Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Чодхури, Динамическая спиновая восприимчивость t - J модели в сверхпроводящей фазе, *ТМФ*, 2003, том 136, номер 1, 148–157

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf207>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.95.254.165

26 апреля 2023 г., 16:06:53

© 2003 г.

Р. Чодхури*

ДИНАМИЧЕСКАЯ СПИНОВАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ t - J МОДЕЛИ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ФАЗЕ

Вычислена динамическая спиновая восприимчивость для t - J модели в сверхпроводящей фазе на основе метода функции памяти в терминах операторов Хаббарда. Выводится самосогласованная система уравнений для функции памяти в рамках приближения взаимодействующих мод. Показано, что функция памяти содержит вклады как от возбуждений делокализованных дырок, так и от флуктуаций локализованных спинов. Делокализованный вклад состоит из двух частей: вклада от квазичастиц Боголюбова и вклада от куперовских пар. Спиновая динамика имеет диффузионный характер в гидродинамическом пределе, но вклад от возбуждений делокализованных дырок не влияет на спиновую диффузию. В области высоких частот продолжают существовать возбуждения типа спиновых волн. Полученные аналитические результаты обсуждаются в свете экспериментов по рассеянию нейтронов, проведенных на сверхпроводящих купратах.

Ключевые слова: спиновая восприимчивость, сильные электронные корреляции, t - J модель, высокотемпературная сверхпроводимость.

1. ВВЕДЕНИЕ

Соединения высокотемпературных сверхпроводников, являющихся эталонными антиферромагнитными изоляторами, хорошо описываются двумерной изотропной моделью Гейзенберга, тогда как природа аномальной спиновой динамики легированных образцов все еще требует дальнейшего изучения [1]. В частности, ждет своего теоретического обоснования задача анализа динамической спиновой корреляции в сверхпроводящей фазе для легированного изолятора Мотта или для легированного квантового антиферромагнетика [2].

Одной из простейших моделей, описывающих высокотемпературные сверхпроводники, является t - J модель. Эта модель отражает основные свойства CuO_2 -плоскостей

*S. N. Bose National Centre for Basic Sciences, Calcutta, India. E-mail: ranjan@bosc.bosc.res.in

сверхпроводящих купратов [1], [2]. Данная модель (или ее расширенная версия, так называемая t - t' - J модель) представляет собой низкоэнергетическую эффективную модель, которая выводится из модели Хаббарда в сильном корреляционном пределе ($U \gg t$) при исключении дважды занятых состояний. В результате t - J модель может быть сформулирована в терминах так называемых операторов Хаббарда, которые не являются ни ферми-, ни бозе-операторами. Это обстоятельство затрудняет использование обычных методов теории поля при изучении t - J модели.

Для изучения спиновой динамики в рамках t - J модели были использованы различные подходы: метод вспомогательных бозонов [3], [4], метод вспомогательных фермионов [5], диаграммная техника для операторов Хаббарда [6]. В методе вспомогательного поля локальное ограничение обычно заменяется глобальным, что ограничивает область применимости данного метода. В то же время в любом приближении в терминах операторов Хаббарда условие отсутствия дважды занятых состояний строго сохраняется.

Диаграммная техника для операторов Хаббарда использовалась при вычислении спиновой восприимчивости [7] в рамках уравнения Ларкина [8] для t - J модели. Однако в частном случае $J = 0$ кинематическое взаимодействие должным образом не учитывалось [1].

В работе [1] динамическая спиновая восприимчивость для t - J модели в парамагнитной нормальной фазе изучалась с помощью метода функции памяти [9] в терминах операторов Хаббарда. В данной статье мы обобщаем вычисления, проведенные в работе [1], на сверхпроводящую фазу. Как было отмечено в работе [1], функция памяти содержит два различных по своей природе вклада. Вклад первого типа возникает из-за кинематического взаимодействия и происходит от возбуждений “частица-дырка” в подсистеме делокализованных дырок. Вклад второго типа возникает из-за флуктуаций локализованных спинов вследствие гейзенберговского обмена. В сверхпроводящей фазе кинематическая часть сама содержит вклады двух различных типов. Вклад первого типа возникает из-за корреляций “квазичастица-квазидырка”, а вклад второго типа – из-за корреляций между самими частицами. Гейзенберговская часть функции памяти в сверхпроводящей фазе остается той же, что и в нормальной фазе. В отличие от нормальной фазы кинематическая часть не дает вклада в низкочастотную ($\omega \rightarrow 0$) спиновую динамику в сверхпроводящей фазе. В высокочастотном пределе ($\omega \rightarrow \infty$) возбуждения типа спиновых волн (антипарамагноны) существуют как в сверхпроводящей, так и в нормальной фазе. Наш теоретический анализ может быть весьма полезен для интерпретации нейтронных резонансных пиков, наблюдаемых в сверхпроводящей фазе в некоторых высокотемпературных сверхпроводящих купратах [10].

В разделе 2 кратко описывается представление t - J модели в терминах операторов Хаббарда. В разделе 3 мы обсуждаем метод функции памяти и приближение взаимодействующих мод. На первый план выдвигается обобщение схемы расщепления на основе учета корреляций “частица-дырка” и корреляций между частицами в сверхпроводящей фазе. В разделе 4 рассмотрена проблема самосогласованности нашего общего подхода. В разделе 5 обсуждаются полученные результаты и приводятся некоторые заключительные замечания.

2. t - J МОДЕЛЬ

Гамильтониан t - J модели имеет вид [1]

$$H = H_t + H_J = \sum_{i,j,\sigma} t_{ij} X_i^{\sigma 0} X_j^{0\sigma} + \sum_{i,j} J_{ij} \left(\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} n_i n_j \right). \quad (1)$$

Первый член в правой части уравнения (1) описывает перескоки электронов между ближайшими ($t_{ij} = t$) и следующими за ближайшими ($t_{ij} = t'$) соседними узлами решетки. Второй член описывает обменное взаимодействие между спинами $\mathbf{S}_i$, локализованными в соседних узлах ($J_{ij} = J$). Операторы Хаббарда в уравнении (1) определяются как $X_i^{\alpha\beta} = |i, \alpha\rangle\langle i, \beta|$ для трех возможных электронных состояний в узле решетки i , $|i, \alpha\rangle = |i, 0\rangle$, $|i, \sigma\rangle$ соответственно для свободного узла ($\alpha = 0$) и для узла, однократно занятого электроном со спином $\sigma/2$ ($\sigma = \pm 1$). В t - J модели из-за строгой корреляции учитываются только однократно занятые узлы. Условие полноты для операторов Хаббарда имеет вид

$$X_i^{00} + \sum_{\sigma} X_i^{\sigma\sigma} = 1. \quad (2)$$

Операторы спина и плотности частиц в гамильтониане (1) выражаются через операторы Хаббарда,

$$S_i^{\sigma} = X_i^{\sigma\bar{\sigma}}, \quad S_i^z = \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sigma X_i^{\sigma\sigma}, \quad n_i = \sum_{\sigma} X_i^{\sigma\sigma}, \quad (3)$$

где $\bar{\sigma} = -\sigma$. Операторы Хаббарда удовлетворяют правилам умножения

$$X_i^{\alpha\beta} X_j^{\gamma\delta} = \delta_{ij} \delta_{\beta\gamma} X_i^{\alpha\delta} \quad (4)$$

и коммутационным соотношениям

$$[X_i^{\alpha\beta} X_j^{\gamma\delta}]_{\pm} = \delta_{ij} (\delta_{\beta\gamma} X_i^{\alpha\delta} \pm \delta_{\delta\alpha} X_i^{\gamma\beta}). \quad (5)$$

Верхний знак соответствует случаю, когда оба оператора Хаббарда являются ферми-подобными (как, например, $X_i^{0\sigma}$), а нижний знак – случаю, когда операторы спина и плотности частиц (3) являются бозе-подобными. Операторы Хаббарда не являются ни ферми-, ни бозе-операторами, они – операторы особого типа. Эти непростые коммутационные соотношения (5) не позволяют рассматривать модель в рамках обычной диаграммной техники. Чтобы все же использовать диаграммную технику, нужно ввести вспомогательные частицы, удовлетворяющие условию невозможности дважды занятых состояний. Если задача рассматривается в терминах операторов Хаббарда, это условие выполняется автоматически. Поэтому мы будем изучать задачу алгебраически в терминах операторов Хаббарда и использовать формализм функции памяти для определения динамической спиновой восприимчивости.

3. ФУНКЦИЯ ПАМЯТИ

3.1. Общий формализм. Динамическая спиновая восприимчивость определяется соотношением [1], [11]

$$\chi_{\mathbf{q}}(\omega) = -\langle\langle S_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^- \rangle\rangle_{\omega} = -\sum_{\mathbf{R}_{ij}} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_{ij}} \langle\langle S_i^+ | S_j^- \rangle\rangle_{\omega}, \quad (6)$$

где $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$, а $\langle\langle A | B \rangle\rangle_{\omega}$ обозначает фурье-образ запаздывающей коммутаторной функции Грина [12],

$$\langle\langle A | B \rangle\rangle_{\omega} = -i \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [A(t), B] \rangle, \quad (7)$$

где $\text{Im } \omega > 0$, $A(t) = e^{iHt} A e^{-iHt}$ и $\langle AB \rangle$ обозначает равновесное статистическое усреднение.

В спиновом парамагнитном состоянии с нулевой намагниченностью подрешетки среднее от коммутатора $\langle [S_i^+, S_j^-] \rangle = 2\delta_{ij} \langle S_i^z \rangle$ равно нулю. Так как именно эта величина является начальным условием (при $t = 0$) для уравнения движения для функции Грина (6), удобнее построить самосогласованное уравнение для функции релаксации Кубо–Мори (см., например, [9])

$$((A|B))_{\omega} = -i \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} (A(t), B). \quad (8)$$

Здесь $(A(t), B)$ – скалярное произведение Кубо–Мори, определяемое соотношением

$$(A(t), B) = \int_0^{\beta} d\lambda \langle A(t - i\lambda) B \rangle, \quad (9)$$

где обратная температура $\beta = 1/T$ (мы полагаем $\hbar = 1$, $k_B = 1$).

Функции Грина (7) и (8) связаны уравнением

$$\omega((A|B))_{\omega} = \langle\langle A | B \rangle\rangle_{\omega} - \langle\langle A | B \rangle\rangle_{\omega=0}. \quad (10)$$

Применяя приведенные формулы, для динамической спиновой восприимчивости получаем

$$\chi_{\mathbf{q}}(\omega) = \chi_{\mathbf{q}} - \omega \Phi_{\mathbf{q}}(\omega), \quad (11)$$

где $\chi_{\mathbf{q}} \equiv \chi_{\mathbf{q}}(0)$ – статическая спиновая восприимчивость и $\Phi_{\mathbf{q}}(\omega) \equiv ((S_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^-))_{\omega}$. Для вычисления спиновой функции релаксации $\Phi_{\mathbf{q}}(\omega)$ удобно воспользоваться методом функции памяти, введенным Мори (см., например, [9]). Определим функцию памяти $M(\mathbf{q}, \omega)$ соотношением

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\omega) = \frac{\chi_{\mathbf{q}}}{\omega - M(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\mathbf{q}}^{-1}}. \quad (12)$$

Для вычисления функции памяти используем уравнение движения для функции релаксации (8),

$$\omega((S_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^-))_{\omega} = \chi_{\mathbf{q}} + ((i\dot{S}_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^-))_{\omega}, \quad (13)$$

и аналогичное уравнение движения для $((i\dot{S}_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^-))_{\omega}$. Подробные вычисления [1] показывают, что

$$M(\mathbf{q}, \omega) = ((i\dot{S}_{\mathbf{q}}^+ | -i\dot{S}_{\mathbf{q}}^-))_{\omega}^{\text{irr}}, \quad (14)$$

где верхний индекс обозначает неприводимую часть производной от функции релаксации (пропорциональной матрице рассеяния, ведущей себя как полная собственная энергия), которая не содержит членов, соответствующих нулевой функции Грина $\Phi_{\mathbf{q}}^0(\omega)$, определенной как $\chi_{\mathbf{q}}/\omega$.

Динамическая спиновая восприимчивость в терминах функции памяти может быть записана как

$$\chi_{\mathbf{q}}(\omega) = -\chi_{\mathbf{q}} \frac{M(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\mathbf{q}}^{-1}}{\omega - M(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\mathbf{q}}^{-1}}. \quad (15)$$

3.2. Приближение взаимодействующих мод. Используя спектральное представление для функции Грина, выразим функцию памяти через неприводимую часть временной корреляционной функции токов следующим образом:

$$M(\mathbf{q}, \omega) = \sum_{\mathbf{R}_{ij}} e^{-\mathbf{q}\mathbf{R}_{ij}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{e^{\beta\omega'} - 1}{\omega'(\omega - \omega' + i\eta)} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega't} \langle J_i^+(t) | J_j \rangle^{\text{irr}}, \quad (16)$$

где оператор тока в узельном представлении определяется как $J_j = i\dot{S}_j^+$. Оператор тока можно представить как сумму двух вкладов

$$J_j = J_j^t + J_j^J = [S_j^+, H_t] + [S_j^+, H_J]. \quad (17)$$

В уравнении (17) первое слагаемое обусловлено так называемым кинематическим взаимодействием в силу нестандартного коммутационного соотношения для операторов Хаббарда (5). Это слагаемое пропорционально интегралу перескока и имеет вид

$$J_j^t = - \sum_m t_{jm} (X_j^{+0} X_m^{0-} - X_m^{+0} X_j^{0-}). \quad (18)$$

Второе слагаемое в (17) обусловлено обменным взаимодействием между локализованными спинами и имеет вид

$$J_j^J = 2 \sum_m J_{jm} (S_j^z S_m^+ - S_m^z S_j^+). \quad (19)$$

Для вычисления неприводимой части временной корреляционной функции в правой части формулы (16) в сверхпроводящей фазе воспользуемся обобщенным приближением взаимодействующих мод в терминах независимого распространения одетых “частица-дырка”, “частица-частица” и спиновых флуктуаций [13]. Эта схема, по существу, эквивалентна самосогласованному борновскому приближению, в котором пренебрегается

перенормировкой вершин. Предлагаемая схема определяется следующим способом расцепления временных корреляционных функций:

$$\begin{aligned} \langle X_m^{-0}(t) X_i^{0+}(t) X_j^{+0} X_l^{0-} \rangle &\simeq \langle X_m^{-0}(t) X_l^{0-} \rangle \langle X_i^{0+}(t) X_j^{+0} \rangle - \\ &\quad - \langle X_m^{-0}(t) X_j^{+0} \rangle \langle X_i^{0+}(t) X_l^{0-} \rangle, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\langle S_i^z(t) S_m^-(t) S_j^z S_l^+ \rangle \simeq \langle S_i^z(t) S_j^z \rangle \langle S_m^-(t) S_l^+ \rangle. \quad (21)$$

В рамках данного приближения перекрестные корреляции типа $\langle J_i^t | (J_j^J)^+ \rangle$ во внимание не принимаются и в дальнейшем не учитываются. Используя расщепление (20) и спектральное представление для функции Грина, мы можем записать функцию памяти (16) как

$$M(\mathbf{q}, \omega) = M_t(\mathbf{q}, \omega) + M_J(\mathbf{q}, \omega), \quad (22)$$

где вклад подсистемы делокализованных дырок

$$M_t(\mathbf{q}, \omega) = M_t^{\text{QP}}(\mathbf{q}, \omega) + M_t^{\text{CP}}(\mathbf{q}, \omega) \quad (23)$$

и

$$\begin{aligned} \text{Im } M_t^{\text{QP}}(\mathbf{q}, \omega) &= -\pi \left(1 - \frac{n}{2}\right)^2 \sum_{\mathbf{k}} t_{kq}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1}{\omega} (n(\omega_1) - n(\omega_1 - \omega)) \times \\ &\quad \times [u_k^2 \delta(\omega_1 - E_k^\sigma) + v_k^2 \delta(\omega_1 + E_k^\sigma)] \times \\ &\quad \times [u_{k-q}^2 \delta(\omega_1 - \omega - E_{k-q}^{-\sigma}) + v_{k-q}^2 \delta(\omega_1 - \omega + E_{k-q}^{-\sigma})]. \end{aligned} \quad (24)$$

В формуле (24) $n(\omega) = (e^{\beta\omega} + 1)^{-1}$, $t_{kq} = t_k - t_{k-q}$, $t_k = z(t\gamma_q + t'\gamma'_q)$, $z = 4$, $\gamma_q = (1/2)(\cos q_x + \cos q_y)$, $\gamma'_q = \cos q_x \cos q_y$ для двумерной квадратной решетки с постоянной, равной единице. Плотность электронов обозначается символом n . Формулу (24) можно упростить, используя выражение для спектра энергии сверхпроводящей квазичастицы

$$E_k^\sigma = (\xi_k^2 + |\Delta_k^\sigma|^2)^{1/2}, \quad (25)$$

где Δ_k^σ — функция сверхпроводящей щели. Приняв во внимание соотношения $u_q^2 = (1/2)(1 + \xi_q/E_q^\sigma)$, $v_q^2 = (1/2)(1 - \xi_q/E_q^\sigma)$, получим

$$\begin{aligned} u_k^2 v_{k-q}^2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\xi_k}{E_k}\right) \left(1 - \frac{\xi_{k-q}}{E_{k-q}}\right), & u_k^2 u_{k-q}^2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\xi_k}{E_k}\right) \left(1 + \frac{\xi_{k-q}}{E_{k-q}}\right), \\ u_{k-q}^2 v_k^2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\xi_{k-q}}{E_{k-q}}\right) \left(1 - \frac{\xi_k}{E_k}\right), & v_k^2 v_{k-q}^2 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\xi_k}{E_k}\right) \left(1 - \frac{\xi_{k-q}}{E_{k-q}}\right), \end{aligned}$$

где u_k и v_k — сверхпроводящие когерентные факторы (коэффициенты). Здесь мы также полагаем, что $E_k^\sigma = E_k^{-\sigma} = E_k$, так как сверхпроводящая фаза по спину является парамагнитной, а функция сверхпроводящей щели обладает свойством спиновой антисимметричности.

Для второго слагаемого в (23) имеем

$$\text{Im } M_t^{\text{CP}}(\mathbf{q}, \omega) = -\pi \sum_{\mathbf{k}} (t_k - t_{k+q})^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \frac{n(\omega_1) - n(\omega_1 - \omega)}{\omega} \mathcal{A}_k^{\uparrow\downarrow}(\omega_1) \mathcal{A}_{k+q}^{\uparrow\downarrow}(\omega - \omega_1), \quad (26)$$

где

$$\mathcal{A}_q^{\sigma, -\sigma}(\omega) = \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{\Delta_q^\sigma}{2E_q^\sigma}\right) [\delta(\omega - E_q^\sigma) - \delta(\omega + E_q^\sigma)]. \quad (27)$$

Отсюда следует, что $\mathcal{A}_q^{-\sigma, \sigma}(\omega) = -\mathcal{A}_q^{\sigma, -\sigma}(\omega)$ и $\mathcal{A}^* = \mathcal{A}$. Упрощая и объединяя полученные выражения, находим

$$\begin{aligned} \text{Im } M_t(\mathbf{q}, \omega) = & -\pi \frac{1}{\omega} \left(1 - \frac{n}{2}\right)^2 \sum_{\mathbf{k}} t_{kq}^2 \{ [n(E_k) - n(E_{k+q})] A(k, q, \omega) + \\ & + [n(E_k) + n(E_{k+q}) - 1] B(k, q, \omega) \}, \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} A(k, q, \omega) = & (u_k^2 u_{k+q}^2 - \alpha_k^\uparrow \alpha_{k+q}^\uparrow) \delta(E_k - E_{k+q} - \omega) - \\ & - (v_k^2 v_{k+q}^2 - \alpha_k^\uparrow \alpha_{k+q}^\uparrow) \delta(E_{k+q} - E_k - \omega), \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} B(k, q, \omega) = & (u_k^2 v_{k+q}^2 + \alpha_k^\uparrow \alpha_{k+q}^\uparrow) \delta(E_k + E_{k+q} - \omega) - (u_{k+q}^2 v_k^2 + \\ & + \alpha_k^\uparrow \alpha_{k+q}^\uparrow) \delta(E_k + E_{k+q} + \omega) \end{aligned} \quad (30)$$

и $\alpha_k^\sigma = \Delta_k^\sigma / 2E_k$.

Вклад $M_J(\mathbf{q}, \omega)$ в функции (22) возникает от подсистемы локализованных спинов и имеет вид

$$\begin{aligned} M_J(\mathbf{q}, \omega) = & \frac{2}{\pi^2 N} \sum_{\mathbf{k}} J_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega' [N(\omega_1 - \omega') - N(\omega_1)] \times \\ & \times \frac{\text{Im } \chi_{\mathbf{k}}(\omega_1) \text{Im } \chi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}(\omega_1 - \omega')}{\omega'(\omega - \omega' + i\eta)}, \end{aligned} \quad (31)$$

где $N(\omega) = (e^{\beta\omega} - 1)^{-1}$, $J_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = J_{\mathbf{k}} - J_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}$, $J_{\mathbf{q}} = zJ(1 - \delta)\gamma_{\mathbf{q}}$, а N — полное число узлов решетки. Для вывода формулы (31) мы использовали соотношение $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^z | S_{\mathbf{q}}^z \rangle\rangle_\omega = (1/2) \langle\langle S_{\mathbf{q}}^+ | S_{\mathbf{q}}^- \rangle\rangle_\omega$, которое выполняется в инвариантных относительно вращений системах (в спиновой парамагнитной фазе). Следует заметить, что выражение для $M_J(\mathbf{q}, \omega)$ остается неизменным и в нормальной, и в сверхпроводящей фазах.

Действительная $\text{Re } M(\mathbf{q}, \omega)$ и мнимая $\text{Im } M(\mathbf{q}, \omega)$ части функции памяти, которые являются соответственно нечетной и четной функциями переменной ω , связаны дисперсионным соотношением

$$\text{Re } M(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\text{Im } M(\mathbf{q}, \omega')}{\omega' - \omega}. \quad (32)$$

Следовательно, нам нужно оценить только мнимую часть функции памяти.

3.3. Асимптотическое поведение функции $\chi_{\mathbf{q}}(\omega)$. Теперь рассмотрим асимптотическое поведение динамической спиновой восприимчивости. Сначала исследуем его в гидродинамическом пределе при $\mathbf{q} \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow 0$. В этом пределе действительная часть функции памяти $\text{Re } M(\mathbf{q}, \omega)$, как нечетная функция от ω , обращается в нуль, тогда как $\text{Im } M(\mathbf{q}, \omega)$ имеет конечный предел. Используя выражения (28) и (31), можно записать мнимую часть в виде $\text{Im } M(\mathbf{q}, \omega) \simeq -Dq^2$, где $D = D_t + D_J$,

$$D_t = \frac{\pi}{N} \sum_{\mathbf{k}} (\hat{\mathbf{q}} \nabla_{\mathbf{k}} t_{\mathbf{k}})^2 \lim_{\omega \rightarrow 0} \lim_{\mathbf{q} \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 |n'(\omega_1)| A_{\mathbf{k}}(\omega_1) A_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}(\omega_1 - \omega), \quad (33)$$

$$D_J = \frac{2}{\pi N} \sum_{\mathbf{k}} (\hat{\mathbf{q}} \nabla_{\mathbf{k}} J_{\mathbf{k}})^2 \lim_{\omega \rightarrow 0} \lim_{\mathbf{q} \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 |N'(\omega_1)| \text{Im } \chi_{\mathbf{k}}(\omega_1) \text{Im } \chi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}(\omega_1 - \omega) \quad (34)$$

и использованы обозначения $\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/q$, $\nabla_{\mathbf{k}} = dt_{\mathbf{k}}/d\mathbf{k}$, $n'(\omega) = dn(\omega)/d\omega$, $N'(\omega) = dN(\omega)/d\omega$. Легко видеть, что $D_t = 0$, если $\Delta_{\mathbf{k}} \neq 0$ при всех $\mathbf{k}$. Это следует из полученного выше выражения для $\text{Im } M(\mathbf{q}, \omega)$.

В гидродинамическом пределе динамическая спиновая восприимчивость может быть записана в стандартном виде (см. [9])

$$\chi_{\mathbf{q}}(\omega) = \chi_0 \frac{i\tilde{D}q^2}{\omega + i\tilde{D}q^2}, \quad (35)$$

где $\tilde{D} = D/\chi_0$ — коэффициент спиновой диффузии и χ_0 — статическая однородная восприимчивость.

В отличие от гидродинамического предела в пределе высоких частот при $\omega \rightarrow \infty$ основной вклад в функцию памяти дает действительная часть $M(\mathbf{q}, \omega) \simeq m_{\mathbf{q}}/\omega$, где $m_{\mathbf{q}}$ — первый ненулевой момент функции памяти в разложении по $1/\omega$,

$$m_{\mathbf{q}} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \text{Im } M(\mathbf{q}, \omega) = \langle [i\dot{S}_{\mathbf{q}}^+, S_{\mathbf{q}}^+] \rangle. \quad (36)$$

Таким образом, в пределе высоких частот динамическая восприимчивость имеет вид

$$\chi_{\mathbf{q}}(\omega) = -\chi_{\mathbf{q}} \frac{\omega_{\mathbf{q}}^2}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2}, \quad (37)$$

где $\omega_{\mathbf{q}}^2 = m_{\mathbf{q}}/\chi_{\mathbf{q}}$. Этот результат, по существу, тот же, что и в нормальной фазе.

4. САМОСОГЛАСОВАННОСТЬ ЗАДАЧИ

Уравнения (15), (21), (28) и (31) представляют собой самосогласованную систему интегральных уравнений для динамической спиновой восприимчивости, которая получается, если мы пользуемся только приближением взаимодействующих мод. Эти уравнения следует решать численно с помощью итерационной процедуры. Статическая спиновая восприимчивость для каждой итерации вычисляется методом, обсуждавшимся в работе [1], где функции $M(\mathbf{q}, \omega)$ и $\chi_{\mathbf{q}}(\omega)$ были вычислены в результате предыдущей

итерации. Однако следует определить анзац для функции $\chi_{\mathbf{q}}(\omega)$, который станет начальной точкой для итерационной процедуры. Относительно выражения для функции $\chi_{\mathbf{q}} \equiv \chi_{\mathbf{q}}(0)$, встречающейся в уравнении, можно заметить следующее. Ожидается, что поправка к $\chi_{\mathbf{q}}$ имеет вид $\chi_{\mathbf{q}}(0)_{\text{SC}} \approx \chi_{\mathbf{q}}(0)_{\text{N}} + O(\Delta/J)$. Так как $\Delta \ll J$, в качестве нулевого приближения для $\chi_{\mathbf{q}}(0)$ мы по-прежнему можем использовать выражение для нормального состояния, даже в случае сверхпроводящей фазы.

Для оценки второго члена в функции памяти (31) в качестве начальной точки для $\chi_{\mathbf{q}}(\omega)$ можно использовать выражение (37), где $m_{\mathbf{q}}$ и $\omega_{\mathbf{q}}$ найдены в работе [1]. В результате получаем

$$\text{Im } M_J(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\pi}{2N} \sum_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{kq}} [P_{\mathbf{kq}}(\omega) + P_{\mathbf{kq}}(-\omega)], \quad (38)$$

где эффективная вершинная функция

$$B_{\mathbf{kq}} = J_{\mathbf{kq}}^2 \frac{m_{\mathbf{k}} m_{\mathbf{k-q}}}{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k-q}}} \quad (39)$$

и

$$P_{\mathbf{kq}}(\omega) = \left[\frac{N(\omega_{\mathbf{k}}) - N(\omega_{\mathbf{k-q}})}{\omega} \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k-q}} - \omega) - \frac{1 + N(\omega_{\mathbf{k}}) + N(\omega_{\mathbf{k-q}})}{\omega} \delta(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k-q}} - \omega) \right]. \quad (40)$$

Теперь, следуя процедуре, описанной в работе [1], можно проводить итерации до тех пор, пока не будет достигнута сходимость.

5. ВЫВОДЫ

Подведем итоги. На базе t - J модели и метода функции памяти мы вывели общее представление для динамической спиновой восприимчивости (15) в терминах функции памяти (16). Наш подход может быть сформулирован в терминах операторов Хаббарда и, следовательно, условие невозможности существования дважды занятых состояний строго выполняется. Функция памяти вычислена с помощью метода уравнения движения для запаздывающей функции Грина [12] в рамках приближения взаимодействующих мод (20)–(31). Получены два вклада в функцию памяти. Первый вклад (28) возникает от подсистемы делокализованных дырок благодаря кинематическому взаимодействию. Второй вклад (31) возникает от подсистемы локализованных взаимодействующих спинов. Кроме того, в сверхпроводящей фазе сам вклад от делокализованной части может быть разделен на вклад от квазичастиц и вклад от куперовских пар. В пределе малой концентрации дырок доминирует вклад системы локализованных спинов, который описывает спиновую динамику, характерную для модели Гейзенберга. В пределе большой концентрации дырок основной вклад в спиновую динамику дают возбуждения “квазичастица-квазидырка” и куперовские пары, характерные для делокализованного магнетизма. Мы показали, что в спиновой парамагнитной фазе существуют

два режима спиновой динамики. В гидродинамическом пределе ($q \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow 0$) спиновая восприимчивость (35) описывает диффузную спиновую динамику с коэффициентом диффузии (34), содержащим два вклада. Однако вклад в коэффициент диффузии от кинематической части обращается в нуль, если параметр сверхпроводящей щели не равен нулю. Вклад от обменной части в этом режиме тоже может быть равным нулю, если спиновый спектр имеет щель (которая определяется численным решением самосогласованного уравнения для динамической спиновой восприимчивости). В то же время в высокочастотном пределе ($\omega \rightarrow \infty$) могут существовать возбуждения типа спиновых волн, описываемые уравнением (37). Численно решая уравнение для спиновой восприимчивости, можно найти динамический структурный фактор $S(\mathbf{q}, \omega)$ и сравнить результат с данными, полученными в экспериментах по рассеянию нейтронов.

Благодарности. Автор благодарен за гостеприимство Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований в Дубне, а также Н. М. Плакиде за постановку задачи, сотрудничество и критические замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке Объединенного института ядерных исследований и Национального центра фундаментальных наук им. С. Н. Бозе в Калькутте.

Список литературы

- [1] Г. Джакели, Н. М. Плакида. ТМФ. 1998. Т. 114. № 3. С. 426.
- [2] A. D. Kampf. Phys. Rep. 1994. V. 249. P. 219.
- [3] T. Tanamoto, H. Konho, H. Fukuyama. J. Phys. Soc. Japan. 1994. V. 63. P. 2379.
- [4] G. Stemman, C. Pepin, M. Lavagna. Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 4075.
- [5] P. Hedegard, M. B. Pedersen. Phys. Rev. B. 1991. V. 43. P. 11504; C. L. Kane, P. A. Lee, T. K. Ng, B. Chakraborty, N. Read. Phys. Rev. B. 1990. V. 41. P. 2653; A. Auerbach, B. E. Larson. Phys. Rev. B. 1991. V. 43. P. 7800.
- [6] Yu. A. Izyumov, B. M. Letfulov. J. Phys.: Condens. Matter. 1990. V. 2. P. 8905; Yu. A. Izyumov, J. A. Hedersen. Int. J. Mod. Phys. B. 1994. V. 8. P. 1877.
- [7] F. Onufrieva, J. Rossat-Mignod. Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 7572.
- [8] В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, С. А. Пикин. ЖЭТФ. 1967. Т. 53. С. 1089.
- [9] Д. Форстер. Гидродинамические флуктуации, нарушенная симметрия и корреляционные функции. М.: Атомиздат, 1980.
- [10] P. Bourges. From magnons to the resonance peak: spin dynamics in high- T_C superconducting cuprates by inelastic neutron scattering. In: The Gap Symmetry and Fluctuations in High Temperature Superconductors. Proc. of NATO ASI Summer School (Cargese, September 1–13, 1997). NATO ASI Ser. Phys. V. 371. Eds. J. Bok, G. Deutscher, D. Pavuna, S. A. Wolf. New York: Plenum, 1998. P. 349; cond-mat/9901333; H. Yoshikawa, T. Moriya. J. Phys. Soc. Japan. 1999. V. 68. P. 1340; J. Rossat-Mignod, L. P. Regnault, C. Vettier, P. Bourges, P. Burlet, J. Bossy, J. Y. Henry, G. Lapertot. Physica C. 1991. V. 185–189. P. 86; H. A. Mook, M. Yethiraj, G. Aeppli, T. E. Mason, T. Armstrong. Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 3490; H. He, P. Bourges, Y. Sidis, C. Ulrich, L. P. Regnault, S. Pailhès, N. S. Berzigiarova, N. N. Kolesnikov, B. Keimer. Science. 2002. V. 295. P. 1045.
- [11] S. W. Lovesey. Theory of Neutron Scattering from Condensed Matter. Oxford: Clarendon, 1984.
- [12] Д. Н. Зубарев. УФН. 1960. Т. 71. С. 71; Ю. А. Церковников. ТМФ. 1981. Т. 49. № 2. С. 219; 1982. Т. 52. № 1. С. 147.
- [13] W. Götze, G. M. Vujicic. Phys. Rev. B. 1988. V. 38. P. 9398.

Поступила в редакцию 30.V.2002 г.