Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Р. Халилов, Нестабильность нуклонов в вырожденном замагниченном нуклон-электронном газе, *ТМФ*, 2004, том 138, номер 3, 508–528

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf29>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 15:05:25

НЕСТАБИЛЬНОСТЬ НУКЛОНОВ В ВЫРОЖДЕННОМ ЗАМАГНИЧЕННОМ НУКЛОН-ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

В рамках модели вырожденного релятивистского идеального газа нейтронов, протонов и электронов (np^+e^- -газа) во внешнем сверхсильном постоянном и однородном магнитном поле изучается влияние магнитного поля на состояние химического равновесия np^+e^- -газа и на процессы электронного (β^-) и позитронного (β^+) распада нуклонов с учетом эффектов, обусловленных взаимодействием аномальных магнитных моментов нуклонов с магнитным полем. При достаточно высоких значениях магнитной индукции плотность числа протонов в химическом равновесии должна превышать плотность числа нейтронов. Включение взаимодействия аномальных магнитных моментов нуклонов $M_{n,p}$ с магнитным полем приводит к незначительному понижению плотности числа протонов, однако в состоянии химического равновесия в присутствии сверхсильного магнитного поля плотность числа протонов, как и при $M_{n,p} = 0$, выше плотности числа нейтронов. Показано, что при учете взаимодействия аномальных магнитных моментов нуклонов с сверхсильным магнитным полем может стать энергетически разрешенным позитронный распад свободного (т.е. не входящего в состав атомного ядра) протона на нейтрон, позитрон и нейтрино. Обсуждаются условия, необходимые для осуществления фазового перехода вещества из нуклонной фазы в кварковую фазу в центральной области сильно намагниченной нейтронной звезды.

Ключевые слова: аномальный магнитный момент, нейтронная звезда, электронный и позитронный распады нуклонов, метастабильное состояние, фазовый переход.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы внимание физиков-теоретиков и астрофизиков привлекают процессы, которые, по-видимому, протекают в центральной области компактных сильно намагниченных нейтронных звезд (“магнитаров”) [1] [2]. Как предполагают [3], [4], величина индукции магнитного поля B на поверхности экстремально намагниченных нейтронных звезд может достигать значений 10^{15} Гс. Существование таких полей на поверхности магнитаров недавно было подтверждено из наблюдений [5]. Можно ожидать, что магнитная индукция в центре магнитара превышает ее значение на поверхности на несколько порядков. Однако существует верхний предел магнитной индукции в центре нейтронной звезды, выше которого звезда (данной массы) становится неустойчивой. Поэтому условие стабильности нейтронной звезды налагает ограничение на максимально

*Московский государственный университет, Москва, Россия. E-mail: khalilov@thc.phys.msu.ru

допустимое значение внутреннего магнитного поля, “вмороженного” в звезду, вытекающее из скалярной теоремы вириала [6]. При этом, если магнитная индукция B на поверхности нейтронной звезды составляет примерно 10^{15} Гс, то в центральной области звезды она может достигать значений порядка 10^{18} Гс [7]. Существование “вмороженного” в звезду сверхсильного магнитного поля приводит к увеличению максимально возможной массы стабильной нейтронной звезды по сравнению с ее величиной без магнитного поля [8].

Магнитное поле должно оказывать существенное влияние на микропроцессы с участием элементарных частиц, которые могут протекать в нейтронной звезде, и, особенно, на процессы в центральной области звезды [8]–[17].

В этой статье в рамках простейшей модели вырожденного релятивистского идеального газа протонов (p^+), нейтронов (n) и электронов (e^-) во внешнем постоянном однородном магнитном поле исследуется влияние сверхсильного магнитного поля на элементарные процессы, поддерживающие химическое равновесие вещества в центральных областях намагниченных нейтронных звезд. Показано, что включение взаимодействий электрических зарядов и аномальных магнитных моментов (АММ) частиц с магнитным полем может привести к качественным изменениям, например, в относительных равновесных концентрациях нуклонов по сравнению со случаем отсутствия магнитного поля. В частности, установлено, что при достаточно высоких значениях магнитной индукции плотность числа протонов в химическом равновесии должна превышать плотность числа нейтронов, что невозможно в отсутствие магнитного поля.

Мы исследуем влияние сверхсильного магнитного поля на процессы электронного и позитронного распада нуклонов в вырожденном газе нейтронов, протонов и электронов с учетом эффектов, обусловленных включением взаимодействия АММ нуклонов с магнитным полем магнитара. Будет доказано, что при некоторых условиях, которые, по-видимому, реализуемы в центральной области магнитара, протоны могут стать нестабильными частицами в результате процесса позитронного β^+ -распада в присутствии сверхсильного постоянного и однородного магнитного поля. Следует подчеркнуть, что β^+ -распад может стать энергетически разрешенным процессом только в сверхсильных магнитных полях и только при включении взаимодействия АММ нуклонов с магнитным полем, когда при учете этого взаимодействия энергия протона на низших уровнях может превышать энергию нейтрона.

Мы также обсудим условия, необходимые для осуществления фазового перехода вещества из нуклонной фазы в кварковую фазу в центральной области сильно намагниченной нейтронной звезды. Полученные результаты могут оказаться полезными для понимания процессов, протекающих в ядре нейтронной звезды с “вмороженным” магнитным полем.

Химическое равновесие в вырожденном газе нуклонов и электронов поддерживается процессами [8]–[11]

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}, \quad p^+ + e^- \rightarrow n + \nu, \quad (1)$$

где $\bar{\nu}$ и ν обозначают антинейтрино и нейтрино, соответственно. В этих процессах в каждой точке пространства сохраняется плотность полного числа барионов ($n_b =$

$n_p + n_n$) и выполняется условие электронейтральности системы

$$n_p = n_e. \quad (2)$$

Когда плотность числа барионов n_b остается постоянной, полная плотность внутренней энергии np^+e^- -системы

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_n + \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_e$$

может быть выражена только через величину n_n [10]. Когда $\mathcal{E}$ как функция n_n имеет минимум, достигается химическое равновесие. Условие химического равновесия определяется уравнением для химических потенциалов

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \quad (3)$$

(напомним, что для вырожденного газа фермионов их химические потенциалы и энергии Ферми совпадают). Поскольку предполагается, что нейтрино покидают звезду, их химический потенциал можно положить равным нулю.

В присутствии однородного магнитного поля рассматриваемая система фермионов обладает цилиндрической (а не сферической) симметрией. Кроме того, химические потенциалы вырожденных фермионов, хотя и определяются их плотностями частиц, но также зависят и от таких величин, как e , $M_{n,p}$, B . Стоит также напомнить, что химические потенциалы вырожденных фермионов в присутствии внешнего электромагнитного поля прямо связаны с числом квантовых состояний частиц в заданном поле.

2. СПЕКТРЫ ЭНЕРГИЙ, ПЛОТНОСТИ ЧИСЕЛ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ И ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИЙ ФЕРМИОНОВ В ПОСТОЯННОМ И ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Собственные значения гамильтониана уравнения Дирака–Паули для протона, обладающего АММ, во внешнем постоянном и однородном магнитном поле были получены в работе [15] в виде

$$E_p = \sqrt{p^2 + \left(\sqrt{2k|e|B + m_p^2} - sM_pB \right)^2}, \quad (4)$$

где p – проекция импульса протона в направлении внешнего поля $\mathbf{B}$, e – электрический заряд протона, $k = 0, 1, 2, \dots$ – главное квантовое число, нумерующее уровни Ландау, m_p – масса протона.

Спектр энергий нейтрона, обладающего АММ, во внешнем постоянном и однородном магнитном поле имеет вид [15]

$$E_n = \sqrt{p^2 + \left(\sqrt{p_\perp^2 + m_n^2} + sM_nB \right)^2}, \quad (5)$$

где p и $p_\perp$ – компоненты импульса по направлению и перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля $\mathbf{B}$, m_n – масса нейтрона, M_p и M_n – АММ протона и нейтрона, соответственно, $s = \pm 1$ – квантовое число, характеризующее проекцию спина фермиона на направление внешнего магнитного поля. Отметим, что взаимодействие нейтрона, обладающего АММ, с классическим электромагнитным полем соответствует неминимальной связи.

Спектр энергий уравнения Дирака–Паули для электрона с учетом АММ во внешнем постоянном и однородном магнитном поле имеет вид (см., например, [16])

$$E_e = \sqrt{p^2 + (\sqrt{2k|e|B + m_e^2} - sM_e B)^2}, \quad (6)$$

где p – проекция импульса электрона в направлении внешнего поля, e , m_e и M_e – электрический заряд, масса и АММ электрона, соответственно.

В магнитных полях $B = B_0 = m_e^2/|e| = 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс для электрона и $B = B_0^* = m_p^2/e = 3.4 \cdot 10^6 B_0 = 1.5 \cdot 10^{20}$ Гс для протона расстояния между уровнями Ландау становятся равными энергиям покоя этих частиц. Отметим, что взаимодействие АММ электрически заряженного фермиона с внешним магнитным полем снимает вырождение по направлениям (проекциям) спина фермиона. Из формулы (5) следует, что если взаимодействие АММ нейтрона M_n с магнитным полем учтено, то каждый уровень энергии расщепляется на два уровня, явно зависящих от спина (и от M_n).

Экспериментальные значения АММ нуклонов равны $M_p = (g_p/2 - 1)M_N$ для протона и $M_n = g_n M_N/2$ для нейтрона, где $M_N = e/2m_p$ – ядерный магнетон, а $g_p = 5.58$, $g_n = -3.82$ – g -факторы Ланде для протона и нейтрона, соответственно. Отметим, что ядерный магнетон содержит “затравочную” массу протона. Поскольку АММ нуклонов имеют порядок M_N , их энергии связи $|M_n, M_p|B \cong 70(B/B_0^*)$ МэВ становятся значительными в полях $B \gg B_0$, что может привести к изменениям в условии химического равновесия и в энергиях Ферми нуклонов.

В магнитных полях $B = m_e/M_e$ для электрона и $B = m_{p,n}/M_{p,n}$ для нуклонов энергии связей АММ электрона и нуклонов с внешним магнитным полем в состояниях с $p = p_\perp = 0$, $k = 0$ при определенных значениях проекций спинов частиц на направление магнитного поля становятся равными энергиям покоя этих частиц. При этом выражения (4)–(6) обращаются в нуль. Назовем такие поля критическими магнитными полями. Отметим, что вакуум квантовой электродинамики в магнитном поле $B = m_e/M_e$ становится нестабильным относительно спонтанного рождения электрон-позитронных пар, а в полях $B = m_{p,n}/M_{p,n}$ подобные проблемы могут возникнуть и для нуклонов.

Вместе с этим следует помнить, что АММ электрона M_e генерируется динамически [18] и является исчезающе малой функцией магнитного поля при $B \gg B_0$ [19]. Поэтому можно ожидать, что формула (6) дает правильное значение для энергии электрона (с учетом АММ электрона) в поле $B \gg B_{\text{cr}}^e$, если в ней пренебречь членом $M_e B$. Собственные же значения энергии для протона и нейтрона были получены из уравнения Дирака–Паули во внешнем магнитном поле, которое в применении к нуклонам обосновано в нерелятивистском приближении и, по-видимому, только в полях с $B < B_{\text{cr}}^{p,n}$. Мы будем рассматривать область значений $B_{\text{cr}}^{p,n} > B \gg B_0$.

Плотность числа квантовых состояний (в отсутствие поля плотность этого числа совпадает с плотностью числа частиц) и плотность энергии вырожденного релятивистского газа электронов или протонов во внешнем постоянном однородном магнитном поле, $n_{e,p}$ и $\mathcal{E}_{e,p}$, определяются формулами

$$n_{e,p} = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{k=0}^{k_{\text{max}}} \int_0^{p_{e,p}^F} dp \quad (7)$$

и

$$\mathcal{E}_{e,p} = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{k=0}^{k_{\max}} \int_0^{p_{e,p}^F} dp \sqrt{p^2 + \left(\sqrt{2|eB|k + m_{e,p}^2} - sM_{e,p}B \right)^2}, \quad (8)$$

где $p_{e,p}^F$ — импульс Ферми (для уровня Ландау с заданными k и s) электронов, протонов, соответственно. Проинтегрировав (7) и (8) по p , получим

$$n_{e,p} = \frac{eBm_{e,p}}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{k=0}^{k_{\max}} z_k(e,p), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{e,p} = \frac{e^2 B B_{e,p}}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{k=0}^{k_{\max}} & \left[z_k(e,p) \sqrt{1 + z_k^2(e,p) + b_{e,p}k} + \right. \\ & \left. + \left(\sqrt{1 + b_{e,p}k} \mp \frac{sM_{e,p}B}{m_{e,p}} \right)^2 \ln \frac{z_k(e,p) + \sqrt{1 + z_k^2(e,p) + b_{e,p}k}}{\sqrt{1 + b_{e,p}k}} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

В этих выражениях

$$z_k^2(e,p) = \frac{\mu_{e,p}^2 - \left(\sqrt{2|eB|k + m_{e,p}^2} + sM_{e,p}B \right)^2}{m_{e,p}^2}, \quad (11)$$

$$b_{e,p} \equiv \frac{2|eB|}{m_{e,p}^2}, \quad B_e \equiv B_0, \quad B_p \equiv B_0^*,$$

$$k_{\max} = \left\lceil \frac{(\mu_{e,p} \mp sM_{e,p}B)^2 - m_{e,p}^2}{2|eB|} \right\rceil. \quad (12)$$

Суммирование по k проводится до целого числа $k_{\max}$ (зависящего также от s), предшествующего значению k , при котором $z_k^2(e,p)$ становится отрицательным.

Плотность числа квантовых состояний нейтронов в постоянном магнитном поле можно определить формулой

$$n_n = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=1,-1} \int_0^{p_{\perp}^F} \int_0^{p^F} dp_{\perp} dp p_{\perp}, \quad (13)$$

где

$$p^F = \sqrt{\mu_n^2 - \left(\sqrt{p_{\perp}^2 + m_n^2} + sM_n B \right)^2}, \quad p_{\perp}^F = \sqrt{(\mu_n - sM_n B)^2 - m_n^2}.$$

Отметим, что при интегрировании всех выражений по p и $p_{\perp}$ сначала проводится интегрирование по p . Интегрируя (13), получим

$$\begin{aligned} n_n = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=1,-1} & \left\{ \frac{(\mu_n^2 - m_{n*}^2)^{3/2}}{3} + \right. \\ & \left. + \frac{sM_n B}{2} \left[m_{n*} \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2} - \mu_n^2 \arcsin \frac{\sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}}{\mu_n} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Плотность энергии релятивистского газа нейтронов в постоянном магнитном поле при нулевой температуре $\mathcal{E}_n$ определяется формулой

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=1,-1} \int_0^{p_\perp^F} \int_0^{p^F} dp_\perp dp p_\perp \sqrt{p^2 + \left(\sqrt{p_\perp^2 + m_n^2} + sM_n B\right)^2}. \quad (15)$$

Интегрируя (15), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n = \frac{1}{16\pi^2} \sum_{s=1,-1} & \left\{ \mu_n (\mu_n^2 - m_{n*}^2)^{3/2} + \mu_n^3 \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2} - \right. \\ & - \frac{m_{n*}^4}{2} \ln \frac{\mu_n + \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}}{\mu_n - \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}} - \frac{sM_n B}{3} \left[-5m_{n*} \mu_n \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2} + \right. \\ & \left. \left. + 2m_{n*}^3 \ln \frac{\mu_n + \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}}{\mu_n - \sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}} + \mu_n^3 \arcsin \frac{\sqrt{\mu_n^2 - m_{n*}^2}}{\mu_n} \right] \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где $m_{n*} = m_n + sM_n B$.

3. ПРЯМОЙ β -РАСПАД (НЕЙТРОНА) В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Из решений уравнения Дирака и спектра энергий для электрона (без включения АММ) в постоянном и однородном магнитном поле следует, что спин электрона в основном состоянии в однородном магнитном поле может быть ориентирован только против направления магнитного поля (см., например, [19]). Поэтому вырожденный газ электронов в основном состоянии в однородном магнитном поле с $B_0^* \gg B \gg B_0$ должен быть полностью поляризованным, если плотность электронов n_e удовлетворяет неравенству

$$\frac{\sqrt{2} n_e}{3n_{0n}} \left(\frac{B_0^*}{B} \right)^{3/2} < 1, \quad n_{0n} = \frac{m_n^3}{3\pi^2}. \quad (17)$$

По той же причине возможна полная спиновая поляризация протонов в постоянном однородном магнитном поле с $B_0^* \gg B \gg B_0$, даже если взаимодействие АММ протона с магнитным полем не учитывается. Это возможно при плотностях протонов, удовлетворяющих неравенству (17), когда все протоны смогут “разместиться” на низшем уровне Ландау $k = 0$; их спины должны быть направлены по вектору магнитной индукции, т.е. $s = 1$.

Полностью поляризованным в присутствии постоянного и однородного магнитного поля должен стать и рассматриваемый нами вырожденный газ нуклонов и электронов. Действительно, так как энергия нейтрона (а значит, и внутренняя энергия) явно зависит от проекции спина на направление магнитного поля, устойчивыми состояниями нейтронов в постоянном и однородном магнитном поле будут состояния с одним (определенным) значением проекций спинов нейтронов.

Рассмотрим условия стабильности нуклонов в низших энергетических состояниях в сверхсильном магнитном поле. Квантово-механические выражения энергий нейтрона

(с $p = p_{\perp} = 0$) и протона (с $p = 0$) в постоянном и однородном магнитном поле имеют вид

$$E_n^s = m_n - 1.91sM_NB \quad (18)$$

и

$$E_{0p}^s = m_p - 1.79sM_NB, \quad E_{1p}^1 = m_p + 0.2M_NB, \quad (19)$$

где E_{0p}^s и E_{1p}^1 – квантово-механические значения энергии протона на уровнях Ландау $k = 0$ (с $s = \pm 1$) и $n = 1$ (с $s = 1$), соответственно.

Прямой β -распад из низшего нейтронного в низшее протонное энергетическое состояние разрешен, если $E_n^1 - E_{0p}^1 - m_e > 0$, и, следовательно, при

$$B < \frac{(m_n - m_p - m_e)}{0.12M_N} \equiv B_{n0} = 2.1 \cdot 10^{18} \text{ Гс}.$$

Максимально возможные значения энергии и импульса (вдоль магнитного поля), приобретаемые электроном в рассматриваемом прямом β -распаде в сверхсильном магнитном поле, равны

$$E_{\max}(M, B) = m_n - m_p - 0.12M_NB, \quad p_{\max}(M, B) = \sqrt{E_{\max}^2(M, B) - m_e^2}. \quad (20)$$

Обе эти величины существенно зависят от магнитной индукции.

Распад покоящегося нейтрона в присутствии внешнего магнитного поля энергетически разрешен, если $E_{\max}(M, B) \geq m_e$. В np^+e^- -системе условие, при котором нейтроны стабильны относительно прямого β -распада, требует, чтобы фермиевское море электронов было заполнено вплоть до импульса, который превышает максимальный импульс $p_{\max}(M, B)$ электрона, испускаемого в прямом β^- -распаде [10],

$$p_e^F > p_{\max}(M, B).$$

Импульс Ферми электронов из фермиевского моря определяется уравнением химического равновесия (3).

При нулевой температуре химические потенциалы протонов μ_p и нейтронов μ_n в однородном и постоянном магнитном поле в области $B_0^* \gg B \gg B_0$ при относительно невысоких плотностях частиц, когда все частицы находятся в спин-поляризованных состояниях $s = 1$, можно найти, предварительно записав выражения для плотностей чисел состояний и энергий частиц (9), (10), (14) и (16), приближенно в виде

$$\mathcal{E}_{n,p} \cong \mu_{n,p} n_{n,p}. \quad (21)$$

Тогда, используя приближенные выражения, получим

$$\mu_n = m_n - 1.91M_NB + \frac{m_n}{2} \left(\frac{n_n^1}{n_{0n}} \right)^{2/3}, \quad (22)$$

$$\mu_p = m_p - 1.79M_NB + \frac{m_p}{2} \left(\frac{n_p^1}{n_{0p}} \right)^{2/3}. \quad (23)$$

Химический потенциал электронов в состоянии $k = 0$ нетрудно найти в виде

$$\mu_e = m_e \sqrt{1 + \left(\frac{2n_p m_n B_0^*}{3n_{0n} m_e B} \right)^2}. \quad (24)$$

При получении этой формулы мы учли, что $M_e \rightarrow 0$ при $B \gg B_0$. Отсюда видно, что

$$p_e^F = m_e \left(\frac{2n_p m_n B_0^*}{3n_{0n} m_e B} \right) \quad (25)$$

— импульс Ферми спин-поляризованных ($s = -1$) электронов, находящихся на низшем уровне Ландау $k = 0$.

Представим выражения для квантово-механических энергий нейтронов и протонов в однородном магнитном поле в нерелятивистском случае в виде

$$E_n^s = m_n - 1.91sM_N B + \frac{\mathbf{p}^2}{2m_n}, \quad (26)$$

$$E_{0p}^s = m_p - 1.79sM_N B + \frac{p^2}{2m_p}, \quad (27)$$

$$E_{1p}^1 = m_p + 0.2M_N B + \frac{p^2}{2m_p}. \quad (28)$$

Из формул (26)–(28) следует, что если нормированные плотности нуклонов при данной магнитной индукции B удовлетворяют неравенствам

$$\frac{m_n}{2} \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} < 3.8M_N B, \quad \frac{m_p}{2} \left(\frac{n_p}{n_{0n}} \right)^{2/3} < 2M_N B, \quad (29)$$

то нейтроны и протоны будут находиться в низших энергетических состояниях, причем спины всех нуклонов в этих состояниях ориентированы в направлении магнитного поля.

Химическое равновесие в рассматриваемой системе определяется физически содержательными решениями уравнения (3), которыми являются величины $n_p = n_b - n_n$ как функции от n_n , т.е. $n_p = f(n_n)$. Если предположить, что число нуклонов и электронов при данной магнитной индукции B в состоянии химического равновесия таково, что ими можно заполнить лишь низшие спин-поляризованные состояния, то, подставляя (22), (23) и (24) в (3), после простых преобразований получим уравнение

$$x^3 + px + q = 0, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} x &= \left(\frac{n_p}{n_{0n}} \right)^2, \quad p = r - \frac{a^2}{3}, \quad a = \left(\frac{3m_n B}{4m_p B_0^*} \right)^2, \\ r &= \left(\frac{3B}{2B_0^*} \right)^2 \left(\frac{\delta}{m_p} + \frac{m_n z^{2/3}}{2m_p} \right), \quad q = h + \frac{2a^3}{27} - \frac{ra}{3}, \quad z = \frac{n_n}{n_{0n}}, \\ h &= - \left(\frac{3B}{2B_0^*} \right)^2 \left[\frac{\delta^2 - m_e^2}{m_n^2} + z^{2/3} \left(\frac{\delta}{m_n} + \frac{z^{2/3}}{4} \right) \right], \quad \delta = m_n - m_p - (M_n - M_p)B. \end{aligned} \quad (31)$$

Корни уравнения (30) можно найти точно аналитически. Однако, учитывая ограничения, введенные нами выше на плотности частиц и величину магнитной индукции, интерес представляет случай $(q^2/p^3) \gg 1$. Если последнее неравенство выполняется, то интересующий нас корень уравнения (30) можно найти приближенно в виде

$$x_0 = \left(\frac{3B}{2B_0^*} \right)^{2/3} \left[\frac{\delta^2 - m_e^2}{m_n^2} + z^{2/3} \left(\frac{\delta}{m_n} + \frac{z^{2/3}}{4} \right) \right]^{1/3}. \quad (32)$$

В отсутствие магнитного поля уравнение химического равновесия в np^+e^- -системе имеет точное решение [10],

$$\frac{n_p}{n_{0n}} = \frac{1}{8} \left[\frac{4(\delta_0^2 - m_e^2)}{m_n^2} + \frac{4\delta_0}{m_n} \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} + \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{4/3} \right]^{3/2} \left[1 + \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} \right]^{-3/2}. \quad (33)$$

Здесь $\delta_0 = m_n - m_p$.

Нормированный импульс Ферми электронов p_e^F/m_e в состоянии химического равновесия в отсутствие магнитного поля как функция нормированной плотности нейтронов определяется формулой

$$\frac{p_e^F}{m_e} = \frac{1}{2} \left[\frac{4(\delta_0^2 - m_e^2)}{m_n^2} + \frac{4\delta_0}{m_n} \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} + \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{4/3} \right]^{1/2} \left[1 + \left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} \right]^{-1/2}. \quad (34)$$

Граничный импульс Ферми электронов $p_e^F(B)$ в состоянии химического равновесия в магнитном поле индукции B определяется выражением

$$p_e^F(B) = m_e \left(\frac{2m_n B_0^*}{3m_e B} \right) x_0^{3/2}. \quad (35)$$

Из формул (32), (35) видно, что импульс $p_e^F(B)$ имеет наименьшее значение при $n_n = 0$, когда он в точности равен $p_{\max}(M, B)$. Поэтому условие стабильности нейтрона относительно β -распада выполняется для любой ненулевой плотности нейтронов.

В отсутствие магнитного поля ($B = 0$) максимальный импульс электрона, испускаемого при распаде покоящегося нейтрона, есть

$$p_{\max} = \frac{\sqrt{(m_n^2 - m_p^2)^2 - 2m_e^2(m_n^2 + m_p^2) + m_e^4}}{2m_n} \cong \sqrt{\delta_0^2 - m_e^2} = 2.3m_e.$$

В магнитном поле индукции B при учете АММ нуклонов $p_{\max}(M, B)$ определяется формулой (20), которую запишем в виде

$$p_{\max}(M, B) = \sqrt{\delta^2 - m_e^2}.$$

Из этой формулы следует, что $p_{\max}(M, B)$ при нулевой плотности нейтронов в рассматриваемом нами интервале значений магнитной индукции всегда меньше $p_{\max}$, а при $B = B_{n0}$, когда энергия $E_{\max}(M, B)$ равна энергии покоя электрона, $p_{\max} = 0$.

При этом, как легко показать, плотности конечных состояний всех частиц равны нулю и, следовательно, должна обращаться в нуль и вероятность распада. Этот вполне очевидный результат можно подтвердить количественно. Так, используя результаты работы [20], нетрудно получить оценку зависимости вероятности прямого β^- -распада без учета отдачи протона в $(V-A)$ -варианте взаимодействия в сильном однородном магнитном поле от величины $(E_{\max} - m_e)/m_e \equiv \Delta$ в пределе $\Delta \ll 1$ в виде

$$w = \frac{2\sqrt{2} G^2 m_e^2 B(1 + 3\gamma^2)}{15\pi^3 B_0} \Delta^{7/2}, \quad (36)$$

где G – константа слабого взаимодействия, а γ – отношение аксиально-векторной и векторной констант слабого взаимодействия. Следует отметить, что в нерелятивистском приближении оценки вероятности β^- -распада нейтрона с учетом эффектов отдачи протона при распаде поляризованных нейтронов в сильном магнитном поле были получены в работах [21], [22]. Поправки, учитывающие отдачу протона, составляют несколько процентов.

В случае np^+e^- -среды при интегрировании выражения вероятности прямого β^- -распада в сильном однородном магнитном поле следует учесть функции распределения частиц по квантовым состояниям. Для фермионов – это функции распределения Ферми

$$f = f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-\mu)/(k_B T)}}, \quad (37)$$

где E – собственные значения энергии фермиона, μ – химический потенциал, k_B – постоянная Больцмана, T – температура. Распределение частиц в начальном состоянии учитывается множителем $f(E)$, в конечном состоянии – множителем $1 - f(E)$. При нулевой температуре для всех фермионов $f(E)$ – ступенчатая функция: единица при $E_{n,p,e} < \mu_{n,p,e}$ и нуль при $E_{n,p,e} > \mu_{n,p,e}$. Нетрудно показать, что в пределе $\Delta \ll 1$ вероятность прямого β -распада в сильном однородном магнитном поле выражается формулой (36), в которой $\Delta = (\mu_n - \mu_p - \mu_e)/m_e$.

При $B = B_{n0}$ максимальное значение нормированной плотности нейтронов в состоянии со спином $s = 1$ равно

$$\left(\frac{n_n}{n_{0n}} \right)^{2/3} = 7.6 \frac{M_N B_{n0}}{m_n} \cong 5.4 \cdot 10^{-2}. \quad (38)$$

Поэтому, если при $B < B_{n0}$ нормированная плотность нейтронов удовлетворяет неравенству

$$\frac{n_n}{n_{0n}} > 1.2 \cdot 10^{-2}, \quad (39)$$

то часть нейтронов должна находиться в состоянии с энергией E_n^{-1} . Прямой β -распад с образованием протона в низшем состоянии с энергией E_{0p}^1 будет разрешен, если, разумеется, не все состояния с $k = 0$ и $s = 1$ заполнены протонами. Для этого, например, при $B = B_{n0}$ нормированная плотность протонов должна удовлетворять неравенству $(n_p/n_{0n}) < 0.5 \cdot 10^{-2}$.

Если при $B < B_{n0}$ нормированная плотность нейтронов удовлетворяет неравенству (39), то также энергетически разрешены прямые β^- -распады из состояния с энергией E_n^{-1} с образованием протонов в состояниях с энергиями E_{1p}^1 и E_{0p}^{-1} . При этом, например, прямой β^- -распад с образованием протонов в состояниях с энергией E_{0p}^{-1} будет реально возможным, если при $B = B_{n0}$ нормированная плотность протонов со спином $s = 1$ в состояниях с $k = 0, 1$ n_p^1 такова, что $(n_p^1/n_{0n}) > 1.1 \cdot 10^{-2}$.

Следует подчеркнуть, что при $B = B_{n0}$ прямой β^- -распад из низшего нейтронного в низшее протонное энергетическое состояние запрещен законом сохранения энергии. Поэтому, если нормированная плотность нейтронов $(n_n/n_{0n}) < 1.2 \cdot 10^{-2}$, то в магнитных полях с $B \geq B_{n0}$ нейтроны становятся стабильными частицами.

Некоторые результаты представим на графиках. Например, отношением n_p/n_n определяется уравнение состояния вырожденного газа нуклонов и электронов. В отсутствие магнитного поля это отношение, которое можно рассматривать только как функцию плотности нейтронов $f(n_n)$, никогда не превышает 1. Эта функция достигает минимального значения 0.002 при относительно малых плотностях нейтронов $n_n \ll n_{0n} \equiv m_n^3/3\pi^2 = 2.7 \cdot 10^{39} \text{ см}^{-3}$ и затем монотонно возрастает до значения $1/8$ при $n_n \gg n_{0n}$.

На рис. 1 изображены графики зависимости функции $\lg p \equiv \lg(n_p/n_{0n})$ от переменной $\lg n \equiv \lg(n_n/n_{0n})$ (сплошные кривые) при различных значениях магнитной индукции B/B_0^* . Пунктирная линия изображает ту же функцию в отсутствие магнитного поля, штриховая линия соответствует уравнению $\lg p = \lg n$.

Рис. 1

Поведение функций, изображенных на рис. 1, можно объяснить следующими причинами. Независимо от того, учитывается или не учитывается взаимодействие АММ нуклонов с внешним магнитным полем, сильное магнитное поле, как следует из форму-

лы (25), стремится уменьшить импульс Ферми электронов, а значит, и химический потенциал электронов, заполняющих низший уровень Ландау $k = 0$. Этот эффект обусловлен включением взаимодействия электрического заряда электрона с магнитным полем. Поэтому для поддержания химического равновесия в np^+e^- -системе при фиксированном значении (нормированной) плотности нейтронов n_n/n_{0n} химический потенциал электронов (а также и протонов) должен увеличиваться по сравнению со случаем $B = 0$ так, чтобы удовлетворялось уравнение химического равновесия. Увеличение химического потенциала электронов может достигаться за счет увеличения плотности электронов, а значит, и плотности протонов (в силу условия электронейтральности). Это увеличение тем значительнее, чем сильнее магнитное поле. Увеличение плотности протонов в состоянии химического равновесия np^+e^- -среды в присутствии сильного магнитного поля приводит к более “жесткому” уравнению состояния нуклонной среды.

Рис. 2 иллюстрирует поведение той же, что и на рис. 1, функции $\lg p$ при значении магнитной индукции $B/B_0^* = 10^{-2}$, но с учетом (нижняя кривая) или без учета (верхняя кривая) вкладов от АММ нуклонов. Если взаимодействие АММ нуклонов с внешним магнитным полем учитывается, то, как следует из формул (22) и (23), сильное магнитное поле стремится незначительно понизить химический потенциал нуклонов, заполняющих низшие по энергии спин-поляризованные состояния. Однако, так как $|M_n| > |M_p|$, химический потенциал нейтронов при определенном значении индукции магнитного поля B понижается более значительно. Поэтому поддержание химического равновесия в np^+e^- -системе при фиксированных значениях (нормированной) плотности нейтронов n_n/n_{0n} и магнитной индукции B требует также большего уменьшения химического потенциала протонов. Такое небольшое уменьшение химического потенциала протонов достигается за счет небольшого уменьшения плотности протонов в химическом равновесии (рис. 2, нижняя кривая). Следовательно, учет взаимодействия АММ нуклонов с магнитным полем приводит к небольшому уменьшению плотности протонов в np^+e^- -среде и, в итоге, к “смягчению” уравнения состояния нуклонного вещества.

Из рис. 1 и 2 видно, что в присутствии сильного магнитного поля при относительно низких плотностях нейтронов $(n_n/n_{0n}) \leq 10^{-3.2}$ плотность протонов в состоянии химического равновесия np^+e^- -среды превышает плотность нейтронов.

Наконец, на рис. 3 в логарифмическом масштабе изображены графики импульсов Ферми электронов в зависимости от нормированной плотности нейтронов при значении магнитной индукции $B = 10^{-2}B_0^*$ с включением (штриховая кривая) и без включения (сплошная кривая) взаимодействия АММ нуклонов с магнитным полем. Пунктирная линия определяет ту же функцию от переменной $\lg n$ в отсутствие магнитного поля.

Нелишне отметить, что недавно в работе [23] был рассмотрен так называемый обратный β^- -распад нейтрона

$$\nu_e + n \rightarrow p^+ + e^-$$

в присутствии постоянного и однородного магнитного поля. При расчете дифференциальной вероятности этого процесса использовались точные решения уравнения Дирака в постоянном и однородном магнитном поле для электрона, но свободные волновые

Рис. 2

Рис. 3

функции для нейтрона и протона, т.е. не учитывалось влияние магнитного поля на нуклоны (через взаимодействия заряда протона и АММ нуклонов с магнитным полем).

4. О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЗИТРОННОГО β^+ -РАСПАДА (ПРОТОНА) В УЛЬТРАСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В присутствии сверхсильного магнитного поля процесс позитронного β^+ -распада

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (40)$$

может стать энергетически разрешенным исключительно благодаря включению взаимодействия АММ нуклонов с магнитным полем. Здесь мы ограничимся рассмотрением случая, когда нейтроны могут появляться только в энергетически низшем спин-поляризованном состоянии.

Оценим значения индукции магнитного поля и плотности нуклонов, при которых процесс позитронного β^+ -распада может стать энергетически разрешенным. Ясно, что протоны смогут распадаться согласно (40), если

$$E_p - E_n^1 - m_e > 0.$$

С учетом этого неравенства и в зависимости от начального состояния протона из формул (18) и (19) найдем, что

$$\begin{aligned} E_{0p}^{-1} - E_n^1 - m_e > 0 \quad \text{при} \quad B > \frac{m_n + m_e - m_p}{3.7M_N} \equiv B_{p1} \cong 0.15 \cdot 10^{18} \text{ Гс}, \\ E_{1p}^1 - E_n^1 - m_e > 0 \quad \text{при} \quad B > \frac{m_n + m_e - m_p}{2.1M_N} \equiv B_{p2} \cong 0.27 \cdot 10^{18} \text{ Гс} \end{aligned}$$

и

$$E_{0p}^1 - E_n^1 - m_e > 0 \quad \text{при} \quad B > \frac{m_n + m_e - m_p}{0.12M_N} \equiv B_{p3} \cong 4.7 \cdot 10^{18} \text{ Гс}.$$

В np^+e^- -газе в сверхсильном магнитном поле распад протона возможен лишь при определенных ограничениях на нормированные плотности нуклонов. Следует помнить, что химический потенциал позитронов можно положить равным нулю. Вероятность β^+ -распада протона будет содержать множитель $\Delta_\mu = \mu_p - \mu_n$, аналогичный (в np^+e^- -газе) множителю Δ в формуле (36), который должен быть положительным. Можно показать, что при $\Delta_\mu \ll 1$ вероятность позитронного распада протона определяется формулой (36), в которой Δ нужно заменить на Δ_μ . Тогда, как нетрудно установить, распад протона из низшего состояния с энергией E_{0p}^1 с образованием нейтронов в состоянии с энергией E_n^1 станет реально возможным в полях $B \geq B_{p3}$, если нормированные плотности нуклонов со спином $s = 1$ удовлетворяют условию

$$\frac{n_p}{n_{0n}} > \frac{n_n}{n_{0n}} < 4.2 \cdot 10^{-2}. \quad (41)$$

Позитронный распад протона из состояния с энергией E_{1p}^1 с образованием нейтронов в состоянии с энергией E_n^1 станет реально возможным в полях $B \geq B_{p2}$, если нормированные плотности нуклонов со спином $s = 1$ удовлетворяют условиям

$$\frac{n_p}{n_{0n}} > \frac{n_n}{n_{0n}}, \quad \frac{n_p}{n_{0n}} > 2.2 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{n_n}{n_{0n}} < 5.9 \cdot 10^{-4}. \quad (42)$$

Наконец, β^+ -распад протона из состояния с энергией E_{0p}^{-1} с образованием нейтронов в состоянии с энергией E_n^1 станет реально возможным в полях $B \geq B_{p1}$, если нормированные плотности нуклонов удовлетворяют условиям

$$\frac{n_p}{n_{0n}} > 2.3 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{n_n}{n_{0n}} < 2.5 \cdot 10^{-4}. \quad (43)$$

Нелишне напомнить, что сами квантово-механические выражения для энергий протона (4) (при $p = 0$) и нейтрона (5) (при $p = p_\perp = 0$) в постоянном и однородном магнитном поле при магнитных индукциях

$$B_{cr}^p = m_p c^2 / 1.79 M_N = 1.66 \cdot 10^{20} \text{ Гс}$$

для протона и

$$B_{cr}^n = m_n c^2 / 1.91 M_N = 1.56 \cdot 10^{20} \text{ Гс}$$

для нейтрона становятся равными нулю, а при $B > B_{cr}^{p,n}$ интерпретация выражений (4) и (5) как энергий частиц не представляется удовлетворительной. Поэтому изучение термодинамических величин вырожденного газа нейтронов и протонов, полученных на основе квантово-механических выражений для энергий типа (4) и (5), в магнитных полях с индукциями $B > B_{cr}^n$, по-видимому, не имеет физического смысла.

Можно показать, что число рождающихся позитронов в результате β^+ -распада протонов слишком мало, чтобы повлиять на установившееся химическое равновесие np^+e^- -газа. Однако позитроны могут участвовать в аннигиляции e^-e^+ -пар, а также в реакции

$$n + e^+ \rightarrow p^+ + \tilde{\nu}.$$

Поэтому, если магнитная индукция в центральной области нейтронной звезды достигает значения $B \geq B_{p3}$, плотность нейтронов в низшем спин-поляризованном состоянии должна (лишь незначительно) увеличиться, например, даже по сравнению со случаем $B \cong 0.01 B_{p3}$.

5. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ КВАРКА И АНТИКВАРКА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

При очень высоких плотностях нуклонов, которые, предположительно, возможны только в центральной области нейтронной звезды, могут появиться кварки. Если электрически заряженные кварки обладают кинематическими АММ, то в сильном однородном магнитном поле нельзя исключить возможность спонтанного образования кварк-антикварковых пар. К настоящему времени уже имеется несколько теоретических и экспериментальных работ, в которых показано, что кварки (как входящие в состав легких адронов, так и токовые) могут обладать АММ [24]–[28].

Будем считать, что электрически заряженный кварк (для определенности – заряда e_q) обладает кинематическим АММ M_q . Тогда в грубом приближении состояния кварка во внешнем магнитном поле $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ можно описать уравнением Дирака–Паули, а спектр энергий кварка определить формулой (4), в которой следует заменить

заряд, массу и АММ протона на заряд, массу и АММ кварка (ароматные и цветовые индексы опускаем):

$$E_q = \sqrt{p^2 + \left(\sqrt{2k|e_q|B + m_q^2} - sM_qB \right)^2}, \quad (44)$$

где p – проекция импульса кварка в направлении внешнего поля $\mathbf{B}$, e_q – электрический заряд кварка, $k = 0, 1, 2, \dots$ – главное квантовое число, нумерующее уровни Ландау, m_q и M_q – масса и АММ кварка.

Энергия кварка в сильном магнитном поле в низшем состоянии имеет вид

$$E_q^{(+)}(p = k = 0, s = 1) = m_q - M_qB, \quad (45)$$

и это выражение становится равным нулю в магнитном поле $B_{\text{cr}}^q = m_q/M_q$. Таким образом, в зависимости от величины M_q энергия кварка в низшем состоянии обращается в нуль в магнитном поле

$$B_N \sim m_q B_0^*/m_n,$$

если АММ кварка пропорционален ядерному магнетону ($M_q \sim |e_q|/M_N$), и в поле

$$B_q \sim m_q^2 B_0^*/m_n^2,$$

если АММ кварка $M_q \sim |e_q|/m_q$. Поэтому в зависимости от величины M_q в магнитных полях с $B > B_N$ и $B > B_q$ с интерпретацией выражения (44) как энергии кварка возникают серьезные трудности.

Рис. 4

Напомним суть общей проблемы. Из формулы (45) видно, что при магнитной индукции B , равной $B_{\text{cr}}^q = m_q/M_q$, низшие уровни энергии кварка и антикварка одновременно обращаются в нуль, а при дальнейшем увеличении магнитной индукции эти уровни могут из положительных сделаться отрицательными, а из отрицательных – положительными. В картине Дирака при $B = B_{\text{cr}}^q$ происходит столкновение (пересечение) низших уровней энергии, принадлежащих положительно- и отрицательно-частотным состояниям в точке $E = 0$ (соответствующие решения уравнения Дирака называют нулевыми модами), а при $B > B_{\text{cr}}^q$ низший уровень энергии кварка $E_q^{(+)}$, формально определенный выражением (45), становится отрицательным, а “отрицательный уровень энергии” $E_q^{(-)} = -(m_q - M_qB)$ – положительным. Рис. 4 иллюстрирует поведение низшего уровня энергии кварка, обладающего АММ, в зависимости от напряженности однородного магнитного поля. Указанный уровень принадлежит положительно-частотным

(сплошная прямая) и отрицательно-частотным (пунктирная прямая) состояниям. В отсутствие магнитного поля $E_q^{(\pm)} = \pm \sqrt{m_q^2 + \mathbf{p}_q^2}$. Из соображений непрерывности определено считать положительные уровни энергии кварковыми (а не антикварковыми) можно только в области $E \geq 0$. Действительно, согласно общим принципам квантовой теории, к состояниям частиц (а не античастиц) следует относить все состояния, которые при бесконечно медленном выключении внешнего поля примыкают к положительной границе непрерывного спектра $E = m$ (см., например, [29]). В присутствии однородного и постоянного магнитного поля $B > B_{\text{cr}}^q$ становится возможным и энергетически выгодным процесс спонтанного образования кварк-антикварковых пар. Рождающиеся кварки и антикварки имеют нулевые энергии и находятся в связанных состояниях. Эти состояния изолированы в том смысле, что они не существуют в области пространства, где нет магнитного поля. При этом каждая кварк-антикварковая пара имеет магнитный момент $2M_q$, наличие которого приведет к возникновению магнитного поля, направленного против вектора $\mathbf{B}$. В результате индукция магнитного поля B должна уменьшиться, а процесс рождения, по-видимому, должен стабилизироваться.

В квантовой электродинамике (КЭД) явление пересечения уровней энергии должно приводить к рождению электрон-позитронных пар из вакуума сильным кулоновским полем ядра и перестройке вакуума КЭД, в результате которой вакуум КЭД теряет свою первоначальную симметрию относительно операции зарядового сопряжения. Это рождение лимитируется принципом Паули, а вакуумное состояние КЭД должно определяться с учетом эффектов взаимодействия реальных частиц (электронов) с фермионами из “дираковского моря”.

В случае скалярных бозонов ϕ в присутствии статического внешнего поля, описываемого скалярным потенциалом U , энергии частицы и античастицы пересекаются при $E = 0$, что означает неустойчивость вакуума бозонов ϕ относительно рождения пар. Так как в отличие от фермионов в одном и том же состоянии может находиться любое число частиц, рождение пар бозонов не лимитируется принципом Паули, однако оно должно быть ограничено включением взаимодействия между бозонами. Эта проблема изучалась в работе [30], где было показано, что в скалярном поле U рождение пар свободных бозонов не происходит, так как при включении самодействия бозонов вида $g(\phi^*\phi)$, которое необходимо учитывать вблизи границы пересечения уровней энергий частиц и античастиц, энергетически более выгодным становится образование бозе-конденсата.

Если допустить в случае кварков в магнитном поле $B = B_{\text{cr}}^q$ существование некоторого эффективного кулоновского взаимодействия (притяжения) рожденных пар кварков и антикварков, ответственного за образование конденсата, то рассматриваемая нами система, в грубых чертах, может иметь сходство с известной моделью вырожденного почти идеального ферми-газа с притяжением между частицами. Следует подчеркнуть, что прямое кварк-кварковое взаимодействие исключается перенормируемостью квантовой хромодинамики [31]. В модели ферми-газа с притяжением, как известно [32], возможна бозе-эйнштейновская конденсация, причем конденсатом является совокупность пар частиц.

Предположим, что состояния с нулевой энергией и противоположными спинами спонтанно рожденных в магнитном поле $B = B_{\text{cr}}^q$ кварк-антикварковых пар при включении кулоновского взаимодействия смогут образовать связанные состояния пар фермионов, которые соответствуют электрически нейтральным скалярным бозе-частицам, обладающим кинематическим магнитным моментом $2M_q$. Тогда задача будет качественно аналогична случаю скалярных бозонов ϕ в присутствии статического внешнего поля, описываемого скалярным потенциалом U . Можно предположить, что в магнитном поле $B \geq B_{\text{cr}}^q$ основное состояние системы, состоящей из рожденных несвязанных кварк-антикварковых пар, может оказаться неустойчивым по отношению к определенной перестройке с образованием конденсата связанных кварк-антикварковых пар. В результате энергия основного состояния понизится и система, состоящая из кварков и антикварков в нормальной фазе, перейдет в конденсированную (сверхтекучую) фазу. Если считать, что условия такого фазового перехода для рассматриваемой нами системы те же, что и для сверхтекучего ферми-газа с притяжением между частицами, то конденсация кварк-антикварковых пар при нулевой температуре станет возможной, если разность между значениями энергии конденсата и энергии кварков и антикварков в нормальном (неконденсированном) состоянии станет отрицательной и равной [32]

$$\mathcal{E}_{\text{con}} - \mathcal{E}_{\text{nor}} = -\frac{VN(0)\Delta^2}{2}, \quad (46)$$

где $N(0) = m_q p_q^{\text{F}} / (2\pi^2)$ – энергетическая плотность числа состояний частицы на ферми-поверхности, Δ – энергетическая щель в спектре квазичастиц, p_q^{F} – импульс Ферми кварков. Мы не знаем, как правильно вычислить энергию такого конденсата, однако можно ожидать, что она тем меньше, чем больше B .

Кратко обсудим вопрос о возможности нуклон-кваркового фазового перехода в центральной области нейтронной звезды. Если такой переход имеет место, то он является фазовым переходом первого рода [33], [34]. Вероятность обсуждаемого фазового перехода можно оценить, используя понятия флуктуаций соответствующих термодинамических величин. Если вещество находится в метастабильном состоянии, то в однородной (нуклонной) фазе благодаря флуктуациям могут образоваться небольшие скопления другой (кварковой) фазы [35]. Размеры области новой фазы должны быть достаточно большими, для того чтобы энергетически невыгодный эффект появления поверхности раздела двух фаз был минимизирован. Поэтому существует минимальный критический размер возникающего в метастабильной фазе зародыша новой фазы [35]. При таком рассмотрении начало фазового перехода определяется вероятностью возникновения зародышей именно этих минимальных размеров. Эта вероятность имеет вид [35]

$$w \sim e^{-\alpha^3 f(T, P)}, \quad (47)$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения, который полностью характеризует термодинамические свойства поверхности раздела, $f(T, P)$ – некоторая функция, зависящая от температуры, давления и относительных объемов фаз вещества. Таким образом,

вероятность возникновения зародыша новой фазы существенно зависит от коэффициента поверхностного натяжения. Следует отметить, что формула (47) применима лишь в том случае, если

$$\tau \gg \frac{\hbar}{k_B T}, \quad (48)$$

где τ – время, характеризующее скорость изменения рассматриваемой термодинамической величины. Этот предел применимости формулы (47) связан с классичностью поведения рассматриваемой флуктуирующей величины. В нашем случае флуктуирующей термодинамической величиной можно считать, например, плотность вещества в соответствующих фазовых состояниях; можно также принять, что $\tau \sim l/c_q$, где l – линейный размер области новой фазы, c_q – скорость света в плотной кварковой среде. Полагая для оценок $c_q = 0.1c$, где c – скорость света в вакууме, неравенство (48) запишем в виде

$$l \gg \frac{3 \cdot 10^{-2}}{T} \text{ см}, \quad (49)$$

где температура измеряется в градусах Кельвина. Если положить $T \sim 10^{10}$ К, то $l \gg 3 \cdot 10^{-12}$ см. Тогда из соотношения Гейзенберга для квантовой неопределенности импульса кварков получим

$$p_q \geq \frac{\hbar}{l}. \quad (50)$$

Выражение для коэффициента поверхностного натяжения зародыша кварковой фазы в метастабильной нуклонной среде в присутствии сильного магнитного поля в предположении, что кварки не имеют АММ, было получено в [34], [36]. Авторы этих работ нашли, что

$$\alpha_i = \frac{TB}{4\pi} Z_i^q \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dp}{\sqrt{p^2 + 2kZ_i^q B}} \times \\ \times \ln \left(1 + \exp \left[-\frac{E_{k(i)} - \mu_i}{T} \right] \right) \left(1 - 2\pi \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{p^2 + 2kZ_i^q B}}{m_i} \right), \quad (51)$$

где i – ароматовый индекс кварка (u , d или s), Z_i^q – заряд кварка и μ_i – химический потенциал кварков. Собственное значение энергии кварка с ароматовым индексом i определялось формулой (44) с $M_q = 0$. Авторы [34], [36] настаивают, что выражение (51) логарифмически расходится для уровня $k = 0$ при $p \rightarrow 0$ как $\alpha \sim -\ln k$. Заметим, что (51) для $k = 0$ при $p \rightarrow 0$ содержит более сильную расходимость, к тому же с “неправильным” знаком ($\alpha \sim -p^{-1}$). Тем не менее, считая, что в магнитном поле с $B > 10^{15}$ Гс легкие кварки могут заполнять только низшие уровни Ландау, а формулой (47) определяется скорость рассматриваемого фазового перехода, авторы [34], [36] пришли к выводу, что при перечисленных выше условиях фазовый переход первого рода из нуклонной фазы в кварковую в метастабильной нуклонной среде абсолютно запрещен.

Даже без учета расходимости с “неправильным” знаком этот вывод кажется слишком категоричным. Действительно, хотя массы легких кварков (m_q) малы по сравнению с массами нуклонов, но не равны нулю, появившиеся кварки будут локализованы

как в поперечном, так и в продольном (продольный размер области локализации кварка порядка l) вектору B направлению. По этой причине при интегрировании по продольному импульсу кварка вклад в коэффициент поверхностного натяжения зародыша дадут состояния с импульсами $p > p_q \sim \hbar/l$, а сам коэффициент поверхностного натяжения не обратится в нуль. В частности, если минимальный импульс кварка равен p_q (50), то $p_q/(m_q c) \sim 10^{-2}$ при $T \sim 10^{10}$ К и $m_q c^2 \sim 100$ МэВ. Мы видим, что область применимости самой формулы (47) ограничена квантовыми эффектами.

Коэффициент поверхностного натяжения может стать очень большим только в том случае, если велика разность давлений двух фаз. В самом деле, две фазы будут находиться в равновесии друг с другом, если полный термодинамический потенциал системы имеет минимум [35]. Будем считать, что кварковая фаза (фаза 1) погружена в нуклонную фазу (фаза 2). Магнитное поле с индукцией $B > 10^{16}$ Гс оказывает существенное влияние на легкие кварки, в частности, движение электрически заряженного кварка в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, локализовано в области с линейным размером $r \sim 1/\sqrt{|e_q B|}$. Размеры области движения кварка в однородном магнитном поле можно оценить аналогично тому, как это делается для электрона (см., например, [37]). А в силу цилиндрической симметрии задачи можно принять, что фаза 1, состоящая из легких кварков, представляет собой цилиндр радиуса r , высоты h с осью, ориентированной вдоль вектора $\mathbf{B}$, погруженный в нуклонную фазу. Условие минимальности полного термодинамического потенциала рассматриваемой системы имеет вид [35]

$$(P_2 - P_1) dV_1 + \alpha dS = 0, \quad (52)$$

где P_1 и P_2 — давления в фазах 1 и 2, соответственно, dV_1 — изменение объема, причем мы учли постоянство суммы $V_1 + V_2$, dS — изменение поверхности. Очевидно, работа совершается только при изменении боковой (искривленной) поверхности цилиндра, поэтому $V_1 = \pi r^2 h$, а $S = 2\pi r h$ и из (52) получим, что

$$P_1 - P_2 = \frac{\alpha}{r}. \quad (53)$$

Из этой формулы видно, что коэффициент поверхностного натяжения $\alpha > 0$ при любом конечном радиусе r может стать бесконечно большим, если только бесконечно велика разность давлений фаз.

Наши оценки показывают, что если кварки не обладают кинематическими АММ, то переход вещества из нуклонной фазы в кварковую при плотностях нейтронов, близких к пороговым ($n_n \simeq 0.3n_{0n}$, $\mu_q \simeq 600$ МэВ), становится запрещенным лишь в сверхсильном магнитном поле с $B > 0.4B_0^*$.

Список литературы

- [1] B. Paczynski. Acta Astron. 1992. V. 42. P. 145; C. Thompson, R. C. Duncan. Astrophys. J. 1996. V. 473. P. 322.
- [2] R. C. Duncan. Physics in Ultra-strong Magnetic Fields. astro-ph/0002442.
- [3] C. Kouveliotou, S. Dieters, T. Strohmayer et al. Nature. 1998. V. 393. P. 235.
- [4] K. Hurley et al. Nature. 1999. V. 397. P. 41.

- [5] *S. Mereghetti, L. Stella.* Astrophys. J. Lett. 1995. V. 17. P. 442.
- [6] *S. T. Shapiro, S. A. Teukolsky.* Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. The Physics of Compact Objects. New York: Wiley, 1983.
- [7] *Sut. Glosch et al.* Electrical Conductivity at the Core of a Magnetar. astro-ph/0106153.
- [8] *D. Lai, S. Shapiro.* Astrophys. J. 1991. V. 383. P. 745.
- [9] *R. Kippenhahn, A. Weigert.* Stellar Structure and Evolution. Berlin–Heidelberg: Springer, 1994.
- [10] *S. Weinberg.* Gravitation and Cosmology. New York: Wiley, 1972.
- [11] *J. M. Lattimer et al.* Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. P. 2701.
- [12] *G. S. Bisnovatyi-Kogan.* Astron. Astrophys. Trans. 1993. V. 3. P. 287.
- [13] *V. Canuto, H.-Y. Chiu.* Phys. Rev. 1968. V. 173. P. 1210, 1220, 1229.
- [14] *C.-L. Ho, V. R. Khalilov, C. Yang.* Mod. Phys. Lett. B. 1996. V. 10. P. 1141.
- [15] *A. Broderick, M. Prakash, J. M. Lattimer.* Astrophys. J. 2000. V. 537. P. 351.
- [16] *В. Р. Халилов.* ТМФ. 2002. Т. 130. С. 87.
- [17] *V. R. Khalilov.* Phys. Rev. D. 2002. V. 65. P. 056001.
- [18] *J. Schwinger.* Phys. Rev. 1948. V. 73. P. 416L; Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1951. V. 37. P. 152, 455.
- [19] *I. M. Ternov et al.* J. Phys. A. 1978. V. 11. P. 739; *V. R. Khalilov.* Electrons in Strong Electromagnetic Fields. Amsterdam: Gordon & Breach, 1996.
- [20] *В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов.* Электромагнитная длина и фундаментальная масса в электродинамике. В сб.: Тр. семинара “Симметрии и интегрируемые системы”. Ред. А. Н. Сисакян. Дубна: ОИЯИ, 1999. С. 103; *В. Н. Родионов.* ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 3.
- [21] *В. М. Захарцов, Ю. М. Лоскутов.* Вестн. МГУ. Сер. Физика, Астрономия. 1985. № 6. С. 24.
- [22] *А. И. Студеникин.* ЯФ. 1989. Т. 49. С. 1665.
- [23] *K. Bhattacharya, P. B. Pal.* Inverse beta-decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field. hep-ph/0209053.
- [24] *P. J. de A. Bicudo, J. E. F. T. Ribeiro, R. Fernandes.* Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 1107.
- [25] *J. P. Singh.* Phys. Rev. D. 1985. V. 31. P. 1097.
- [26] *G. Köpp, D. Schaile, M. Spira, P. M. Zerwas.* Z. Phys. C. 1995. V. 65. P. 545.
- [27] *L. Brekke.* Nucl. Phys. B. 1995. V. 240. P. 400.
- [28] *S. Fajfer, R. J. Oakes.* Phys. Rev. D. 1983. V. 28. P. 2881.
- [29] *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
- [30] *А. Б. Миздал.* ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 2209.
- [31] *К. Хуанг.* Кварки, лептоны и калибровочные поля. М.: Мир, 1985.
- [32] *Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.* Статистическая физика. Часть 2. М.: Наука, 1978.
- [33] *S. Chakrabarty.* Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 1306.
- [34] *T. Ghosh, S. Chakrabarty.* Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 043006.
- [35] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 1976.
- [36] *S. Chakrabarty.* Phys. Rev. D. 1995. V. 51. P. 4591.
- [37] *В. Р. Халилов.* Электроны в сильном магнитном поле. М.: Энергоатомиздат, 1988.

Поступила в редакцию 15.XII.2002 г.,
после доработки 4.IV.2003 г.