Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. М. Барбашов, В. Н. Первушин, Д. В. Проскурин, Физические координаты как динамические переменные в релятивистских теориях, *ТМФ*, 2002, том 132, номер 2, 181–197

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf355>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 16:07:51

© 2002 г. Б.М. Барбашов*, В.Н. Первушин*, Д.В. Проскурин*

ФИЗИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ КАК ДИНАМИЧЕСКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ТЕОРИЯХ

Показано, что релятивистские теории струны и гравитации, инвариантные относительно общековариантных преобразований, можно формулировать в терминах физических координат с ненулевыми гамильтонианами эволюции, отождествляя эти координаты с некоторыми динамическими переменными.

Ключевые слова: релятивистские теории, частица, струна, Вселенная.

1. ВВЕДЕНИЕ

Авторам доставляет большое удовольствие представить эту статью в сборник, посвященный 75-летию Анатолия Алексеевича Логунова, на протяжении многих лет плодотворно исследующего фундаментальные проблемы пространства, времени и релятивистской теории гравитации и достигшего выдающихся результатов.

В предлагаемой работе излагается наша точка зрения на проблему выбора физических координат и времени в релятивистских теориях, инвариантных относительно репараметризации координат.

Как известно [1]–[5], репараметризационная инвариантность теории релятивистской частицы и релятивистской струны, а также инвариантность относительно общековариантных преобразований в теории гравитации создают большие трудности при анализе этих теорий в гамильтоновом формализме, так как следствием такой инвариантности является обращение гамильтониана эволюции в нуль. В теории релятивистской частицы эти трудности были обойдены еще в первых работах Пуанкаре и Эйнштейна [6], [7] благодаря отождествлению одной из динамических переменных $x_0(\tau)$ с физическим временем, и такое отождествление естественно в специальной теории относительности.

Идея о том, что время, измеряемое часами наблюдателя, есть динамическая переменная, выглядит достаточно странно в полевых теориях, где поля суть функции координат и времени. В теории струны введение времени как динамической переменной рассматривалось в работах [8], [9], что позволило связать ее с теорией поля Борна–Инфельда.

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия. E-mail: barbash@thsun1.jinr.ru

Время как коллективная полевая переменная в теориях струны и гравитации рассматривалось в недавних работах [10]–[12], где было показано, что измеряемое часами наблюдателя время в сопутствующей системе отсчета есть также динамическая переменная, полученная путем канонического преобразования типа Леви-Чивита [13]–[15] исходных динамических переменных.

В настоящей работе сделана попытка сформулировать такое отождествление динамической переменной с физическим временем как общий метод решения проблемы времени и энергии в релятивистских теориях струны и гравитации, а также найти теоретические и экспериментальные обоснования этого подхода.

В разделе 2 мы рассмотрим пример релятивистской частицы в системе покоя и сопутствующей системе координат. Раздел 3 посвящен релятивистской струне. В разделе 4 рассматривается теория гравитации.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЧАСТИЦА

Известно, что действие релятивистской частицы

$$S = -m \int d\tau \sqrt{\dot{x}_\mu^2}, \quad \dot{x}_\mu^2 = \dot{x}_0^2 - \dot{x}_i^2 \quad (1)$$

является инвариантным относительно репараметризации параметра эволюции

$$\tau \Rightarrow \tilde{\tau} = f_1(\tau). \quad (2)$$

Трудность анализа этой системы в рамках гамильтонова формализма обусловлена наличием связей и обращением гамильтониана в нуль. Один из путей ее преодоления заключается в превращении динамической переменной $x_0(\tau)$ во временную координату. Чтобы осуществить это, достаточно использовать известное свойство производных $\dot{x}_i = \dot{x}_0 \partial_0 x_i$ и записать выражение для $\dot{x}_\mu^2$ в виде

$$\dot{x}_\mu^2 = \dot{x}_0^2 - \dot{x}_i^2 = \dot{x}_0^2 (1 - (\partial_0 x_i)^2). \quad (3)$$

Тогда действие (1) принимает вид

$$S = -m \int d\tau \dot{x}_0 \sqrt{1 - \partial_0 x_i^2}, \quad (4)$$

откуда следует, что параметром эволюции становится $x_0(\tau)$:

$$S^D = -m \int dx_0 \sqrt{1 - \partial_0 x_i^2} \equiv \int dx_0 L. \quad (5)$$

Этот параметр (будем называть его динамическим) представляет собой время, измеряемое часами наблюдателя в его системе покоя.

Таким образом, инвариантность теории относительно репараметризации координатного параметра эволюции означает, что одна из динамических переменных теории, в

данном случае $x_0(\tau)$, может стать наблюдаемым временем, которому соответствует ненулевой гамильтониан системы

$$H = p_i \partial_0 x_i - L = \sqrt{m^2 + p_i^2}, \quad p_i = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 x_i)} = \frac{m \partial_0 x_i}{\sqrt{1 - \partial_0 x_i^2}}.$$

Выбрав $x_0(\tau)$ в качестве параметра эволюции, мы тем самым выбрали систему отсчета (выбор системы отсчета будем называть *физической реализацией релятивистской частицы*). Ясно, что, выбрав одну физическую реализацию, мы потеряли остальные, в частности сопутствующую систему отсчета, в которой роль времени играет собственное время с интервалом

$$dt = \sqrt{\dot{x}_\mu^2} d\tau. \quad (6)$$

Однако нетрудно показать, что релятивистское действие (1), записанное в инвариантной форме с дополнительной переменной $e(\tau)$ (которая имеет смысл компоненты метрики одномерного координатного пространства) как

$$S = -\frac{m}{2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \left[\frac{\dot{x}^\mu}{e} + e \right] = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \left[-p_\mu \dot{x}^\mu - \frac{e}{2m} (-p_\mu^2 + m^2) \right], \quad (7)$$

содержит описание динамики релятивистской частицы в сопутствующей системе координат. Действительно, уравнения движения для действия (7) (где t определено в (6), так как в уравнениях движения $e = \sqrt{\dot{x}^2(\tau)}$) имеют вид

$$\frac{dx_\mu}{d\tau} = \frac{ep_\mu}{m} \Rightarrow \frac{dx_\mu}{dt} = \frac{p_\mu}{m}, \quad p_\mu^2 - m^2 = 0. \quad (8)$$

Уравнения (8) содержат сразу два времени: в системе покоя x_0 и в сопутствующей системе t , а связь этих времен

$$x_0 = \frac{p_0}{m} t \quad (9)$$

описывает чисто релятивистский эффект изменения времени при переходе к другой системе отсчета.

Как было показано в работах [12], существует и динамический переход к сопутствующей системе отсчета с помощью канонического преобразования Леви-Чивита $(p_\mu, x_\mu) \Rightarrow (\Pi_\mu, Q_\mu)$ [13]–[15]:

$$\Pi_0 = \frac{1}{2m} [p_0^2 - p_i^2], \quad \Pi_i = p_i, \quad Q_0 = x_0 \frac{m}{P_0}, \quad Q_i = x_i - x_0 \frac{p_i}{p_0}, \quad (10)$$

переводящего связь $p_\mu^2 - m^2 = 0$ в новый импульс Π_0 , а время x_0 в собственное время (6). Действительно, из уравнения (10) старые импульсы p_μ и координаты x_μ выражаются через новые следующим образом:

$$p_0 = \pm \sqrt{2m\Pi_0 + \Pi_i^2}, \quad p_i = \Pi_i, \quad x_0 = \pm Q_0 \frac{\sqrt{2m\Pi_0 + \Pi_i^2}}{m}, \quad x_i = Q_i + Q_0 \frac{\Pi_i}{m}, \quad (11)$$

что приводит действие (5) в новых переменных к виду

$$S = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \left[-\Pi_\mu \dot{Q}^\mu + e \left(\Pi_0 - \frac{m}{2} \right) - \frac{d}{d\tau} (Q_0 \Pi_0) \right]. \quad (12)$$

Варьирование действия (12) по Π_0 $\delta S / \delta \Pi_0 = 0$ определяет новую переменную $Q_0 = t$

$$\frac{dQ_0}{d\tau} = e(\tau) \quad (13)$$

как собственное время (6), а варьирование по e $\delta S / \delta e = 0$ дает связь

$$\Pi_0 - \frac{m}{2} = 0. \quad (14)$$

Разрешение связи относительно компоненты импульса Π_0 ведет к выражению

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\Pi_k \frac{dQ_k}{dt} - \frac{m}{2} - \frac{d}{dt} (t \Pi_0) \right]. \quad (15)$$

Обратные преобразования Леви-Чивита (11) и решения (13), (14) устанавливают отношения между двумя системами отсчета с разными физическими реализациями одной и той же частицы. Таким образом, репараметризационная инвариантность позволяет дать описания двух физических реализаций одной частицы двумя механиками без связей, а отношения этих механик рассматривать как чисто релятивистские эффекты.

3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СТРУНА

Действие релятивистской струны

$$S = -\gamma \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \sqrt{(\dot{x}_\mu x'_\mu)^2 - (\dot{x}_\mu)^2 (x'_\nu)^2}, \quad \dot{x}_\mu = \frac{\partial x_\mu}{\partial \tau}, \quad x'_\mu = \frac{\partial x_\mu}{\partial \sigma}, \quad (16)$$

так же как и действие релятивистской частицы (7), можно представить в виде [10]

$$S = -\gamma \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \left[\frac{(\dot{x}_\mu - \lambda_2 x'_\mu)^2}{\lambda_1} - \lambda_1 x'^2_\mu \right] \quad (17)$$

с дополнительными переменными λ_1, λ_2 , имеющими смысл компонент метрики двумерного координатного пространства. Оба действия (16) и (17), так же как и дираковская гамильтонова форма [3], [5]

$$S = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma (-p_\mu \dot{x}^\mu + \lambda_1 T_1(p_\mu, x^\mu) + \lambda_2 T_2(p_\mu, x^\mu)) \quad (18)$$

с полными тензорами энергии-импульса

$$T_1 = -\frac{1}{2\gamma} [p_\mu^2 + (\gamma x'^\mu)^2], \quad T_2 = p_\mu x'^\mu, \quad (19)$$

инвариантны относительно репараметризации координат

$$\tau \Rightarrow \tilde{\tau} = f_1(\tau, \sigma), \quad \sigma \Rightarrow \tilde{\sigma} = f_2(\tau, \sigma). \quad (20)$$

Такая инвариантность допускает, как и в случае релятивистской частицы, выбор динамической переменной $x_0(\tau, \sigma)$ в качестве параметра эволюции [5]

$$x_0(\tau, \sigma) = X_0(\tau), \quad dX_0(\tau) = \dot{X}_0(\tau) d\tau, \quad \dot{x}_i(\tau, \sigma) = \dot{X}_0(\tau) \partial_0 x_i(X_0, \sigma). \quad (21)$$

Помимо этого, возможен выбор переменной, например $x_1(\tau, \sigma)$, в качестве параметра пространственной координаты на струне, если положить

$$x_1(\tau, \sigma) = \kappa \sigma, \quad dx_1 \equiv \kappa d\sigma, \quad x'_i(\tau, \sigma) = \kappa \partial_1 x_i(X_0, x_1). \quad (22)$$

Используя этот факт, Барбашов и Черников [8] интерпретировали проблему двумерных минимальных поверхностей (проблему Плато в $(n + 1)$ -мерном псевдоевклидовом пространстве x_μ ($\mu = 0, 1, \dots, n$), где действие (16) с точностью до постоянной γ есть площадь поверхности) как проблему динамики системы $(n - 1)$ скалярных полей

$$x_a = x_a(x_0, x_1), \quad a = 2, 3, 4,$$

в двумерном пространстве-времени (x_0, x_1) , возникающем при отождествлении динамических переменных (x_0, x_1) с координатами (τ, σ) . В этом случае действие (16) принимает вид

$$S_{\text{БЧ}} = -\gamma \int dx_1 d\tau \dot{X}_0 \sqrt{(\partial_0 x_a \partial_1 x_a)^2 + (1 - (\partial_0 x_a)^2)(1 + (\partial_1 x_a)^2)}. \quad (23)$$

Здесь дифференциал времени оставлен в форме $dX_0 = \dot{X}_0 d\tau$ для дальнейшего обсуждения проблемы времени и энергии в репараметризационно-инвариантных теориях. Далее для простоты положим длину струны в координатах x_1 равной единице ($x_1(\sigma_2) - x_1(\sigma_1) = 1$).

Теперь действие (23) можно переписать в форме (17) с учетом равенств (22):

$$S_{\text{БЧ}} = -\frac{\gamma}{2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \left\{ \int dx_1 \left[\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} - \lambda_1 \right) \kappa^2 - \frac{(\partial_0 x_a - \lambda_2 \partial_1 x_a)^2}{\lambda_1} - \lambda_1 (\partial_1 x_a)^2 \right] - \frac{\dot{X}_0^2(\tau)}{N_0} \right\}, \quad (24)$$

где

$$\frac{1}{N_0(\tau)} = \int dx_1 \frac{1}{\lambda_1(\tau, x_1)} \quad (25)$$

есть усредненная по длине струны функция хода времени [10], которая определяет собственное время t

$$N_0(\tau) d\tau = dt, \quad (26)$$

измеряемое часами наблюдателя, сопутствующего струне. Введем еще функцию хода времени $\bar{\lambda}_1(\tau, x_1) = \lambda_1(\tau, x_1)/N_0(\tau)$, удовлетворяющую тождеству

$$\int \frac{dx_1}{\bar{\lambda}_1(\tau, x_1)} \equiv 1. \quad (27)$$

Преобразования Лежандра

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma}{2} \frac{\dot{X}_0^2(\tau)}{N_0(\tau)} &= -\dot{X}_0 P_0 + N_0(\tau) \frac{P_0^2}{2\gamma}, \\ \frac{\gamma}{2} \frac{(\partial_0 x_a - \lambda_2 \partial_1 x_a)^2}{\lambda_1} &= p_a (\partial_0 x_a - \lambda_2 \partial_1 x_a) - \frac{p_a^2}{2\gamma} \lambda_1 \end{aligned}$$

позволяют записать действие (23) в форме

$$S_{\text{БЧ}} = \int d\tau \left\{ \int dx_1 \left[(p_b \dot{x}_b + T_1 \lambda_1 + T_2 \lambda_2) + \kappa^2 \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} - \lambda_1 \right) \right] - P_0 \dot{X}_0 + N_0 \frac{P_0^2}{2\gamma} \right\}, \quad (28)$$

где

$$T_1 = \frac{1}{2\gamma} [p_b^2 + \gamma^2 (\partial x_b)^2], \quad T_2 = -(p_a x'_a). \quad (29)$$

Из (28) видно, что уравнения для компонент метрики λ_1 и λ_2 , полученные варьированием действия $S_{\text{БЧ}}$ по λ_1 , $\delta S_{\text{БЧ}}/\delta \lambda_1 = 0$, и λ_2 , $\delta S_{\text{БЧ}}/\delta \lambda_2 = 0$, имеют вид

$$\frac{P_0^2}{2\gamma \bar{\lambda}_1} = \bar{\lambda}_1 \tilde{T}, \quad (30)$$

$$\kappa^2 \gamma \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + T_2 = 0, \quad (31)$$

где

$$\tilde{T} = T_1 + \frac{\gamma \kappa^2}{2} \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 + 1 \right] \equiv T_1 + \frac{1}{2\gamma} \left[\frac{T_2^2}{\kappa^2} + \gamma^2 \kappa^2 \right], \quad (32)$$

и могут быть решены в явном виде. Для инвариантной функции хода времени $\bar{\lambda}_1(\tau, x_1) = \lambda_1(\tau, x_1)/N_0(\tau)$ решение уравнения (30) имеет вид

$$\bar{\lambda}_1 = \pm \left(\frac{\int d\bar{x}_1 \sqrt{\tilde{T}}}{\sqrt{\tilde{T}}} \right). \quad (33)$$

Интегрируя уравнение (30) по x_1 , с учетом (27) получим

$$P_0^2 = \int dx_1 2\gamma \bar{\lambda}_1 \tilde{T} = \left(\int dx_1 \sqrt{2\gamma \tilde{T}} \right)^2. \quad (34)$$

Далее, из уравнения для X_0 $\delta S/\delta X_0 = 0$ находим, что P_0 является постоянной величиной: $dP_0/dt = 0$.

Таким образом, выражение (34) для временной компоненты импульса P_0 играет роль генератора эволюции динамических переменных (x_a, p_a) относительно времени X_0 :

$$\begin{aligned} P_0 &= \sqrt{2} \int dx_1 \tilde{T}^{1/2} = \int dx_1 \left[\gamma^2 \kappa^2 + 2\gamma T_1 + \frac{T_2^2}{\kappa^2} \right]^{1/2} = \\ &= \gamma \kappa \int dx_1 \left[1 + \frac{T_1}{\gamma \kappa^2} - \frac{T_2^2 - T_1^2 \gamma^2}{2\gamma^2 \kappa^4} + O\left(\frac{1}{\gamma^3 \kappa^6}\right) \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Отсюда видно, что низший порядок разложения по $\gamma \kappa^2$ соответствует свободной струне, у которой есть только поперечные компоненты пространственных и импульсных переменных (x_a, p_a) . Вариация действия S по P_0 приводит к уравнению

$$\frac{dX_0}{d\tau} = N_0 \frac{P_0}{\gamma}. \quad (36)$$

Согласно равенству (26) оно принимает вид связи двух параметров эволюции X_0 и t двух систем отсчета – системы покоя и сопутствующей системы, соответственно:

$$\frac{dX_0}{dt} = \frac{P_0}{\gamma}.$$

Это означает, что существует каноническое преобразование типа Леви-Чивита, которое позволяет перейти к переменным действие–угол в сопутствующей системе отсчета [10].

Все эти результаты можно переписать в стандартной формулировке с локальными калибровочными условиями, если перейти к коллективной переменной центра масс $X_0(\tau)$:

$$x_0(\tau, \sigma) \Rightarrow X_0(\tau) + x_0(\tau, \sigma), \quad \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma x_0 = 0, \quad (37)$$

и исключить лишние степени свободы дополнительными условиями типа минимального вложения Дирака $p_0 = 0$ [1], [4]. Тогда действие (28) принимает вид

$$S_{\text{БЧ}} = S + S_{\text{collect}}, \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} S &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma [p_\mu \dot{x}^\mu + \lambda_1 T_1(p_\mu, x^\mu) + \lambda_2 T_2(p_\mu, x^\mu) + \\ &+ C_0 p_0 + C_1(x_1(\tau, \sigma) - \kappa \sigma)] \end{aligned} \quad (39)$$

есть стандартное действие для релятивистской струны со всеми связями и полными тензорами энергии-импульса (19), в то время как

$$S_{\text{collect}} = -P_0 \dot{X}_0 + N_0 \frac{P_0^2}{2\gamma} + \Lambda_0 \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma x_0 \quad (40)$$

есть действие для коллективной переменной X_0 , которая рассматривается, согласно (36), как время в системе покоя.

Исключение действия для коллективной переменной S_{collect} приводит к стандартной формулировке теории струны с не решенными до конца проблемами времени, энергии и размерности пространства. Оставляя действие для коллективной переменной, мы получаем теорию струны с однозначным решением этих проблем для произвольной размерности ($a = 2, 3, \dots, n$).

Применим такой же подход к полевой теории гравитации, инвариантной относительно общековариантных преобразований, уравнения движения в которой аналогичны уравнениям движения в теории релятивистской струны.

4. ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

4.1. Кинеметрическая система отсчета. В теории гравитации, описываемой действием Эйнштейна–Гильберта

$$S_{\text{ТО}}[g|\varphi_0] = - \int d^4x \sqrt{-g} \frac{\varphi_0^2}{6} R(g), \quad \varphi_0 = M_{\text{Planck}} \sqrt{\frac{3}{8\pi}}, \quad (41)$$

возникла довольно странная ситуация. С одной стороны, существует гамильтоново описание теории гравитации в кинеметрической системе отсчета [1], [2], [16] с интервалом

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (N dx^0)^2 - {}^{(3)}g_{ij} (dx^i + N^i dx^0)(dx^j + N^j dx^0) \quad (42)$$

и дираковским действием¹⁾

$$S_{\text{ТО}}[g|\varphi_0] = \int dx^0 d^3x [p^{ij} \partial_0 {}^{(3)}g_{ij} - N\mathcal{H} + N^k \mathcal{P}_k + C_0 p_i^i + C_i f^i ({}^{(3)}g) + \text{поверхностные члены}]. \quad (43)$$

Связи первого и второго родов [3]

$$\mathcal{H}(g|\varphi_0) = \frac{6}{\varphi_0^2 \sqrt{{}^{(3)}g}} \left[p^{ij} p_{ij} - \frac{1}{2} (p_i^i)^2 \right] + \frac{\varphi_0^2 \sqrt{{}^{(3)}g}}{6} {}^{(3)}R(g) = 0, \quad \mathcal{P}_k = 2\nabla_i p_k^i = 0 \quad (44)$$

полностью исключают три степени свободы калибровкой $f^i = 0$ и отрицательные моды условием минимального вложения трехмерной гиперплоскости в четырехмерное риманово пространство [1], [4]:

$$p_i^i(x^0, x^i) = 0. \quad (45)$$

С другой стороны, данные наблюдений в космологии и астрофизике неопровержимо свидетельствуют о существовании отрицательной времениподобной моды

$$p_i^i(x^0) \neq 0, \quad (46)$$

¹⁾Здесь $N(x^0, x^i)$ – функция хода времени, $N^i(x^0, x^i)$ – вектор сдвига, C_0 и C_i – множители Лагранжа.

хорошо известной в однородном приближении $p_i^i(x^0, x^i) = p_i^i(x^0)$ как параметр Хаббла, или скорость изменения космической шкалы пространства. Более того, существует теорема о невозможности выполнения равенства (45) сразу во всем пространстве [17]. До недавнего времени космическая шкала описывалась как однородное приближение метрики

$$ds_{\text{hom}}^2 = a^2(x^0)(d\eta^2 - (dx^i)^2), \quad d\eta = \bar{N}(x^0) dx^0. \quad (47)$$

В работах [12], [18] космическая шкала рассматривалась как коллективная переменная

$$a^3(x^0) \equiv \frac{1}{V_0} \int_{V_0} d^3x \sqrt{{}^{(3)}g(x^0, x^i)}, \quad (48)$$

которая отделяется от “относительных” полевых переменных конформным преобразованием

$$g_{\mu\nu}(x^0, x^i) = a(x^0)^2 \bar{g}_{\mu\nu}(x^0, x^i). \quad (49)$$

Тогда действие для коллективной переменной вычисляется с помощью конформного преобразования четырехмерной кривизны

$$-\sqrt{-g} \frac{\varphi_0^2}{6} R(g) = -\sqrt{-\bar{g}} \frac{\varphi^2}{6} R(\bar{g}) + \varphi \partial_\mu [\sqrt{-\bar{g}} \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\nu \varphi], \quad (50)$$

где $\varphi(x^0)$ обозначает динамическую массу Планка, определенную как произведение массы Планка и космического масштабного фактора:

$$\varphi(x^0) = a(x^0) \varphi_0. \quad (51)$$

В результате исходное действие (41) принимает вид [12]

$$S_{\text{OTO}}[g|\varphi_0] = S_{\text{OTO}}[\bar{g}|\varphi] + \int_{x_1^0}^{x_2^0} dx^0 \int_{V_0} d^3x \varphi \frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} \frac{d\varphi}{\bar{N} dx^0} \right), \quad (52)$$

где первое слагаемое совпадает с выражением (41), в котором (g, φ_0) заменяются на $(\bar{g}, \varphi)$, а второе слагаемое приводит к уравнениям для коллективных степеней свободы φ и глобальной функции хода времени $\bar{N}_0$, определенной равенством

$$\frac{1}{\bar{N}_0} = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} d^3x \frac{\sqrt{{}^{(3)}\bar{g}}}{\bar{N}} \equiv \int_{V_0} d^3\bar{x} \frac{\sqrt{{}^{(3)}\bar{g}}}{\bar{N}}, \quad V_0 = \int_{V_0} d^3x \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} \equiv \bar{V}. \quad (53)$$

Эти уравнения полностью воспроизводят уравнения Вселенной в однородном приближении

$$\varphi_0^2 a'^2 = \rho_{\text{total}}, \quad (54)$$

$$\varphi_0^2 [3a'^2 - (a^2)'] = 3p_{\text{total}} \quad (55)$$

в терминах конформного времени

$$d\eta = \overline{N}_0 dx^0, \quad \frac{da}{d\eta} \equiv a' \quad (56)$$

и усредненных конформных плотности ρ_{total} и давления p_{total} . Последние определяются равенствами (ср. уравнение (34) для струны)

$$\rho_{\text{total}} = \int d^3\bar{x} \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} \mathcal{N} T_0^0 = \left[\int d^3\bar{x} \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} (T_0^0)^{1/2} \right]^2, \quad (57)$$

$$3p_{\text{total}} = \int d^3\bar{x} \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} \mathcal{N} T_k^k = \left[\int d^3\bar{x} \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} (T_k^k)^{1/2} \right]^2, \quad (58)$$

где T_μ^ν – полные компоненты локального тензора энергии-импульса, равные нулю в отсутствие коллективного движения, а $\mathcal{N}$ – инвариантная часть функции хода времени $\overline{N}$:

$$\mathcal{N} \equiv \frac{\overline{N}}{\overline{N}_0} = \left[\frac{\rho_{\text{total}}}{T_0^0} \right]^{1/2} = \left[\frac{3p_{\text{total}}}{T_k^k} \right]^{1/2}. \quad (59)$$

Уравнения (59) можно записать в форме

$$\mathcal{N} \sqrt{{}^{(3)}g} T_0^0 - \rho_{\text{total}} = \left[\frac{\sqrt{{}^{(3)}g}}{\mathcal{N}} - 1 \right] \rho_{\text{total}}, \quad (60)$$

$$\mathcal{N} \sqrt{{}^{(3)}g} T_k^k - 3p_{\text{total}} = \left[\frac{\sqrt{{}^{(3)}g}}{\mathcal{N}} - 1 \right] 3p_{\text{total}}. \quad (61)$$

Легко видеть, что пространственные интегралы от этих уравнений тождественно равны нулю. В ньютоновском приближении уравнения (60), (61) определяют две неизвестные функции $\mathcal{N} = 1 + \Phi_N$ и $\sqrt{{}^{(3)}g} = 1 - 3\Phi_g$ с нулевыми сопряженными каноническими импульсами. В случае, когда $\bar{\rho}_{\text{total}}, \bar{p}_{\text{total}}$ дают пренебрежимо малый вклад, эти уравнения превращаются в уравнения Эйнштейна $\overline{T}_0^0 = 0$, $\overline{T}_k^k = 0$, решения которых определяют известный ньютоновский потенциал тела с массой $M_\odot$

$$k^2 \tilde{\Phi}_N^0 = \frac{2M_\odot}{3\varphi^2}, \quad \tilde{\Phi}_N^0 = \tilde{\Phi}_g^0, \quad (62)$$

где $\tilde{\Phi}$ есть фурье-образ от Φ :

$$\tilde{\Phi}_N^0(k) = \tilde{\Phi}_g^0(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x e^{ikx} \Phi^0(x). \quad (63)$$

Уравнения (60) и (61) для $\rho_{\text{total}} \neq 0$, $p_{\text{total}} \neq 0$ ведут к модификации закона Ньютона

$$\begin{aligned} \left(k^2 + \frac{9}{2} H^2 \right) \tilde{\Phi}_g + \frac{3}{2} H^2 \tilde{\Phi}_N &= \frac{2M_\odot}{3\varphi^2}, \\ \left(k^2 + \frac{3}{2} \alpha H^2 \right) \tilde{\Phi}_N + \frac{9}{2} \alpha H^2 \tilde{\Phi}_g &= \frac{2M_\odot}{3\varphi^2}, \end{aligned} \quad (64)$$

где $H = \rho_{\text{total}}^{1/2}/\varphi$ – параметр Хаббла, $\alpha = 1 + 3p_{\text{total}}/\rho_{\text{total}}$.

Решение этих уравнений имеет вид

$$\tilde{\Phi}_N^H = \Phi^0 F_N, \quad F_N = \frac{k^2 - \frac{9}{2}H^2(\alpha - 1)}{k^2 + \frac{3}{2}H^2(\alpha + 3)}, \quad (65)$$

$$\tilde{\Phi}_g^H = \Phi^0 F_g, \quad F_g = \frac{k^2 + \frac{3}{2}H^2(\alpha - 1)}{k^2 + \frac{3}{2}H^2(\alpha + 3)}. \quad (66)$$

Можно видеть, что потенциал гравитационного взаимодействия (65) становится отрицательным в случае $p_{\text{total}} > 0$ для малых k^2 (или больших длин волн λ_{cr})

$$|k|_{\text{cr}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{cr}}} \leq \sqrt{\frac{27p_{\text{total}}}{2\rho_{\text{total}}}} H. \quad (67)$$

Это означает, что на окраине Вселенной притяжение (гравитация) превращается в отталкивание (антигравитацию).

Кроме того, возникает еще одно существенное отличие стандартного подхода в однородном приближении от эволюции Вселенной, рассматриваемой как коллективное движение полей. Космическая шкала, рассматриваемая как коллективная переменная, превращает дираковское действие со связями (43) в теорию с *полевым параметром эволюции* φ :

$$S_{\text{OTO}}[g|\varphi_0] = S_{\text{OTO}}[\bar{g}|\varphi] + S_{\text{collect}}[\varphi], \quad (68)$$

$$S_{\text{collect}}[\varphi] = \int dx^0 \left\{ -P_\varphi \partial_0 \varphi + \bar{N}_0 \frac{P_\varphi^2}{4V_0} + \Lambda \left(\int_{V_0} d^3x \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}} - V_0 \right) \right\}. \quad (69)$$

Именно включение полевого параметра эволюции решило проблему времени и энергии в СТО в работах классиков [6], [7] и обратило струну с алгеброй Вирасоро (39) в струну (38), где метрика двумерного пространства определяется однозначно и имеется, по существу, лишь одна связь как уравнение для глобальной функции хода времени. В рассматриваемом случае глобальная функция хода времени $\bar{N}_0$ также задается усреднением локальной функции (53) и, в свою очередь, определяет инвариантный *геометрический параметр эволюции*, известный в космологии как конформное время (56).

Как было показано выше на примере струны, варьирование действия по локальной функции хода времени $\bar{N} \delta S_{\text{OTO}}[g|\varphi_0]/\delta \bar{N} = 0$ приводит к уравнению

$$\frac{P_\varphi^2 \sqrt{{}^{(3)}\bar{g}}}{4V_0 \mathcal{N}} = \mathcal{NH}(\bar{g}|\varphi), \quad (70)$$

определяющему одновременно ее инвариантную часть $\mathcal{N}$ (59) и импульс P_φ космической шкалы

$$P_\varphi = \pm 2V_0 \sqrt{\rho}. \quad (71)$$

Согласно Пуанкаре и Эйнштейну [6], [7] импульс P_φ космической шкалы и есть локализуемая энергия относительно *полевого параметра эволюции* φ (ср. уравнение (35)).

Динамика космической шкалы φ относительно геометрического параметра эволюции – конформного времени (56) – задается уравнением движения для самого импульса P_φ

$$\frac{d\varphi}{d\eta} \equiv \varphi' = \frac{P_\varphi}{2V_0} = \pm \rho^{1/2}, \quad (72)$$

получаемым с помощью вариации действия $\delta S/\delta P_\varphi = 0$. Для релятивистской частицы аналогичное уравнение описывает релятивистское отношение двух времен (в сопутствующей системе и системе покоя). Такой переход от полевого времени φ к геометрическому времени η требует преобразования Леви-Чивита для всех полевых переменных $\bar{F}$:

$$(\varphi|\bar{F}) \implies (Q_0 = \eta|\bar{Q}).$$

Как показано в работах [11], [12], [19], в рассматриваемом случае преобразование Леви-Чивита совпадает для полей $\bar{F}$ с преобразованием Боголюбова $\bar{F} = \hat{O}_{\text{Bog}}\bar{Q}$, которое приводит уравнения движения к диагональному виду и позволяет получить интегралы движения.

В случае предела бесконечно большой Вселенной этот переход от полевого времени φ к геометрическому времени η можно выполнить значительно проще. Как известно, пространственный интеграл от плотности для нашей Вселенной представляет собой огромную величину. Если отделить однородную часть $\rho_0(\varphi)$ от гамильтониана H_{QFT} , который определяет динамику локальных процессов во Вселенной,

$$\rho(\varphi) = \rho_0(\varphi) + \frac{H_{\text{QFT}}}{V_0},$$

то вследствие уравнения (72), записанного в однородном приближении $d\varphi = d\eta \rho_0^{1/2}$, гамильтониан эволюции относительно космической шкалы φ превращается в стандартный теоретико-полевой гамильтониан эволюции слабых локальных возмущений относительно конформного времени (56) (ср. с формулой (35))

$$d\varphi P_\varphi = d\varphi 2V_0 \sqrt{\rho_0(\varphi) + \frac{H_{\text{QFT}}}{V_0}} \simeq d\eta [2V_0 \rho_0(\varphi) + H_{\text{QFT}}(\bar{F})]. \quad (73)$$

Здесь космологическая зависимость массы Планка от времени определяется постоянной Хаббла ($H_0 \sim 10^{-42} \text{ГэВ}$).

Полевая природа времени начинает проявлять себя в точной теории ранней Вселенной, где такой переход от полевого времени φ к геометрическому времени η требует преобразования Леви-Чивита.

4.2. Принцип относительности Пуанкаре–Эйнштейна для Вселенной.

Принцип относительности Пуанкаре–Эйнштейна в СТО означает, что для полного описания одной релятивистской частицы в терминах и понятиях классической физики требуются две системы отсчета, описываемые двумя механиками без связей: система

покоя (x_0, x_i) и сопутствующая система $(Q_0 = t, Q_i)$. Отношения таких механик в форме преобразований Леви-Чивита, как уже отмечалось ранее, выявляют чисто релятивистские эффекты.

Напомним, что в СТО, которая инвариантна относительно репараметризации координатного параметра эволюции $\tau \rightarrow \tilde{\tau} = \tilde{\tau}(\tau)$, имеет место аналогичная ситуация превращения одной из переменных (X_0) в *динамический параметр эволюции*, который отождествляется со временем, измеряемым часами наблюдателя в системе покоя. В частности, можно указать прямое соответствие между наблюдаемыми в теории релятивистской частицы в гамильтоновом формализме (7) и в теории релятивистской Вселенной (68) [11], [12]:

геометрическими временами t и η , определенными с помощью функций хода времени e и $\bar{N}_0$:

$$dt = e d\tau \iff d\eta = \bar{N}_0 dx^0; \quad (74)$$

мировыми пространствами переменных:

$$X_0, X_i \iff \varphi, {}^{(3)}\bar{g}_{ij}; \quad (75)$$

энергиями:

$$P_0 = \pm \sqrt{P_i^2 + m^2} \iff P_\varphi = \pm 2V_0 \sqrt{\bar{\rho}}; \quad (76)$$

релятивистскими отношениями для геометрических времен t, η и динамических параметров эволюции X_0, φ в дифференциальной

$$\frac{dX_0}{dt} = \pm \frac{\sqrt{P_i^2 + m^2}}{m} \iff \frac{d\varphi}{d\eta} = \pm \sqrt{\bar{\rho}_{\text{total}}}, \quad (77)$$

и интегральной формах

$$t(X_0) = \pm \frac{m}{\sqrt{P_i^2 + m^2}} X_0 \iff \eta(\varphi_0, \varphi_I) = \pm \int_{\varphi_I}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\bar{\rho}_{\text{total}}(\varphi)}}. \quad (78)$$

Теперь может быть оправдана необходимость дублирования хорошо определенного понятия системы отсчета неясным термином *физическая реализация*. Дело в том, что в теории гравитации в одной кинеметрической системе отсчета, т.е. для одного и того же наблюдателя, имеются две физические реализации одной Вселенной: полевая $(\varphi|\bar{F})$ и геометрическая $(\eta|\bar{Q})$. Каждая из этих физических реализаций имеет свое время (φ или η), свою динамику ($\bar{F}(\varphi)$ или $\bar{Q}(\eta)$) и свою волновую функцию $(\Psi[\bar{F}|\varphi]$ или $\Psi[\bar{Q}|\eta])$.

Полевая физическая реализация $\bar{F}(\varphi)$ описывает эволюцию полей относительно *полевого времени* (φ) . *Полевая энергия* (76) $(E = P_\varphi)$ имеет, так же как и энергия релятивистской частицы, два знака – положительный и отрицательный. В квантовой теории

космической шкалы пространства $i[P_\varphi, \varphi] = \hbar$ волновая функция Вселенной представляет собой сумму двух спектральных разложений

$$\begin{aligned} \Psi[\bar{F}|\varphi_0] = \sum_{E \geq 0} A_E^+ \exp\left\{i \int^{\varphi_0} d\varphi E\right\} \Psi_E[\bar{F}] + \\ + \sum_{E \leq 0} A_E^- \exp\left\{-i \int^{\varphi_0} d\varphi |E|\right\} \Psi_E^*[\bar{F}] \end{aligned} \quad (79)$$

по собственным значениям генератора эволюции $P_\varphi = \pm E$, где A_E^+ трактуется как оператор рождения Вселенной с положительной энергией, а A_E^- – как оператор уничтожения Вселенной с отрицательной энергией. Такая трактовка (подобно причинному квантованию Дирака релятивистской частицы) устраняет отрицательные энергии и означает выбор положительных частот для движения вперед ($P_\varphi > 0$, $\varphi_0 > \varphi_I$) и отрицательных частот для движения назад ($P_\varphi < 0$, $\varphi_0 < \varphi_I$). Как показано в работах [11], [12], переход к геометрическому времени η осуществляется посредством канонического преобразования типа Леви–Чивита, которое превращает энергетическую связь в новый импульс, а поля – в новые переменные с начальными данными относительно геометрического времени η . В этом случае причинное квантование Дирака для Вселенной ведет к положительной стреле геометрических времен $\eta \geq 0$, $t \geq 0$. Используя это причинное квантование, можно попытаться ответить на следующие вопросы.

1. Что собой представляет квантовая Вселенная?
2. Каков статус закона Хаббла в квантовой Вселенной?
3. Как включить и описать начальные космические данные?
4. В чем причина положительной стрелы времени и его начала?

Принцип относительности Пуанкаре–Эйнштейна и причинное квантование Дирака, обобщенное на полевое пространство ОТО, дают следующие ответы на поставленные вопросы.

1. Квантовая Вселенная – это релятивистская система, описываемая двумя механиками (полевой и геометрической) с двумя разными параметрами эволюции (космическим фактором и геометрическим временем) и двумя разными волновыми функциями – в полевом и в геометрическом пространствах. Отношение двух эволюционных параметров этих волновых функций есть чисто релятивистский эффект в форме эволюции Вселенной.

2. В квантовой Вселенной зависимость космического фактора от геометрического времени интерпретируется как закон Хаббла.

3. Космические начальные данные и время суть геометрический набор переменных, полученных из полевого пространства с помощью преобразований Леви–Чивита, которые преобразуют энергетическую связь в новый импульс.

4. Положительная стрела геометрического времени и его начало являются следствиями стабильности квантовой теории в полевом пространстве и свидетельствами квантовой природы нашей Вселенной.

Можно предположить, что Вселенная “рождается” в своей полевой физической реализации вне геометрического времени, а в своей геометрической реализации представляет собой только время и начальные космические данные. Отношение этих двух реализаций описывает чисто релятивистские эффекты рождения материи (в согласии с наблюдаемой температурой реликтового излучения [20]) и эволюции полевого времени относительно геометрического в форме закона Хаббла (в согласии с последними данными по зависимости красного смещения от расстояний до Сверхновых [21]). Стандартное теоретико-полевое описание эволюции полей относительно геометрического времени $\overline{F}(\eta)$ возникает лишь в нерелятивистском пределе бесконечно большой Вселенной [11].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Со времен Ньютона задачи теоретической физики сводятся к решению дифференциальных уравнений с начальными данными, измеряемыми набором физических приборов, который Коперник, Галилей и Эйнштейн отождествляли с *системой отсчета*. Группы преобразований дифференциальных уравнений довольно четко разделяются на два типа: лоренц-преобразования (Л-преобразования), которые меняют начальные данные, т.е. систему отсчета, и калибровочные преобразования (К-преобразования), которые не меняют начальных данных и ассоциируются с *калибровкой* физических приборов. В каждой конкретной Л-ковариантной системе отсчета набор всех дифференциальных уравнений разделяется на *уравнения движения*, для полного решения которых требуется измерение начальных данных, и *уравнения связи*, которые связывают начальные данные и не требуют их измерения для полного решения. Примером такого уравнения связи в электродинамике является уравнение на временную компоненту поля, т.е. уравнение Гаусса, связывающее начальные данные временной компоненты с начальными данными пространственных компонент и заряженных полей.

Нахождение Л-ковариантных и К-инвариантных решений дифференциальных уравнений и Л-ковариантное и К-инвариантное квантование калибровочных полей являлись генеральной линией развития теоретической физики начиная с работ Дирака, Гейзенберга, Паули и Ферми [22] и кончая работами Швингера (см., например, [23]), который назвал это квантование *фундаментальным*.

Стратегия такого фундаментального квантования была следующей.

1. Использовать *уравнения связи* и калибровочную инвариантность, чтобы убрать лишние степени свободы и построить К-инвариантные нелокальные переменные.
2. Доказать Л-ковариантность на уровне алгебры генераторов группы Пуанкаре для К-инвариантных наблюдаемых. Их естественная зависимость от параметров системы отсчета, в частности от оси времени, называется *неявной релятивистской ковариантностью*.
3. Построить Л-ковариантную S -матрицу в терминах К-инвариантных наблюдаемых.

В неабелевой теории эта программа была реализована в работах Швингера.

Однако основным методом квантования в теориях калибровочных полей к концу 60-х стало *эвристическое квантование*, предложенное Фейнманом [24], который, вычисляя

радиационные поправки к рассеянию, обратил внимание на то, что амплитуды рассеяния элементарных частиц в теории возмущений не зависят от системы отсчета и выбора калибровки. Используя этот факт, можно даже изменить сам лагранжиан электродинамики, превратив ее в теорию без связей. Независимость от системы отсчета (Л-инвариантность) стали называть просто *релятивистской ковариантностью*, а *выбор калибровки* превратился в формальную процедуру выбора калибровочно-неинвариантных полевых переменных. Такая незаметная подмена понятий в методе К-ковариантного и Л-инвариантного *эвристических квантований*, казалось бы, полностью обесценила цели и задачи Л-ковариантного и К-инвариантного фундаментальных квантований. Зачем доказывать релятивистскую ковариантность на уровне алгебры генераторов группы Пуанкаре для К-инвариантных наблюдаемых, если результат вычисления амплитуды рассеяния Л-инвариантен, т.е. не зависит от системы отсчета? И зачем нужны К-инвариантные наблюдаемые, если можно использовать любые переменные?

В рамках эвристического квантования была сформулирована проблема построения унитарной теории возмущений, решенная в работе Фаддеева и Попова [25], и доказана перенормируемость стандартной модели Вельтманом и 'т Хоофтом. Эвристическое квантование стало фактически единственным методом, с которым связывают решения всех проблем современной теории поля. Однако при этом забывают, что область применимости этого квантования ограничивается лишь задачами рассеяния элементарных частиц, где это квантование и возникло.

В настоящей работе мы привели аргументы в пользу того, что описание квантовой Вселенной, как предсказывал Швингер, более адекватно фундаментальному квантованию, основанному на выборе релятивистски-ковариантной системы отсчета и сохранении калибровочной инвариантности, в данном случае – инвариантности относительно общековариантных преобразований. Следствием такой инвариантности и является полевая природа наблюдаемого времени и пространства.

Благодарности. Авторы благодарны Д. Бляшке, Е. А. Кураеву и А. М. Червякову за полезные дискуссии.

Список литературы

- [1] P. A. M. Dirac. Proc. Roy. Soc. 1958. V. 246. P. 333; Phys. Rev. 1959. V. 114. P. 924.
- [2] R. Arnowitt, S. Deser, C. W. Misner. Phys. Rev. 1959. V. 116. P. 1322; 1960. V. 117. P. 1595; 1961. V. 122. P. 997.
- [3] П. А. М. Дирак. Лекции по квантовой механике. М.: Мир, 1968.
- [4] Л. Д. Фаддеев, В. Н. Попов. УФН. 1973. Т. 111. С. 427.
- [5] Б. М. Барбашов, В. В. Нестеренко. Модель релятивистской струны в физике адронов. М.: Энергоиздат, 1987.
- [6] H. Poincare. C. R. Acad. Sci. Paris. 1904. V. 140. P. 1504.
- [7] A. Einstein. Anal. d. Phys. 1905. V. 17. P. 891.
- [8] Б. М. Барбашов, Н. А. Черников. Классическая динамика релятивистской струны. Препринт Р2-7852. Дубна: ОИЯИ, 1974.
- [9] А. Г. Рейман, Л. Д. Фаддеев. Вестн. ЛГУ. 1975. № 1. С. 138.
- [10] Б. М. Барбашов, В. Н. Первушин. ТМФ. 2001. Т. 127. № 1. С. 90; hep-th/0005140.
- [11] B. M. Barbashov, V. N. Pervushin, M. Pawlowski. Phys. Part. Nucl. 2001. V. 32. P. 546.

- [12] *M. Pawlowski, V. N. Pervushin.* Int. J. Mod. Phys. 2001. V. 16. P. 1715; hep-th/0006116; *V. N. Pervushin, D. V. Proskurin.* Gravit. Cosmology. 2001. V. 7. P. 89.
- [13] *T. Levi-Civita.* Prace Mat.-Fiz. 1906. V. 17. P. 1.
- [14] *S. Shanmugadhasan.* J. Math. Phys. 1973. V. 14. P. 677.
- [15] *S. A. Gogilidze, A. M. Khvedelidze, V. N. Pervushin.* Phys. Part. Nucl. 1999. V. 30. P. 66.
- [16] *А. Л. Зельманов.* ДАН СССР. 1976. Т. 227. С. 78; *Ю. С. Владимиров.* Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982.
- [17] *В. Н. Первушин, В. И. Смиринский.* ЯФ. 1998. Т. 61. С. 142.
- [18] *M. Pawlowski, V. V. Paroyan, V. N. Pervushin, V. I. Smirichinski.* Phys. Lett. B. 1998. V. 444. P. 293.
- [19] *V. N. Pervushin, V. I. Smirichinski.* J. Phys. A. 1999. V. 32. P. 6191.
- [20] *D. Blaschke et al.* Cosmological creation of vector bosons and CMB. gr-qc/0103114; *V. N. Pervushin, D. V. Proskurin.* Talk at the V International Conference on Cosmoparticle Physics (Cosmion-2001) dedicated to 80-th Anniversary of Andrei D. Sakharov (21–30 May 2001, Moscow-St.Peterburg, Russia). gr-qc/0106006.
- [21] *D. Behnke, D. B. Blaschke, V. N. Pervushin, D. V. Proskurin.* Phys. Lett. B. 2002. V. 530. P. 20; gr-qc/0102039.
- [22] *P. A. M. Dirac.* Proc. Roy. Soc. A. 1927. V. 114. P. 243; Can. J. Phys. 1955. V. 33. P. 650; *W. Heisenberg, W. Pauli.* Z. Phys. 1929. V. 56. P. 1; 1930. V. 59. P. 166; *E. Fermi.* Rev. Mod. Phys. 1932. V. 4. P. 87.
- [23] *J. Schwinger.* Phys. Rev. 1962. V. 127. P. 324.
- [24] *R. P. Feynman.* Phys. Rev. 1949. V. 76. P. 749.
- [25] *L. Faddeev, V. Popov.* Phys. Lett. B. 1967. V. 25. P. 29.

Поступила в редакцию 4.III.2002 г.