Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Бордаг, Ю. О. Гребенюк, В. В. Скалозуб, Непоперечность поляризационного тензора глюона в хромомагнитном поле, *ТМФ*, 2006, том 148, номер 1, 42–56

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf2056>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.127.20

26 апреля 2023 г., 12:31:35

© 2006 г. М. Бордаг*, Ю. О. Гребенюк[†], В. В. Скалозуб[‡]

НЕПОПЕРЕЧНОСТЬ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТЕНЗОРА ГЛЮОНА В ХРОМОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследуется вопрос о поперечности поляризационного тензора глюона во внешнем абелевом однородном хромомagnetном поле. С использованием тождества Славнова–Тейлора еще раз выводится свойство непоперечности, обнаруженное ранее в однопетлевых вычислениях в фейнмановской калибровке. Кроме того, этот вывод обобщается на случай произвольного калибровочного параметра ξ и вычисляется часть поляризационного тензора, зависящая от ξ .

Ключевые слова: поляризационный тензор, хромомagnetное поле, глюон, тождество Славнова–Тейлора, калибровочный параметр.

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавно вновь возник интерес к вопросу о структуре кварк-глюонной плазмы при высокой температуре. Как было показано в пертурбативных вычислениях [1], [2] и в вычислениях на решетке [3], зависящее от температуры классическое хромомagnetное поле порядка $gB \sim g^4 T^2$, где g – константа связи, T – температура, B – напряженность поля, спонтанно генерируется в фазе деконфайнмента. Это особенно интересно в связи с существующим широко распространенным представлением о фазе деконфайнмента как о газе свободных глюонов (и кварков). Вообще говоря, в неабелевой калибровочной теории давно было замечено, что намагниченный вакуум имеет более низкую энергию, чем пертурбативный. Однако при нулевой температуре такое состояние нестабильно из-за присутствия в спектре глюона тахионной моды. Как отмечалось в работах [1], в случае высокой температуры и наличия магнитного поля при пересуммировании диаграмм типа маргаритки глюоны приобретают магнитную массу, благодаря которой исчезает тахион в спектре глюона (по крайней

*University of Leipzig, Institute for Theoretical Physics, Leipzig, Germany.
E-mail: Michael.Bordag@itp.uni-leipzig.de

[†]Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: iuli@mail.ru

[‡]Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск, Украина.
E-mail: Skalozub@ff.dsu.dp.ua

мере, в соответствующем приближении). Это обстоятельство мотивировало детальное исследование глюонного поляризаационного тензора в абелевом хромоманнитном поле.

Поляризаационный тензор является основным объектом, который необходим для разного вида пересуммирований рядов теории возмущений. Исследование поляризаационного тензора имеет давнюю историю, особенно в квантовой электродинамике. В данной работе мы исследуем вопрос о его поперечности, точнее, выясняем, выполняется ли соотношение $p_\mu \Pi_{\mu\nu}(p) = 0$. В абелевых теориях поперечность поляризаационного тензора в фоновом поле при температуре и без нее хорошо известна. В квантовой хромодинамике свойство поперечности выполняется при конечной температуре, но при отсутствии магнитного фона. Можно ожидать, что оно также выполняется и в присутствии фона. Однако это не так, что было показано в работе [4]. В действительности выполняется более слабое соотношение $p_\mu \Pi_{\mu\nu}(p)p_\nu = 0$. Непоперечность имеет очевидные последствия для вычисления поляризаационного тензора, для глюонного спектра в магнитном поле и для высокотемпературной глюонной плазмы. В работе [4] неперечность была обнаружена при расчете соответствующих графиков в однопетлевом приближении. Желательно, однако, более детальное изучение неперечной части. В настоящей работе мы выводим неперечность из тождеств Славнова–Тейлора. Кроме того, мы вычисляем зависимость поляризаационного тензора от параметра, фиксирующего калибровку.

Мы будем использовать те же обозначения, что и в работе [4]. Например, постоянные $\hbar$, c и g мы полагаем равными единице и используем евклидову метрику.

2. ТОЖДЕСТВА СЛАВНОВА–ТЕЙЛОРА

В этом разделе мы используем тождества Славнова–Тейлора для доказательства неперечности поляризаационного тензора глюона. Рассматривается $SU(2)$ -глюодинамика в абелевом однородном хромоманнитном поле. Потенциал A_μ^a , где $a = 1, 2, 3$ – цветовой индекс, разделен на фоновое поле B_μ^a и квантовые флуктуации Q_μ^a согласно соотношению $A_\mu^a = B_\mu^a + Q_\mu^a$. Фоновое хромоманнитное поле мы направим по третьей оси в цветовом и координатном пространствах. Его потенциал выберем в виде $B_\mu^a = \delta^{a3} \delta_{\mu 1} x^2$. Формула для плотности лагранжиана имеет стандартный вид:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \frac{1}{2\xi} (D_\mu Q_\mu)^2 - \bar{\eta}^a M^{ab} \eta^b, \quad (1)$$

где η^a – поле духов. Здесь введены ковариантные производные относительно фонового поля

$$D_\mu^{ab} = \delta^{ab} \frac{\partial}{\partial x^\mu} + g \epsilon^{asb} B_\mu^s, \quad (2)$$

которые связаны с напряженностью поля $B_{\mu\nu}^s$ стандартным образом, $[D_\mu, D_\nu]^{ab} = \epsilon^{asb} B_{\mu\nu}^s$. В формуле (1) ξ – фиксирующий калибровку параметр, а оператор поля

духов Фаддеева–Попова имеет вид

$$M^{ab} = D_\mu^{ac}(D_\mu^{cb} + \epsilon^{csb}Q_\mu^s). \quad (3)$$

Отметим, что в нашем случае магнитное фоновое поле описывается так же, как и в известном методе фонового поля [5], который введен в работе [6] (см. также работу [7]). Для всех последующих обозначений и соотношений мы отсылаем читателя к статье [4].

Мы намерены вывести непоперечность поляризационного тензора, исходя из тождеств Славнова–Тейлора. Они часто используются в рамках БРСТ-формализма, который является наиболее элегантным подходом при исследовании перенормируемости неабелевой калибровочной теории. В нашем случае, однако, достаточно ограничиться более простыми формулировками, как это сделано, например, в книге [8]. Мы воспользуемся готовой формулой (7.14) из главы 4 этой книги. После перехода в евклидово пространство эта формула в наших обозначениях имеет вид

$$\left\langle \frac{1}{\xi} D_\nu^{bb'}(y) Q_\nu^{b'}(y) + \int dx J_\mu^a(x) (D_\mu^{ac}(x) + \epsilon^{asc} Q_\mu^s(x)) (M^{-1})^{cb}(x, y) \right\rangle = 0; \quad (4)$$

здесь явно указана зависимость от координат x и y . Отметим, что выражение (4) в указанной книге было определено без фонового поля. Тем не менее, так же, как в БРСТ-формализме, фоновое поле входит ковариантным образом (см., например, работу [9]). Поэтому очевидно, что эта формула верна, если заменить обычные производные ковариантными (2).

В выражении (4) под усреднением подразумевается соответствующее функциональное интегрирование по Q_μ^a с весом, содержащим экспоненту действия (1). Интересующее нас тождество для поляризационного тензора можно получить, взяв функциональную производную от выражения (4) по источнику $J_\mu^a(x)$ и положив затем $J = 0$. В результате мы получим

$$\left\langle \frac{1}{\xi} Q_\mu^a(x) D_\nu^{bb'}(y) Q_\nu^{b'}(y) + (D_\mu^{ac}(x) + \epsilon^{asc} Q_\mu^s(x)) (M^{-1})^{cb}(x, y) \right\rangle = 0. \quad (5)$$

Далее необходимо выполнить функциональное усреднение. Для двухточечной функции это дает

$$\langle Q_\mu^a(x) Q_\nu^b(y) \rangle = G_{\mu\nu}^{ab}(x, y) - G_{\mu\lambda}^{as}(x, z) \Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') G_{\lambda'\nu}^{tb}(z', y) + \dots \quad (6)$$

Здесь и в дальнейшем предполагается интегрирование по переменным z и z' ; $G_{\mu\nu}^{ab}(x, y)$ есть функция Грина глюона, удовлетворяющая уравнению

$$\left(-\delta_{\mu\lambda} (D^2)^{ac}(x) + \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) D_\mu^{aa'}(x) D_\lambda^{a'c}(x) - 2\epsilon^{asc} B_{\mu\lambda}^s \right) G_{\lambda\nu}^{cb}(x, y) = \delta(x-y) \delta^{ab} \delta_{\mu\nu}, \quad (7)$$

а $\Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z')$ – поляризационный тензор, т.е. сумма всех одночастично-неприводимых диаграмм с двумя внешними линиями. Второй член в правой части формулы (6)

может быть разложен в ряд по Q_μ^a :

$$(M^{-1})^{cb}(x, y) = G^{cb}(x, y) + G^{cc''}(x, z)D_\lambda^{c''c'}(z)\epsilon^{c'sb'}Q_\lambda^s(z)G^{b'b}(z, y) + \\ + G^{cc''}(x, z)D_\lambda^{c''c'}(z)\epsilon^{c'sd}Q_\lambda^s(z)G^{dd''}(z, z')D_{\lambda'}^{d''d'}(z')\epsilon^{d'tb'}Q_{\lambda'}^t(z')G^{b'b}(z', y) + \dots, \quad (8)$$

где $G^{ab}(x, y)$ – функция Грина духов, удовлетворяющая уравнению

$$(D_x^2)^{ac}G^{cb}(x, y) = -\delta^{ab}\delta(x - y). \quad (9)$$

В ряд (8) входят произвольные степени Q . Нас интересует тождество для однопетлевого поляризаационного тензора, т.е. второй порядок по константе связи g в уравнении (5). Отметим, что при подсчете степеней g мы должны учитывать только те степени, которые стоят при Q , а не те, которые включены в фоновое поле B . По этой причине необходимо собрать члены второго порядка по Q из уравнения (5). Во втором члене (5) это приводит к выражению

$$(D_\mu^{ac}(x) + \epsilon^{asc}Q_\mu^s(x))(M^{-1})^{cb}(x, y) = \\ = \dots + D_\mu^{ac}(x)G^{cd}(x, z)D_\nu^{de}(z)\epsilon^{esf}Q_\nu^s(z)G^{fh}(z, z')D_\lambda^{hi}(z')\epsilon^{itj}Q_\lambda^t(z')G^{jb}(z', y) + \\ + \epsilon^{asc}Q_\mu^s(x)G^{cd}(x, z)D_\lambda^{de}(z)\epsilon^{etf}Q_\lambda^t(z)G^{fb}(z, y) + \dots = \\ = (\delta^{ae}\delta_{\mu\nu}\delta(x - z) + D_\mu^{ac}(x)G^{cd}(x, z)D_\nu^{de}(z))\Sigma_\nu^{ef}[Q](z, z')G^{fb}(z', y), \quad (10)$$

где

$$\Sigma_\nu^{ej}[Q](z, z') = \epsilon^{esf}Q_\nu^s(z)G^{fh}(z, z')D_\lambda^{hi}(z')\epsilon^{itj}Q_\lambda^t(z'). \quad (11)$$

Теперь мы выполняем функциональное усреднение. Рассмотрим первый член выражения (5); используя выражение (6), получим

$$\left\langle \frac{1}{\xi} Q_\mu^a(x) D_\nu^{bb'}(y) Q_\nu^{b'}(y) \right\rangle = D_\nu^{bb'}(y) (G_{\mu\nu}^{ab}(x, y) - G_{\mu\lambda}^{as}(x, z) \Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') G_{\lambda'\nu}^{tb}(z', y) + \dots).$$

В рассматриваемый второй порядок по g дает вклад второй член правой части, где $\Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z')$ должен быть взят в однопетлевом приближении. Производная $D_\nu^{bb'}(y)$ должна быть проинтегрирована по частям, так что она действует направо, где в принципе должна стоять пробная функция. Таким образом, первый член в выражении (5) приобретает вид

$$\left\langle \frac{1}{\xi} Q_\mu^a(x) D_\nu^{bb'}(y) Q_\nu^{b'}(y) \right\rangle = G_{\mu\lambda}^{as}(x, z) \Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') G_{\lambda'\nu}^{tb}(z', y) D_\nu^{bb'}(y) + \dots. \quad (12)$$

Во втором члене уравнения (5), который переписан в виде (10), должно быть произведено усреднение в $\Sigma_\nu^{ej}[Q](z, z')$; кроме того, для нужного порядка по g необходимо учесть только первый член в усреднении (6), так что мы получим

$$\langle \Sigma_\nu^{ej}[Q](z, z') \rangle \equiv \Sigma_\nu^{ej}(z, z') = \epsilon^{esf} G^{fh}(z, z') D_\lambda^{hi}(z') \epsilon^{itj} G_{\lambda\nu}^{ts}(z', z). \quad (13)$$

Собирая вместе (12) и (13), находим для уравнения (5)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} G_{\mu\lambda}^{as}(x, z) \Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') G_{\lambda'\nu}^{tc}(z', y) D_{\nu}^{cb}(y) = \\ = -(\delta^{ae} \delta_{\mu\nu} \delta(x - z) + D_{\mu}^{ac}(x) G^{cd}(x, z) D_{\nu}^{de}(z)) \Sigma_{\nu}^{ef}(z, z') G^{fb}(z', y). \end{aligned} \quad (14)$$

Далее мы используем очевидные свойства глюонной функции Грина

$$G_{\mu\lambda}^{ac}(x, y) D_{\lambda}^{cb}(y) = \xi D_{\mu}^{ac}(x) G^{cb}(x, y), \quad (15)$$

которые представляют собой ковариантное обобщение простого соотношения в импульсном пространстве

$$\left(\frac{\delta_{\mu\lambda}}{p^2} - (1 - \xi) \frac{p_{\mu} p_{\lambda}}{p^4} \right) p_{\lambda} = \xi \frac{p_{\mu}}{p^2},$$

где $G(x, y)$ является функцией Грина нейтрального скалярного поля, $\partial_x^2 G(x, y) = -\delta(x - y)$. Конечно, в выражении (15) порядок членов существен. При использовании этого выражения исчезает явная зависимость от калибровочного параметра ξ в левой части равенства (14). Далее мы учтем уравнение (7) и умножим выражение (14) слева на оператор из (7). Слева все факторы перед Π исчезают, а в правой части мы получаем

$$\begin{aligned} \left(-(D_x^2)^{sa} \delta_{\lambda\mu} - 2\epsilon^{sta} B_{\lambda\mu}^t(x) + \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) D_{\lambda}^{su}(x) D_{\mu}^{ua}(z) \right) \times \\ \times (\delta^{ae} \delta_{\mu\nu} \delta(x - z) + D_{\mu}^{ac}(x) G^{cd}(x, z) D_{\nu}^{de}(z)) = \\ = -(D_x^2)^{se} \delta_{\lambda\nu} - 2\epsilon^{ste} B_{\lambda\nu}^t(x) + D_{\lambda}^{sc}(x) D_{\nu}^{ce}(x) \equiv K_{\lambda\nu}^{se}(x); \end{aligned} \quad (16)$$

при этом было использовано коммутационное соотношение для ковариантной производной. И, наконец, мы сокращаем функции Грина $G(y, z)$ справа с обеих сторон, используя $G(y, z) \partial_z^2 = \delta(y - z)$. Получаем

$$\Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') D_{\lambda'}^{tu}(z') = -K_{\lambda\lambda'}^{st}(z) \Sigma_{\lambda'}^{tu}(z, z'), \quad (17)$$

где $\Sigma_{\lambda'}^{tu}(z, z')$ задано формулой (13). Правая часть этого равенства описывает непоперечную часть поляризационного тензора. Очевидно, что благодаря эрмитовости такие же соотношения выполняются и в случае действия ковариантной производной на поляризационный тензор слева. Далее отметим, что из $D_{\mu}^{ab}(x) K_{\nu\lambda}^{bc}(x) = 0$ следует свойство “слабой поперечности”:

$$D_{\lambda}^{as}(z) \Pi_{\lambda\lambda'}^{st}(z, z') D_{\lambda'}^{tb}(z') = 0. \quad (18)$$

Таким образом, вопрос о поперечности поляризационного тензора может быть решен путем исследования Σ . Для того чтобы выполнить эти вычисления в случае однородного хромагнитного фонового поля, необходимо перейти в так называемый “заряженный базис”, в котором все величины f^a , несущие цветовой индекс, преобразуются согласно определению:

$$f^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(f^1 \pm i f^2), \quad f = f^3. \quad (19)$$

Суммирование по повторяющимся цветовым индексам производится согласно правилу

$$f^a f^a = f^- f^+ + f^+ f^- + f f.$$

Это соотношение можно интерпретировать следующим образом: f цветонейтрален, а f^+ и f^- имеют положительный и отрицательный цветовой заряды, соответственно. Что касается алгебраической структуры, то имеет место полная аналогия с электрическим зарядом. В результате цветное нейтральное поле не взаимодействует с фоном, тогда как цветные заряженные поля взаимодействуют (они вращаются на определенных уровнях Ландау в противоположных направлениях). Эпсилон-тензор антисимметричен и нормирован условием $\epsilon^{3-+} = i$.

Применяя эти преобразования, мы получаем тождество для поляризационного тензора нейтральных глюонов:

$$\Pi_{\lambda\lambda'}(z, z') \frac{\partial}{\partial z'^{\lambda'}} = K_{\lambda\lambda'}^{33}(z, z') \Sigma_{\lambda'}^{33}(z, z'), \quad (20)$$

и тождество для поляризационного тензора заряженных глюонов:

$$\Pi_{\lambda\lambda'}^{-+}(z, z') D_{\lambda'}^{-+}(z') = K_{\lambda\lambda'}^{-+}(z, z') \Sigma_{\lambda'}^{-+}(z, z'). \quad (21)$$

Отметим, что “нейтральная” ковариантная производная есть обычная производная $D_\mu^{33}(x) = \partial/\partial x^\mu$, тогда как “заряженная” ковариантная производная имеет вид

$$D_\mu^{-+}(x) \equiv D_\mu(x) = \frac{\partial}{\partial x^\mu} + iB_\mu(x).$$

Для нейтральной компоненты Σ получаем

$$\Sigma_{\lambda'}^{33}(z, z') = -2 \operatorname{Re} G^{-+}(z, z') D_{\lambda'}(z') G_{\lambda'\lambda}^{-+}(z', z). \quad (22)$$

Изначально есть два вклада в Σ^{33} , комплексно-сопряженных друг с другом. Для заряженной компоненты

$$\Sigma_\lambda^{-+}(z, z') = -G^{-+}(z, z') D_{\lambda'}(z') G_{\lambda'\lambda}(z', z) - G(z, z') \frac{\partial}{\partial z'^{\lambda'}} G_{\lambda\lambda'}^{-+}(z, z'). \quad (23)$$

Заметим, что здесь выполняется свойство симметрии: $G_{\lambda\lambda'}^{-+}(z, z') = G_{\lambda'\lambda}^{+-}(z', z)$. В формулах (22), (23) G , G^{-+} и $G_{\lambda\lambda'}^{-+}$ – функции Грина нейтрального скаляра, заряженного скаляра (полей духов) и заряженного вектора, соответственно.

Наконец, перепишем эти соотношения в импульсном представлении. Мы используем выражения

$$\begin{aligned} \Pi_{\lambda\lambda'}(x, y) &= \int \frac{dp}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} \Pi_{\lambda\lambda'}(p), \\ \Sigma_\lambda(x, y) &= -i \int \frac{dp}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} \Sigma_\lambda(p) \end{aligned}$$

и сохраняем обозначения p для импульса “заряженной” функции и k – для “нейтральной”. Тогда получим

$$G^{-+}(x, y) = \int \frac{dp}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} G(p), \quad (24)$$

$$G(x, y) = \int \frac{dk}{(2\pi)^4} e^{-ik(x-y)} G(k) \quad (25)$$

и аналогично выражения для Π и Σ .

Естественно, импульсное представление для заряженной частицы в магнитном поле нуждается в пояснении. Отметим, что p_μ является фурье-образом ковариантной производной (2), который представляется оператором:

$$iD_\mu^{-+}(x) \rightarrow \hat{p}_\mu = p_\mu - B_\mu \left(i \frac{\partial}{\partial p} \right)$$

(в дальнейшем мы опускаем знак $\wedge$). Мы предполагаем применение формализма Швингера [10], где все соотношения преобразований в импульсное пространство остаются такими же, как и в случае отсутствия фонового поля. Операторы p_μ некоммутативны, $[p_\mu, p_\nu] = iB_{\mu\nu}$. Интегрирование по импульсу понимается в смысле усреднения в некоем вспомогательном пространстве.

Отметим, что в этих обозначениях импульсы k_μ коммутативны. Используя все эти правила, мы получаем для поляризаационного тензора нейтральных глюонов

$$\Pi_{\lambda\lambda'}(k)k_{\lambda'} = K_{\lambda\lambda'}(k)\Sigma_{\lambda'}(k), \quad (26)$$

где

$$K_{\lambda\lambda'}(k) = \delta_{\lambda\lambda'}k^2 - k_\lambda k_{\lambda'}, \quad (27)$$

$$\Sigma_\lambda(k) = \int \frac{dp}{(2\pi)^4} 2G(p)(p-k)_{\lambda'} G_{\lambda'\lambda}(p-k). \quad (28)$$

Для заряженной компоненты мы получим

$$\Pi_{\lambda\lambda'}(p)p_{\lambda'} = K_{\lambda\lambda'}(p)\Sigma_{\lambda'}(p), \quad (29)$$

где

$$K_{\lambda\lambda'}(p) = \delta_{\lambda\lambda'}p^2 + 2iB_{\lambda\lambda'} - p_\lambda p_{\lambda'}, \quad (30)$$

$$\Sigma_\lambda(p) = - \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (G(p-k)(p-k)_{\lambda'} G_{\lambda'\lambda}(k) + G(k)k_{\lambda'} G_{\lambda\lambda'}(p-k)). \quad (31)$$

Эти формулы решают поставленную задачу.

3. ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТЕНЗОРА ОТ КАЛИБРОВОЧНОГО ПАРАМЕТРА ξ

Общая структура правой части тождеств Славнова–Тейлора определена в формуле (17). Строго говоря, это просто утверждение о том, что выполняется свойство

слабой поперечности (18). Но, зная вид $\Sigma_\nu^{ef}(x, z)$ (13), можно рассчитать непоперечную часть в явном виде и проверить, равна ли она нулю, как, например, в случае отсутствия магнитного поля, или нет, как в нашем случае. Это послужило причиной дальнейших преобразований (17) в заряженный базис с последующим переходом в импульсное представление, результатом которых являются формулы (28) и (31). Это простые вычисления однопетлевых графиков, которые выполняются методом, предложенным в работе [4], и приведены в данном разделе.

Формулами (28) и (31) мы, таким образом, перепроверяем соответствующие выражения (118) и (170), полученные в работе [4]. Там величины $\Sigma_\lambda(k)$ и $\Sigma_\lambda(p)$ были рассчитаны для значения $\xi = 1$ из однопетлевых графиков. Используя очевидные свойства симметрии, легко видеть, что формула (28) совпадает с формулой (118) из работы [4], а (31) – с формулой (170) из той же работы.

3.1. Нейтральная часть поляризационного тензора. Нейтральный поляризационный тензор имеет следующее представление в импульсном пространстве (см. формулу (48) из работы [4]):

$$\begin{aligned} \Pi_{\lambda\lambda'}(k) = & \Gamma_{\mu\nu\lambda} G_{\mu\mu'}(p) \Gamma_{\mu'\nu'\lambda'} G_{\nu'\nu}(p-k) - \\ & - p_\lambda G(p)(p-k)_{\lambda'} G(p-k) - (p-k)_\lambda G(p) p_{\lambda'} G(p-k), \end{aligned} \quad (32)$$

где предполагается интегрирование по импульсу p . Вторая строка в этом соотношении является вкладом от петель духов, а вершинный фактор имеет вид

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda} = g_{\mu\nu}(k-2p)_\lambda + g_{\lambda\mu}(p+k)_\nu + g_{\lambda\nu}(p-2k)_\mu. \quad (33)$$

Калибровочный параметр ξ входит в глюонный пропагатор

$$G_{\mu\mu'}(p) = \left(\delta_{\mu\mu'} p^2 - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) p_\mu p_{\mu'} + 2iF_{\mu\mu'} \right)^{-1}, \quad (34)$$

который может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} G_{\mu\mu'}(p) &= \left(\frac{1}{p^2 + 2iF} \right)_{\mu\mu'} - p_\mu \frac{1-\xi}{p^4} p_{\mu'} = \\ &= \int_0^\infty ds e^{-s(p^2 + 2iF)} (E_{\mu\mu'}^{-s} - s(1-\xi)p_\mu p_{\mu'}). \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь мы использовали специальный вид матрицы напряженности однородного магнитного фонового поля $F_{\mu\mu'} = \epsilon_{\mu\mu'03}$ и ввели проекторы $\delta_{\mu\mu'}^\parallel$ и $\delta_{\mu\mu'}^\perp$ на соответствующие параллельное и перпендикулярное магнитному полю подпространства. Для экспоненты, входящей в s -представление, имеет место представление

$$E_{\mu\mu'}^s \equiv (e^{2isF})_{\mu\mu'} = \delta_{\mu\mu'}^\parallel - iF_{\mu\mu'} \operatorname{sh}(2s) + \delta_{\mu\mu'}^\perp \operatorname{ch}(2s). \quad (36)$$

Для случая $\xi = 1$ вычисления проведены в работе [4]. В данной работе мы вычисляем члены, зависящие от ξ . Они пропорциональны $(1-\xi)$ и $(1-\xi)^2$.

Мы используем простые коммутационные свойства

$$p_\mu \left(\frac{1}{p^2 + 2iF} \right)_{\mu\mu'} = \frac{1}{p^2} p_{\mu'}, \quad \left(\frac{1}{p^2 + 2iF} \right)_{\mu\mu'} p_{\mu'} = p_\mu \frac{1}{p^2} \quad (37)$$

и очевидные соотношения для вершинных факторов

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu\lambda} p_\mu &= K_{\nu\lambda}(p - k) - K_{\nu\lambda}(k), & p_\mu \Gamma_{\mu\nu\lambda} &= K_{\lambda\nu}(p - k) - K_{\lambda\nu}(k), \\ (p - k)_\nu \Gamma_{\mu\nu\lambda} &= K_{\lambda\mu}(p) - K_{\lambda\mu}(k), & \Gamma_{\mu\nu\lambda}(p - k)_\nu &= K_{\mu\lambda}(p) - K_{\mu\lambda}(k); \end{aligned} \quad (38)$$

при этом K даются выражениями (27) и (30).

Для упрощения дальнейших вычислений мы используем символические обозначения для пропагаторов как обратных степеней. Снова интегрирование по импульсу не показано явно. Подставляя пропагатор (34) в выражение (32), получаем

$$\begin{aligned} \Pi_{\lambda\lambda'}(k) &= \Pi_{\lambda\lambda'}(k)|_{\xi=1} - (1 - \xi) \Gamma_{\mu\nu\lambda} p_\mu \frac{1}{p^4} p_{\mu'} \Gamma_{\mu'\nu'\lambda'} \left(\frac{1}{(p - k)^2 + 2iF} \right)_{\lambda\lambda'} - \\ &- (1 - \xi) \Gamma_{\mu\nu\lambda} \left(\frac{1}{p^2 + 2iF} \right)_{\lambda\lambda'} \Gamma_{\mu'\nu'\lambda'}(p - k)_{\nu'} \frac{1}{(p - k)^4} (p - k)_\nu + \\ &+ (1 - \xi)^2 \Gamma_{\mu\nu\lambda} p_\mu \frac{1}{p^4} p_{\mu'} \Gamma_{\mu'\nu'\lambda'}(p - k)_{\nu'} \frac{1}{(p - k)^4} (p - k)_\nu. \end{aligned} \quad (39)$$

Далее, мы учитываем, что все выражение находится под знаком следа по p_μ и возможны циклические перестановки. Используя вышеуказанные свойства, можно упростить выражение для поляризационного тензора, которое приобретает вид

$$\begin{aligned} \Pi_{\lambda\lambda'} &= \Pi_{\lambda\lambda'}(\xi = 1) - (1 - \xi) (K_{\lambda\nu}(k) \Sigma_{\nu\lambda'}^1 + \Sigma_{\lambda\nu'}^1 K_{\nu'\lambda'}(k) + \\ &+ K_{\lambda\nu}(k) \Sigma_{\nu\nu'}^2 K_{\nu'\lambda'}) + (1 - \xi)^2 K_{\lambda\nu}(k) \Sigma_{\nu\nu'}^3 K_{\lambda'\nu'}(k), \end{aligned} \quad (40)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \Sigma_{\nu\lambda}^1 &= (p - k)_\nu \frac{1}{p^4} (p - k)_\lambda \frac{1}{(p - k)^2} + p_\nu \frac{1}{p^2} p_\lambda \frac{1}{(p - k)^4}, \\ \Sigma_{\nu\nu'}^2 &= \frac{1}{p^4} \left(\frac{1}{(p - k)^2 + 2iF} \right)_{\nu\nu'} + \left(\frac{1}{p^2 + 2iF} \right)_{\nu\nu'} \frac{1}{(p - k)^4}, \\ \Sigma_{\nu\nu'}^3 &= p_\nu \frac{1}{p^4} p_{\nu'} \frac{1}{(p - k)^4}. \end{aligned} \quad (41)$$

Отметим, что интегрирование по p производится только в этих величинах. Как было отмечено выше, мы использовали операторный метод Швингера, где интегрирование по петле записывается как специфическое усреднение и результат представляется в виде двойного параметрического интеграла (см. формулу (60) в работе [4]). Выполняя эту операцию для Σ , мы получим

$$\Sigma_{\lambda\lambda'}^i = \int_0^\infty \int_0^\infty ds dt \langle M_{\lambda\lambda'}^{\Sigma^i}(p, k) \Theta \rangle. \quad (42)$$

Соответствующие функции M имеют вид

$$\begin{aligned} M_{\nu\lambda}^{\Sigma_1}(p, k) &= s(p-k)_\nu(p(s)-k)_\lambda + tp_\nu p(s)_\lambda, \\ M_{\nu\nu'}^{\Sigma_2}(p, k) &= sE_{\nu\nu'}^{-t} + tE_{\nu\nu'}^{-s}, \\ M_{\nu\nu'}^{\Sigma_3}(p, k) &= stp_\nu p(s)_{\nu'} \end{aligned} \quad (43)$$

с $p(s)_\mu \equiv e^{-sp^2} p_\mu e^{sp^2} = E_{\mu\nu}^s p_\nu$. Усреднение дается в работе [4] формулами (55), (56) и (57), и в смысле $\langle M_{\lambda\lambda'}(p, k)\Theta \rangle = M_{\lambda\lambda'}(s, t)\langle\Theta\rangle$ мы приходим к выражениям

$$\begin{aligned} M_{\nu\lambda}^{\Sigma_1}(s, t) &= sP_\nu P_\lambda^T + tQ_\nu Q_\lambda^T + (s+t)(a\delta_{\nu\lambda}^\parallel + biF_{\nu\lambda} + c\delta_{\nu\lambda}^\perp), \\ M_{\nu\nu'}^{\Sigma_2}(s, t) &= (s+t)\delta_{\nu\lambda}^\parallel - (s\operatorname{sh}(t) + t\operatorname{sh}(t))iF_{\nu\lambda} + (s\operatorname{ch}(t) + t\operatorname{ch}(s))\delta_{\nu\lambda}^\perp \equiv \\ &\equiv \tilde{a}\delta_{\nu\nu'}^\parallel + \tilde{b}iF_{\nu\nu'} + \tilde{c}\delta_{\nu\nu'}^\perp, \\ M_{\nu\nu'}^{\Sigma_3}(s, t) &= stQ_\nu Q_{\nu'}^T + a\delta_{\lambda\lambda'}^\parallel + biF_{\lambda\lambda'} + c\delta_{\lambda\lambda'}^\perp, \end{aligned} \quad (44)$$

где введены обозначения

$$P_\lambda = rl_\lambda + \alpha id_\lambda + \beta h_\lambda, \quad (45)$$

$$Q_\lambda = P_\lambda(s \leftrightarrow t) \equiv s'l_\lambda + \gamma id_\lambda + \delta h_\lambda;$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{s}{s+t}, & \alpha &= -\frac{\operatorname{sh}(s)\operatorname{sh}(t)}{\operatorname{sh}(s+t)}, & \beta &= \frac{\operatorname{ch}(s)\operatorname{sh}(t)}{\operatorname{sh}(s+t)}, \\ a &= \frac{1}{s+t}, & b &= -\frac{\operatorname{sh}(s-t)}{\operatorname{sh}(s+t)}, & c &= \frac{\operatorname{ch}(s-t)}{\operatorname{sh}(s+t)}. \end{aligned} \quad (46)$$

Векторы l_λ , h_λ и d_λ даются в работе [4] (формулы (38)). Отметим также, что здесь Q_λ – функции, введенные в этой главе, а не квантовые поля, входящие в формулу (1).

Эти выражения могут быть переписаны как вклады в коэффициенты перед формфакторами. Поляризационный тензор можно представить в виде суммы формфакторов с соответствующими коэффициентами:

$$\Pi_{\lambda\lambda'}(p) = \sum_{i=1}^6 \Pi^{(i)}(l^2, h^2 + 2iF)_{\lambda\lambda''} T_{\lambda''\lambda'}^{(i)}, \quad (47)$$

с операторами $T_{\lambda\lambda''}^{(i)}$, представленными в работе [4] (формулы (39)). Здесь соответствующие выражения для формфакторов задаются в виде двойных интегралов по параметрам

$$\Pi^{(i)}(k) = \int_0^\infty \int_0^\infty ds dt M^{(i)}(s, t)\langle\Theta\rangle. \quad (48)$$

В результате для зависящей от ξ части функций $M^{(i)}(s, t)$ мы приходим к выражениям

$$\begin{aligned}
M^{(1)}(s, t) &= -(1 - \xi) [t(-2rh^2x) + 4(s + t) + s(-2s'h^2x') + \tilde{a}(s + t) + \tilde{c}(-h^2)] + \\
&\quad + (1 - \xi)^2 st [a(l^2 + 2h^2) + c(-h^2)], \\
M^{(2)}(s, t) &= -(1 - \xi) [t(2l^2\beta x + 2\alpha^2(l^2 + h^2)) + s(2l^2\delta x' + 2\gamma^2(l^2 + h^2)) + \tilde{a}(-l^2) + \\
&\quad + \tilde{c}(2l + h^2)] + (1 - \xi)^2 [al^2 + c(2l^2 + h^2)], \\
M^{(3)}(s, t) &= -(1 - \xi) [t(-\beta h^2 + rl^2)x + 2(s + t) + s(s'l^2 - \delta h^2)x' + \tilde{a}h^2 + \tilde{c}l^2] - \\
&\quad - (1 - \xi)^2 [ah^2 + cl^2], \\
M^{(4)}(s, t) &= -(1 - \xi) [t(-\alpha)(h^2x + r(l^2 + h^2)) + s(-\alpha)(h^2x' + s'(l^2 + h^2)) + \\
&\quad + \tilde{b}(l^2 + h^2)] + (1 - \xi)^2 [b(l^2 + h^2)], \\
M^{(5)}(s, t) &= -(1 - \xi) [tx(rl^2 + \beta h^2) + sx'(s'l^2 + \delta h^2)], \\
M^{(6)}(s, t) &= -(1 - \xi) [t\alpha(l^2 + h^2)(rl^2 + \beta h^2) + s\gamma(l^2 + h^2)(s'l^2 + \delta h^2)],
\end{aligned} \tag{49}$$

где $x = r - \beta$ и $x' = s' - \delta$. Эти функции должны быть добавлены к соответствующим выражениям (103) из работы [4], чтобы получить окончательный ответ для части нейтрального поляризационного тензора, зависящей от ξ .

3.2. Заряженная часть поляризационного тензора. Аналогичным образом могут быть проведены вычисления для части заряженного поляризационного тензора, зависящей от ξ . Будем исходить из формулы для заряженного поляризационного тензора в импульсном пространстве (см. (139) в работе [4])

$$\begin{aligned}
\Pi_{\lambda\lambda'}(p) &= \Gamma_{\lambda\nu\rho} G_{\nu\nu'}(p - k) \Gamma_{\lambda'\nu'\rho'} G_{\rho\rho'}(k) + \\
&\quad + (p - k)_\lambda G(p - k) k'_\lambda G(k) + k_\lambda G(p - k) (p - k)_{\lambda'} G(k),
\end{aligned} \tag{50}$$

где предполагается интегрирование по импульсу k . Вторая строка – вклад от петель духов. Вершинные факторы такие же, как и в формуле (33), но с переименованными индексами:

$$\Gamma_{\lambda\nu\rho} = g_{\lambda\nu}(k - 2p)_\rho + g_{\rho\nu}(p - 2k)_\lambda + g_{\rho\lambda}(p + k)_\nu. \tag{51}$$

Вновь используя пропагатор (34), коммутационные свойства (37) и соотношения (38), запишем поляризационный тензор в виде

$$\begin{aligned}
\Pi_{\lambda\lambda'}(p) &= \Pi_{\lambda\lambda'}(p)|_{\xi=1} - (1 - \xi) [K_{\lambda\rho}(p) \Sigma_{\rho\rho'}^1 K_{\rho'\lambda'} + \\
&\quad + K_{\lambda\rho}(p) \Sigma_{\rho\lambda'}^2 + \Sigma_{\lambda\rho}^3 K_{\rho\lambda'}(p)] + (1 - \xi)^2 [K_{\lambda\rho}(p) \Sigma_{\rho\rho'}^4 K_{\rho'\lambda'}(p)],
\end{aligned} \tag{52}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{\rho\rho'}^1 &= \frac{1}{(p-k)^4} \frac{\delta_{\rho\rho'}}{k^2} + \frac{1}{k^4} \frac{\delta_{\rho\rho'}}{(p-k)^2}, \\
 \Sigma_{\rho\lambda'}^2 &= \frac{1}{(p-k)^4} \frac{1}{k^2} k_\rho k_{\lambda'} - \frac{1}{k^4} \frac{1}{(p-k)^2} k_\rho (p-k)_{\lambda'}, \\
 \Sigma_{\lambda\rho}^3 &= \frac{1}{(p-k)^4} \frac{1}{k^2} k_\lambda k_\rho - k_\rho (p-k)_\lambda \frac{1}{k^4} \frac{1}{(p-k)^2}, \\
 \Sigma_{\rho\rho'}^4 &= \frac{1}{(p-k)^4} \frac{1}{k^4} k_\rho k_{\rho'}.
 \end{aligned} \tag{53}$$

Здесь предполагается интегрирование по импульсу k . Соответствующие функции M определены по аналогии с (43) и имеют вид

$$\begin{aligned}
 M_{\rho\rho'}^{\Sigma_1}(p, k) &= (s+t)\delta_{\rho\rho'}, \\
 M_{\lambda'\rho}^{\Sigma_2}(p, k) &= sk_\rho k_{\lambda'} - tk_\rho (p-k)_{\lambda'}, \\
 M_{\lambda\rho}^{\Sigma_3}(p, k) &= sk_\lambda k_\rho - tk_\rho (p-k)_\lambda, \\
 M_{\rho\rho'}^{\Sigma_4}(p, k) &= st k_\rho k_{\rho'}.
 \end{aligned} \tag{54}$$

После усреднения в смысле $\langle M_{\lambda\lambda'}(p, k)\Theta \rangle = M_{\lambda\lambda'}(s, t)\langle \Theta \rangle$ получим для функций $M(s, t)$ выражения

$$\begin{aligned}
 M_{\rho\rho'}^{\Sigma_1}(s, t) &= (s+t)(\delta_{\rho\rho'}^{\parallel} + \delta_{\rho\rho'}^{\perp}), \\
 M_{\rho\lambda'}^{\Sigma_2}(s, t) &= sP_\rho P_{\lambda'}^T - tP_\rho Q_{\lambda'} + (a\delta_{\rho\lambda'}^{\parallel} + biF_{\rho\lambda'} + c\delta_{\rho\lambda'}^{\perp})(s+t), \\
 M_{\lambda\rho}^{\Sigma_3}(s, t) &= sP_\lambda P_\rho^T + tQ_\lambda^T P_\rho^T + (a\delta_{\lambda\rho}^{\parallel} + biF_{\lambda\rho} + c\delta_{\lambda\rho}^{\perp})(s+t), \\
 M_{\nu\nu'}^{\Sigma_4}(s, t) &= st[P_\nu P_{\nu'}^T + a\delta_{\nu\nu'}^{\parallel} + biF_{\nu\nu'} + c\delta_{\nu\nu'}^{\perp}],
 \end{aligned} \tag{55}$$

где

$$\begin{aligned}
 P_\lambda &= rl_\lambda + \alpha id_\lambda + \beta h_\lambda, \\
 Q_\lambda &= s'l_\lambda + \gamma id_\lambda + \delta h_\lambda,
 \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2} \frac{1}{s+t}, \\
 b &= \frac{1}{2} \left(\frac{\text{ch}(2s)(\text{ch}(2s)-1)}{2N} + \frac{\text{sh}(2s)(\text{sh}(2s)+2t)}{2N} \right), \\
 c &= \frac{1}{2} \left(\frac{2t \text{ch}(2s) + \text{sh}(2s)}{2N} \right), \\
 r &= \frac{s}{s+t}, \quad \alpha = \frac{t(\text{ch}(2s)-1)}{2N}, \quad \beta = \frac{\text{ch}(2s)-1+t \text{sh}(2s)}{2N}, \\
 s' &= \frac{t}{s+t}, \quad \gamma = \frac{t(\text{ch}(2s)-1)}{2N}, \quad \delta = 1 - \frac{\text{ch}(2s)-1+t \text{sh}(2s)}{2N},
 \end{aligned} \tag{57}$$

причем $N = [(\text{sh}(2s)+2t)^2 - (\text{ch}(2s)-1)^2]/4$.

Окончательно мы переписываем выражения в виде вкладов в соответствующие коэффициенты перед формфакторами. Для функций $M^{(i)}(s, t)$ в части, зависящей от ξ , имеем

$$\begin{aligned}
M^{(1)} &= -(1 - \xi) [t(2s'(xH^2 + \alpha)) + 2rs(xH^2 + \alpha) + \\
&\quad + 2a(s + t) + (s + t)(l^2 + H^2)] + \\
&\quad + (1 - \xi)^2 [-st(xH^2 + \alpha)^2 + a(l^2 + 2H^2) + b - cH^2], \\
M^{(2)} &= -(1 - \xi) [-2t(\delta(xl^2 - \alpha) - \alpha\gamma(l^2 + H^2)) + \\
&\quad + 2s(\beta(xl^2 - \alpha) - \alpha^2(l^2 + H^2)) + (s + t)(l^2 + H^2) + 2c(s + t)] + \\
&\quad + (1 - \xi)^2 [st(-(xl^2 - \alpha)^2 + \alpha^2(l^2 + H^2)^2) + \\
&\quad + st(-al^2 + b + c(2l^2 + H^2))], \\
M^{(3)} &= -(1 - \xi) [-t(s'(xl^2 - \alpha - \delta(xH^2 + \alpha)) + s(r(xl^2 - \alpha) - \alpha(xH^2 + \alpha)) + \\
&\quad + (s + t)(a + c) + (s + t)(l^2 + H^2)] + \\
&\quad + (1 - \xi)^2 [st(xl^2 - \alpha)(xH^2 + \alpha) + st(aH^2 + b + cl^2)], \\
M^{(4)} &= -(1 - \xi) [-t(\gamma(xH^2 + \alpha) - \alpha s'(l^2 + H^2)) + s(\alpha(xH^2 + \alpha) - \\
&\quad - \alpha r(l^2 + H^2) + (s + t)b] + (s + t)(l^2 + H^2) + \\
&\quad + (1 - \xi)^2 [st(-\alpha)(l^2 + H^2)(xH^2 + \alpha) + stb(l^2 + H^2)], \\
M^{(5)} &= -(1 - \xi) [-tx(sl^2 + \delta H^2 + \gamma) + sx(rl^2 + \beta H^2 + \alpha) + (s + t)(a - c)], \\
M^{(6)} &= -(1 - \xi) [-t\alpha(sl^2 + \delta H^2 + \gamma) + s\alpha(rl^2 + \beta H^2 + \alpha) + (s + t)b],
\end{aligned} \tag{58}$$

где $x = r - \beta$, $H^2 = h^2 + 2iF$.

4. ВЫВОДЫ

В предшествующих главах мы показали, что поляризационный тензор глюона в хромагнитном поле непоперечен и, кроме того, рассчитали его зависимость от калибровочного параметра ξ . Необходимо отметить, что непоперечность не нарушает калибровочную инвариантность модели. Она просто указывает на более сложную структуру функций Грина. В дополнение к выводу непоперечности из тождеств Славнова–Тейлора в разделе 2 мы получили подтверждение правильности вычислений из однопетлевых графиков, проведенных в работе [4], где графики типа “головастики” были отброшены. Вычислениями, проведенными в разделе 2, мы подтвердили, что в предыдущих вычислениях ничего не было пропущено, и что графики “головастики” компенсируют друг друга в окончательном выражении.

Техника вычислений однопетлевых графиков (используемая также и в работе [4]), основанная на операторном методе Швингера, была применена для расчета части поляризационного тензора, зависящей от ξ . Зависимость от параметра ξ нетривиальна, и окончательная формула выглядит даже более сложно, чем для $\xi = 1$ (см. (49) и (58)) по сравнению с формулами (103), (164) и (177) из работы [4].

Ввиду того, что окончательный физический результат не должен зависеть от калибровочного параметра ξ , было бы достаточно сделать вычисления только для случая $\xi = 1$. Вопрос о части, зависящей от ξ , становится не таким простым, если вспомнить проведение частичного пересуммирования для устранения инфракрасных расходимостей или об учете таких эффектов, как спонтанная генерация конденсатов. Проблема может заключаться в том, что калибровочная инвариантность при таких процедурах может нарушаться в целом, оставаясь ненарушенной в данном приближении. В таких случаях знание зависимости от ξ может быть полезным.

В заключение мы продемонстрируем с помощью вычислений на уровне однопетлевых графиков, что физический результат, а именно вакуумное ожидание поляризационного тензора на физических состояниях, не зависит от ξ . Состояния в явном виде выписаны в работе [4]. Нейтральные состояния обозначены как $|k_{\parallel}, k_{\perp}, s\rangle_{\mu}$, а заряженные – $|p_{\parallel}, n, s\rangle_{\mu}$, где импульс разложен на перпендикулярную и параллельную магнитному полю компоненты, $p_{\perp}$ появляется в виде n -го уровня Ландау и s ($s = 1, \dots, 4$) определяет поляризацию, которая для исчезающего магнитного поля совпадает с обычной поляризацией фотона: $s = 1, 2$ для поперечной поляризации, $s = 3$ для продольной и $s = 4$ для времениподобной (после обратного перехода в пространство Минковского). Эти состояния имеют свойства

$$\begin{aligned} K_{\mu\nu}(k)|k_{\parallel}, k_{\perp}, s\rangle_{\nu} &= (k_4^2 + k^2)|k_{\parallel}, k_{\perp}, s\rangle_{\mu}, \\ K_{\mu\nu}(p)|p_{\parallel}, n, s\rangle_{\nu} &= (p_{\parallel}^2 + B(2n + 1))|p_{\parallel}, n, s\rangle_{\mu} \end{aligned} \quad (59)$$

для $s = 1, 2$, где $K_{\mu\nu}$ – операторы (27) и (30). Теперь примем в расчет структуру зависящей от ξ части, определенной формулой (40) для нейтрального случая и формулой (52) для заряженного.

Если вычислить ожидание

$${}_{\mu}\langle k_{\parallel}, k_{\perp}, s | \Pi_{\mu\nu}(k) | k_{\parallel}, k_{\perp}, t \rangle_{\nu} \quad (60)$$

или соответствующие величины для заряженной компоненты, то для $s, t = 1, 2$ (выражение (60) не обязано быть диагональным по s и t) часть, зависящая от ξ , будет пропорциональна $(k_4^2 + k^2)$ или $p_{\parallel}^2 + B(2n + 1)$. Теперь остается отметить, что после перехода в пространство Минковского эти факторы исчезают на массовой поверхности. Таким образом, мы показали, что на массовой поверхности физические матричные элементы поляризационного тензора не зависят от калибровочного параметра ξ .

Заметим, что матричные элементы в однопетлевом приближении на массовой поверхности содержат инфракрасную расходимость, и в квантовой хромодинамике они не имеют прямого физического смысла, так что полученный результат интересен скорее с методологической точки зрения. С другой стороны, структура части, зависящей от ξ , представленная в (40) и (52), нетривиальна. Это видно из сравнения с выражением для поляризационного тензора при $\xi = 1$, которое также слабопоперечно, однако дает неисчезающий вклад в соответствующие матричные элементы.

Благодарности. Ю. О. Гребенюк и В. В. Скалозуб благодарны Институту теоретической физики Университета Лейпцига за гостеприимство; Ю. О. Гребенюк благодарен DAAD за поддержку по программе Эйлера, В. В. Скалозуб благодарен за поддержку NTZ.

Список литературы

- [1] V. V. Skalozub, A. V. Strelchenko, *Eur. Phys. J. C*, **33** (2004), 105; **40** (2005), 121.
- [2] A. O. Starinets, A. S. Vshivtsev, V. C. Zhukovsky, *Phys. Lett. B*, **322** (1994), 403; V. Skalozub, M. Bordag, *Nucl. Phys. B*, **576** (2000), 430; V. I. Demchik, V. V. Skalozub, *Eur. Phys. J. C*, **27** (2003), 601.
- [3] N. O. Agasian, *Phys. Lett. B*, **562** (2003), 257.
- [4] M. Bordag, V. Skalozub, *Eur. Phys. J. C*, **45** (2006), 159; [hep-th/0507141](#).
- [5] L. F. Abbott, *Acta Phys. Polon. B*, **13** (1982), 33.
- [6] B. S. DeWitt, *Phys. Rev.*, **162** (1967), 1195.
- [7] И. Я. Арефьева, А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *ТМФ*, **21**:3 (1975), 311.
- [8] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей*, Наука, М., 1988.
- [9] H. Kluberg-Stern, J.-B. Zuber, *Phys. Rev. D*, **12** (1975), 482.
- [10] J. S. Schwinger, *Phys. Rev. D*, **7** (1973), 1696.

Поступила в редакцию 26.10.2005,
после доработки 14.11.2005