Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Славнов, Механизм Хиггса как коллективный эффект, обусловленный дополнительным измерением, *ТМФ*, 2006, том 148, номер 3, 339–349

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf2320>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 15:23:04

© 2006 г.

А. А. Славнов*

МЕХАНИЗМ ХИГГСА КАК КОЛЛЕКТИВНЫЙ ЭФФЕКТ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ

Приведен систематический анализ предложенной ранее автором модели электрослабого взаимодействия, описываемой лагранжианом, зависящим от дополнительного измерения и содержащим высшие производные.

Ключевые слова: механизм Хиггса, суперсимметрия, унитарность, дополнительное измерение.

1. ВВЕДЕНИЕ

Существенной частью таких перенормируемых моделей электрослабого взаимодействия, как модель Вайнберга–Салама [1] или более современные модели, описывающие осцилляции нейтрино, является спонтанное нарушение симметрии за счет взаимодействия с мезоном Хиггса, обладающим нулевым спином.

Взаимодействие хиггсовских мезонов описывается лагранжианом [2]

$$L = \left| \partial_\mu \varphi + ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a \varphi - \frac{ig_1}{2} B_\mu \varphi \right|^2 + G[(\bar{L}\varphi)R + \bar{R}(\varphi^+ L)] + \dots + \frac{m^2}{2}(\varphi^+ \varphi) - \lambda^2(\varphi^+ \varphi)^2. \quad (1)$$

Здесь A_μ , B_μ – это $SU(2)$ - и $U(1)$ -калибровочные поля, соответственно, φ – комплексный скалярный дублет, L , R – киральные лептонные $SU(2)$ -мультиплеты, а многоточием обозначены аналогичные члены для кварковых полей.

Минимум потенциала Хиггса достигается при ненулевом несимметричном значении φ , и теория возмущений около стабильного минимума строится в терминах скалярных полей φ , сдвинутых на константу. Удобно параметризовать эти поля следующими вещественными компонентами:

$$\varphi_1 = \frac{iB_1 + B_2}{\sqrt{2}}, \quad \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}m_1}{g} + \frac{\sigma - iB_3}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

где m_1 – это масса, которую приобретают кванты поля Янга–Миллса за счет механизма Хиггса.

*Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Московский государственный университет, Москва, Россия. E-mail: slavnov@mi.ras.ru

Калибровочная инвариантность модели позволяет наложить на поля B_a условие $B_a = 0$, соответствующее явно унитарной калибровке. Другой выбор калибровки, например, $\partial_\mu A_\mu = 0$, обеспечивает явную перенормируемость теории [3].

Калибровочная инвариантность позволяет удалить из спектра все поля B_a , но поле σ выживает и должно быть наблюдаемо экспериментально. Масса этого поля равна $m_2 = 2\sqrt{2} \lambda m_1 g^{-1}$, и на первый взгляд кажется, что, выбирая константу λ достаточно большой, мы можем сдвинуть эту массу в ненаблюдаемую область. Однако самодействие хиггсовских мезонов также зависит от массы m_2 и в унитарной калибровке имеет вид

$$L_H = -\frac{gm_2^2}{4m_1}\sigma^3 - \frac{g^2m_2^2}{32m_1^2}\sigma^4. \quad (3)$$

Видно, что в пределе $m_2 \rightarrow \infty$ взаимодействие становится бесконечно большим, и это приводит к неперенормируемости теории.

Существующие экспериментальные данные накладывают жесткие ограничения на массу мезона Хиггса в Стандартной Модели. Эти ограничения можно изменить, используя различные модификации модели Вайнберга–Салама. В частности, обсуждались модели, включающие дополнительные скалярные поля, являющиеся синглетами относительно калибровочной группы (см. например работы [4]). Подобные модификации действительно меняют предсказания, касающиеся масс и других параметров скалярных мезонов, но в то же время приводят к значительному произволу в выборе лагранжиана, описывающего взаимодействие синглетных частиц с нулевым спином.

Интересная идея была выдвинута Красниковым [5], который рассмотрел предельный случай бесконечного числа синглетов. В этом случае можно избежать появления одночастичных полюсов в каналах, соответствующих обмену бесспиновыми частицами, и в этом смысле в модели отсутствуют фундаментальные скалярные мезоны.

Общим недостатком всех упомянутых моделей является отсутствие руководящего принципа при выборе вида взаимодействия синглетных полей.

Фиксировать вид взаимодействия синглетных полей могла бы симметрия соответствующего лагранжиана. Такой подход был развит в нашей работе [6]. В данной работе мы исследуем его более подробно. Наша модель является аналогом модели, предложенной в [5], и в том же смысле не требует введения фундаментальных мезонов с нулевым спином. Мы интерпретируем спонтанное нарушение симметрии, ответственное за генерацию масс промежуточных векторных мезонов, как коллективный эффект, обусловленный зависимостью синглетных скалярных полей от дополнительной координаты. Поля Янга–Миллса и дублет полей Хиггса сосредоточены на четырехмерной бране в пятимерном пространстве, в то время как синглетные скалярные поля и их массы зависят также от пятой координаты. Потребовав инвариантность лагранжиана относительно некоторого преобразования суперсимметрии, мы тем самым фиксируем вид взаимодействия синглетных полей. Эта симметрия естественным образом возникает в предложенной в работе [6] модели с высшими производными. Ниже мы обсудим ее более подробно.

2. СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ

Чтобы избежать усложнений, в этом разделе мы ограничимся калибровочной группой $SU(2)$ и будем рассматривать только взаимодействие векторных мезонов со скалярами.

Следуя работе [6], мы считаем, что некоторые поля и их массы зависят от дополнительной координаты λ . Калибровочные поля A_μ , а также фермионы и дублет комплексных полей с нулевым спином сосредоточены на четырехмерной “бране” и преобразуются при калибровочных преобразованиях так же, как соответствующие поля в модели Вайнберга–Салама. Кроме того, мы вводим нейтральное скалярное поле, являющееся синглетом калибровочной группы и зависящее от дополнительной координаты λ : $X(x, \lambda)$.

Динамика описывается лагранжианом, содержащим высшие производные и имеющим вид

$$\begin{aligned}
 L = L_{YM} + (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) + \frac{g}{2m_1} \partial_\mu (\varphi^\dagger \varphi) \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) + \\
 + \frac{1}{2} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) + \\
 + \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \square X(x, \lambda) \square X(x, \lambda) a^{-2}(\lambda) - \\
 - \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \partial_\mu X(x, \lambda) + \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu \bar{c}(x, \lambda) \partial_\mu c(x, \lambda), \quad (4)
 \end{aligned}$$

где L_{YM} – стандартный лагранжиан Янга–Миллса, а поле φ параметризовано в соответствии с уравнением (2). Скалярные духовые поля $\bar{c}$, c , являющиеся синглетами относительно калибровочной группы, описываются антикоммутирующими переменными. Мы рассматриваем компактное дополнительное измерение $-\pi/\kappa \leq \lambda \leq \pi/\kappa$. Функция $a^{-2}(\lambda)$, которая определяет массы полей X , также может зависеть от λ .

Чтобы проквантовать модель, мы дискретизируем пятое измерение, вводя решетку с шагом b . Тогда $2\pi/\kappa = Nb$, $\lambda_i = bi$, $X_i = X(\lambda_i)$, $c_i = c(\lambda_i)$, $\bar{c}_i = \bar{c}(\lambda_i)$. Перемасштабируя поля $\sqrt{b} c_i \rightarrow c_i$, $\sqrt{b} \bar{c}_i \rightarrow \bar{c}_i$, $bX_i \rightarrow X_i$, мы можем записать дискретизованный лагранжиан в виде

$$\begin{aligned}
 L = L_{YM} + (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) + \frac{g}{2m_1} \partial_\mu \left(\sum_{i=1-N/2}^{N/2} X_i \right) \partial_\mu (\varphi^\dagger \varphi) + \\
 + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu X_i \right)^2 - \frac{N}{2} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu X_i \partial_\mu X_i + \\
 + \frac{N}{2} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} a_i^{-2} \square X_i \square X_i + \sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu \bar{c}_i \partial_\mu c_i. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Лагранжиан (5) включает высшие производные, и можно ожидать, что это приведет к появлению состояний с отрицательной нормой. Такие состояния действительно возникают, однако благодаря инвариантности этого лагранжиана относительно преобразований суперсимметрии, которые будут описаны ниже, состояния с отрицательной нормой отщепляются, и теория унитарна в пространстве состояний с неотрицательной нормой [7], [8].

Мы воспользуемся для квантования каноническим формализмом Остроградского [8], [9]. Прежде всего диагонализуем квадратичную часть лагранжиана (5):

$$\sigma(x) \rightarrow \sigma(x) - \sum_{i=1-N/2}^{N/2} X_i. \quad (6)$$

После такого сдвига лагранжиан примет вид

$$\begin{aligned} L = & \tilde{L}(A_\mu, B, \tilde{\sigma}) + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{N}{2} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu X_i \partial_\mu X_i + \frac{N}{2} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} a_i^{-2} \square X_i \square X_i + \\ & + \sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu \bar{c}_i \partial_\mu c_i + \frac{g}{4m_1} \partial_\mu (B^2 + \tilde{\sigma}^2) \sum_{i=1-N/2}^{N/2} \partial_\mu X_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\tilde{L} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma$ — это обычный лагранжиан массивного поля Янга–Миллса, взаимодействующего со скалярными полями B_a , σ , причем в лагранжиане взаимодействия поле σ заменено на

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \sum_{i=1-N/2}^{N/2} X_i. \quad (8)$$

Этот лагранжиан инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= (D_\mu \varepsilon)^a, & \delta \sigma &= -\frac{g}{2} (B_a \varepsilon^a), \\ \delta B_a &= -m_1 \varepsilon_a - \frac{g}{2} \varepsilon_{abc} B^b \varepsilon^c - \frac{g}{2} \sigma \varepsilon_a + \frac{g}{2} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} X_i \varepsilon_a. \end{aligned} \quad (9)$$

Пользуясь этой инвариантностью, наложим калибровочное условие $B_a = 0$.

Поля A_μ^a , σ , $\bar{c}_i$, c_i квантуются стандартным образом. Лагранжиан полей X_i включает высшие производные по времени; чтобы проквантовать его, мы вводим переменные $Q_i^1 = X_i$, $Q_i^2 = \dot{X}_i$ и сопряженные импульсы

$$P_1^i = -N \partial_0 X^i - a_i^{-2} N \partial_0 \square X_i + \tilde{f}(A_\mu, \sigma, X^i), \quad P_2^i = a_i^{-2} N \square X^i. \quad (10)$$

Здесь $\tilde{f}$ обозначает члены порядка $O(g)$.

В терминах этих переменных фурье-образ гамильтониана имеет вид

$$\begin{aligned}\tilde{H}(\mathbf{k}) = \sum_i P_1^i Q_2^i + \sum_i P_2^i \dot{Q}_2^i - L = \sum_i \left\{ P_1^i Q_2^i - \mathbf{k}^2 P_2^i Q_1^i + \right. \\ \left. + \frac{(P_2^i a_i)^2}{2N} + \frac{N}{2} (Q_2^i)^2 + \frac{N}{2} \mathbf{k}^2 (Q_1^i)^2 + \frac{1}{2} (P_\sigma)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \mathbf{k}^2 \sigma^2 + P_c^i P_c^i + \mathbf{k}^2 \bar{c}_i c_i \right\} + \tilde{H}_1(A_\mu, \tilde{\sigma}, X).\end{aligned}\quad (11)$$

В этом уравнении $\tilde{H}_1$ обозначает гамильтониан свободного массивного векторного поля и члены взаимодействия.

Спектр свободного гамильтониана включает безмассовое одночастичное состояние с нулевым спином, порожденное полем σ , а также N безмассовых и N массивных одночастичных состояний с массами a_i и нулевым спином, порожденных полями X_i . Соответствующие операторы рождения и уничтожения имеют вид

$$\sigma^\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\omega}}(\omega\sigma \mp ip_\sigma), \quad [\sigma^-(\mathbf{k}), \sigma^+(\mathbf{k}')] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad \omega = \sqrt{\mathbf{k}^2}; \quad (12)$$

$$a_i^\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\omega N}}(P_1^i \mp iN\omega Q_1^i \mp i\omega P_2^i), \quad [a_i^-(\mathbf{k}), a_i^+(\mathbf{k}')] = -\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'); \quad (13)$$

$$\begin{aligned}b_i^\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\omega N}}(P_1^i + NQ_2^i \mp i\omega_i P_2^i), \\ [b_i^-(\mathbf{k}), b_j^+(\mathbf{k}')] = \delta_{ij}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad \omega_i = \sqrt{\mathbf{k}^2 + a_i^2}.\end{aligned}\quad (14)$$

Операторы a^+ порождают безмассовые состояния с неположительной нормой. Однако благодаря инвариантности лагранжиана (7) относительно преобразований суперсимметрии

$$\begin{aligned}\delta X_i(x) = c_i(x)\varrho, \quad \delta\sigma(x) = \sum_{i=1-N/2}^{N/2} c_i(x)\varrho, \\ \delta\bar{c}_i(x) = \left[NX_i(x) - \sigma(x) + Na_i^{-2}\square X_i(x) - \frac{g}{4m_1}(B(x)^2 + \tilde{\sigma}(x)^2) \right]\varrho,\end{aligned}\quad (15)$$

где ϱ – антикоммутирующий параметр, существует сохраняющийся оператор Q , позволяющий выделить состояния с неотрицательной нормой путем наложения условия

$$Q|\Phi\rangle = 0. \quad (16)$$

Асимптотический оператор Q_0 имеет вид

$$\begin{aligned}Q_0 = \int d^3k \sum_i (NQ_1^i \partial_0 c^i + P_1^i c_i + P_2^i \partial_0 c^i - P_\sigma c_i + \sigma \partial_0 c_i) = \\ = \int d^3k \sum_i [c_i^+(\sqrt{N} a_i^- - \sigma^-) + (\sqrt{N} a_i^+ - \sigma^+) c_i^-].\end{aligned}\quad (17)$$

Уравнение (16) для асимптотических состояний решается явно:

$$|\Phi\rangle = \left[1 + \sum_n \gamma_n \prod_{1 \leq j \leq n} \left(\sigma^+(\mathbf{k}_j) - \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1-N/2}^{N/2} a_i^+(\mathbf{k}_j) \right) \right] |\Phi\rangle_{A,b_i}, \quad (18)$$

где векторы $|\Phi\rangle_{A,b_i}$ описывают состояния массивного векторного поля и скалярных частиц с массами a_i , а γ_n суть произвольные вещественные константы. Состояния (18) имеют неотрицательную норму, и будучи факторизовано по подпространству векторов с нулевой нормой, пространство векторов, удовлетворяющих условию (16), совпадает с физическим.

Стоит отметить, что при $N \neq 1$ сохраняющийся оператор Q не является нильпотентным. Однако благодаря тому, что в данном случае духовые поля $c_i, \bar{c}_i$ не участвуют во взаимодействии, условие (16) гарантирует положительность нормы физических состояний.

Этим заканчивается квантование модели в “унитарной” калибровке $B_a = 0$. В этой калибровке теория не обладает явной перенормируемостью, поскольку пропагатор векторного поля

$$\tilde{D}_{\mu\nu}^{ab}(k) = \delta^{ab} \frac{g^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu m_1^{-2}}{k^2 - m_1^2} \quad (19)$$

не убывает на бесконечности. Пользуясь калибровочной инвариантностью лагранжиана (7), можно стандартным образом перейти к какой-либо перенормируемой калибровке, например, к калибровке Лоренца $\partial_\mu A_\mu = 0$. В этой калибровке S -матрица дается континуальным интегралом

$$S = \int dA_\mu dB^a d\sigma dX_i \exp \left\{ i \int dx L \right\} \delta(\partial_\mu A_\mu) \det[M], \quad (20)$$

где L – это калибровочно-инвариантный лагранжиан (7), $\det[M]$ – детерминант Фаддеева–Попова, на переменные интегрирования наложены обычные граничные условия. Мы опустили духовые поля $\bar{c}_i, c_i$, поскольку они свободны и не влияют на результат.

Пропагаторы, определяемые интегралом (20), имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{\mu\nu}^{ab}(k) &= \delta^{ab} \frac{g^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu k^{-2}}{k^2 - m_1^2}, \\ \tilde{D}_{\text{FP}}^{ab}(k) &= \delta^{ab} \frac{1}{k^2}, \quad \tilde{D}_\sigma(k) = \frac{1}{k^2}, \quad \tilde{D}_B^{ab}(k) = \delta^{ab} \frac{1}{k^2}, \\ \tilde{D}_X^{ij}(k) &= \delta^{ij} \frac{a_i^2}{k^2(k^2 - a_i^2)N} = \frac{\delta^{ij}}{N} \left[\frac{1}{k^2 - a_i^2} - \frac{1}{k^2} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Все пропагаторы за исключением $\tilde{D}_X(k)$ убывают при $k \rightarrow \infty$ как k^{-2} , а ультрафиолетовая асимптотика пропагатора $\tilde{D}_X(k)$ есть k^{-4} . Модель очевидно перенормируема.

Поля X_i , которые могут порождать состояния с неположительной нормой, входят во взаимодействие только в комбинациях

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \sum_i X_i, \quad \tilde{X}_i = \square X_i. \quad (22)$$

В пропагаторах $\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k)$ вклад полей σ в точности компенсирует вклад безмассовых состояний, порожденных полями X_i , и, таким образом, распространяются только массивные компоненты с массами a_i и положительной нормой. Пропагаторы полей $\tilde{X}_i$ также не имеют полюсов, соответствующих состояниям с нулевой массой. Ни одна из комбинаций (22) не порождает асимптотических состояний с отрицательной нормой согласно данному выше доказательству унитарности в физическом пространстве.

Вероятность рождения состояния с нулевым спином и массой a_i подавлена фактором N^{-1} и в пределе $N \rightarrow \infty$ обращается в нуль. Однако, поскольку число полей X_i в промежуточных состояниях в этом пределе стремится к бесконечности, их суммарный вклад конечен и описывает некоторый коллективный эффект. Этот вклад зависит от конкретного вида функции $a(i)$. Если зависимость a от i такова, что при $N \rightarrow \infty$ ряд

$$\sum_{i=1-N/2}^{N/2} \frac{1}{k^2 - a_i^2} \quad (23)$$

сходится, то в этом пределе

$$\sum_{i,j=1-N/2}^{N/2} \tilde{D}_X^{ij}(k) \sim \frac{1}{k^2}. \quad (24)$$

Поскольку взаимодействие полей X включает вторые производные, мы приходим к неперенормируемой теории.

Другой предельный случай соответствует $a_i \equiv a$. Тогда

$$\sum_{i,j} \tilde{D}_X^{ij}(k) = \frac{a^2}{k^2(k^2 - a^2)}, \quad (25)$$

а пропагатор поля $\tilde{\sigma}$ равен

$$\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k) = \frac{1}{k^2 - a^2}. \quad (26)$$

Мы получаем в этом случае обычную модель Хиггса. Все массивные состояния с нулевым спином обладают одинаковым набором квантовых чисел, и их невозможно различить.

В общем случае при больших импульсах $k^2 \gg a_i^2$ пропагатор $\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k)$ совпадает с обычным пропагатором хиггсовского мезона, $\tilde{D}_{\tilde{\sigma}} \sim k^{-2}$, но при $k^2 \simeq a_i^2$ предсказания нашей модели могут сильно отличаться от предсказаний модели Хиггса–Киббла. При любом конечном N лагранжиан (7) описывает модель с N массивными нейтральными частицами с нулевым спином, которая унитарна в пространстве с положительной нормой и перенормируема. При достаточно больших N состояния отдельных скалярных частиц становятся ненаблюдаемыми, но благодаря их присутствию в промежуточных состояниях возникает некоторый коллективный эффект, который может быть проверен экспериментально.

Описанная выше модель может быть описана лагранжианом, не содержащим высших производных, если ввести калибровочно-инвариантное взаимодействие синглетных полей с хиггсовским дублетом, как это делалось в работах, цитированных во

введении. В отличие от этих работ, в нашем подходе скалярное поле Хиггса, описываемое комплексным дублетом φ , полностью исчезает из спектра наблюдаемых, и все физические возбуждения с нулевым спином описываются полями X_i , синглетными относительно калибровочной группы. Еще более существенным отличием является инвариантность лагранжиана (7) относительно преобразований суперсимметрии (15), которая вместе с условием перенормируемости фиксирует вид взаимодействия синглетных полей. В частности, она запрещает вершины вида X^3 или $X^2\varphi^+\varphi$.

Чтобы вернуться к теории с компактным непрерывным дополнительным измерением, описываемой лагранжианом (4), нужно рассмотреть пределы $N \rightarrow \infty$, $b \rightarrow 0$, $Nb = 2\pi\kappa^{-1}$. Этому посвящен следующий раздел.

3. НЕПРЕРЫВНОЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ

Мы рассматриваем модель с непрерывным дополнительным измерением как предел дискретной модели (5), квантование которой обсуждалось в предыдущем разделе.

Введем заново шаг решетки b , перемасштабируя поля $X_i \rightarrow bX_i$. В пределе $N \rightarrow \infty$, $Nb = 2\pi\kappa^{-1}$, S -матрица будет иметь вид (20) с лагранжианом

$$L = \tilde{L}(A_\mu, B_a, \tilde{\sigma}) + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma_\mu\partial_\mu\sigma_\mu + \frac{g}{4m_1}\partial_\mu(B^2 + \tilde{\sigma}^2) \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) - \\ - \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \partial_\mu X(x, \lambda) + \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda a^{-2}(\lambda) \square X(x, \lambda) \square X(x, \lambda). \quad (27)$$

Здесь

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda X(x, \lambda). \quad (28)$$

Этот лагранжиан получается из уравнения (4) подстановкой явного выражения поля φ через B, σ и сдвигом (28). Поскольку духовые поля $\bar{c}(x, \lambda)$, $c(x, \lambda)$ в нашем случае свободны, мы опустили соответствующие члены в лагранжиане.

Поля A_μ , B_a , σ и духи Фаддеева–Попова не зависят от дополнительного измерения, поэтому их пропагаторы имеют стандартный вид. Пропагатор поля X легко вычислить. Он равен

$$\tilde{D}_X(k, \lambda, \mu) = \delta(\lambda - \mu) \frac{\kappa}{2\pi} \frac{a^2(\lambda)}{k^2(k^2 - a^2(\lambda))}. \quad (29)$$

Как и раньше, вершины взаимодействия зависят только от комбинаций

$$\tilde{\sigma}(x) = \sigma(x) - \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda X(x, \lambda), \quad \tilde{X}(x) = \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \square X(x, \lambda). \quad (30)$$

Соответствующие пропагаторы

$$\begin{aligned}\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k) &= \frac{1}{k^2} + \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda d\mu \frac{\kappa}{2\pi} \left[-\frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2 - a^2(\lambda)} \right] \delta(\lambda - \mu) = \\ &= \frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \frac{1}{k^2 - a^2(\lambda)},\end{aligned}\quad (31)$$

$$\tilde{D}_{\tilde{X}, \tilde{X}}(k) = \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \frac{\kappa}{2\pi} \frac{k^2 a^2(\lambda)}{k^2 - a^2(\lambda)}, \quad (32)$$

$$\tilde{D}_{\tilde{X}, \tilde{\sigma}}(k) = \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \frac{\kappa}{2\pi} \frac{a^2(\lambda)}{k^2 - a^2(\lambda)} \quad (33)$$

не имеют одночастичных полюсов, и в этом смысле в нашей модели отсутствуют фундаментальные частицы с нулевым спином. Присутствие возбуждений с нулевым спином в промежуточных состояниях проявляется как коллективный эффект, описываемый пропагаторами (31)–(33). При произвольном $a(\lambda)$ для импульсов $|k| \gg \max[a]$ пропагатор поля $\tilde{\sigma}$ совпадает с пропагатором хиггсовского мезона. Если $a(\lambda)$ не зависит от λ , $a(\lambda) = a$, то пропагатор поля $\tilde{\sigma}$ совпадает с пропагатором хиггсовского мезона $\tilde{D}_H = (k^2 - a^2)^{-1}$ при всех k , и, как и в дискретном случае, наша модель сводится к обычной модели Хиггса–Киббла.

Явный вид пропагатора поля $\tilde{\sigma}$ зависит от вида функций $a(\lambda)$, которые должны быть выбраны из условия согласия с экспериментом.

Например, если

$$a^2(\lambda) = M^2 - \lambda^2, \quad M^2 > \frac{\pi^2}{\kappa^2}, \quad (34)$$

то

$$\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k) = -\frac{\kappa}{2\pi\sqrt{M^2 - k^2}} \ln \left(\frac{\sqrt{M^2 - k^2} - \pi/\kappa}{\sqrt{M^2 - k^2} + \pi/\kappa} \right). \quad (35)$$

Вместо одночастичных полюсов возникают точки ветвления, описывающие коллективное возбуждение.

Другой пример был рассмотрен в работе [1]. Если

$$a^2(\lambda) = \begin{cases} \lambda + \pi/\kappa + M^2, & \lambda < 0, \\ -\lambda + \pi/\kappa + M^2, & \lambda > 0, \end{cases} \quad (36)$$

то

$$\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k) = -\frac{\kappa}{\pi} \ln \left(1 - \frac{\pi}{\kappa(k^2 - M^2)} \right). \quad (37)$$

Как и раньше, вместо одночастичных полюсов пропагатор имеет точки ветвления, описывающие коллективное возбуждение, а при $k^2 \gg \pi^2/\kappa^2$

$$\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}(k) \simeq k^{-2}. \quad (38)$$

Выбирая должным образом функции $a(\lambda)$, можно моделировать различное поведение пропагаторов $\tilde{D}_{\tilde{\sigma}}$, $\tilde{D}_{\tilde{X}, \tilde{X}}$, $\tilde{D}_{\tilde{X}, \tilde{\sigma}}$.

4. ПРИЛОЖЕНИЯ К ЭЛЕКТРОСЛАБЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ

Нетрудно обобщить модель электрослабых взаимодействий, основанную на группе $SU(2) \times U(1)$, так, чтобы скалярные поля зависели от дополнительного измерения. Часть лагранжиана, зависящую только от калибровочных и фермионных полей, можно взять в том же виде, что и в моделях с обычным хиггсовским мезоном. В модели Вайнберга–Салама этот лагранжиан имеет вид

$$L_{GF} = \frac{1}{8} \text{tr}[F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}] - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G_{\mu\nu} + \bar{L}i\gamma_\mu \left(\partial_\mu + igA_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + \frac{ig_1}{2}B_\mu \right) L + \bar{R}i\gamma_\mu (\partial_\mu + ig_1B_\mu) R + \dots, \quad (39)$$

где B_μ – абелево калибровочное поле, $G_{\mu\nu}$ – соответствующий тензор напряженности, многоточием обозначены аналогичные члены, включающие кварковые поля.

Взаимодействие скалярных полей описывается лагранжианом

$$L = \left| \partial_\mu \varphi + ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a \varphi - \frac{ig_1}{2} B_\mu \varphi \right|^2 - G(\bar{L}\varphi R + \bar{R}\varphi L) + \dots \\ \dots + \frac{g}{2m_1} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \partial_\mu (\varphi^+ \varphi) + \frac{1}{2} \left[\int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \right]^2 - \\ - \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda \partial_\mu X(x, \lambda) \partial_\mu X(x, \lambda) + \frac{\pi}{\kappa} \int_{-\pi/\kappa}^{\pi/\kappa} d\lambda a^{-2}(\lambda) \square X(x, \lambda) \square X(x, \lambda), \quad (40)$$

где многоточием опять обозначены члены, включающие кварковые поля, а поле φ параметризовано, как раньше:

$$\varphi_1 = \frac{iB_1 + B_2}{\sqrt{2}}; \quad \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}m_1}{g} + \frac{\sigma - iB_3}{\sqrt{2}}. \quad (41)$$

Все рассуждения, приведенные выше, применимы и в этом случае. Модель калибровочно-инвариантна, перенормируема и не порождает одночастичных возбуждений с нулевым спином. Условие инвариантности относительно преобразований суперсимметрии (15) фиксирует вид взаимодействия синглетных полей.

Заметим, что структура фермионных аномалий в нашей модели такая же, как в модели Вайнберга–Салама, поэтому компенсация лептонных и кварковых аномалий происходит таким же образом, как и в этой модели.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы обсуждали формулировку калибровочно-инвариантной модели массивного поля Янга–Миллса, включающей дополнительные скалярные поля, синглетные относительно калибровочной группы, и описываемой лагранжианом, содержащим высшие производные и зависящим от дополнительного измерения. Наша модель унитарна в пространстве состояний с положительной нормой и не приводит к появлению одночастичных полюсов в каналах, отвечающих обмену бесспиновыми частицами. В этом смысле модель не требует введения фундаментальных скалярных мезонов.

Дискретная версия описывает калибровочно-инвариантную модель массивного векторного поля со спонтанно нарушенной симметрией и несколькими нейтральными скалярными мезонами. В нашей модели вид взаимодействия синглетных полей фиксируется условиями симметрии, наложенными на теорию.

Описанный механизм можно применить к модели Вайнберга–Салама, чтобы модифицировать предсказания, относящиеся к частицам с нулевым спином. Тот же механизм можно использовать в моделях с несколькими поколениями фермионов и в моделях с осцилляциями нейтрино.

Обсуждение некоторых экспериментальных предсказаний моделей с дополнительными калибровочно синглетными полями можно найти в работах [10] и других работах, цитированных во введении.

Благодарности. Работа была выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 05-01-00541), Программы поддержки ведущих научных школ (грант № НШ-20052.2003.1), и Программы РАН “Теоретические проблемы математики”.

Список литературы

- [1] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 1264; A. Salam, “Elementary Particle Theory”, *Elementary Particle Theory*, Proc. 8-th Nobel Symposium (Lerum, Sweden May 19–25, 1968), ed. N. Svartholm, Almquist & Wiksell, Stockholm, Wiley, N.Y., 1968, 367.
- [2] P. W. Higgs, *Phys. Lett.*, **12** (1964), 132; T. W. B. Kibble, *Phys. Rev.*, **155** (1967), 1554.
- [3] G. ’t Hooft, *Nucl. Phys. B*, **35** (1971), 167.
- [4] R. Cassalbuoni, D. Dominici, R. Gatto, C. Giunti, *Phys. Lett. B*, **178** (1986), 235; A. Hill, J. J. van der Bij, *Phys. Rev. D*, **36** (1987), 3463; R. S. Chivukula, M. Golden, *Phys. Lett. B*, **267** (1991), 233; J. D. Bjorken, *Int. J. Mod. Phys. A*, **7** (1992), 4189.
- [5] N. V. Krasnikov, *Phys. Lett. B*, **325** (1994), 430.
- [6] A. A. Slavnov, *Renormalizable electroweak model without fundamental scalar mesons*, [hep-th/0601125](#).
- [7] A. A. Slavnov, *Phys. Lett. B*, **620** (2005), 97.
- [8] A. A. Slavnov, *Phys. Lett. B*, **258** (1991), 391.
- [9] A. A. Slavnov, *Nucl. Phys. B*, **31** (1971), 301.
- [10] N. V. Krasnikov, *Mod. Phys. Lett. A*, **13** (1998), 893; J. R. Espinosa, J. F. Gunion, *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 1084; J. J. van der Bij, *Phys. Lett. B*, **636** (2006), 56; [hep-ph/060382](#).

Поступила в редакцию 12.04.2006