Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. С. Вартанов, Д. И. Казаков, Рассеяние при высоких энергиях в теориях с дополнительными измерениями, *ТМФ*, 2006, том 147, номер 1, 103–112

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf2026>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 11:36:41

© 2006 г. Г. С. Вартанов^{*†}, Д. И. Казаков^{*‡}

РАССЕЯНИЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ В ТЕОРИЯХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ

Анализируется поведение амплитуды рассеяния при высоких энергиях в теориях с дополнительными измерениями с локализацией на бране. Утверждается, что в противоположность популярному мнению, основанному на подходе Калуцы–Клейна, дифференциальное сечение не возрастает с энергией, а лишь изменяет наклон вблизи значения масштаба компактификации и затем убывает, как в четырехмерной теории. В качестве примера рассматривается кварк-антикварковое рассеяние с одноглюонным обменом в расширенном пространстве.

Ключевые слова: многомерные теории, подход Калуцы–Клейна, вильсоновская ренормгруппа, фиксированная точка, эффективные теории.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теории с дополнительными измерениями [1] привлекли большое внимание в последние годы. Различные модели, основанные на понятии локализации на бране, представляют широкие возможности для феноменологических приложений (см., например, [2]). Однако отсутствие непротиворечивой теории поля в дополнительных измерениях вынуждает придерживаться подхода Калуцы–Клейна (К–К) на древесном уровне и предполагать, что струнная теория решает все проблемы с расходимостями при высоких энергиях.

Одним из первых следствий подхода К–К является рост дифференциального сечения с энергией из-за обмена бесконечным числом мод К–К [3]. Для того чтобы получить конечный результат, нужно вводить некоторое обрезание, при этом появляется зависимость амплитуды от параметра обрезания. Этот параметр может иметь физическое происхождение, например, иметь смысл толщины браны, но это

^{*}Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

[†]Московский физико-технический институт, Москва, Россия.
E-mail: vartanov@theor.jinr.ru

[‡]Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия. E-mail: kazakovd@theor.jinr.ru

не уменьшает степени произвола. Предполагая, что в полной теории эта зависимость исчезает, можно попытаться провести качественное исследование вопроса.

Кроме того, рост полного сечения, являясь привлекательным с точки зрения наблюдений, не может длиться до бесконечности из-за нарушения унитарности, так что при некоторых значениях энергии поведение сечения должно измениться. Желательно было бы получить такую низкоэнергетическую теорию, в которой сечение убывает с энергией.

Мы анализируем данную ситуацию, следуя концепции эффективной низкоэнергетической теории, основанной на подходе Вильсона к ренормализационной группе (РГ) [4]. Хотя этот подход и не позволяет получить непротиворечивую теорию, он имеет определенное преимущество: эффективная низкоэнергетическая теория не содержит параметра обрезания, а также имеет замечательные свойства в фиксированной точке [5], [6]. В этом случае с учетом радиационных поправок в дополнительных измерениях поведение поперечного сечения изменяется и приводит к падающей зависимости от энергии. Однако эта теория также справедлива лишь для некоторого диапазона энергий.

Чтобы проиллюстрировать основные свойства эффективной теории и сравнить ее с подходом К–К, мы рассматриваем ниже кварк-антикварковое рассеяние с одноплюонным обменом в расширенном пространстве.

2. КВАРК-АНТИКВАРКОВОЕ РАССЕЯНИЕ НА БРАНЕ

Предположим, что поля кварков локализованы на трехмерной бране с нулевой толщиной, в то время как глюоны могут распространяться в пространстве с d дополнительными измерениями. Рассмотрим процесс рассеяния с одноплюонным обменом. Схематично данная ситуация изображена на рис. 1 (см. [7]). Лагранжиан взаимодействия на бране принимает следующий вид [1], [8]:

$$g_{4+d} \int d^4x d^d y \bar{\psi}(x) T^a \gamma^\mu A_\mu^a(x, y) \psi(x) \delta^d(y),$$

где константа связи $g_{4+d} \sim 1/M_c^{d/2}$, а M_c является некоторым характерным масштабом (масштаб компактификации дополнительных измерений, масштаб локализации и т.д.).

На древесном уровне соответствующая амплитуда рассеяния в s -канале может быть записана как

$$\text{Amp} \sim \bar{u}(p_1) \gamma^\mu T^a u(p_2) g_{4+d}^2 \frac{(-1)^{d/2}}{(2\pi)^d} \int d^d p \frac{1}{s - p^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_3) \gamma^\mu T^a u(p_4). \quad (1)$$

Евклидов интеграл по дополнительным импульсам в (1) может быть дискретным, если дополнительные измерения компактифицированы. Тогда получаем сумму по модам К–К с растущими массами.

Если $d > 1$, то интеграл (или сумма) в (1) расходятся. Обычно вводят ультрафиолетовое обрезание Λ , которое может быть интерпретировано как ненулевая толщина браны или каким-нибудь другим образом. Это приводит к произволу в предсказаниях и к зависимости от неизвестных параметров локализации.

Рис. 1. Кварк-антикварковое рассеяние с одноглюонным обменом в расширенном пространстве.

Интеграл с обрезанием принимает вид [3]

$$I_d = g_{4+d}^2 \Omega_d \frac{(-1)^{d/2}}{(2\pi)^d} \int_0^\Lambda \frac{p^{d-1} dp}{s - p^2 + i\varepsilon} = \frac{g^2}{M_c^2} \frac{1}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)} \times \\ \times \left\{ \left[i\pi + \ln\left(\frac{s}{\mu^2}\right) \right] \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^{d/2-1} + \sum_{k=1}^{[(d-1)/2]} c_k \left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)^{k-1} \left(\frac{\Lambda^2}{M_c^2}\right)^{d/2-1} \right\}, \quad (2)$$

где $g_{4+d}^2 = g^2/M_c^d$ и $\Omega_d = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$. Правая часть уравнения (2) является аналогом обычного выражения g^2/s в четырех измерениях.

В лидирующем порядке имеем

$$I_d = \frac{g^2}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)} \frac{1}{M_c^2} \left[i\pi + \ln\left(\frac{s}{\mu^2}\right) \right] \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^{d/2-1}.$$

Мы предполагаем, что при энергиях ниже масштаба компактификации мы имеем стандартную четырехмерную теорию, которая при энергии, равной величине масштаба уравнения компактификации, непрерывным образом переходит в многомерную теорию. Для сшивания равенства (2) с низкоэнергетичной четырехмерной теорией при $s = M_c^2$ мы подстраиваем шкалу μ и окончательно получаем

$$I_d = \frac{g^2}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)} \frac{1}{M_c^2} \left[\ln\left(\frac{s}{M_c^2}\right) + (4\pi)^{d/2} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \right] \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^{d/2-1}. \quad (3)$$

Легко видеть, что это ведет к росту сечения с энергией. Действительно, дифференциальное сечение, которое в четырехмерном случае записывается как

$$\frac{d\sigma^{(4)}}{dt} = \frac{g^4}{4\pi} \frac{1}{9s^2} \left\{ \frac{t^2 + u^2}{s^2} + \frac{u^2 + s^2}{t^2} - \frac{2}{3} \frac{u^2}{ts} \right\}, \quad (4)$$

теперь принимает вид (для $s, |t| \geq M_c^2$)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{KK}}^{(4+d)}}{dt} = & \frac{g^4}{4\pi} \frac{1}{9s^2} \frac{1}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)} \left\{ \frac{t^2 + u^2}{M_c^4} \left(\frac{s}{M_c^2} \right)^{d-2} \ln^2 \left(\frac{s}{M_c^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{u^2 + s^2}{M_c^4} \left(\frac{|t|}{M_c^2} \right)^{d-2} \ln^2 \left(\frac{|t|}{M_c^2} \right) + \frac{2}{3} \frac{u^2}{M_c^4} \left(\frac{s|t|}{M_c^4} \right)^{d/2-1} \ln \left(\frac{s}{M_c^2} \right) \ln \left(\frac{|t|}{M_c^2} \right) \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

где $\widetilde{M}_c^2 \equiv M_c^2 \exp[-(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)]$, и мы приняли во внимание знак t . В системе центра масс имеем $t = -s/2(1 - \cos \theta)$, $u = -s/2(1 + \cos \theta)$ и, следовательно,

$$\frac{d\sigma^{(4)}(s, \theta)}{d \cos \theta} = \frac{g^4}{4\pi} \frac{1}{108s} \frac{1}{3} \frac{35 + 8 \cos \theta + 10 \cos^2 \theta - 8 \cos^3 \theta + 3 \cos^4 \theta}{(1 - \cos \theta)^2}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{KK}}^{(4+d)}(s, \theta)}{d \cos \theta} = & \frac{g^4}{4\pi} \frac{1}{36s} \frac{1}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(d/2)} \left\{ \left[\frac{(1 - \cos \theta)^2}{2} + \frac{(1 + \cos \theta)^2}{2} \right] \ln^2 \left(\frac{s}{M_c^2} \right) + \right. \\ & + \left[\frac{(1 + \cos \theta)^2}{2} + 2 \right] \left[\frac{(1 - \cos \theta)}{2} \right]^{d-2} \ln^2 \left(\frac{s(1 - \cos \theta)}{2\widetilde{M}_c^2} \right) + \\ & \left. + \frac{(1 + \cos \theta)^2}{3} \left[\frac{(1 - \cos \theta)}{2} \right]^{d/2-1} \ln \left(\frac{s}{\widetilde{M}_c^2} \right) \ln \left(\frac{s(1 - \cos \theta)}{2\widetilde{M}_c^2} \right) \right\} \left(\frac{s}{M_c^2} \right)^d. \quad (7) \end{aligned}$$

Можно увидеть, что дифференциальное сечение в подходе К-К растет с энергией и имеет отличную от четырехмерного случая угловую зависимость. Заметим, что уравнение (7) является верным только в диапазоне энергий $M_c < E < \Lambda$, и далее решение должно быть заменено некоторой падающей функцией.

3. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕОРИЯ В ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Рассмотрим низкоэнергетическую эффективную теорию при $D = 4 + d > 4$. Будем следовать так называемому вильсоновскому подходу к РГ [4].

Рассмотрим вначале обычную калибровочную теорию в D измерениях:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \text{Tr } F_{\mu\nu}^2, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g[A_\mu, A_\nu]. \quad (8)$$

Поля и константы связи имеют следующие канонические размерности:

$$[A] = \frac{D-2}{2}, \quad [F] = \frac{D}{2}, \quad [g] = 2 - \frac{D}{2}.$$

Таким образом, для $D > 4$ константа связи имеет отрицательную размерность, которая определяет некоторый характерный масштаб M , и теория является неперенормируемой в обычном смысле. Это означает, что в петлевом разложении будут генерироваться операторы более высоких размерностей.

Следуя подходу Вильсона, нужно написать уравнения РГ, которые включают бесконечное число операторов вида

$$F^2, g^2(DF)^2, g^4(DDF)^2, \dots,$$

где константа связи $g \sim 1/M^{d/2}$ является константой связи в $(4+d)$ -мерной теории. Влияние этих операторов на полную теорию является существенным, так как они генерируют бесконечную серию контрчленов с произвольными коэффициентами.

Не претендуя на решение данной проблемы при высоких энергиях, будем двигаться в инфракрасном направлении, т.е. будем считать, что $E \ll M$. Тогда ситуация некоторым образом упрощается. Все операторы более высоких размерностей становятся несущественными, будучи подавленными степенью $g \sim 1/M^{d/2}$, и на древесном уровне ими можно пренебречь [4], [9]. Единственный остающийся калибровочно-инвариантный оператор является оператором наименьшей размерности, а именно оператором $F_{\mu\nu}^2$ ¹⁾.

Ситуация становится более сложной при петлевом разложении. Формально все ультрафиолетовые расходимости поглощаются в переопределение операторов более высоких размерностей, которые являются несущественными при низких энергиях из-за подавленности степенью $g \sim 1/M^{d/2}$. По поводу конечных вкладов этих операторов в функции Грина можно ожидать, что эти вклады также малы по сравнению с ведущим вкладом от оператора с наименьшей размерностью [9]²⁾.

Имея все это в виду и оставляя единственный оператор $F_{\mu\nu}^2$, можно написать уравнение РГ для стоящей при нем константы связи. Так как она не безразмерна, то удобно рассмотреть безразмерную комбинацию $\tilde{g} \equiv g\mu^{D/2-2}$, тогда $[\tilde{g}] = 0$ (μ есть некоторый масштаб).

Будем дальше следовать процедуре ε -разложения и рассмотрим теорию в $D = 4 + d$ измерениях, выполняя перенормировку в близкой к критической ($D = 4$) размерности. Тогда уравнение РГ имеет простую форму

$$\mu \frac{d\tilde{g}}{d\mu} = \beta(\tilde{g}, \dots) = \tilde{g} \left(\frac{D}{2} - 2 + \gamma_g(\tilde{g}) \right), \quad (9)$$

где точки заменяют все несущественные операторы, которые мы опустили при малых энергиях. Здесь γ_g является обычной аномальной размерностью, вычисленной в некоторой ренормализационной схеме. Вообще говоря, $\gamma_g(g)$ и, следовательно, $\beta(g)$ могут зависеть от D , оставаясь конечными при $D \rightarrow 4$. В схеме минимальных вычитаний эта зависимость отсутствует, и γ_g может быть вычислена непосредственно в критической размерности $D = 4$.

Уравнение (9) имеет нетривиальную фиксированную точку $\tilde{g} = g^*$, называемую фиксированной точкой Вильсона–Фишера [4]. Эта точка обычна для скалярных теорий при $D < 4$. Однако в отличие от бета-функции в скалярной теории в калибровочной теории бета-функция в критической размерности отрицательна, поэтому

¹⁾ Подобным образом остается один оператор ϕ^4 в случае скалярной теории критических явлений [4].

²⁾ Мы вынуждены признать, что мы не встречали никакого строго доказательства и/или ясной демонстрации этого факта в литературе.

фиксированная точка такого типа существует для $D > 4$ [5], [10]. Она ультрафиолетово стабильна, константа связи приближается к ней, когда импульс возрастает.

В фиксированной точке теория масштабно инвариантна: эффективная константа связи становится безразмерной [5]. Хотя ее значение и не известно, зато известно *точно* значение аномальной размерности: $\gamma_g(g^*) = 2 - D/2$. Оно не является малым, а равно целому числу и включает в себя все радиационные поправки.

Функции Грина вблизи критической точки имеют степенное поведение. В частности, глюонный пропагатор в D измерениях ведет себя как

$$G(p) \sim \frac{1}{(p^2)^{1-\gamma_A}} \quad (10)$$

В методе фонового поля, который является подходящим в нашем случае, так как бета-функция полностью определяется пропагатором, $\gamma_A = \gamma_g$. Значение γ_g может быть рассчитано методами теории возмущений или найдено из уравнения (9) в критической точке.

В то же время низкоэнергетическая эффективная теория может быть использована в ограниченном интервале энергий $M_c < E < M$, где M_c – шкала компактификации, $M > M_c$ – некоторый масштаб многомерной теории. Для больших энергий эффективная теория должна быть заменена полной теорией.

4. КВАРК-АНТИКВАРКОВОЕ РАССЕЯНИЕ В НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕОРИИ

Рассмотрим сечение кварк-антикваркового рассеяния в эффективной теории. Данный процесс так же, как и в четырехмерной теории, является суммой диаграмм в s - и t -каналах³⁾, но теперь нужно использовать модифицированный глюонный пропагатор из соотношения (10). При высоких энергиях на поведение глюонного пропагатора влияет фиксированная точка, так как она ультрафиолетово устойчива. Однако здесь мы сталкиваемся с некоторого рода противоречием: наша эффективная теория является низкоэнергетической, так как мы пренебрегли всеми операторами более высоких размерностей, при этом мы двигаемся в ультрафиолетовом направлении, где их влияние является существенным.

Не имея возможности двигаться дальше энергий порядка M в этом подходе, мы можем решить уравнения РГ вблизи фиксированной точки. Если начальное значение константы связи достаточно близко к фиксированной точке, то влияние фиксированной точки будет достаточным даже при конечных энергиях.

Рассмотрим два случая. Сначала положим константу связи равной значению в фиксированной точке. В этом случае аномальная размерность глюонного пропагатора известна точно во всех порядках теории возмущений и равна $\gamma_A(g^*) = -d/2$.

³⁾Мы по-прежнему ограничиваемся одноглюонным обменом по той причине, что константа связи даже вблизи фиксированной точки остается малой. Разумеется, более последовательным было бы суммирование всей бесконечной лестницы многоглюонных обменов, но в отсутствии надежного метода такого суммирования, мы вынуждены ограничиться модификацией одноглюонного обмена, полагая, что при малом значении константы связи это оправданно.

Тогда правая часть соотношения (1) принимает вид

$$I_d = g_{4+d}^2 \frac{(-1)^{d/2}}{(2\pi)^d} \int d^d p \frac{(\mu^2)^{d/2}}{(s - p^2 + i\varepsilon)^{1+d/2}}. \quad (11)$$

Интеграл сходится при любых d , и мы получаем

$$I_d = \frac{g_{4+d}^2 (\mu^2)^{d/2}}{(2\pi)^d} \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(1 + d/2)} \frac{1}{s}. \quad (12)$$

Заметим, что при $d = 0$ мы имеем стандартный ответ $I_0 = g^2/s$.

В фиксированной точке $g_{4+d}^2 (\mu^2)^{d/2} \equiv \tilde{g}^2 = (g^*)^2$, и мы получаем

$$I_d = \frac{(g^*)^2}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(1 + d/2)} \frac{1}{s}. \quad (13)$$

Таким образом, мы имеем то же поведение поперечного сечения, что и в размерности 4. Единственным отличием является зависимость коэффициента от числа дополнительных размерностей и константы связи в фиксированной точке. Последняя неизвестна, но может быть вычислена по теории возмущений.

Результат не является удивительным, так как этот ответ следует из размерного анализа: в фиксированной точке теория масштабно инвариантна, и возможен наивный подсчет степени расходимости.

Рассмотрим теперь случай, когда константа связи меньше, но близка к фиксированной точке. Это по-прежнему позволяет сшить наши выражения с соответствующими выражениями в четырехмерной теории при энергии, равной масштабу компактификации. Теперь у нас нет ответа для β -функции во всех петлях, однако, принимая во внимание, что константа связи все еще мала, рассмотрим однопетлевое приближение. Это дает

$$\gamma_A(\tilde{g}^2) = -b\tilde{g}^2, \quad \beta(\tilde{g}^2) = \frac{d}{2}\tilde{g}^2 - b\tilde{g}^4.$$

В этом случае безразмерная константа связи в фиксированной точке равна $(\tilde{g}^*)^2 = d/(2b)$, и эффективный четырехмерный параметр разложения $\tilde{g}^2/16\pi^2 < 1$. Тогда, решая уравнения РГ, получаем

$$\frac{1}{\tilde{g}^2} = \frac{1}{\tilde{g}_0^2} \left(\frac{p^2}{p_0^2} \right)^{-d/2} - \frac{2b}{d} \left[\left(\frac{p^2}{p_0^2} \right)^{-d/2} - 1 \right], \quad (14)$$

$$G_A(p^2) = \frac{1}{p^2} \left(1 + \frac{2b}{d} \tilde{g}_0^2 \left[\left(\frac{p^2}{p_0^2} \right)^{d/2} - 1 \right] \right)^{-1}, \quad (15)$$

где p является $(4 + d)$ -мерным импульсом. Заменяя пропагатор в (1) выражением (15), имеем

$$I_d = g_{4+d}^2 \frac{(-1)^{d/2}}{(2\pi)^d} \int d^d p \frac{1}{s - p^2 + i\varepsilon} \left(1 + \frac{2b}{d} \tilde{g}_0^2 \left[\left(\frac{s - p^2}{\mu^2} \right)^{d/2} - 1 \right] \right)^{-1}. \quad (16)$$

Этот интеграл также является сходящимся для любого d , вычислим его значение при $d = 2$. В результате

$$I_2 = \frac{1}{\mu^2} \frac{\tilde{g}_0^2}{4\pi(1 - b\tilde{g}_0^2)} \ln \left(1 - \frac{1 - 1/b\tilde{g}_0^2}{s/\mu^2} \right). \quad (17)$$

Выбирая $\tilde{g}_0^2 < 1/b$, в пределе $s \rightarrow \infty$ можно получить

$$I_2 = \frac{1}{4\pi b} \frac{1}{s},$$

что совпадает с (13) при $\tilde{g}_0^2 = 1/b$ и $d = 2$.

Для того чтобы сшить полученное выражение с соответствующим выражением в низкоэнергетической четырехмерной теории, мы нормируем его, полагая равным g_4^2/s при $s = M_c^2$. Это условие дает одно уравнение

$$g_4^2/M_c^2 = \frac{\tilde{g}_0^2}{4\pi(1 - b\tilde{g}_0^2)\mu^2} \ln \left(1 - \frac{1 - 1/b\tilde{g}_0^2}{M_c^2/\mu^2} \right)$$

для двух безразмерных переменных $\tilde{g}_0^2$ и μ^2/M_c^2 .

Выбирая, например, $\tilde{g}_0^2 = 1/2b$, $b = 7/16\pi^2$, $g_4^2 = 2\pi/5$ (что совпадает с КХД с шестью ароматами и $\alpha_s(M_c^2) = 0.1$), мы получаем уравнение

$$x = \frac{10}{7} \ln(1 + x), \quad x \equiv \frac{\mu^2}{M_c^2},$$

решение которого есть $x \approx 0.96$.

То же выражение для пропагатора должно быть использовано и в t -канале, но опять нужно учесть изменение знака t .

Для получения сечения нужно заменить пропагаторы в (4) их выражениями в эффективной теории (17), если энергия превышает значение M_c^2 . Сечение в фиксированной точке можно получить, если взять асимптотическую форму пропагатора (13).

В качестве иллюстрации на рис. 2 показано дифференциальное сечение в случае $d = 2$ (или $D = 6$) для $\theta = \pi/2$. Шкала компактификации $M_c = 1$ ТэВ, а параметры $b = 7/16\pi^2$, $g^2 = 0.4\pi$. Для сравнения показано также четырехмерное сечение (6) и сечение, получаемое в подходе К–К (7).

Видно, что дифференциальное сечение в эффективной теории уменьшается с энергией в соответствии с теоремой об унитарности и в противоречии с результатами подхода К–К. Кривая ЭТ медленно отделяется от четырехмерного поперечного сечения, начиная с энергии $E = M_c$, изменяя наклон, и окончательно приближается к кривой ФТ. Заметим, однако, что имеется ограниченный интервал применимости эффективной теории.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует подчеркнуть, что проблема, которую мы обсуждали, не вполне четко поставлена из-за неперенормируемости первоначальной многомерной теории. Следовательно, любые попытки получения низкоэнергетического результата, будь то

Рис. 2. Дифференциальное сечение кварк-антикваркового рассеяния для $D = 6$ как функция энергии. Сплошная линия (ЭТ) отвечает эффективной теории, штриховая линия (4D) – четырехмерному случаю, пунктирная линия (ФТ) – пределу фиксированной точки. Растущая штрихпунктирная линия (КК) есть предсказание подхода К–К.

подход К–К или подход эффективной теории, наталкиваются на проблему произвола поведения сечения в ультрафиолетовой области. Наивное введение обрезания не является решением этой проблемы, даже если несущественные операторы можно считать малыми при низких энергиях, поскольку результаты для различных процессов существенно зависят от процедуры обрезания. С этой точки зрения эффективная теория, основанная на подходе Вильсона к РГ, имеет преимущество, поскольку является универсальной при низких энергиях.

Дифференциальное сечение, вычисленное в подходе эффективной теории, существенно отличается от вычисленного в лидирующем порядке в подходе К–К. Причиной этого является тот факт, что радиационные поправки теперь имеют степенной характер, а не логарифмический, как в четырехмерной теории. Следовательно, их суммирование радикально изменяет поведение для растущих импульсов. Конечно, наши кривые имеют смысл только в инфракрасной области; однако, как мы уже отметили, вблизи фиксированной точки даже для малых импульсов ее влияние весьма существенно.

Мы ограничились здесь одноглюонным обменом, так как даже в фиксированной точке константа связи все еще мала, и диаграмма типа четырехугольника, как и вся лестница, являются малыми по константе связи в рассматриваемом порядке теории разложения.

Мы рассмотрели кварк-антикварковое рассеяние как пример, для того чтобы провести качественный анализ в теориях с дополнительными измерениями. Очевидно, что сходная ситуация будет иметь место и для других реакций и других перенос-

чиков взаимодействия. Это означает, что рост поперечного сечения с энергией, который рассматривался как “smoking gun” для многомерных теорий, возможно, не имеет места. Основываясь на наших формулах, мы заключаем, что проявлением возможных дополнительных измерений является изменение наклона кривой и изменение углового распределения, хотя сигнал не резко выражен и требует подробного изучения для каждого конкретного процесса.

Благодарности. Мы признательны В. Рубакову, А. Славнову, Ю. Окаде и О. Теряеву за полезные обсуждения. Авторы благодарны РФФИ (грант № 05-02-17603) и Министерству науки и техники РФ (грант № 2339.2003.2) за финансовую поддержку. Д.И. Казаков признателен теоретическому отделу КЕК (Цукуба, Япония), где эта работа была завершена, за поддержку и гостеприимство.

Список литературы

- [1] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, *Phys. Lett. B*, **429** (1998), 263; *Phys. Rev. D*, **59** (1999), 086004; L. Randall, R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999), 3370. *ibid* 4690.
- [2] Yu. A. Kubyshin, “Models with Extra Dimensions and Their Phenomenology”, *Particles and Cosmology*, Proc. XIth Int. School (Baksan, Russia, April 18–24, 2001), eds. E. N. Alexeev, V. A. Matveev, Kh. S. Nirov, V. A. Rubakov, INR Russ. Acad. Sci., Moscow, 2003, 317; [hep-ph/0111027](#); J. Hewett, M. Spiropulu, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **52** (2002), 397; [hep-ph/0205106](#).
- [3] G. F. Giudice, R. Rattazzi, J. D. Wells, *Nucl. Phys. B*, **544** (1999), 3.
- [4] K. G. Wilson, *Phys. Rev. B*, **4** (1971), 3174, 3184; K. G. Wilson, J. B. Kogut, *Phys. Rep. C*, **12** (1973), 75; K. G. Wilson, M. E. Fisher, *Phys. Rev. Lett.*, **28** (1972), 240.
- [5] D. I. Kazakov, *JHEP*, **0303** (2003), 020.
- [6] D. I. Kazakov, *Field theory in extra dimensions*, [hep-th/0311211](#).
- [7] C. Csáki, C. Grojean, H. Murayama, L. Pilo, J. Terning, *Phys. Rev. D*, **69** (2004), 055006; [hep-th/0305237](#).
- [8] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, *Phys. Lett. B*, **436** (1998), 257.
- [9] С. Вайнберг, *Квантовая теория поля. Т. 1*, Физматлит, М., 2003.
- [10] M. Peskin, *Phys. Lett. B*, **94** (1980), 161.

Поступила в редакцию 25.V.2005 г.,
после доработки 10.VIII.2005 г.