = h \pi h^+. \quad (15)$$

Далее мы усредняем лагранжиан $\mathbf{L}$ по направлениям вакуумного поля G_k в цветовом пространстве. Для нормали N_a , $a = 1, 2, \dots, 8$, мы имеем $\overline{N_a N_b} = \delta_{ab}/8$; для нормали n_k усреднение дает $\overline{n_k n_j} = \delta_{kj}/3$, и все слагаемые, линейные по n_k , исчезают:

$$\mathrm{tr} \overline{[n, r]^2} = -\frac{16}{3}, \quad \mathrm{tr} \overline{V[n, r] V[n, r]} = 0. \quad (16)$$

Потенциал вакуумного поля V_k есть

$$V_k = -\frac{1}{2} \varepsilon_{kjt} r_j \nu_t \frac{gRB}{2i}, \quad \nu_t \nu_t = 1, \quad (17)$$

где ν_t — нормаль в координатном пространстве, описывающая ориентацию поля в домене. Усреднение по различным доменам дает $\overline{\nu_k \nu_j} = 1/3$, $\overline{V_k V_k} = -g^2 B^2 R^2 / 24$.

Масса M изолированного цветного скирмиона в вакуумном поле G_k равна

$$M[F] = 4\pi \int_0^{+\infty} \mathbf{E}[F] R^2 dR, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[F] = & \frac{f^2}{4} \left\{ 2 \left[(\partial_R F)^2 + \frac{2}{R^2} \sin^2 F \right] + \frac{2}{9} g^2 B^2 R^2 \sin^2 F \right\} + \\ & + \frac{1}{4e^2} \left\{ 2 \frac{\sin^2 F}{R^2} (\partial_R F)^2 + \frac{\sin^4 F}{R^4} \right\} + \\ & + \frac{1}{36e^2} g^2 B^2 R^2 \sin^2 F \left((\partial_R F)^2 + \frac{\sin^2 F}{R^2} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Вариационные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} f^2 \left(R^2 \partial_R^2 F + 2R (\partial_R F)^2 - \sin 2F - \frac{1}{9} g^2 B^2 R^4 \sin 2F \right) + \\ + \frac{1}{2e^2} \left(\sin^2 F \partial_R^2 F + \sin^2 F (\partial_R F)^2 - \frac{1}{2R^2} \sin^2 F \sin 2F \right) + \\ + \frac{g^2 B^2 R^2}{36e^2} (R^2 \sin 2F (\partial_R F)^2 + \\ + 2R^2 \sin^2 F \partial_R^2 F + 8R \sin^2 F \partial_R F - 2 \sin^2 F \sin 2F) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Взаимодействие скирмиона с вакуумным полем описывается слагаемыми, пропорциональными величине $g^2 B^2$.

Введем безразмерную переменную $\rho = efR$. Тогда асимптотическое поведение при больших R функции $F(\rho)$ дается следующим уравнением:

$$\partial_\rho [\rho^2 \partial_\rho F] - 2(1 + C\rho^4)F = 0, \quad (21)$$

где безразмерный параметр $C = \pi^2 C_g / 9(ef)^4$ содержит глюонный конденсат $C_g = g^2 B^2 / 2\pi^2$. Решением этого уравнения является модифицированная функция Бесселя второго рода $K(3/4, \sqrt{C/2}\rho^2) / \sqrt{\rho}$ с асимптотикой

$$F \rightarrow \rho^{-\frac{3}{2}} e^{-\sqrt{\frac{C}{2}}\rho^2}, \quad \rho \rightarrow \infty, \quad (22)$$

которая гарантирует конечность массы $M[F]$ (18). При малых ρ функция скирмионного профиля $F(\rho)$ ведет себя вблизи $\rho = 0$ точно так же, как и в случае обычной модели Скирма, а именно $F(\rho) \approx \pi - b\rho$. Таким образом, асимптотическое поведение скирмионной функции такое же, как и поведение солитонной функции в случае цветовой киральной бозонизации [18]. Барионный ток B_μ не зависит от присутствия вакуумного глюонного поля. Согласно анализу Виттена [3] статистика скирмиона определяется членом в топологическом действии W_{WZ} , линейным по производной по времени, так как этот член отражает поведение скирмиона при вращении на угол 2π . В случае действия W_{WZ} , построенного на цветовых киральных полях, статистика скирмиона определяется знаком величины $(-1)^{N_f}$, или четным или нечетным числом ароматов N_f . Барионное число скирмиона B равно $B = N_f / N_c$. Следовательно, простейшие цветные скирмионы

будут характеризоваться барионным числом $B = 1/3, 2/3$, что соответствует кварку и ливкварку.

Для определения массы цветного скирмиона рассмотрим семейство пробных функций

$$F(\rho) = \pi \sqrt{\frac{1 - b\rho + a\rho^2}{1 + A\rho^5}} e^{-\frac{A}{2}\rho^2}, \quad (23)$$

где a и b – вариационные параметры, величина A определяется безразмерным параметром C : $A = \sqrt{2C}$. Функции (23) имеют правильное поведение при малых ρ , а на больших расстояниях удовлетворяют асимптотическому поведению (22). На рисунке приведен результат вариационного расчета массы цветного скирмиона (в единицах $\pi f/e$) как функции единственного безразмерного параметра C .

3. СТАТИЧЕСКИЙ ЛАГРАНЖИАН В СЛУЧАЕ ВАКУУМНОГО ПОЛЯ ОБЩЕГО ВИДА

Рассмотрим вакуумное поле $G_k = V_k N$, в котором постоянная нормаль N в пространстве цветовой группы $SU(3)$ не связана условием сохранения ковариантной производной $SU(3)$ -симметрии скирмионного анзаца U . При усреднении лагранжиана по направлениям в цветовом пространстве мы воспользуемся равенствами

$$\overline{N_a N_b} = \frac{1}{8} \delta_{ab}, \quad \overline{\text{tr} A N B N} = \frac{1}{8} \text{tr} A \lambda_a B \lambda_a = \frac{1}{4} \left(\text{tr} A \text{tr} B - \frac{1}{3} \text{tr} AB \right), \quad (24)$$

где A и B являются матрицами размера 3×3 .

Рассмотрим усреднение по цветовым направлениям N_a в случае произвольного кирального поля U . Для той части кинетического члена, которая зависит от нормали N , мы получаем

$$K(N) = V_k^2 \overline{\text{tr}[N, U][N, U^+]} = V_k^2 \left\{ \frac{1}{2} (\text{tr} U \text{tr} U^+ - 1) - 4 \right\}. \quad (25)$$

Выделим из скирмионного члена часть, зависящую от N :

$$\text{tr } S_{kl}^2 = \text{tr } S_{kl}^2(G)|_{G=0} + \overline{\text{tr } S_{kl}^2(G)}, \quad (26)$$

и произведем усреднение по N . Тогда

$$\begin{aligned} \overline{\text{tr } S_{kl}^2(G)} = \frac{1}{32e^2} \{ & 2V_k^2 [\text{tr } \partial_l U \text{tr } \partial_l U^+ + 3 \text{tr } \partial_l U \partial_l U^+] - 6 \text{tr}(V \partial U)(V \partial U^+) + \\ & + [\text{tr } U^+(V \partial U)(V \partial U^+) \text{tr } U + \text{tr } U(V \partial U)(V \partial U^+) \text{tr } U] - \\ & - V_k^2 [\text{tr } U \partial_l U \partial_l U^+ \text{tr } U^+ + \text{tr } U^+ \partial_l U \partial_l U^+ \text{tr } U] \}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $(V \partial U) \equiv V_k \partial_k U$. Усреднение по потенциалам V_k дает, как и ранее, $\overline{V_k V_k} = -g^2 B^2 R^2 / 24$.

Рассмотрим случай сферически-симметричного анзаца

$$U = e^{i(r_a \lambda_a F + \lambda_8 \beta)}.$$

Кинетический член, зависящий от вакуумного поля, приобретает вид

$$K(N) = -2V_k^2 (\sin^2 F + 1 - \cos F \cos 3\beta_Y), \quad (28)$$

где мы использовали гиперзарядовую функцию $\beta_Y = \beta / \sqrt{3}$. По сравнению с предыдущим случаем, когда цветовая нормаль описывалась согласно формулам (11) и (12), мы получили дополнительное слагаемое $1 - \cos F \cos 3\beta_Y$. Запишем скирмионное слагаемое в виде (26). Тогда его часть, зависящая от вакуумного поля, после усреднения по N имеет вид

$$\begin{aligned} \overline{\text{tr } S_{kl}^2(G)} = \frac{4V_k^2}{32e^2} \left\{ & (\partial_R F)^2 (1 + 4 \sin^2 F - \cos F \cos 3\beta_Y) + \right. \\ & + (\partial_R \beta)^2 \left(3 - \frac{2}{3} \cos F \cos 3\beta_Y \right) - 3 \partial_R F \partial_R \beta_Y \sin F \sin 3\beta_Y + \\ & \left. + \frac{\sin^2 F}{R^2} \left(\frac{1}{3} - 2 \cos^2 F - \cos 3\beta_Y \right) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

Изменения в скирмионном слагаемом существенны: функция $\beta(R)$ входит в него подобно $F(R)$ как с квадратом производной, так и с потенциалом. Кроме того, появляется смешанный член с произведением производных обеих функций. Эти изменения вытекают из неравенства $[N, \lambda_8] \neq 0$. Асимптотическое поведение $F(R)$ имеет тот же характер, что и ранее. Требование конечности энергии скирмиона накладывает условия $\partial_R \beta = 0$ и $\beta = m\pi/3$ с целочисленным m .

4. ПРОБЛЕМА КОНФАЙНМЕНТА И КОНСТИТУЭНТНЫЙ КВАРК

Цветной скирмион с одним ароматом имеет квантовые числа конституэнтного кварка. Однако цветной скирмион нельзя рассматривать в качестве модели конституэнтного кварка, пока не показано, что ни он, ни скирмион с двумя ароматами и барионным числом $2/3$ (дикварк) не могут наблюдаться в свободном состоянии, а скирмион с тремя ароматами и барионным числом 1 может. Точно так же следует показать, что скирмион и антискирмион образуют мезон. Таким образом, модель цветного скирмиона должна быть прежде всего обобщена на случай группы ароматов $U(2)$ и более сложных (несферических) скирмионных конфигураций. Опыт двумерной модели цветного солитона [15] показывает, что конфайнмент возникает только тогда, когда цветовая группа $SU(3)$ и группа ароматов $U(2)$ объединены в большую группу $U(N_c \times N_f)$. Такое объединение калибровочной цветовой группы с глобальной группой ароматов поднимает вопрос о трактовке дополнительных генераторов объединенной группы. Мы не будем рассматривать обобщения модели цветного скирмиона, а сделаем шаг в направлении конфайнмента в рамках модели, а именно вычислим потенциал взаимодействия двух статических скирмионов в области, далекой от каждого из скирмионов, когда велико расстояние между ними.

Обратимся к выводу потенциала конфайнмента между двумя цветными скирмионами. Как было показано в предыдущем разделе, для отдельного скирмиона вакуумное поле ведет к экспоненциальному убыванию скирмионной радиальной функции и, следовательно, играет роль “мешка”. Мы рассматриваем два таких “мешка” на большом расстоянии друг от друга (по сравнению с размером “мешка”). Скирмионам соответствуют киральные поля $U(x_1)$ и $U(x_2)$, описанные в предыдущем разделе. Мы определяем межскирмионный потенциал $\mathbf{V}(x_{12})$ на больших расстояниях x_{12} и при больших R_1, R_2 как то взаимодействие, которое выделяется, если из лагранжиана (1) для двухскирмионного состояния $U(x_1, x_2; \mathbf{n}, \nu) = U(x_1, \mathbf{n}, \nu)U(x_2, \mathbf{n}, \nu)$ после усреднения по нормальным в цветовом и координатном пространствах $\mathbf{n}, \nu$ общего вакуумного поля (8), (9) вычесть лагранжианы отдельных скирмионов

$$\mathbf{V}(x_{12})F_1F_2 = \langle H[U(x_1, x_2; \mathbf{n}, \nu)] \rangle - \langle H[U(x_1, \mathbf{n}, \nu)] \rangle - \langle H[U(x_2, \mathbf{n}, \nu)] \rangle, \quad (30)$$

где $\langle H \rangle$ означает усреднение по $\mathbf{n}, \nu$ и H есть статическая плотность энергии, вытекающая из лагранжиана (13). Второй и третий члены в $\mathbf{V}$ определяются выражением (19). Потенциал калибровочно-инвариантен и имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(x_{12})F_1F_2 &= \frac{f_0^2}{4} \langle \text{tr}[DU_2DU_1^+ + DU_1DU_2^+] \rangle \cong \\ &\cong \text{tr}\{[G_k(x_1), U_1][G_k(x_2), U_2^+]\}, \\ \mathbf{V}(x_{12}) &= \frac{f_0^2}{36} g^2 B^2 (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)^2. \end{aligned} \quad (31)$$

Такой потенциал повлечет за собой конфайнмент двух скирмионов, однако он не объясняет, что такое конфайнмент в случае изолированного скирмиона.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в рамках группы $SU(3)$ мы сформулировали модель изолированного цветного скирмиона как модель цветного сферически-симметричного скирмиона, который взаимодействует с вакуумным полем, образующим конденсат. Модель содержит две безразмерные константы взаимодействия: константу Скирма и константу КХД. Сферически-симметричный скирмион совместен с вакуумным полем, не имеющим кубического конденсата. В присутствии квадратичного хромомагнитного конденсата скирмионная конфигурация имеет экспоненциально убывающую асимптотику, и скирмион стабилен. Между двумя цветовыми скирмионами на больших расстояниях действует потенциал конфайнмента.

Список литературы

- [1] *T. H. R. Skyrme.* Proc. Roy. Soc. London A. 1961. V. 260. P. 127.
- [2] *A. P. Balachandran, V. P. Nair, S. G. Rajeev, A. Stern.* Phys. Rev. D. 1983. V. 27. P. 1152; P. 2772.
- [3] *E. Witten.* Nucl. Phys. B. 1983. V. 223. P. 422; P. 433.
- [4] *L. D. Faddeev.* Lett. Math. Phys. 1976. V. 1. P. 289.
- [5] *L. D. Faddeev, A. J. Niemi.* Nature. 1997. V. 387. P. 58; Phys. Lett. B. 1999. V. 449. P. 214; V. 464. P. 90.
- [6] *A. Andrianov.* Phys. Lett. B. 1985. V. 157. P. 425.
- [7] *Н. И. Карчев, А. А. Славнов.* ТМФ. 1985. Т. 65. С. 192.
- [8] *A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, V. Yu. Novozhilov, Yu. V. Novozhilov.* Lett. Math. Phys. 1986. V. 11. P. 217.
- [9] *А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, В. Ю. Новожиллов, Ю. В. Новожиллов.* ТМФ. 1987. Т. 70. С. 63.
- [10] *R. D. Ball.* Int. J. Mod. Phys. A. 1990. V. 5. P. 4391.
- [11] *A. A. Andrianov, Yu. V. Novozhilov.* Phys. Lett. B. 1985. V. 153. P. 422.
- [12] *В. А. Андрианов, В. Ю. Новожиллов.* ЯФ. 1986. Т. 43. С. 983.
- [13] *D. B. Kaplan.* Phys. Lett. B. 1990. V. 235. P. 163; Nucl. Phys. B. 1991. V. 351. P. 357.
- [14] *G. Gomelski, M. Karliner, S. B. Selipsky.* Phys. Lett. B. 1994. V. 323. P. 182.
- [15] *J. Ellis, Y. Frishman, A. Hanany, M. Karliner.* Nucl. Phys. B. 1992. V. 382. P. 189.
- [16] *Y. Frishman, A. Hanany, M. Karliner.* Nucl. Phys. B. 1994. V. 424. P. 3; On the stability of quark solitons in QCD. hep-ph/9507206.
- [17] *V. Novozhilov, Yu. Novozhilov.* Phys. Lett. B. 2001. V. 522. P. 49.