Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Браун, Начальное условие для эволюции пертурбативного КХД-померона в ядре, *ТМФ*, 2006, том 148, номер 1, 57–63

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf2057>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.147.182.235

26 апреля 2023 г., 16:11:53

© 2006 г.

М. А. Браун*

НАЧАЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ ЭВОЛЮЦИИ ПЕРТУРБАТИВНОГО КХД-ПОМЕРОНА В ЯДРЕ

Показано, что субдоминантные члены, полученные с помощью реджезованной глюонной диаграммной техники, которые следует добавить к померонным веерным диаграммам с трехпомеронным взаимодействием, можно точно учесть, если выбрать начальное условие эволюции в глауберовом виде. Это демонстрирует полную эквивалентность дипольной картины и реджезованной глюонной техники в высокоэнергетическом пределе не только в ведущем порядке, но также и в следующем порядке.

Ключевые слова: реджезованные глюоны, КХД-померон, дипольная картина, высокие энергии, взаимодействие с ядром.

1. ВВЕДЕНИЕ

Как показано в работах [1], уравнение распространения пертурбативного КХД-померона в ядре (уравнение Балицкого–Ковчегова (БК) [2], [3]) соответствует суммированию веерных диаграмм, построенных из функций Грина померона, связанных расщепляющейся трехпомеронной вершиной V , впервые введенной в дипольной картине в работе [4], а затем полученной для произвольного числа цветов из реджезованных глюонных диаграмм в работе [5] и упрощенной в случае большого числа цветов в работе [6]. В последнем подходе, однако, вклад трехпомеронного взаимодействия не исчерпывает полную амплитуду. Кроме того, появляется вклад от так называемого “редуцированного” или “реджезованного” члена, который дается однопомеронным обменом, взаимодействующим со всеми цветными диполями в многонуклонной мишени. Этот вклад был явно введен для четырех глюонов в работе [5] и для шести глюонов в работе [7]. Реджезованный вклад, очевидно, является субдоминантным при высоких энергиях, поэтому его учет в уравнении БК на самом деле не оправдан. Однако уже на ранней стадии обсуждения уравнения БК мы предположили, что можно воспроизвести реджезованный вклад с помощью подходящего обобщения начального условия для эволюции. На эту идею нас натолкнуло обсуждение с Ю. Ковчеговым и Е. Левиным начального условия типа условия

---

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: braun1@pbox.spbu.ru

Глаубера, предложенного в работе [3]. В частности, Е. Левин верно заметил, что множественные двухглюонные обмены не содержатся в диаграммах трехпомеронного взаимодействия и должны быть добавлены путем глауберизации однонуклонного начального условия [8]. Строго говоря, этот факт не является важным ни для формулировки уравнения БК, ни для его решения, поскольку относится к субдоминантным вкладам и, как показывают вычисления, практически перестает влиять на решение уже после эволюции на несколько единиц быстроты. Однако интересно выяснить, можно ли распространить соответствие между дипольной картиной и реджезованной глюонной техникой также и на субдоминантный уровень. Некоторое практическое значение может также иметь исследование эволюции до не столь высоких быстрот, когда результат сохраняет некоторый след выбранного начального условия.

В настоящей работе мы показываем, что реджезованные члены, найденные с помощью реджезованной глюонной техники, при добавлении к членам трехпомеронного взаимодействия действительно точно воспроизводятся за счет выбора начального условия типа условия Глаубера в уравнении БК.

2. НАЧАЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ЭВОЛЮЦИИ

Амплитуду рассеяния на ядре для некоторой налетающей частицы с быстротой y и фиксированным прицельным параметром b можно представить в виде

$$A(y, b) = 2is \int d^2r \rho(r) \Phi(r, y, b), \quad (1)$$

где $\rho(r)$ – цветовая дипольная плотность в налетающей частице, а $\Phi(r, y, b)$ – амплитуда рассеяния диполя на ядре. В реджезованной глюонной диаграммной технике она имеет вид суммы всех веерных диаграмм, построенных из БФКЛ-функций Грина¹⁾ G и трехпомеронной вершины V для расщепления померона на два. Для наших целей их явный вид нам не нужен, его можно найти в цитированной литературе. Нам потребуется член низшего порядка, соответствующий однопомеронному обмену:

$$\Phi_1(r, y, b) = \int d^2r' G(y, r, r') AT(b) \rho_N(r'), \quad (2)$$

где $G(y, r, r')$ – БФКЛ-функция Грина (для рассеяния вперед), $AT(b)$ – поперечная ядерная плотность для прицельного параметра b , а $\rho_N(r)$ – цветовая дипольная плотность нуклона.

Для сравнения с результатами, полученными с помощью реджезованной глюонной диаграммной техники, введем померон, взаимодействующий с налетающей частицей:

$$P(y, r) = \int d^2r' \rho(r') G(y, r', r) \quad (3)$$

---

¹⁾Мы имеем в виду функции Грина, рассмотренные в работах Балицкого, Фадына, Кураева, Липатова.

и представим редуцированную амплитуду $\mathcal{A}/(2is)$ в виде

$$\tilde{\mathcal{A}}(y, b) \equiv \int d^2r \rho(r) \Phi(r, y, b) = \int d^2r P(y, r) AT(b) \rho_N(r). \quad (4)$$

Затем ампутуруем померон $P(r)$ со стороны мишени, т.е. выделим глюонные пропагаторы $1/k^4$ из его фурье-преобразования, включив их в прицельный множитель мишени, и запишем выражение (4) в виде

$$\tilde{\mathcal{A}}(y, b) = \int d^2r D(y, r) \tau(r, b). \quad (5)$$

Здесь $D(y, r)$ – ампутированный померон, взаимодействующий с налетающей частицей, а $\tau(r, b)$ определяется как преобразование Фурье:

$$\tau(r, b) = AT(b) \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 k^4} e^{ikr} \rho_N(k). \quad (6)$$

На первый взгляд выражение (6) инфракрасно сингулярно, поскольку интеграл в нем расходится при $k \rightarrow 0$. Однако эта расходимость является нефизической. В действительности в выражении (6) можно вычесть единицу из экспоненты, представив $\tau(r)$ в виде

$$\tau(r, b) = \tau(0, b) + \tilde{\tau}(r, b), \quad (7)$$

где функция

$$\tilde{\tau}(r) = \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 k^4} (e^{ikr} - 1) \rho_N(k) \quad (8)$$

является инфракрасно конечной, а $\tau(0)$ – инфракрасно расходящейся, но не зависящей от r . Поскольку в выражении (5)

$$\int d^2r D(y, r) = 0, \quad (9)$$

можно опустить первое слагаемое в выражении (7) и записать

$$\tilde{\mathcal{A}}(y, b) = g^2 \int d^2r \tilde{D}(r, y) \tilde{\tau}(r, b), \quad (10)$$

где мы также выделили g^2 из D , положив

$$D(r, y) = g^2 \tilde{D}(r, y). \quad (11)$$

Выражение (10) является, очевидно, инфракрасно конечным.

Наша следующая цель состоит в том, чтобы посмотреть, можно ли, изменив подходящим образом в (10) начальное условие, задаваемое прицельным множителем $g^2 \tilde{\tau}(r)$, воспроизвести реджезованные члены, найденные при анализе реджезованных глюонных диаграмм. Аргументы y и b далее всегда остаются фиксированными, и мы их вообще не указываем.

3. ДВА ЦЕНТРА РАССЕЯНИЯ

Начнем со вклада от обмена четырех реджезованных глюонов D_4 , который был подробно исследован в работах [5], [6], [9]. Было получено, что полный вклад можно разделить на два слагаемых: слагаемое, соответствующее трехпомеронному взаимодействию, и реджезованное слагаемое $D_4^{(R)}$, соответствующее однопомеронному обмену при взаимодействии с обоими центрами мишени. Естественно, при асимптотических энергиях реджезованный член является субдоминантным, поскольку если Δ является БФКЛ-интерсептом (в действительности – померонным интерсептом минус единица), то $D_4^{(R)}$ ведет себя как $\exp(\Delta y)$, в то время как трехпомеронный член ведет себя как $\exp(2\Delta y)$.

Вклад реджезованного члена в амплитуду имеет вид

$$\tilde{\mathcal{A}}_4^{(R)} = \frac{1}{2} \int d^2 r_1 d^2 r_2 D_4^{(R)}(r_1, r_2) \tau(r_1) \tau(r_2), \quad (12)$$

где $D^{(R)}(r_1, r_2)$ – фурье-преобразование реджезованной части для двух рассеянных вперед померонов:

$$D_4^{(R)}(r_1, r_2) = \int \frac{d^2 k_1}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_2}{(2\pi)^2} e^{-ik_1 r_1 - ik_2 r_2} D_4^{(R)}(k_1, -k_1, k_2, -k_2). \quad (13)$$

Здесь $D_4^{(R)}(k_1, k_2, k_3, k_4)$ – реджезованный член как функция глюонных импульсов в пределе большого количества цветов (см. [5], [6]):

$$D_4^{(R)}(1, 2, 3, 4) = \frac{1}{2} g^2 \left(\sum_{i=1}^4 D(i) - \sum_{i=2}^4 D(1i) \right) \quad (14)$$

в сокращенных обозначениях $k_1 \equiv 1$, $k_1 + k_2 \equiv 12$ и т.д. В нашем случае рассеяния вперед, учитывая, что $D(0) = 0$, имеем

$$D_4^{(R)}(k_1, -k_1, k_2, -k_2) = \frac{1}{2} g^2 (2D(k_1) + 2D(k_2) - D(k_1 + k_2) - D(k_1 - k_2)). \quad (15)$$

Применяя преобразование Фурье, находим

$$D_4^{(R)}(r_1, r_2) = \frac{1}{2} g^2 (2\delta^2(r_2) D(r_1) + 2\delta^2(r_1) D(r_2) - g^2 \delta^2(r_1 + r_2) D(r_1) - g^2 \delta^2(r_1 - r_2) D(r_1)). \quad (16)$$

Подставляя этот результат в выражение (12), получаем

$$\tilde{\mathcal{A}}_4^{(R)} = \frac{1}{2} g^2 \left\{ 2\tau(0) \int d^2 r D(r) \tau(r) - \int d^2 r D(r) \tau^2(r) \right\}, \quad (17)$$

или, если представить $\tau(r)$ и $D(r)$ в соответствии с выражениями (7) и (11),

$$\tilde{\mathcal{A}}_4^{(R)} = -\frac{1}{2} g^4 \left\{ \int d^2 r \tilde{D}(r) \tilde{\tau}^2(r) + \tau^2(0) \int d^2 r \tilde{D}(r) \right\}. \quad (18)$$

Второе слагаемое равно нулю, так что окончательно вклад реджезованного члена в амплитуду имеет вид

$$\tilde{\mathcal{A}}_4^{(R)} = \int d^2r \tilde{D}(r) \left[-\frac{1}{2} (g^2 \tilde{\tau}(r))^2 \right]. \quad (19)$$

Сравнивая полученное выражение с выражением (10), мы видим, что этот вклад воспроизводится, если в члене низшего порядка совершить подстановку

$$g^2 \tilde{\tau}(r) \rightarrow g^2 \tilde{\tau}(r) - \frac{1}{2} (g^2 \tilde{\tau}(r))^2, \quad (20)$$

что в точности соответствует глауберизации начального условия

$$g^2 \tilde{\tau}(r) \rightarrow 1 - e^{-g^2 \tilde{\tau}(r)}. \quad (21)$$

4. ПРОИЗВОЛЬНОЕ ЧИСЛО ЦЕНТРОВ РАССЕЯНИЯ

Приведенный вывод легко обобщить на произвольное (четное) число глюонов $n = 2p$. Используя выражение для вершины, связывающей виртуальный фотон с n глюонами, разбитыми на бесцветные пары $\{12\}, \{34\}, \dots, \{(n-1)n\}$, найденное в пределе $N_c \rightarrow \infty$ в работе [10], получаем в этом пределе

$$D_n^{(R)}(k_1, \dots, k_n) = -\frac{g^{n-2}}{2^p} \int d^2r D(r) \prod_{i=1}^n (e^{ik_i r} - 1). \quad (22)$$

Можно проверить, что это выражение совпадает с (14) при $n = 4$, если использовать функцию $D_6^{(R)}$, полученную в работе [7] для общего N_c , при $N_c \rightarrow \infty$. В нашем случае мы должны взять каждую мишень с нулевым передаваемым импульсом, т.е. положить $k_1 + k_2 = k_3 + k_4 = \dots = k_{n-1} + k_n = 0$, и с p импульсами $k_1, k_3, \dots, k_{n-1}$ в качестве независимых переменных. Чтобы ввести взаимодействие с мишенью, преобразуем выражение (22) к координатному пространству $r_1, r_3, \dots, r_{n-1}$:

$$\begin{aligned} D_n^{(R)}(r_1, r_3, \dots, r_{n-1}) &= \\ &= -\frac{g^{n-2}}{2^p} \int d^2r D(r) \prod_{i=1}^p \left[\frac{d^2 k_{2i-1} e^{ir_{2i-1} k_{2i-1}}}{(2\pi)^2} (2 - e^{ik_{2i-1} r} - e^{-ik_{2i-1} r}) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Вклады в интеграл, которые вносят постоянные слагаемые в одном или нескольких множителях в круглых скобках, дают члены, содержащие $\delta^2(r_i)$ или несколько таких множителей. После интегрирования с отвечающими мишени множителями $\tau(r_i)$ они дают инфракрасно расходящиеся члены, содержащие $\tau(0)$. Однако мы с самого начала знали, что такие члены должны сокращаться, поскольку исходное выражение (22) очевидным образом интегрируемо с отвечающим мишени множителем в инфракрасной области²⁾. Зная это, мы можем опустить двойки в выражении (23). Более того, очевидно, что оба члена, остающиеся в скобках, дают одинаковый вклад после интегрирования с отвечающим мишени множителем, поскольку

²⁾Мы признательны Дж. П. Вакке за то, что он обратил наше внимание на этот факт.

замена $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ не изменяет величины вклада. Таким образом, мы получаем 2^p одинаковых членов и легко находим окончательный результат в виде

$$D_n^{(R)}(r_1, r_3, \dots, r_{n-1}) = -(-1)^p g^{n-2} D(r_1) \prod_{i=2}^{p-1} \delta^2(r_{2i-1} - r_1) \quad (24)$$

(при $n = 2$ нет δ -функций и $D_2^{(R)}(r) = D(r)$, как и ожидалось). Интегрируя это выражение с p множителями, отвечающими мишени, с учетом симметричного множителя $1/p!$ получаем

$$\tilde{\mathcal{A}}_n^{(R)} = -(-1)^p \frac{1}{p!} g^{2p-2} \int d^2r D(r) \tau^p(r). \quad (25)$$

Исключая инфракрасно расходящиеся вклады от степеней $\tau(0)$, которые, как было отмечено, должны полностью сокращаться, и переходя к $\tilde{D}$, окончательно находим

$$\tilde{\mathcal{A}}_{2p}^{(R)} = -(-1)^p \frac{1}{p!} g^{2p} \int d^2r \tilde{D}(r) \tilde{\tau}^p(r). \quad (26)$$

Суммируя вклады для всех p , получаем глауберово выражение под знаком интеграла по r :

$$\tilde{\mathcal{A}}^{(R)} = \sum_{p=1} \tilde{\mathcal{A}}_{2p}^{(R)} = \int d^2r \tilde{D}(r) (1 - e^{-g^2 \tilde{\tau}(r)}). \quad (27)$$

Это означает, что все реджезованные вклады действительно можно адекватно учитывать с помощью глауберизации начального условия в соответствии с выражением (20).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что субдоминантные члены, полученные с помощью реджезованной глюонной диаграммной техники, которые следует добавить к померонным верным диаграммам с трехпомеронным взаимодействием, можно точно учесть, если выбрать начальное условие эволюции в глауберовом виде. Это демонстрирует полную эквивалентность дипольной картины и реджезованной глюонной техники не только в ведущем порядке в высокоэнергетическом пределе, но также и в следующем порядке.

Как было отмечено, глауберизация начального условия не оказывает никакого влияния на решение после эволюции на несколько единиц быстроты: уравнение БК быстро “забывает” подробности начального условия. Однако на более ранних этапах эволюции это влияние, конечно, ощутимо; этот факт может иметь важное значение для практических применений.

Благодарности. Автору помогли многочисленные обсуждения с Й. Бартельсом, Ю. Ковчegovым, Е. Левиным и Дж. П. Ваккой. Данная работа выполнена при поддержке НАТО (грант PST.CLG.980287).

Список литературы

- [1] M. A. Braun, *Eur. Phys. J. C*, **16** (2000), 337; J. Bartels, L. N. Lipatov, G. P. Vacca, *Nucl. Phys. B*, **706** (2005), 391.
- [2] I. Balitsky, *Nucl. Phys. B*, **463** (1996), 99.
- [3] Yu. Kovchegov, *Phys. Rev. D*, **60** (1999), 034008.
- [4] A. Mueller, B. Patel, *Nucl. Phys. B*, **425** (1994), 471.
- [5] J. Bartels, M. Wuesthoff, *Z. Phys. C*, **66** (1995), 157.
- [6] M. A. Braun, G. P. Vacca, *Eur. Phys. J. C*, **6** (1999), 147.
- [7] J. Bartels, C. Ewerz, *JHEP*, **9909** (1999), 026.
- [8] Е. Левин, частное сообщение.
- [9] M. A. Braun, *Eur. Phys. J. C*, **6** (1999), 321.
- [10] M. A. Braun, *Z. Phys. C*, **71** (1996), 601.

Поступила в редакцию 7.11.2005