Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Г. Васин, Описание перехода парамагнетик–спиновое стекло в модели Эдвардса–Андерсона методами критической динамики, *ТМФ*, 2006, том 147, номер 2, 328–336

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1968>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.183.62

26 апреля 2023 г., 14:52:33

© 2006 г.

М. Г. Васин*

ОПИСАНИЕ ПЕРЕХОДА ПАРАМАГНЕТИК–СПИНОВОЕ СТЕКЛО В МОДЕЛИ ЭДВАРДСА–АНДЕРСОНА МЕТОДАМИ КРИТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Показано, что учет ультраметрической топологии временного пространства позволяет, используя методы критической динамики, описывать переход парамагнетик–спиновое стекло в модели Эдвардса–Андерсона. В рамках предложенного подхода получено соотношение Фогеля–Фулчера для времени релаксации системы. Показано, что в данной модели флуктуационно-диссипационная теорема выполняется при условии отсутствия иерархии времен релаксации.

Ключевые слова: спиновое стекло, фазовый переход, критическая динамика, ультраметричность.

Несмотря на значительные успехи в описании динамики стеклования, достигнутые к настоящему моменту, в частности в рамках теории взаимодействующих мод, весьма привлекательной остается идея описания стеклования в рамках скейлинговой теории фазовых переходов. На первый взгляд с технической точки зрения такая задача не представляет особой сложности [1]. Однако попытки описания фазовых переходов в системах с беспорядком в рамках скейлингового подхода столкнулись с серьезными трудностями, связанными с необходимостью выхода за рамки обычных представлений флуктуационной теории фазовых переходов [2].

Вероятно, часть этих трудностей обусловлена использованием статической флуктуационной теории фазовых переходов и сложностью усреднения по конфигурациям обменных интегралов. В данной работе мы сделали попытку рассмотреть эту задачу, используя альтернативный методу реплик динамический подход, в котором такой проблемы нет. Предполагается, что ультраметрическое пространство долин имеет иерархическое строение и является самоподобным. Поэтому представляется возможным построить динамическую скейлинговую теорию, в которой бы, с одной стороны, не нарушались ее основные принципы, а с другой стороны, была бы учтена ультраметричность системы.

*Физико-технический институт УРО РАН, Ижевск, Россия. E-mail: vasin@udm.net

Рассмотрим модель Эдвардса–Андерсона в области перехода парамагнетик–спиновое стекло. Положим, что пространство состояний фрустрированной системы разбито на долины, разделенные между собой энергетическими барьерами со сложным рельефом, и опишем состояния, соответствующие каждой долине, функциями $\varphi_a(t, \bar{r})$, где a – номер долины. Будем исходить из стандартной задачи стохастической динамики и предположим, что состояния, соответствующие различным долинам, взаимодействуют между собой. Тогда, согласно теории взаимодействующих мод, обобщение задачи на случай системы полей $\{\varphi_a(t, \bar{r})\}$ имеет вид

$$\partial_t \varphi_a(t, \bar{r}) = - \sum_b \alpha_{ab} \frac{\delta F\{\varphi\}}{\delta \varphi_b(t, \bar{r})} + \xi_a(t, \bar{r}), \quad \langle \xi_a(t, \bar{r}) \xi_b(t', \bar{r}') \rangle = 2\alpha_{ab} \delta(\bar{r} - \bar{r}') \delta(t - t'),$$

где индексы a и b нумеруют моды (долины), α_{ab} – коэффициенты межмодовой (междолинной) связи,

$$F\{\varphi_a(t)\} = \int d^d r \left[\frac{1}{2} (\nabla \varphi_a(t, \bar{r}))^2 + \frac{1}{2} (\beta + \varrho J_a(\bar{r})) \varphi_a^2(t, \bar{r}) + \frac{1}{4} v \varphi_a^4(t, \bar{r}) \right],$$

а $J_a(\bar{r})$ – случайные поля ($\langle J \rangle = 0$). Для удобства перейдем от оператора α_{ab} к обратному оператору $\bar{\alpha}_{ab}$, тогда задача принимает следующий вид:

$$\sum_b \bar{\alpha}_{ab} \partial_t \varphi_b(t, \bar{r}) = - \frac{\delta F\{\varphi\}}{\delta \varphi_a(t, \bar{r})} + \zeta_a(t, \bar{r}), \quad \langle \zeta_a(t, \bar{r}) \zeta_b(t', \bar{r}') \rangle = 2\bar{\alpha}_{ab} \delta(\bar{r} - \bar{r}') \delta(t - t').$$

Воспользуемся методом сведения стохастической задачи к квантово-полевой модели и запишем полный динамический производящий функционал для функций $\varphi_a(t, \bar{r})$:

$$\begin{aligned} \Phi\{\varphi\} = & \prod_{t, \bar{r}, a} \delta \left(\sum_b \bar{\alpha}_{ab} \partial_t \varphi_b(t, \bar{r}) + \frac{\delta F\{\varphi\}}{\delta \varphi_a(t, \bar{r})} - \zeta_a(t, \bar{r}) \right) \times \\ & \times \left| \det \left(\bar{\alpha}_{ab} \delta(\bar{r} - \bar{r}') \partial_t + \frac{\delta^2 F\{\varphi\}}{\delta \varphi_a(t, \bar{r}) \delta \varphi_b(t', \bar{r}')} \right) \right|. \end{aligned}$$

Используя алгебру грассмановых переменных и диаграммную технику, можно показать, что в случае чисто диссипативной задачи стохастическое уравнение имеет только одно решение, поэтому в дальнейшем модуль детерминанта можно опустить. Этот функционал “вырезает” из континуального интеграла по полям $\varphi_a(t, \bar{r})$ только такие их конфигурации, которые удовлетворяют исходной стохастической задаче, и представляет собой аналог функции распределения в теории вероятности. Интегрируя по случайному полю ζ , получаем:

$$\begin{aligned} Z = & \left\langle \int \left(\prod_a D\varphi_a D\varphi'_a \right) \exp[S\{\varphi, \varphi', J\}] \right\rangle_J, \\ S\{\varphi, \varphi', J\} = & \sum_{ab} \int dt d^d r [\bar{\alpha}_{ab} \varphi'_a(t, \bar{r}) \varphi'_b(t, \bar{r}) - \bar{\alpha}_{ab} \varphi'_a(t, \bar{r}) \partial_t \varphi_b(t, \bar{r}) + \\ & + \varphi'_a(t, \bar{r}) \nabla^2 \varphi_a(t, \bar{r}) - \beta \varphi'_a(t, \bar{r}) \varphi_a(t, \bar{r}) - \\ & - \varrho J_a(\bar{r}) \varphi'_a(t, \bar{r}) \varphi_a(t, \bar{r}) - v \varphi'_a(t, \bar{r}) \varphi_a^3(t, \bar{r})]. \end{aligned}$$

Рис. 1

Важным шагом к окончательной формулировке нашей модели является учет ультратметричности пространства долин (и соответственно временного пространства). Сделаем это следующим образом. Будем полагать, что изначально состояния в долинах являются абсолютно не зависящими друг от друга, поэтому усреднение по случайным “примесным” полям J производится независимо для каждой долины – корреляция между J_a и J_b отсутствует. Однако по истечении некоторого времени τ_{ab} , необходимого для установления равновесия между долинами a и b , их состояния перестают быть независимыми, а усреднение по J становится общим. Таким образом, будем полагать, что коррелятор $\langle J_a(t, \bar{r}) J_b(t', \bar{r}') \rangle = 0$, если временной интервал между состояниями реплик меньше некоторого характерного времени τ_{ab} , необходимого для установления равновесия между долинами a и b ($|t - t'| < \tau_{ab}$), и $\langle J_a(t, \bar{r}) J_b(t', \bar{r}') \rangle = \delta(\bar{r} - \bar{r}')$ в обратном случае ($|t - t'| > \tau_{ab}$) (рис. 1). Для этого представим коррелятор случайных взаимодействий следующим образом:

$$\langle J_a(t, \bar{r}) J_b(t', \bar{r}') \rangle = \theta(|t - t'| - \tau_{ab}) \delta(\bar{r} - \bar{r}').$$

Время релаксации τ_{ab} зависит от расстояния между долинами a и b в ультратметрическом пространстве x_{ab} : $\tau_{ab} = \tau_0 e^{x_{ab}}$.

С учетом ультратметричности пространства состояний корреляционные функции полей, присутствующих в нашей модели, представляются в следующем виде:

$$\langle \varphi'_a \varphi_b \rangle = \frac{\delta_{ab}}{i\omega + \varepsilon_k}, \quad \langle \varphi_a \varphi_b \rangle = \frac{2\bar{\alpha}_{ab}}{\omega^2 + \varepsilon_k^2}, \quad \langle J_a J_b \rangle = \frac{e^{-i\omega\tau_{ab}}}{i\omega},$$

где $\varepsilon_k = k^2 + \beta$. При их выводе предполагалось, что затравочный оператор $\bar{\alpha}_{ab} \simeq \delta_{ab}$, поэтому вклад $\sim \varphi'_a(t, \bar{r}) \partial_t \varphi_b(t, \bar{r})$ ($a \neq b$) не ренормируется. Представим эти корреляционные функции на рис. 2 в виде графов а, б и в, соответственно.

Рис. 2

Рис. 3

Можно проверить, что сформулированная модель является мультипликативно ренормируемой, а ренормированное эффективное действие имеет следующий вид:

$$S^{(R)}\{\varphi, \varphi', J\} = \sum_{ab} \int d\omega d^d k [Z_1 \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi'_b(\omega, \bar{k}) + Z_2 \omega \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi_a(\omega, \bar{k}) - \\ - Z_3 k^2 \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi_a(\omega, \bar{k}) - Z_4 \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi_a(\omega, \bar{k}) - \\ - Z_5 J_a(\bar{k}) \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi_a(\omega, \bar{k}) - Z_6 \varphi'_a(\omega, \bar{k}) \varphi_a^3(\omega, \bar{k}) - \\ - Z_7 i \omega e^{i\omega \tau_{ab}} J_a(\omega, \bar{k}) J_b(\omega, \bar{k})],$$

где $Z_1 = Z_{\bar{\alpha}_{ab}} Z_{\varphi'}^2$, $Z_2 = Z_{\bar{\alpha}_{ab}} Z_{\varphi'} Z_{\varphi}$, $Z_3 = Z_{\varphi'} Z_{\varphi}$, $Z_4 = Z_{\beta} Z_{\varphi'} Z_{\varphi}$, $Z_5 = Z_{\varrho} Z_J Z_{\varphi'} Z_{\varphi}$, $Z_6 = Z_v Z_{\varphi'} Z_{\varphi}^3$, $Z_7 = Z_{\chi} Z_J^2$ – соответствующие константы перенормировки. Канонические размерности полей и параметров этой модели приведены в таблице.

F	k, ∇	ω, ∂_t	$\bar{\alpha}_{ab}$	φ	φ'	J	β	ϱ	v
d_F^k	1	0	2	$-(1 + \frac{d}{2})$	$-(1 + \frac{d}{2})$	$-\frac{d}{2}$	2	$2 - \frac{d}{2}$	$4 - d$
d_F^ω	0	1	-1	-1	0	-1	0	0	0
d_F	1	$z = 2$	0	$-(3 + \frac{d}{2})$	$-(1 + \frac{d}{2})$	$-(2 + \frac{d}{2})$	2	$2 - \frac{d}{2}$	$4 - d$

Процедура ренормировки имеет принципиально важное значение. Особенно важна ренормировка параметра $\bar{\alpha}_{ab}$, которая выглядит следующим образом (рис. 3):

$$Z_{\bar{\alpha}_{ab}} = \bar{\alpha}_{ab} - \varrho^2 \frac{2}{2!} \int_{\lambda^z \omega_0 < |\omega| < \omega_0} d\omega \int_{\lambda k_0 < |k| < k_0} \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\bar{\alpha}_{ab}}{\omega^2 + \varepsilon_k^2} \frac{e^{-i\omega \tau_{ab}}}{i\omega}. \quad (1)$$

Здесь и далее мы ограничились однопетлевым приближением. Интеграл по ω разбивается на два: один – по контуру вокруг полюса $\omega = i\varepsilon_k$, второй – вокруг $\omega = 0$. Если в первом случае, как обычно [3], можно проинтегрировать по контуру, ограничивающему всю верхнюю комплексную полуплоскость, то во втором случае, как и при интегрировании по k , необходимо ввести параметр обрезания λ^z ($z = 2$ – динамический показатель). Таким образом, после интегрирования по ω выражение (1) принимает вид

$$Z_{\bar{\alpha}_{ab}} \simeq \bar{\alpha}_{ab} - 2\pi \int_{\lambda k_0 < |k| < k_0} \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \left[-\frac{\varrho^2}{2} \frac{\alpha_{ab} e^{\varepsilon_k \tau_{ab}}}{\varepsilon_k^2} - \frac{\varrho^2 (1 - \lambda^z)}{\pi} \frac{\tilde{\tau}_{ab} \bar{\alpha}_{ab}}{\varepsilon_k^2} \right].$$

Последнее слагаемое здесь получается в результате разложения экспоненты в ряд; кроме того, был введен безразмерный временной параметр $\tilde{\tau}_{ab} = \gamma e^{\sigma x_{ab}}$, $\gamma = \omega_0 \tau_0$.

В результате получаем

$$Z_{\bar{\alpha}_{ab}} = \bar{\alpha}_{ab} + \bar{\alpha}_{ab} \varrho^2 \left(\frac{\tilde{\tau}_{ab}(1 - \lambda^z)}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right). \quad (2)$$

Из последнего выражения видно, что учет временной ультраметрии при интегрировании по ω приводит к нетривиальной зависимости ренормировки $\bar{\alpha}_{ab}$ от параметра обрезания λ , поэтому именно этот параметр содержит наиболее очевидные особенности, обусловленные наличием иерархии времен релаксации системы и влияющие на ее динамические свойства.

Рис. 4

Ренормировка β выглядит следующим образом (рис. 4):

$$Z_{\beta} \delta_{ab} = \beta \delta_{ab} - \Sigma_{1ab} - \Sigma_{2ab},$$

где Σ_{1ab} и Σ_{2ab} – вклады в перенормировку диаграмм 4а и 4б, соответственно. Вклад от первой диаграммы представляется как

$$\Sigma_{1ab} = \beta \varrho^2 \frac{2}{2!} \sum_c \int_{\lambda^z \omega_0 < |\omega| < \omega_0} d\omega \int_{\lambda k_0 < |k| < k_0} \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\delta_{ab}}{(i\omega + \varepsilon_k)^2} \frac{e^{-i\omega \tau_{ab}}}{i\omega}.$$

После интегрирования по ω , принимая во внимание, что $\tau_{aa} = 0$, приходим к $\Sigma_{1ab} = 0$. Второй контрчлен имеет вид

$$\Sigma_{2ab} = \frac{3\beta v \delta_{ab}}{4\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right).$$

Таким образом,

$$Z_{\beta} = \beta - \beta \frac{3v}{4\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right).$$

Диаграммы, ренормирующие вершину $\varrho \varphi'_a \varphi_a J_a$, имеют вид, представленный на рис. 5.

Используя полученные выше результаты, несложно показать, что перенормировка этой вершины выглядит следующим образом:

$$Z_{\varrho} = \varrho - \varrho \frac{3v}{4\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right).$$

Рис. 5

Рис. 6

В однопетлевом приближении диаграммы, ренормирующие вершину $v\varphi'_a\varphi_a^3$, имеют вид, представленный на рис. 6 ($Z_v = v - \Upsilon_1 - \Upsilon_2 - \Upsilon_3$). Однако, как было показано выше, диаграмма 6а дает нулевой вклад в перенормировку ($\Upsilon_1 = 0$). Диаграмма 6б дает вклад

$$\Upsilon_2 = v\varrho^2 \frac{6}{2!} \int_{\lambda^z \omega_0 < |\omega| < \omega_0} d\omega \int_{\lambda k_0 < |k| < k_0} \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{\omega^2 + \varepsilon_k^2} \cdot \frac{e^{-i\omega\tau_{ab}}}{i\omega} = -v\varrho^2 \frac{3}{4\pi} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right);$$

вклад диаграммы 6в –

$$\Upsilon_3 = 36v^2 \int_{\lambda^z \omega_0 < |\omega| < \omega_0} d\omega \int_{\lambda k_0 < |k| < k_0} \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\omega^2 + \varepsilon_k^2)(i\omega + \varepsilon_k)} = v^2 \frac{9}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right).$$

Таким образом, получаем

$$Z_v = v + v\varrho^2 \frac{3}{4\pi} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right) - v^2 \frac{9}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right).$$

Полагая $Z_\varphi = \theta(\lambda)$, $Z_{\varphi'} = \theta'(\lambda)$, $Z_J = \vartheta(\lambda)$ и проводя масштабное преобразование, приходим к следующей ренормгруппе:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{ab}^{(R)} &= Z_1 \lambda^{d+z} = \theta'^2(\lambda) \lambda^{d+z} \left[\bar{\alpha}_{ab} + \bar{\alpha}_{ab} \varrho^2 \left(\frac{\tilde{\tau}_{ab}(1-\lambda^z)}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right], \\ \bar{\alpha}_{ab}^{(R)} &= Z_2 \lambda^{d+2z} = \theta'(\lambda) \theta(\lambda) \lambda^{d+2z} [\bar{\alpha}_{ab} - O(v^2)], \\ 1 &= Z_3 \lambda^{d+z+2} = \theta'(\lambda) \theta(\lambda) \lambda^{d+z+2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta^{(R)} &= Z_4 \lambda^{d+z} = \theta'(\lambda) \theta(\lambda) \lambda^{d+z} \left[\beta - \beta \frac{3v}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right], \\
\varrho^{(R)} &= Z_5 \lambda^{2d+2z} = \theta'(\lambda) \theta(\lambda) \vartheta(\lambda) \lambda^{2d+2z} \left[\varrho - \varrho \frac{3v}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right], \\
v^{(R)} &= Z_6 \lambda^{3d+3z} = \theta'(\lambda) \theta^3(\lambda) \lambda^{3d+3z} \left[v + v \varrho^2 \frac{3}{4\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right) - v^2 \frac{9}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right], \\
\chi^{(R)} &= Z_7 \lambda^{d+2z} = \vartheta^2(\lambda) \lambda^{d+2z} \chi.
\end{aligned}$$

Учитывая канонические размерности полей и вводя новые обозначения $\xi = \ln(1/\lambda)$, $\varepsilon = 4 - d$, перепишем систему в виде

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha}_{ab}^{(R)} &= \bar{\alpha}_{ab} + \bar{\alpha}_{ab} \varrho^2 \left(\frac{\tilde{\tau}_{ab}(1 - e^{-z\xi})}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2\pi} \xi, \\
\beta^{(R)} &= e^{2\xi} \left[\beta - \beta \frac{3v}{2\pi} \xi \right], \\
\varrho^{(R)} &= e^{\varepsilon\xi/2} \left[\varrho - \varrho \frac{3v}{2\pi} \xi \right], \\
v^{(R)} &= e^{\varepsilon\xi} \left[v + v \varrho^2 \frac{3}{4\pi} \xi - v^2 \frac{9}{2\pi} \xi \right].
\end{aligned}$$

Разлагая экспоненты в ряд, оставим в равенствах только линейные по ξ слагаемые. Затем, имея в виду непрерывность ренормгруппового преобразования, опишем эволюцию параметров эффективного действия в виде дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{d \ln(\bar{\alpha}_{ab})}{d\xi} &= \frac{\varrho^2}{2\pi} \left(\frac{\tilde{\tau}_{ab}(1 - e^{-z\xi})}{\pi} + \frac{1}{2} \right), \\
\frac{d \ln(\beta)}{d\xi} &= 2 - \frac{3v}{2\pi}, \\
\frac{d \ln(\varrho)}{d\xi} &= \frac{\varepsilon}{2} - \frac{3v}{2\pi}, \\
\frac{d \ln(v)}{d\xi} &= \varepsilon + \varrho^2 \frac{3}{4\pi} - v \frac{9}{2\pi}.
\end{aligned}$$

Условие для фиксированной точки задается системой уравнений

$$\frac{d \ln(\varrho)}{d\xi} = 0, \quad \frac{d \ln(v)}{d\xi} = 0,$$

из которой находим $v^* = \pi\varepsilon/3$, $\varrho^* = \sqrt{2\pi\varepsilon/3}$. Отсюда

$$\begin{aligned}
\beta^{1/2} &\simeq \left(\frac{T - T_c}{\kappa T_c} \right)^{1/2} = e^\xi, \\
\bar{\alpha}_{ab} &\simeq \exp \left(\frac{\varrho^2}{2\pi} \left(\frac{\tilde{\tau}_{ab}}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \xi \right) \exp \left(\frac{\varrho^2 \tilde{\tau}_{ab}}{2\pi^2 z} e^{-z\xi} \right) = \\
&= \left(\frac{T - T_c}{\kappa T_c} \right)^{(\varepsilon/3)(\tilde{\tau}_{ab}/\pi + 1/2)} \exp \left(\frac{\varepsilon \tilde{\tau}_{ab}}{6\pi} \left(\frac{\kappa T_c}{T - T_c} \right)^{z/2} \right).
\end{aligned}$$

В непрерывном пределе $\bar{\alpha}_{ab} \rightarrow \bar{\alpha}(x)$ мы можем представить временную эволюцию системы в виде

$$S(t) = \int dx \Delta'(x) \exp\left(-\frac{t}{\bar{\alpha}(x)}\right),$$

где $\Delta'(x) \sim j^{-x}$ – плотность распределения пар долин по расстоянию x между этими долинами в ультраметрическом пространстве. Поэтому несложно получить выражение для наблюдаемого времени релаксации трехмерной системы:

$$t_{\text{rel}} \sim \left(\frac{T - T_c}{\kappa T_c}\right)^{(q/\pi + 1/2)/3} \exp\left(\frac{q\kappa}{6\pi} \frac{T_c}{(T - T_c)}\right),$$

где $q = \gamma e^{\sigma/\ln j}$ – величина, определяемая параметрами ультраметрического пространства. Таким образом, при $(T - T_c) \ll 1$ мы приходим к форме закона Фогеля–Фулчера.

Отметим, что во многих работах высказывалась идея о том, что критические явления в системах с беспорядком могут быть описаны в предположении существования бесконечной непрерывной иерархии корреляционных длин и критических индексов (см. например, [2], [4]). В нашем случае вид ренормировки (2) можно интерпретировать как наличие такой иерархии критических индексов.

В заключение запишем динамическую восприимчивость системы:

$$G(\omega) = \sum_{ab} \frac{\bar{\alpha}_{ab}^{-1}}{i\omega + \bar{\alpha}_{ab}^{-1}\varepsilon_k}.$$

В непрерывном пределе это выражение можно записать в терминах “междолинного расстояния” x :

$$G(\omega) = \int_0^\infty dx \Delta'(x) \frac{\Gamma(x)}{i\omega + \Gamma(x)\varepsilon_k},$$

где $\Gamma(x_{ab}) = \bar{\alpha}_{ab}^{-1}$ – величина, обратная времени перехода между долинами a и b . Выражение для коррелятора спинов имеет более сложный вид, но в пределе $\omega \rightarrow 0$ его можно записать в привычной форме [5]:

$$D(\omega) \simeq \int_0^\infty dx q'(x) \frac{\Gamma(x)}{\omega^2 + \Gamma^2(x)\varepsilon_k^2},$$

где $q'(x) = \Delta'(x)/\Gamma(x)$. Как известно [5], для выполнения флуктуационно-диссипационной теоремы необходимо, чтобы $q'(x) = \Delta'(z)$. Таким образом, эта теорема выполняется только в том случае, когда при всех x выполняется равенство $\Gamma(x) = 1$, т.е. если отсутствует какая-либо иерархия времен переходов между долинами.

Результаты данной работы указывают на принципиальную возможность применения стандартных методов критической динамики к описанию стеклования. Однако изложенный подход имеет свои недостатки. Прежде всего они связаны с искусственным введением иерархии времен релаксации, в результате чего в системе существует

два времени релаксации: $\bar{\alpha}$, соответствующее релаксации в подсистеме полей φ , и τ , соответствующее подсистеме полей J , причем последнее вводится в модель искусственно. В действительности эти времена должны быть связаны между собой, поскольку релаксация полей φ определяет релаксацию полей J . По-видимому, форма этой зависимости определяется непосредственно физической моделью, но в нашем случае она не учитывается. Как следствие, в рассмотренной модели q не зависит от температуры, что, по-видимому, не совсем правильно. Поэтому можно говорить, что полученное соотношение Фогеля–Фулчера для нашей модели справедливо в случае слабой температурной зависимости q и τ_{ab} .

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-03-96020-r2004ural).

Список литературы

- [1] А. Н. Васильев, *Квантово-полевая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике*, ПИЯФ, С.-Петербург, 1998.
- [2] Вик. С. Доценко, *УФН*, **165**:5 (1995), 481–528.
- [3] P. C. Hohenberg, B. I. Halperin, *Rev. Mod. Phys.*, **49**:3 (1997), 435–479.
- [4] A. W. W. Ludwig, *Nucl. Phys. B*, **330** (1990), 639–680.
- [5] С. Л. Гинзбург, *Необратимые явления в спиновых стеклах*, Наука, М., 1989.

Поступила в редакцию 5.IX.2005 г.