Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. В. Степаньянц, Суммирование диаграмм в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, *ТМФ*, 2006, том 146, номер 3, 385–401

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf2042>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 05:25:53

© 2006 г.

К. В. Степаньянц*

СУММИРОВАНИЕ ДИАГРАММ В $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ, РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ ВЫСШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Для безмассовой $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, регуляризованной высшими производными, частично просуммированы диаграммы Фейнмана, которые определяют расходящуюся часть двухточечной функции Грина и не могут быть найдены из уравнений Швингера–Дайсона и тождеств Уорда. Результат может быть записан в виде некоторого тождества для функций Грина.

Ключевые слова: суперсимметрия, высшие ковариантные производные, диаграммы Фейнмана, уравнения Швингера–Дайсона, тождества Уорда.

1. ВВЕДЕНИЕ

Имеющиеся в настоящее время косвенные доказательства существования суперсимметрии в Стандартной модели придают особенную актуальность проблеме вычисления квантовых поправок в суперсимметричных теориях. При этом суперсимметрия существенно улучшает ультрафиолетовое поведение теории, благодаря чему даже в теориях с нерасширенной суперсимметрией можно сделать предположение о виде β -функции во всех порядках теории возмущений. Впервые гипотеза о виде точной β -функции была выдвинута в работе [1] на основе исследования структуры инстантонных вкладов. В случае $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, который будет рассмотрен в этой работе, такая β -функция (которая называется точной β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова (НШВЗ)) имеет вид

$$\beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi}(1 - \gamma(\alpha)), \quad (1)$$

где $\gamma(\alpha)$ – аномальная размерность суперполя материи.

Явные вычисления, выполненные при использовании регуляризации размерной редукцией [2], подтверждают это предположение, но требуют специального подбора схемы вычитаний [3]. При использовании регуляризации высшими производными [4]

*Московский государственный университет, Москва, Россия. E-mail: stepan@phys.msu.ru

явные вычисления в двух- [5], трех- [6] и частично в четырехпетлевом [7] приближениях для $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, показали, что перенормировка оператора $W_a C^{ab} W_b$ является чисто однопетлевой, а функция Гелл-Манна–Лоу совпадает с точной β -функцией НШВЗ и имеет поправки во всех порядках теории возмущений.

В суперсимметричной электродинамике β -функция Гелл-Манна–Лоу определяется следующим образом. Если в перенормированном эффективном действии в пределе нулевой массы члены, квадратичные по суперполю V , имеют вид

$$\Gamma_V^{(2)} = -\frac{1}{16\pi} \int \frac{d^4 p d^4 \theta}{(2\pi)^4} V(-p) \partial^2 \Pi_{1/2} V(p) d^{-1} \left(\alpha, \frac{\mu}{p} \right), \quad (2)$$

где $\partial^2 \Pi_{1/2}$ – суперсимметричный поперечный проектор, то функция Гелл-Манна–Лоу по определению равна

$$\beta(d(\alpha, x)) \equiv -\frac{\partial}{\partial \ln x} d(\alpha, x) \Big|_{x=1}. \quad (3)$$

Тем не менее исследование суперсимметричной электродинамики до сих пор было ограничено рамками трехпетлевого приближения, тогда как было бы интересно выяснить, можно ли провести явные вычисления точно во всех порядках теории возмущений. В работе [8] было показано, что с помощью уравнений Швингера–Дайсона и тождеств Уорда можно вычислить значительное число диаграмм Фейнмана точно во всех порядках теории возмущений. Однако ряд диаграмм таким образом определить не удалось. В работе [8] было сделано определенное предположение о структуре недостающих вкладов. Оно подразумевает существование некоторого тождества, которое не сводится к тождествам Уорда и графически может быть записано в виде равенства нулю диаграммы, показанной на рис. 1, где обозначение $(I_1)^a$ поясняется в тексте работы (в аналитическом виде это тождество дается формулой (50)). Это тождество становится нетривиальным, начиная с трехпетлевого приближения для непланарных диаграмм. В данной работе мы пытаемся найти способ его доказательства точно во всех порядках теории возмущений.

Рис. 1. Диаграмма, дающая вклад в β -функцию, который не определяется из тождеств Уорда.

Мы рассматриваем безмассовую теорию и достаточно широкий класс диаграмм Фейнмана, в которых имеется только одна петля суперполей материи, причем любые два рассеяния этой петли не делают диаграмму несвязной. Такой выбор связан

с тем, что в этом случае техника вычислений оказывается несколько более простой. Для этих диаграмм упомянутое выше тождество полностью доказано в данной работе. При этом предлагаемый для доказательства метод, по-видимому, может быть использован и в общем случае, однако при этом нас ожидают несколько большие технические трудности.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 напоминаются основные сведения о $N = 1$ суперсимметричной электродинамике и ее регуляризации с помощью высших производных. Уравнения Швингера–Дайсона для рассматриваемой теории, полученные в работе [8], приведены в разделе 3. Вычисление вкладов в двухточечную функцию Грина калибровочного поля, которые не могут быть определены из тождеств Уорда, производится в разделе 4. Там же доказано, что в безмассовом случае такие вклады от диаграмм рассматриваемого класса равны нулю. В разделе 5 на основе полученных результатов построена двухточечная функция Грина калибровочного поля. При этом показано, что расходимости в ней присутствуют только в однопетлевом приближении, а функция Гелл-Манна–Лоу совпадает с точной β -функцией НШВЗ. Обсуждение полученных результатов приводится в заключении.

2. $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ЕЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Безмассовая $N = 1$ суперсимметричная электродинамика при наличии слагаемого с высшими производными в суперпространстве описывается следующим действием:

$$S = \frac{1}{4e^2} \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}}\right) W_b + \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}). \quad (4)$$

При этом ϕ и $\tilde{\phi}$ – киральные суперполя материи, а V – вещественное скалярное суперполе, которое в качестве одной из компонент содержит калибровочное поле A_μ . Суперполе W_a представляет собой суперсимметричный аналог тензора напряженности калибровочного поля и в абелевом случае определяется как

$$W_a = \frac{1}{16} \bar{D}(1 - \gamma_5) D[(1 + \gamma_5) D_a V], \quad (5)$$

где

$$D = \frac{\partial}{\partial \theta} - i\gamma^\mu \theta \partial_\mu \quad (6)$$

– суперсимметричная ковариантная производная. Важно отметить, что в абелевом случае суперполе W^a является калибровочно инвариантным, благодаря чему действие (4) также будет калибровочно инвариантным.

Квантование модели (4) может быть выполнено стандартным образом. Для этого удобно использовать технику суперграфов, подробно описанную в книге [9], и фиксировать калибровочную инвариантность добавлением следующих слагаемых:

$$S_{\text{gf}} = -\frac{1}{64e^2} \int d^4x d^4\theta \left(V D^2 \bar{D}^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}}\right) V + V \bar{D}^2 D^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}}\right) V \right), \quad (7)$$

где

$$D^2 \equiv \frac{1}{2} \overline{D} (1 + \gamma_5) D; \quad \overline{D}^2 \equiv \frac{1}{2} \overline{D} (1 - \gamma_5) D. \quad (8)$$

После добавления таких членов квадратичная по суперполю V часть действия будет иметь наиболее простой вид:

$$S_{\text{gauge}} + S_{\text{gf}} = \frac{1}{4e^2} \int d^4x d^4\theta V \partial^2 \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) V. \quad (9)$$

В рассматриваемом здесь абелевом случае диаграммы, содержащие духовые петли, отсутствуют.

Хорошо известно, что введение слагаемого с высшими производными не устраняет расходимости в однопетлевых диаграммах. Для их регуляризации необходимо вставить в производящий функционал детерминанты полей Паули–Вилларса [10].

В силу суперсимметричной калибровочной инвариантности перенормированное действие может быть представлено как

$$S_{\text{ren}} = \frac{1}{4e^2} Z_3 \left(e, \frac{\Lambda}{\mu} \right) \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} \left(1 + \frac{\partial^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) W_b + \\ + Z \left(e, \frac{\Lambda}{\mu} \right) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}). \quad (10)$$

Поэтому производящий функционал можно записать в виде

$$Z = \int DV D\phi D\tilde{\phi} \prod_i [\det PV(V, M_i)]^{c_i} \exp\{i(S_{\text{ren}} + S_{\text{gf}} + S_S + S_{\phi_0})\}, \quad (11)$$

где перенормированное действие S_{ren} дается формулой (10), действие для членов, фиксирующих калибровку, – формулой (7) (в ней удобно заменить e на e_0 , что мы и сделаем здесь и далее), детерминанты Паули–Вилларса определяются как

$$(\det PV(V, M))^{-1} = \int D\Phi D\tilde{\Phi} \exp(iS_{\text{PV}}), \quad (12)$$

где

$$S_{\text{PV}} \equiv Z \left(e, \frac{\Lambda}{\mu} \right) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\Phi^* e^{2V} \Phi + \tilde{\Phi}^* e^{-2V} \tilde{\Phi}) + \\ + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\theta M \tilde{\Phi} \Phi + \frac{1}{2} \int d^4x d^2\bar{\theta} M \tilde{\Phi}^* \Phi^*, \quad (13)$$

а коэффициенты c_i удовлетворяют условиям

$$\sum_i c_i = 1; \quad \sum_i c_i M_i^2 = 0. \quad (14)$$

Далее мы будем предполагать, что $M_i = a_i \Lambda$, где a_i – некоторые постоянные. Вставка детерминантов Паули–Вилларса позволяет сократить остаточные расходимости во всех однопетлевых диаграммах, в том числе в диаграммах, содержащих контрчленные вставки.

Члены с источниками записываются в виде

$$S_S = \int d^4x d^4\theta JV + \int d^4x d^2\theta (j\phi + \tilde{j}\tilde{\phi}) + \int d^4x d^2\bar{\theta} (j^*\phi^* + \tilde{j}^*\tilde{\phi}^*). \quad (15)$$

Кроме того, в производящий функционал (11) мы ввели выражение

$$S_{\phi_0} = \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta (\phi_0^* e^{2V} \phi + \phi^* e^{2V} \phi_0 + \tilde{\phi}_0^* e^{-2V} \tilde{\phi} + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi}_0), \quad (16)$$

где ϕ_0 , ϕ_0^* , $\tilde{\phi}_0$ и $\tilde{\phi}_0^*$ – скалярные суперполя, которые не являются киральными или антикиральными и представляют собой некоторые параметры. Вообще говоря, вводить слагаемое S_{ϕ_0} в производящий функционал не обязательно, однако присутствие параметров ϕ_0 крайне желательно при исследовании уравнений Швингера–Дайсона.

В наших обозначениях производящий функционал для связанных функций Грина записывается в виде

$$W = -i \ln Z, \quad (17)$$

а эффективное действие получается с помощью преобразования Лежандра:

$$\Gamma = W - \int d^4x d^4\theta JV - \int d^4x d^2\theta (j\phi + \tilde{j}\tilde{\phi}) - \int d^4x d^2\bar{\theta} (j^*\phi^* + \tilde{j}^*\tilde{\phi}^*), \quad (18)$$

причем источники J , j и $\tilde{j}$ должны быть выражены через поля V , ϕ и $\tilde{\phi}$ с помощью уравнений

$$V = \frac{\delta W}{\delta J}; \quad \phi = \frac{\delta W}{\delta j}; \quad \tilde{\phi} = \frac{\delta W}{\delta \tilde{j}}. \quad (19)$$

3. УРАВНЕНИЕ ШВИНГЕРА–ДАЙСОНА

Для удобства, следуя работе [8], мы вначале положим константу перенормировки Z равной единице, а затем в окончательном результате восстановим зависимость эффективного действия от Z .

Из производящего функционала (11) можно получить уравнения Швингера–Дайсона, которые графически записываются в виде

$$\Gamma_V^{(2)} = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} \quad (20)$$

где $\Gamma_V^{(2)}$ – двухточечная функция Грина калибровочного поля [8].

При этом двойная линия обозначает точный пропагатор ($Z = 1$)

$$\left(\frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \phi_x^* \delta \phi_y} \right)^{-1} = -\frac{D_x^2 \bar{D}_x^2}{4\partial^2 G} \delta_{xy}, \quad (21)$$

в котором функция $G(q^2)$ определяется по двухточечной функции Грина следующим образом:

$$\frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \phi_x^* \delta \phi_y} = \frac{D_x^2 \bar{D}_x^2}{16} G(\partial^2) \delta_{xy}^8, \quad (22)$$

где $\delta_{xy}^8 \equiv \delta^4(x-y) \delta^4(\theta_x - \theta_y)$, а индексы внизу указывают точки, в которых берутся рассматриваемые величины.

Большой круг обозначает эффективную вершину, которая в силу тождеств Уорда записывается в виде [8]

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta^3 \Gamma}{\delta V_x \delta \phi_y \delta \phi_z^*} \right|_{p=0} &= \partial^2 \Pi_{1/2x} (\bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 D_x^2 \delta_{xz}^8) F(q^2) + \\ &+ \frac{1}{32} q^\mu G'(q^2) \bar{D} \gamma^\mu \gamma_5 D_x (\bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 D_x^2 \delta_{xz}^8) + \frac{1}{8} \bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 D_x^2 \delta_{xz}^8 G(q^2), \end{aligned} \quad (23)$$

где штрихи обозначают производные по q^2 ,

$$\Pi_{1/2} = -\frac{1}{16\partial^2} D^a \bar{D}^2 D_a = -\frac{1}{16\partial^2} \bar{D}^a D^2 \bar{D}_a \quad (24)$$

– суперсимметричный поперечный проектор, а $F(q^2)$ представляет собой некоторую функцию, которая не может быть определена из тождеств Уорда. При этом

$$\begin{aligned} D^a &\equiv \left[\frac{1}{2} \bar{D} (1 + \gamma_5) \right]^a; & D_a &\equiv \left[\frac{1}{2} (1 + \gamma_5) D \right]_a; \\ \bar{D}^a &\equiv \left[\frac{1}{2} \bar{D} (1 - \gamma_5) \right]^a; & \bar{D}_a &\equiv \left[\frac{1}{2} (1 - \gamma_5) D \right]_a. \end{aligned} \quad (25)$$

Два смежных круга представляют собой эффективную вершину, состоящую из одночастично неприводимых диаграмм, в которых одна из внешних линий прикреплена к самому левому краю. Такая вершина задается выражением [8]

$$\frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \phi_y \delta \phi_{0z}^*} = \frac{1}{4} \frac{\delta}{\delta \phi_y} \exp \left(\frac{2}{i} \frac{\delta}{\delta J_z} + 2V_z \right) \phi_z = -\frac{1}{8} G \bar{D}_y^2 \delta_{yz}^8 \quad (26)$$

в случае одной внешней V -линии (вершина в первой диаграмме уравнения (20)) и выражением

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta^3 \Gamma}{\delta V_x \delta \phi_y \delta \phi_{0z}^*} \right|_{p=0} &= \frac{1}{4} \frac{\delta}{\delta V_x} \frac{\delta}{\delta \phi_y} \exp \left(\frac{2}{i} \frac{\delta}{\delta J_z} + 2V_z \right) \phi_z \Big|_{p=0} = \\ &= -2\partial^2 \Pi_{1/2x} (\bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 \delta_{xz}^8) F(q^2) + \frac{1}{8} D^a C_{ab} \bar{D}_x^2 (\bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 D_x^b \delta_{xz}^8) f(q^2) - \\ &- \frac{1}{16} q^\mu G'(q^2) \bar{D} \gamma^\mu \gamma_5 D_x (\bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 \delta_{xz}^8) - \frac{1}{4} \bar{D}_x^2 \delta_{xy}^8 \delta_{xz}^8 G(q^2) \end{aligned} \quad (27)$$

для случая двух внешних линий поля V (во второй диаграмме уравнения (20)). При этом $f(q^2)$ представляет собой еще одну функцию, которая не может быть определена из тождества Уорда. Заметим, что такой вид решений тождеств Уорда

может быть легко проверен с помощью метода, который развивается далее в данной работе. Мы не будем приводить здесь соответствующие вычисления, поскольку они являются достаточно громоздкими.

Нашей задачей будет вычисление величины

$$\left. \frac{d}{d \ln \Lambda} \Gamma_V^{(2)} \right|_{p=0}, \quad (28)$$

где через p обозначен внешний импульс¹⁾. Для этого подставим приведенные выше выражения для пропагаторов и вершинных функций в уравнения Швингера–Дайсона. В результате получатся некоторые выражения для диаграмм, входящих в уравнение (20). При этом результат будет иметь место точно во всех порядках теории возмущений [8], однако из второй диаграммы появятся члены, содержащие функцию f , которая не может быть определена из тождеств Уорда. (В однопетлевом приближении эта функция равна нулю и нетривиальна только в двух петлях.) Слагаемые, содержащие неизвестную функцию F , при этом полностью сократятся.

Вычисление вкладов, содержащих неопределенную функцию f , является основной целью данной работы. После несложных преобразований выражение для второй диаграммы в уравнении (20) в безмассовом случае может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{d \ln \Lambda} \Gamma_V^{\text{диаг. 2}} = \\ = \frac{d}{d \ln \Lambda} \int d^8 x d^8 y d^8 z V_x V_y \frac{D_x^2}{4i\partial^2 G} \delta_{xz}^8 \frac{\delta}{\delta V_y} \frac{\delta}{\delta \phi_z} \exp \left(\frac{2}{i} \frac{\delta}{\delta J_x} + 2V_x \right) \phi_x \Big|_{V, \phi=0}. \end{aligned} \quad (29)$$

Затем с использованием тождества

$$V_x D_x^2 \delta_{xz}^8 = D_x^2 (V_x \delta_{xz}^8) + 2(D_a V_x) D_x^a \delta_{xz}^8 - (D^2 V_x) \delta_{xz}^8 \quad (30)$$

и явного выражения для вершинной функции (27) для суммы двух диаграмм в уравнении (20) (результат вычисления первой диаграммы приведен в работе [8]) получаем, что

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{d \ln \Lambda} \Gamma_V^{(2)} \right|_{p=0} = \frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q d^4 \theta}{(2\pi)^4} V \partial^2 \Pi_{1/2} V \frac{1}{2q^2} \frac{d}{dq^2} \ln(q^2 G^2) + \\ + \frac{d}{d \ln \Lambda} \int d^8 x d^8 y d^8 z (D_a V_x) V_y \frac{D_x^a}{2i\partial^2 G} \delta_{xz}^8 \frac{\delta}{\delta V_y} \frac{\delta}{\delta \phi_z} \exp \left(\frac{2}{i} \frac{\delta}{\delta J_x} + 2V_x \right) \phi_x \Big|_{V, \phi=0} - \\ - \text{аналогичные члены с полями Паули–Вилларса}, \end{aligned} \quad (31)$$

причем второе слагаемое будет пропорционально

$$\frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{f(q^2)}{q^2 G(q^2)}. \quad (32)$$

¹⁾В работе [8] показано, что эта величина существует.

Это означает, что второе слагаемое в формуле (31) не может быть определено из тождества Уорда. Принимая во внимание, что вариационная производная по киральному суперполю ϕ_z содержит $\bar{D}_z^2$, мы легко убеждаемся, что вклад этого слагаемого может быть графически представлен в виде диаграммы, показанной на рис. 1. При этом символ $(I_1)^a$ (используемые обозначения будут пояснены ниже) означает, что в эффективном пропагаторе необходимо провести замену

$$\bar{D}^2 D^2 \delta_{xz}^8 \rightarrow 2\bar{D}^2 D^a \delta_{xz}^8. \quad (33)$$

Частичному вычислению этой диаграммы будет посвящен следующий раздел статьи.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВКЛАДОВ, КОТОРЫЕ НЕ МОГУТ БЫТЬ ОПРЕДЕЛЕНЫ ИЗ ТОЖДЕСТВ УОРДА

Рассмотрим класс диаграмм Фейнмана, которые соответствуют эффективной диаграмме, показанной на рис. 1. В этой диаграмме имеется только одна петля суперполей материи, причем диаграмму нельзя сделать несвязной, разрезав два пропагатора в этой петле. Например, первая диаграмма на рис. 2 относится к рассматриваемому классу, а вторая – нет. После этого для диаграмм указанного типа вычислим вклад в эффективную диаграмму, показанную на рис. 1.

Рис. 2. Первая из данных диаграмм относится к рассматриваемому в данной работе классу, а вторая – нет.

Рис. 3. Характерная комбинация поддиаграмм, которая возникает в процессе суммирования диаграмм Фейнмана.

Для этого вначале рассмотрим поддиаграммы, показанные на рис. 3 (в наших обозначениях, если q_μ – входящий импульс, то $\partial_\mu = -iq_\mu$). Их вклад записывается в виде

$$\int d^8 x_3 \frac{D_3^2 \bar{D}_3^2}{4\partial^2} \delta_{13}^8 V_3 \frac{\bar{D}_3^2 D_3^2}{4\partial^2} \delta_{23}^8 - \frac{1}{q^2} \bar{D}_1^2 D_1^2 \delta_{12}^8 V_2. \quad (34)$$

В пределе $p \rightarrow 0$ в импульсном представлении это выражение может быть переписано как

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{q^2} \overline{D}_1^2 \delta_{12}^8 D_2^2 V_2 + \frac{2}{q^2} \overline{D}_1^2 D_1^a \delta_{12}^8 D_{2a} V_2 - \frac{\overline{D}_1^2 D_1^a}{2q^4} \delta_{12}^8 (\gamma^\mu)_a{}^b \overline{D}_{2b} D^2 V_2 q_\mu + \\
& + \frac{\overline{D}_1^2 D_1^2}{q^4} \delta_{12}^8 \left(\frac{1}{2} \partial^2 \Pi_{1/2} V_2 - \frac{1}{4} \overline{D} \gamma^\mu \gamma_5 D V_2 q_\mu \right)
\end{aligned} \quad (35)$$

с учетом антикоммутационных соотношений между ковариантными производными. Графически это можно интерпретировать следующим образом: диаграммы на рис. 3 в пределе $p \rightarrow 0$ эквивалентны сумме диаграмм, в которых внешняя линия прикреплена к точке 2, на внешней линии стоят выражения $D^2 V, \dots, \overline{D} \gamma^\mu \gamma_5 D V$, а линия, соединяющая точки 1 и 2, дает вклады $-\overline{D}_1^2 \delta_{12}^8 / q^2, \dots, -q_\mu / q^4 \overline{D}_1^2 D_1^2 \delta_{12}^8$, соответственно.

Поскольку рассматриваемая диаграмма на рис. 1 уже содержит внешнюю линию с $D_a V$, то существенными для нас будут члены, которые содержат только первые степени D^a . Все остальные слагаемые будут равны нулю в пределе $p^\mu \rightarrow 0$. Этими членами, очевидно, являются слагаемые, содержащие $D_a V_2$ и $\overline{D} \gamma^\mu \gamma_5 D V_2$.

Кроме того, нам потребуется ряд тождеств, которые позволяют переносить внешнюю линию от одной вершины к другой через пропагатор. При этом для того чтобы формулы не были бы слишком громоздкими, удобно использовать следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
(I_0) &\equiv \frac{1}{4} \overline{D}_1^2 D_1^2 \delta_{12}^8; & (I_1)^a &\equiv \frac{1}{2} \overline{D}_1^2 D_1^a \delta_{12}^8; & (\bar{I}_1)^a &\equiv \frac{1}{2} \overline{D}_1^a D_1^2 \delta_{12}^8; \\
(I_2) &\equiv \frac{1}{4} \overline{D}_1^2 \delta_{12}^8; & (\bar{I}_2) &\equiv \frac{1}{4} D_1^2 \delta_{12}^8; & (I_2)^{ab} &\equiv \overline{D}_1^a D_1^b \delta_{12}^8; \\
(I_3)^a &\equiv \frac{1}{2} D_1^a \delta_{12}^8; & (\bar{I}_3)^a &\equiv \frac{1}{2} \overline{D}_1^a \delta_{12}^8; & (I_4) &\equiv \frac{1}{4} \delta_{12}^8.
\end{aligned} \quad (36)$$

Тогда, например, если X – некоторая грассманова четная величина, то

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} \overline{D}_1^2 D_1^2 \delta_{12}^8 X_2 &= \frac{1}{4} \overline{D}_1^2 D_1^2 (X_1 \delta_{12}^8) = X_1 (I_0) + D^a X_1 (I_1)_a + \overline{D}^a X_1 (\bar{I}_1)_a + D^2 X_1 (I_2) + \\
& + \overline{D}^2 X_1 (\bar{I}_2) - \overline{D}^a D^b X_1 (I_2)_{ab} + \overline{D}^2 D^a X_1 (I_3)_a + \overline{D}^a D^2 X_1 (\bar{I}_3)_a + \overline{D}^2 D^2 X_1 (I_4)
\end{aligned} \quad (37)$$

(напомним, что X_1 означает, что поле X берется в точке 1, а X_2 – в точке 2). Несложно получить и другие аналогичные тождества.

Идея суммирования диаграмм Фейнмана заключается в том, что мы вначале используем представление (35) и во всех диаграммах ликвидируем вершины, к которым прикреплена одна внешняя линия поля V , но не прикреплена ни одна внутренняя линия поля V . После этого переносим одну из внешних линий суперполя V по петле суперполей материи до точки прикрепления другой внешней линии с помощью тождества (37), а также других аналогичных тождеств. Применяя этот метод, несложно доказать справедливость равенств (23) и (27), которые представляют собой решения тождеств Уорда (в данном случае на вид диаграмм не нужно накладывать никаких ограничений), а также получить явные выражения для неизвестных

функций f и F в виде некоторых сумм диаграмм. За недостатком места мы не будем приводить подробного решения этих задач. Описанный метод мы применим непосредственно к вычислению диаграммы, показанной на рис. 1.

Рис. 4. Результат применения представления (35) к диаграмме, показанной на рис. 1.

Используем представление (35) и ликвидируем вершины, к которым прикреплена одна внешняя линия поля V , но не прикреплена ни одна внутренняя линия поля V . Результат графически можно представить в виде суммы двух диаграмм, показанных на рис. 4. Все остальные диаграммы дадут нулевой результат в пределе $p \rightarrow 0$. На рис. 4 и последующих рисунках заштрихованный круг обозначает совокупность всех внутренних линий диаграммы. Внешние линии при этом прикрепляются только к точкам, к которым также прикреплена по крайней мере еще одна линия поля V . Жирными линиями на рисунке обозначены пропагаторы, в которых (I_0) заменяется на $(I_1)^a$ и т.п. В рассматриваемых двух диаграммах такие пропагаторы примыкают непосредственно к внешним линиям.

Для проведения дальнейших вычислений нам будет удобно использовать следующие обозначения для диаграмм Фейнмана. Рассмотрим петлю суперполей материи и фиксированную точку на ней. Будем совершать обход по этой петле в некотором направлении (например, по часовой стрелке) и смотреть, какие выражения встречаются в местах, где исходно были пропагаторы суперполей материи. Если встречается некоторая последовательность обычных пропагаторов

$$\frac{\bar{D}_1^2 D_1^2}{4q^2} \delta_{12}^8, \quad (38)$$

то мы будем обозначать ее символом $*$. Однако в некоторых местах могут встретиться и другие величины, например, $(I_1)_a/q^2 - (I_4)/q^2$. В этом случае в выражение для диаграммы мы вписываем соответствующий (I) , опуская для краткости множитель $1/q^2$. При этом через q мы всегда будем обозначать импульс рассматриваемого пропагатора (а не петлевого импульс). Если встретится выражение типа

$$q^\mu \frac{\bar{D}_1^2 D_1^2}{4q^4} \delta_{12}^8, \quad (39)$$

то мы вновь умножаем его на q^2 и записываем результат как $q^\mu/q^2(I_0)$. Наконец, если встретится внешняя линия, то мы будем записывать выражение, соответствующее этой внешней линии. Таким образом мы проходим всю петлю до исходной точки.

Рис. 5. Эффективная диаграмма для получения тождества (42).

Тем самым любой диаграмме Фейнмана ставится в соответствие некоторый символ. По всем диаграммам с одинаковым символом мы будем подразумевать суммирование. Например, выражение $*D^2 V(\bar{I}_1)^a * \bar{D}^2 V(I_1)_b (\gamma^\mu)_a{}^b$ обозначает сумму всех диаграмм, которые имеют структуру, соответствующую диаграмме на рис. 5. При этом важно отметить, что для диаграмм рассматриваемого класса на возможные положения вставок (I) нет никаких ограничений, тогда как для всех остальных диаграмм положение некоторых вставок, вообще говоря, не является абсолютно произвольным.

Для вычисления диаграмм на рис. 4 с помощью тождеств, аналогичных (37), в обеих диаграммах перенесем правую внешнюю линию по часовой стрелке до точки, к которой прикреплена левая внешняя линия. Несложно убедиться, что в результате отличными от нуля в пределе $p^\mu \rightarrow 0$ окажутся только следующие выражения:

$$\begin{aligned} & -4 \frac{d}{d \ln \Lambda} \left((\gamma^\mu)_a{}^b \left(* \frac{q^\mu}{2q^2} (\bar{I}_1)^a * (I_1)_b + * \frac{q^\mu}{2q^2} (I_0) * (\bar{I}_1)^a * (I_1)_b \right) + \right. \\ & \quad + 2 * (I_3)^a * (I_1)_a + 2 * (I_1)^a * (\bar{I}_2) * (I_1)_a - * (I_2)^{ab} * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b - \\ & \quad \left. - * (I_1)^a * (\bar{I}_1)^b * (\bar{I}_1)_b * (I_1)_a \right) V \partial^2 \Pi_{1/2} V. \end{aligned} \quad (40)$$

В данном случае выбрана такая последовательность записи: по часовой стрелке от точки прикрепления правой внешней линии.

Для того чтобы доказать, что выражение (40) равно нулю, нам потребуется ряд тождеств, которые могут быть получены из рассмотрения диаграмм, показанных на рис. 5–7.

Рис. 6. Эффективные диаграммы для получения тождества (43).

Исследуем в качестве примера диаграмму, показанную на рис. 5. Выражение для нее мы будем для определенности обозначать через $F^\mu(p)$. Вычисление этой величины мы будем проводить двумя способами: перенося в рассматриваемой диаграмме правую внешнюю линию по петле суперполя материи до точки прикрепления другой внешней линии по часовой стрелке и против часовой стрелки. При этом в

Рис. 7. Эффективная диаграмма для получения тождества (46).

получившихся выражениях мы будем сохранять только члены первого порядка по p . Такие члены получаются, во-первых, из разложения импульсов пропагаторов, а во-вторых, при действии операторов D и $\bar{D}$ на внешние линии. Результатом описанной процедуры будут две формулы для величины

$$\left. \frac{\partial}{\partial p^\nu} F^\mu(p) \right|_{p=0} p^\nu, \quad (41)$$

из которых можно легко построить два различных выражения для $\partial F^\mu / \partial p^\mu|_{p=0}$. Приравняв их, получаем тождество

$$\begin{aligned} (\gamma^\mu)_a{}^b & \left(*(\bar{I}_1)^a * \frac{q^\mu}{q^2} (I_1)_b + *(\bar{I}_1)^a * (I_1)_b * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) + * \frac{q^\mu}{q^2} (\bar{I}_1)^a * (I_1)_b + \right. \\ & \left. + *(\bar{I}_1)^a * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) * (I_1)_b \right) + 8 * (\bar{I}_3)^a * (\bar{I}_1)_a - 4 * (I_2)^{ab} * (I_1)_b * (\bar{I}_1)_a - \\ & - 2 * (I_2)^{ab} * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b - 4 * (\bar{I}_1)^a * (I_1)^b * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Аналогичное рассмотрение диаграмм, показанных на рис. 6²⁾, приводит к тождеству

$$\begin{aligned} (\gamma^\mu)_a{}^b & \left(*(\bar{I}_1)^a * \frac{q^\mu}{q^2} (I_1)_b + *(\bar{I}_1)^a * (I_1)_b * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) + * \frac{q^\mu}{q^2} (\bar{I}_1)^a * (I_1)_b + \right. \\ & \left. + *(\bar{I}_1)^a * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) * (I_1)_b \right) + 8 * (\bar{I}_3)^a * (\bar{I}_1)_a - 2 * (I_2)^{ab} * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b = 0, \end{aligned} \quad (43)$$

где было принято во внимание, что в силу свойств симметрии суммы диаграмм Фейнмана имеют место равенства

$$\begin{aligned} *(I_3)^a * (I_1)_a & = *(\bar{I}_3)^a * (\bar{I}_1)_a; \\ *(I_1)^a * (I_1)_a * (\bar{I}_2) & = *(\bar{I}_1)^a * (\bar{I}_1)_a * (I_2). \end{aligned} \quad (44)$$

Сравнивая формулы (42) и (43), мы получаем, что

$$*(I_2)^{ab} * (I_1)_b * (\bar{I}_1)_a + *(\bar{I}_1)^b * (I_1)^a * (\bar{I}_1)_b * (I_1)_a = 0. \quad (45)$$

²⁾ В первой диаграмме на рис. 6 мы вычисляем члены первого порядка по импульсу p двумя способами: переносим по петле линию с $D^2 V$ и переносим по петле линию с $\bar{D}^2 V$. Во второй диаграмме мы переносим линию с $\bar{D}^2 V$ по петле до исходной точки и приравняем к нулю члены первого порядка по внешнему импульсу p .

Наконец, еще одно тождество получается из диаграммы, показанной на рис. 7, в пределе $p \rightarrow 0$ после переноса по петле линии с $D^2 V$. Исходная диаграмма, очевидно, равна нулю, однако при переносе линии возникают члены, пропорциональные $V \partial^2 \Pi_{1/2} V$, которые в сумме должны быть равны нулю. Вычисляя такие члены, мы приходим к равенству

$$0 = 2 * (\bar{I}_1)^a * (\bar{I}_1)_a * (I_1)^b * (I_1)_b - * (I_1)^a * (\bar{I}_1)^b * (I_1)_a * (\bar{I}_1)_b + \\ + * (I_2)^{ab} * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b - * (I_2)^{ab} * (I_1)_b * (\bar{I}_1)_a - 4 * (\bar{I}_2) * (I_1)^b * (I_1)_b. \quad (46)$$

Из тождеств (43), (45) и (46) получается, что

$$0 = (\gamma^\mu)_a{}^b \left(* (\bar{I}_1)_b * \frac{q^\mu}{4q^2} (I_1)^a + * (\bar{I}_1)_b * (I_1)^a * \frac{q^\mu}{4q^2} (I_0) + * \frac{q^\mu}{4q^2} (\bar{I}_1)_b * (I_1)^a + \right. \\ \left. + * (I_1)_b * \frac{4q^\mu}{q^2} (I_0) * (I_1)^a \right) + 2 * (\bar{I}_2) * (\bar{I}_1)^a * (\bar{I}_1)_a + 2 * (\bar{I}_3)^a * (\bar{I}_1)_a - \\ - * (I_2)^{ab} * (\bar{I}_1)_a * (I_1)_b - * (\bar{I}_1)^b * (\bar{I}_1)_b * (I_1)^a * (I_1)_a. \quad (47)$$

Сравнивая это равенство с выражением (40), находим, что сумма рассматриваемых диаграмм будет пропорциональна

$$(\gamma^\mu)_a{}^b \left(* (\bar{I}_1)_b * (I_1)^a * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) + * (I_1)^a * (\bar{I}_1)_b * \frac{q^\mu}{q^2} (I_0) \right). \quad (48)$$

Все остальные члены сократятся в силу симметрий суммы диаграмм Фейнмана.

Несложно понять, что для диаграмм рассматриваемого класса это выражение оказывается равным нулю. Действительно, в силу тождества

$$\delta_{12}^8 X_2 = X_1 \delta_{12}^8 \quad (49)$$

внешнюю линию можно переносить через пропагатор поля V . Легко видеть, что в любой из диаграмм рассматриваемого класса существует путь (включающий переносы через фотонные линии), по которому можно пронести внешнюю линию так, чтобы последовательность прохождения внутренних линий с $(I_1)^a$ и $(\bar{I}_1)_b$ была бы противоположна исходной. При этом эффективно получается диаграмма, в которой $(\bar{I}_1)_b$ и $(I_1)^a$ переставлены местами. Например, на рис. 8 исходная диаграмма соответствует последовательности $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$, тогда как возможен путь $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$. Поэтому выражение (48) в рассматриваемом классе диаграмм оказывается равным нулю при суммировании по всем диаграммам.

Итак, результат проведенных выше вычислений для диаграмм рассматриваемого класса можно представить в виде тождества

$$\frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^2} \frac{f(q^2)}{q^2 G(q^2)} = 0, \quad (50)$$

где функция f была определена равенством (27), а функция G – равенством (22). Заметим, что явные трех- [6] и четырехпетлевые [7] вычисления свидетельствуют

Рис. 8. Диаграмма, иллюстрирующая справедливость равенства нулю выражения (48).

о том, что тождество (50) справедливо и для произвольных диаграмм, однако их рассмотрение оказывается несколько более сложным. Заметим, что это тождество не является следствием тождеств Уорда, а получается при непосредственном суммировании диаграмм Фейнмана.

Запишем теперь квантовые поправки к эффективному действию, соответствующие двухточечной функции Грина калибровочного поля, в виде

$$\Gamma_V^{(2)} = -\frac{1}{16\pi} \int \frac{d^4 p d^4 \theta}{(2\pi)^4} V(-p) \partial^2 \Pi_{1/2} V(p) d_0^{-1} \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right), \quad (51)$$

где d_0 – некоторая функция (индекс 0 у функции d соответствует тому, что $Z = 1$). Тогда с учетом результатов работы [8] (см. также формулу (31)) из полученного тождества следует, что

$$\left. \frac{d}{d \ln \Lambda} d_0^{-1} \left(\alpha, \frac{\mu}{p} \right) \right|_{p=0} = -16\pi \frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left(\frac{1}{2q^2} \frac{d}{dq^2} \ln(q^2 G^2) - (\text{PV}) \right), \quad (52)$$

где через (PV) обозначен вклад полей Паули–Вилларса. Тем самым, гипотеза, высказанная в работе [8], доказана в безмассовом случае для диаграмм рассматриваемого типа. Для полей Паули–Вилларса аналогичная гипотеза говорит, что

$$(\text{PV}) = \sum_i c_i \frac{1}{2q^2} \frac{d}{dq^2} \left(\ln(q^2 G_{\text{PV}}^2 + M_i^2 J_{\text{PV}}^2) + \frac{M_i^2 J_{\text{PV}}}{q^2 G_{\text{PV}}^2 + M_i^2 J_{\text{PV}}^2} \right), \quad (53)$$

где функции G_{PV} и J_{PV} определяются двухточечными функциями Грина для полей Паули–Вилларса. Доказательство этого предположения требует проведения аналогичного суммирования диаграмм в массивном случае, которое существенно более сложно с технической точки зрения. Однако в пользу справедливости такого утверждения свидетельствуют результаты явных трехпетлевых вычислений, и мы надеемся дать его общее доказательство в дальнейших работах.

5. ДВУХТОЧЕЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА КАЛИБРОВОЧНОГО ПОЛЯ

Проанализируем следствия формул (52) и (53). Благодаря частично доказанному в данной работе тождеству интегралы, определяющие двухточечную функцию

Грина калибровочного поля, сводятся к интегралам от полных производных в четырехмерных сферических координатах:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{d \ln \Lambda} d^{-1} \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right) \right|_{p=0} &= - \frac{d}{d \ln \Lambda} \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln G^2 - \sum_i c_i \ln(M_i^2 J_{\text{FV}}^2) \right\} \Big|_{q=0} = \\ &= \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{d \ln G}{d \ln \Lambda} \right) \Big|_{q=0} = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{d}{d \ln \Lambda} \left(\ln \frac{\Lambda}{p} - \ln G \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right) \right) \Big|_{p=0}, \end{aligned} \quad (54)$$

причем при дифференцировании также необходимо учитывать зависимость α_0 от Λ . Более детальное объяснение этого результата приведено в работе [8]. Там же доказано, что рассматриваемый предел существует при конечном Λ . Поэтому как следствие формулы (54) получаем равенство

$$d_0^{-1} \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right) = \frac{\pi}{\alpha_0} + \frac{1}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{p} - \ln G \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right) + \text{const}. \quad (55)$$

Восстановим теперь зависимость эффективного действия от константы перенормировки Z . Из правил Фейнмана несложно убедиться, что для этого достаточно осуществить замену $M_i \rightarrow M_i/Z$ во вкладах полей Паули–Вилларса. Тогда из формулы (53) легко получается, что

$$d^{-1} \left(\alpha, \frac{\mu}{p} \right) = \frac{\pi}{\alpha_0} + \frac{1}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{p} - \ln(ZG) + \text{const}, \quad (56)$$

где функция d определяется точно так же, как и d_0 , но с учетом зависимости эффективного действия от Z . При этом величина ZG является конечной по определению константы перенормировки Z , поэтому для того чтобы это выражение было конечным, необходимо компенсировать только однопетлевую расходимость. Для этого константу перенормировки Z_3 нужно выбрать так, чтобы было выполнено равенство

$$\frac{1}{e^2} Z_3 \left(e, \frac{\Lambda}{\mu} \right) = \frac{1}{e^2} - \frac{1}{4\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu}, \quad (57)$$

где μ – точка нормировки. Поэтому окончательное выражение для эффективного действия (без членов, фиксирующих калибровку) в безмассовом случае может быть записано в виде

$$\Gamma_V^{(2)} = \int \frac{d^4 p d^2 \theta}{(2\pi)^4} W_a(-p) C^{ab} W_b(p) \left[\frac{1}{4e^2} + \frac{1}{16\pi^2} \ln \frac{\mu}{p} - \frac{1}{16\pi^2} \ln(ZG) + \text{const} \right]. \quad (58)$$

Из этой формулы следует, что функция Гелл-Манна–Лоу, определенная формулой (3), записывается в виде

$$\beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi} (1 - \gamma(\alpha)), \quad \text{где} \quad \gamma \equiv \frac{\partial}{\partial \ln x} \ln(ZG) \Big|_{x=1}. \quad (59)$$

Эта функция имеет поправки во всех порядках теории возмущений и совпадает с точной β -функцией НШВЗ.

Заметим, что при использовании регуляризации высшими производными схема, в которой получается точная β -функция НШВЗ определяется следующим образом: перенормировка оператора $W_a C^{ab} W_b$ происходит без добавления конечных контрчленов в двух и более петлях, т.е. в тех петлях, где отсутствуют расходимости в соответствующей функции Грина. При этом конечные контрчлены, которые можно добавлять при перенормировке двухточечной функции Грина суперполя материи, могут быть любыми.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммирование диаграмм Фейнмана, определяющих двухточечную функцию Грина калибровочного поля в пределе $p \rightarrow 0$ в безмассовой $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, частично производится с помощью уравнений Швингера–Дайсона и тождеств Уорда. Диаграммы, которые не удастся суммировать таким образом, являются непланарными и дают нетривиальный вклад, начиная с трехпетлевого приближения. Вычисление их суммы во всех порядках теории возмущений оказывается технически сложным и в данной работе выполнено для некоторого (достаточно широкого) класса диаграмм. Выбор этого класса диаграмм определяется тем, что техника вычислений для него несколько проще. Все остальные диаграммы, по-видимому, могут быть исследованы аналогично. Наиболее важно, что в данной работе построен алгоритм суммирования.

Заметим, что результат суммирования диаграмм, выражаемый равенством (50), который легко угадать, проводя явные вычисления, представляет собой некоторое новое тождество, которое не сводится к тождествам Уорда. Результаты этой работы и работы [8] показывают, что это тождество тесно связано с соотношением (58) между двухточечными функциями Грина, из которого получается точная β -функция НШВЗ. В связи с этим возникает целый ряд вопросов. Что является истинной причиной возникновения такого тождества? Является ли оно следствием некоторой симметрии теории? Может ли быть полученное тождество вместе с соотношением между функциями Грина (58) включено в некоторое семейство тождеств? Ответа на эти вопросы у нас пока нет.

Кроме того, остается и ряд чисто технических проблем, например, доказательство тождества (50) для диаграмм, которые не были рассмотрены в данной работе, и аналогичного тождества в массивном случае (в частности, для диаграмм с полями Паули–Вилларса). Существование такого тождества можно достаточно уверенно предположить на основании явных вычислений. Конечно также было бы желательно сформулировать все результаты в терминах производящего функционала, однако пока нам не удалось это сделать.

Полученные после суммирования ряда теории возмущений результаты свидетельствуют, что функция Гелл-Манна–Лоу (3) совпадает с точной β -функцией НШВЗ (однопетлевой оказывается перенормировка оператора $W_a C^{ab} W_b$).

Также было бы интересно провести аналогичное исследование для суперсимметричной теории Янга–Миллса, используя регуляризацию высшими ковариантными производными или более простую аналогичную неинвариантную регуляризацию. При этом в последнем случае необходимо использовать специальную схему вычитаний, позволяющую восстановить калибровочную инвариантность [11]. Для абелевых суперсимметричных теорий такая схема построена в работе [12], а для неабелевых – в работе [13].

Благодарности. Эта работа была поддержана РФФИ (грант № 02-01-00126).

Список литературы

- [1] V. Novikov, M. Shifman, A. Vainshtein, V. Zakharov. Phys. Lett. B. 1985. V. 166. P. 329.
- [2] W. Siegel. Phys. Lett. B. 1979. V. 84. P. 193.
- [3] O. V. Tarasov, V. A. Vladimirov. Phys. Lett. B. 1980. V. 96. P. 94; I. Jack, D. R. T. Jones, C. G. North. Nucl. Phys. B. 1997. V. 486. P. 479.
- [4] А. А. Славнов. ТМФ. 1975. Т. 23. С. 3; Т. Bakeyev, А. Slavnov. Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11. P. 1539.
- [5] A. Soloshenko, K. Stepanyantz. Two-loop renormalization of $N = 1$ supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives. hep-th/0203118; А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц. ТМФ. 2003. Т. 134. С. 430.
- [6] А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц. ТМФ. 2004. Т. 140. С. 437.
- [7] А. Б. Пименов, К. В. Степаньянц. ТМФ. 2006. Т. 147. № 2. С. 290.
- [8] К. В. Степаньянц. ТМФ. 2005. Т. 142. С. 37.
- [9] П. Уэст. Введение в суперсимметрию и супергравитацию. М.: Мир, 1989.
- [10] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988.
- [11] А. А. Slavnov. Phys. Lett. B. 2001. V. 518. P. 195; А. А. Славнов. ТМФ. 2002. Т. 130. С. 3.
- [12] А. А. Славнов, К. В. Степаньянц. ТМФ. 2003. Т. 135. С. 265; hep-th/0208006.
- [13] А. А. Славнов, К. В. Степаньянц. ТМФ. 2003. Т. 139. С. 179; hep-th/0305128.

Поступила в редакцию 18.IV.2005 г.,
после доработки 27.IX.2005 г.