Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, Выход за рамки теоремы Мигдала в теории двухзонной сверхпроводимости, *ТМФ*, 2006, том 149, номер 1, 111–126

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf3835>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 14:53:14

© 2006 г.

М. Е. Палистрант*, В. А. Урсу*

ВЫХОД ЗА РАМКИ ТЕОРЕМЫ МИГДАЛА В ТЕОРИИ ДВУХЗОННОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Предложена теория сверхпроводимости двухзонных неадиабатических систем с сильными электронными корреляциями в линейном приближении по неадиабатичности. В предположении слабого электрон–фононного взаимодействия получены аналитические выражения для вершинной и “пересекающейся” функций для каждой из двух зон. С учетом диаграмм с пересечением двух линий электрон–фононного взаимодействия (выход за рамки теоремы Мигдала) определены массовые операторы функций Грина и на их основе получены основные уравнения теории сверхпроводимости двухзонных систем. Найдено аналитическое выражение для температуры сверхпроводящего перехода T_c , которое отличается от случая обычных двухзонных систем существенной перенормировкой входящих в него величин, связанной с эффектами неадиабатичности и сильными электронными корреляциями. Изучена зависимость величины T_c и изотопического коэффициента α от параметра Мигдала $m = \omega_0/\varepsilon_F$. Показано, что учет перекрытия энергетических полос на поверхности Ферми и эффектов неадиабатичности при малых значениях передаваемого импульса ($q \ll 2p_F$) позволяет получить высокие значения T_c даже при слабом электрон–фононном взаимодействии.

Ключевые слова: сверхпроводимость, неадиабатическая система, электрон–фононное взаимодействие, теорема Мигдала.

1. ВВЕДЕНИЕ

Прошло около 20 лет со дня открытия высокотемпературных сверхпроводящих материалов [1]. Все это время велись интенсивные экспериментальные и теоретические исследования свойств этих материалов в нормальной и сверхпроводящей фазах. Установлено существенное отличие физических свойств этих материалов от свойств обычных сверхпроводников. Новые материалы обладают рядом особенностей: сильной анизотропией кристаллических свойств (слоистой структурой), сильными электронными корреляциями, сильным электрон–фононным взаимодействием, наличием точек высокой симметрии в импульсном пространстве, перекрытием энергетических полос на поверхности Ферми, малыми значениями энергии Ферми и др. Сложность данных систем затрудняет решение одной из основных проблем

*Academy of Sciences of Moldova, Institute of Applied Physics, Chisinau, Moldova.
E-mail: mepalistrant@yandex.ru, ursu@hotmail.ru

современной физики – выявление механизма высокотемпературной сверхпроводимости. Одним из возможных вариантов решения этой проблемы является последовательное рассмотрение присущих этим материалам особенностей и изучение их влияния на термодинамические и магнитные свойства.

Так, например, для изучения влияния на сверхпроводимость перекрытия энергетических полос на поверхности Ферми, приводящего к возникновению двух энергетических щелей, была использована модель Москаленко [2] (см. также работу [3]). На основании этой модели задолго до открытия высокотемпературной сверхпроводимости была построена теория сверхпроводимости для обычных сверхпроводников (чистых и примесных), историю развития этой теории можно найти в [4].

Попытка применить эту теорию к материалам с высокотемпературной сверхпроводимостью была предпринята, например, в работе [5]. Как следует из рассуждений работы [5], в рамках этой теории можно описать довольно большое количество экспериментальных данных, связанных со сверхпроводящими свойствами металлооксидных соединений.

С другой стороны, возникает ряд теоретических вопросов, в частности, следует объяснить роль неадиабатичности и сильных электронных корреляций в высокотемпературных материалах. Речь идет о малых значениях энергии Ферми ($\varepsilon_F \ll \omega_0$) или ее соизмеримости с энергией Дебая ($\varepsilon_F \sim \omega_0$) и о больших значениях кулоновского взаимодействия электронов. В рамках теории Боголюбова–Элиашберга–Мигдала эти факторы не могут способствовать возникновению высокотемпературной сверхпроводимости. Более того, эта теория не применима для описания неадиабатических систем, в которых нарушается теорема Мигдала [6]. Возникает необходимость рассмотрения вершинных и “пересекающихся” диаграмм по электрон–фононному взаимодействию, что помогает учесть дополнительные многочастичные эффекты при определении функций Грина.

Сверхпроводимости в неадиабатических системах и построению теории, выходящей за рамки теоремы Мигдала, посвящено много работ (см. обзор [7]). Из этих исследований вытекает, что вершинные функции при $\varepsilon_F \sim \omega_0$ оказываются отрицательными и, следовательно, уменьшают константу электрон–фононного взаимодействия, не приводя к высоким значениям температуры сверхпроводящего перехода T_c . Противоположную картину мы имеем в тех случаях, когда передаваемый импульс при электрон–фононном взаимодействии мал ($q \ll 2p_F$). Такая ситуация возможна, в частности, при наличии в системе сильных электронных корреляций [8]. В работах [9], [10] рассмотрена однозонная неадиабатическая система с серединным заполнением энергетической зоны и выполнено обрезание электрон–фононного взаимодействия по малому значению передаваемого импульса $q_c \ll 2p_F$. При таком подходе вершинные функции P_V и “пересекающиеся” функции P_C оказываются положительными и способны существенно увеличить константу электрон–фононного взаимодействия, в результате чего значение температуры сверхпроводящего перехода доходит до величин, присущих материалам с высокотемпературной сверхпроводимостью. Положительные значения функций P_V и P_C возможны также в неадиабатических системах с особенностями Ван Хова в электронном энергетическом спектре. В частности, это хорошо видно на примере “протяженной” особенности в электронном энергетическом спектре [11], обнаруженной экспериментально в итриевой керамике [12].

Отметим, что исследования термодинамических свойств однозонных сверхпроводящих неадиабатических систем с переменной плотностью носителей заряда (чистых и с магнитной примесью) содержатся в серии работ одного из авторов данной статьи [13], [14]. Эти исследования показывают, что неадиабатичность вместе с сильными электронными корреляциями благоприятно влияет на сверхпроводящее состояние однозонных систем.

Последние пять лет очень интенсивно ведутся поиски новых сверхпроводящих материалов. Особый интерес вызывает соединение MgB_2 , имеющее температуру сверхпроводящего перехода $T_c \sim 40 \text{ K}$ [15]. Это вещество обладает рядом аномалий физических свойств (см., например, обзоры [16], [17]) и, как выяснилось, эти аномалии связаны с анизотропными свойствами системы и, в частности, с наличием перекрытия энергетических полос на поверхности Ферми. В основе описания свойств соединения MgB_2 лежит теория сверхпроводимости для систем с перекрывающимися на поверхности Ферми энергетическими зонами [2], [16]–[18]. Наряду с этим при определенных условиях в соединении MgB_2 могут проявляться эффекты неадиабатичности, поскольку для этого соединения параметр Мигдала $m = \omega_0/\varepsilon_F \approx 0,1$ [19].

Таким образом, современные высокотемпературные сверхпроводники (оксидные металлы, фуллерены, органические системы, борид магния) являются неадиабатическими системами. Кроме того, электронный энергетический спектр этих систем содержит особенность: перекрытие энергетических полос на поверхности Ферми, что подтверждается зонными расчетами (см., например, [20]). Указанные выше обстоятельства являются серьезным стимулом для построения теории сверхпроводимости в двухзонных неадиабатических системах. Этому посвящена данная работа.

В разделе 2 на основании гамильтониана типа гамильтониана Фрелиха получены уравнения для температурных электронных функций Грина и выражения для массовых операторов M и Σ , а также выполнен переход к зонному $n\vec{k}\Omega$ -представлению. В разделе 3 даны определения вершинных функций P_{Vn} и “пересекающихся” функций P_{Cn} для n -й зоны, $n = 1, 2$, а также получена система уравнений для параметров порядка двухзонной системы. В разделе 4 приведено уравнение для температуры сверхпроводящего перехода T_c и найдено его решение. Определено также значение коэффициента изотопического эффекта α . В разделе 5 выполнены численные расчеты и проведен анализ результатов.

2. ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ И ФУНКЦИИ ГРИНА

Рассмотрим гамильтониан типа гамильтониана Фрелиха:

$$H = H_0 + H_1, \quad (1)$$

где H_0 – гамильтониан невзаимодействующих электронов и фононов, а H_1 – гамиль-

тониан электрон-фононного взаимодействия, определяемый выражением

$$H_1 = \sum_{\sigma} \int d\vec{x} \psi_{\sigma}^{\dagger}(\vec{x}) \psi_{\sigma}(\vec{x}) \varphi(\vec{x}). \quad (2)$$

Здесь $\psi_{\sigma}^{\dagger}(\vec{x})$ и $\psi_{\sigma}(\vec{x})$ – соответственно операторы рождения и уничтожения электрона со спином σ в точке $\vec{x}$, $\varphi(\vec{x})$ – фононное поле. На основании гамильтониана (1) и диаграммного метода теории возмущений [21] можно получить систему уравнений для нормальной $G(x, x')$ и аномальной $\tilde{F}(x, x')$ функций Грина:

$$\begin{aligned} G(x, x') &= G^0(x, x') + \iint dx_1 dx_2 G^0(x, x_1) M(x_1, x_2) G(x_2, x') - \\ &\quad - \iint dx_1 dx_2 G^0(x, x_1) \Sigma(x_1, x_2) \tilde{F}(x_2, x'), \\ \tilde{F}(x, x') &= \int dx_1 dx_2 G_0(x_1, x) \tilde{\Sigma}(x_1, x_2) G(x_2, x') + \\ &\quad + \int dx_1 dx_2 G^0(x_1, x) M(x_2, x_1) \tilde{F}(x_2, x'), \end{aligned} \quad (3)$$

где $G^0(x, x')$ – функция Грина свободных электронов, $G(x, x')$ и $F(x, x')$ – полные электронные функции Грина сверхпроводящего состояния, $\Sigma(x_1, x_2)$ и $M(x_1, x_2)$ – массовые операторы (недиагональный и диагональный, соответственно), знак $\sim$ над функцией обозначает комплексное сопряжение.

Поскольку в (1) отсутствуют спинные взаимодействия, при получении системы (3) были использованы соотношения

$$G_{\alpha\beta}(x, x') = \delta_{\alpha,\beta} G(x, x'), \quad \tilde{F}_{\alpha\alpha'}(x, x') = -g_{\alpha,\alpha'} \tilde{F}(x, x'), \quad (4)$$

где

$$g_{\alpha,\alpha'} = \delta_{\alpha,-\alpha'} (\delta_{\alpha\uparrow} - \delta_{\alpha\downarrow}) = -g_{\alpha',\alpha}, \quad (5)$$

α, α' – спинные индексы, принимающие два значения: $\uparrow$ (вверх) и $\downarrow$ (вниз). Массовые операторы (диагональный M и недиагональный Σ) при температуре, близкой к критической ($T \sim T_c$), имеют вид

$$\begin{aligned} M(x_1, x_2) &= -D(x_1, x_2) G(x_1, x_2) + \iint dx_3 dx_4 D(x_4, x_2) D(x_1, x_3) \times \\ &\quad \times G(x_1, x_4) G(x_4, x_3) G(x_3, x_2), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, x_2) &= -D(x_1, x_2) F(x_1, x_2) + \iint dx_3 dx_4 D(x_1, x_3) D(x_4, x_2) \times \\ &\quad \times [G(x_1, x_4) G(x_2, x_3) F(x_4, x_3) + G(x_3, x_4) F(x_1, x_4) G(x_2, x_3) + \\ &\quad + F(x_3, x_2) G(x_1, x_4) G(x_4, x_3) - F(x_1, x_3) \tilde{F}(x_3, x_4) F(x_4, x_2)], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$D(x, x') = \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{q}, \omega} D(\vec{q}, \omega) e^{-i\vec{q}(\text{vec}x - \vec{x}') - i\omega(\tau - \tau')}$$

– функция Грина фононов. Из этих формул следует, что наряду с диаграммами, которые учитываются в массовых операторах адиабатических систем (первые слагаемые в (6), (7)), мы вводим в рассмотрение также члены с пересечением двух линий

электрон-фононного взаимодействия. Это соответствует учету вершинных поправок и отвечает выходу теории сверхпроводимости за рамки теоремы Мигдала [6]. Перейдем в (3), (6) и (7) к $n\vec{k}\Omega$ -представлению в соответствии с соотношениями для функций Грина:

$$\begin{aligned} G(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} G_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}^*(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \\ F(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} F_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \\ \tilde{F}(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} \tilde{F}_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}^*(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}^*(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \end{aligned} \quad (8)$$

а также для массовых операторов

$$\begin{aligned} M(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} M_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}^*(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \\ \Sigma(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} \Sigma_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \\ \tilde{\Sigma}(x, x') &= \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} \sum_{nm} \sum_{\Omega} \tilde{\Sigma}_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) \psi_{n\vec{k}}^*(\vec{x}) \psi_{m\vec{k}'}^*(\vec{x}') e^{-i\Omega(\tau-\tau')}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\psi_{n\vec{k}}(\vec{x}) = e^{i\vec{k}\vec{x}} U_{n\vec{k}}(\vec{x})$ – функция Блоха, $x = (\vec{x}, \tau)$, $x' = (\vec{x}', \tau')$, $\beta = T^{-1}$, $\Omega = (2\nu + 1)\pi T$, $\omega = 2\nu\pi T$, $\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – мацубаровские частоты: электронная и фононная, соответственно.

Подставив (8) и (9) в (3) и выполнив необходимые операции, получим систему уравнений для $G_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega)$ и $\tilde{F}_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega)$. Решение этой системы и термодинамические свойства двухзонного сверхпроводника без учета эффектов неадиабатичности можно найти в работах [22]. Заметим, что при таком подходе учитываются всевозможные сверхпроводящие спаривания как между электронами в каждой зоне, так и между электронами различных энергетических зон.

В дальнейшем мы ограничимся диагональным по индексам энергетических зон приближением:

$$G_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{nm} G_n(\vec{k}, \Omega), \quad \tilde{F}_{nm}(\vec{k}, \vec{k}', \Omega) = \delta_{\vec{k}, -\vec{k}'} \delta_{nm} \tilde{F}_n(\vec{k}, \Omega). \quad (10)$$

Если не принимать во внимание эффекты, связанные с неадиабатичностью системы, это приближение приводит к двухзонной модели Москаленко [2], которая учитывает процессы, связанные с образованием куперовских пар в каждой энергетической зоне и их туннелирование из одной зоны в другую.

В приближении (10) решение системы уравнений (3) в $n\vec{k}\Omega$ -представлении можно привести к виду

$$G_n(\vec{k}, \Omega) = -\frac{iZ_n(\Omega)\Omega + \tilde{\varepsilon}_n(\vec{k})}{A_n(\vec{k}, \Omega)}, \quad \tilde{F}_n(\vec{k}, \Omega) = \frac{\tilde{\Sigma}_n(\vec{k}, \Omega)}{A_n(\vec{k}, \Omega)}, \quad F_n(\vec{k}, \Omega) = \frac{\Sigma_n(\vec{k}, \Omega)}{A_n(\vec{k}, \Omega)}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} A_n(\vec{k}, \Omega) &= \Omega^2 Z_n^2(\Omega) + \tilde{\varepsilon}_n^2(\vec{k}) + \Sigma_n(\vec{k}, \Omega) \tilde{\Sigma}_n(\vec{k}, \Omega), \\ Z_n(\Omega) &= 1 - \frac{1}{\Omega} \operatorname{Im} M_n(\vec{k}, \Omega), \quad \tilde{\varepsilon}_n(\vec{k}) = \varepsilon_n(\vec{k}) + \operatorname{Re} M_n(\vec{k}, \Omega), \end{aligned} \quad (12)$$

$\varepsilon_n(\vec{k})$ – энергия электронов в n -й зоне, $\tilde{\varepsilon}_n(\vec{k})$ – ее значение, перенормированное вследствие взаимодействия электронов с фононами, M_n и Σ_n – массовые операторы, определяемые выражениями (6), (7), в $n\vec{k}\Omega$ -представлении. Они учитывают диаграммы, которые нарушают теорему Мигдала.

3. МАССОВЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ВЕРШИННЫЕ ФУНКЦИИ

Выполнив переход к $n\vec{k}\Omega$ -представлению в определениях массовых операторов (6) и (7) в соответствии с разложениями (8) и (9), получаем

$$\begin{aligned} M_m(\vec{p}, \Omega) &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} \sum_n D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) g_{mn}^2(\vec{p}, \vec{p}_1) G_n(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ &+ \frac{1}{\beta^2} \sum_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \sum_{\Omega_1, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \times \\ &\times D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) g_{mm}^2(\vec{p}, \vec{p}_1) g_{mm}^2(\vec{p}, \vec{p}_2) \times \\ &\times G_m(\vec{p}_1, \Omega_1) G_m(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) G_m(\vec{p}_2, \Omega_2), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_m(\vec{p}, \Omega) &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} \sum_{n_1} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) g_{mn_1}^2(\vec{p}, \vec{p}_1) F_{n_1}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ &+ \frac{1}{\beta^2} \sum_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \sum_{\Omega_1, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \times \\ &\times D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) g_{mm}^2(\vec{p}, \vec{p}_2) g_{mm}^2(\vec{p}, \vec{p}_1) [G_m(\vec{p}_2, \Omega_2) \times \\ &\times F_m(\vec{p}_1, \Omega_1) G_m(\vec{p}_2 + \vec{p}_1 - \vec{p}, \Omega_2 + \Omega_1 - \Omega) + \\ &+ F_m(\vec{p}_1, \Omega_1) G_m(\vec{p}_2, \Omega_2) G_m(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, \Omega_2 - \Omega_1 - \Omega) + \\ &+ F_m(\vec{p}_1, \Omega_1) G_m(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_1 - \Omega_2) G_m(-\vec{p}_2, -\Omega_2)]. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь было использовано диагональное по индексам зон приближение (10) и приближение для матричных элементов электрон-фононного взаимодействия, отвечающее образованию куперовских пар в каждой энергетической зоне и их туннелированию как целое из одной зоны в другую. Эти процессы приводят к необходимости учета членов, содержащих константы электрон-фононного взаимодействия типа

$$g_{mn}^2(\vec{p}, \vec{p}_1) = g^2(\vec{p}, \vec{p}_1) |\chi(m\vec{p}_F, n\vec{p}_{1F})|^2, \quad (15)$$

где

$$\chi(m\vec{p}_F, n\vec{p}_{1F}) = \int_{V_0} d\vec{r} U_{m\vec{p}_F}^*(\vec{r}) U_{n\vec{p}_{1F}}(\vec{r}), \quad (16)$$

$m, n = 1, 2$, V_0 – объем элементарной ячейки кристалла.

На основании выражение (13) и (14) нетрудно заметить, что вершинные поправки в массовых операторах вносят дополнительный вклад в значения констант внутризонного электрон-электронного взаимодействия g_{mm}^2 и не влияют на константы межзонного взаимодействия g_{mn}^2 ($m \neq n$).

Предположим далее, что в системе присутствуют условия, приводящие при электрон–фоонном взаимодействии к малым значениям передаваемого импульса $\vec{q}$. Таким условием может быть, в частности, наличие сильных электронных корреляций [8] В соответствии с этим представим $g_{mn}^2(\vec{p}, \vec{p}')$ в виде

$$g_{mn}^2(\vec{p}, \vec{p}') = g_{mn}^2 \eta \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}'|), \quad (17)$$

где q_c – импульс обрезания электрон–фоонного взаимодействия, а η определяется соотношением

$$\eta \langle \langle \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}'|) \rangle \rangle_{\text{FS}} = 1, \quad (18)$$

т.е. $\langle \langle g_{mn}^2(\vec{p}, \vec{p}') \rangle \rangle_{\text{FS}} = g_{mn}^2$. Здесь $\langle \langle \dots \rangle \rangle_{\text{FS}}$ – усреднение по поверхности Ферми. Для фоонного пропагатора мы используем простой энштейновский спектр с частотой ω_0 ,

$$D(\Omega, \Omega_1) = -\frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2}. \quad (19)$$

Введем вершинные и “пересекающиеся” функции ($n = 1, 2$)

$$\begin{aligned} P_{Vn}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) &= -\frac{1}{\beta} \frac{\eta}{N_n} \sum_{\vec{p}_2} \sum_{\Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) D(\Omega, \Omega_2) G_n(\vec{p}_2, \Omega_2) \times \\ &\quad \times G_n(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega), \\ P_{Cn}(\vec{p}, \vec{p}_1, \Omega, \Omega_1) &= -\frac{1}{\beta} \frac{\eta}{N_n} \sum_{\vec{p}_2} \sum_{\Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) D(\Omega, \Omega_2) G_n(\vec{p}_2, \Omega_2) \times \\ &\quad \times G_n(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 - \Omega_2 - \Omega). \end{aligned} \quad (20)$$

Воспользовавшись определениями (17), (20) и выполнив усреднение уравнений (13) и (14) по поверхности Ферми, получаем

$$\begin{aligned} \langle \langle M_m(\vec{p}, \Omega) \rangle \rangle_{\text{FS}} &= M_m(\Omega) = \\ &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} g_{mm}^2 D(\Omega, \Omega_1) G_m(\vec{p}_1, \Omega_1) [1 + g_{mm}^2 P_{Vm}(Q_c, \Omega, \Omega_1)] - \\ &\quad - \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} g_{mn}^2 D(\Omega, \Omega_1) G_n(\vec{p}_1, \Omega_1) \end{aligned} \quad (21)$$

(здесь следует полагать $n \neq m$),

$$\begin{aligned} \Sigma_1(\Omega) &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) \tilde{V}_{11}(\Omega, \Omega_1) F_1(\vec{p}_1, \Omega_1) - \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) g_{12}^2 F_2(\vec{p}_1, \Omega_1), \\ \Sigma_2(\Omega) &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) g_{21}^2 F_2(\vec{p}_1, \Omega_1) - \frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) \tilde{V}_{22}(\Omega, \Omega_1) F_2(\vec{p}_1, \Omega_1), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\tilde{V}_{11}(\Omega, \Omega_1) = g_{11}^2 + N_1 g_{11}^4 [2P_{V_1}(Q_c, \Omega, \Omega_1) + P'_{V_1}(Q_c, \Omega, \Omega_1) + P_{C_1}(Q_c, \Omega, \Omega_1)], \quad (23)$$

величина $\tilde{V}_{22}$ получается заменой $1 \rightarrow 2$ в формуле (23); функции $P_{V_n, C_n}(Q_c, \Omega, \Omega_1)$ соответствуют усредненным по поверхности Ферми функциям (20); $Q_c = q_c/(2p_F)$. Как следует из формул (21)–(23), вершинные и “пересекающиеся” функции дают вклады в константы внутризонного электрон–фононного взаимодействия g_{11}^2 и g_{22}^2 , не затрагивая межзонное взаимодействие g_{12}^2 .

В дальнейших расчетах воспользуемся простым законом дисперсии энергии электронов для n -й зоны

$$\varepsilon_n(\vec{p}) = \zeta_n + \frac{p^2}{2m_n} - \mu. \quad (24)$$

Перейдем в функциях (20) от суммирования по $\vec{p}_2$ и Ω_2 к интегрированию по энергии и частоте стандартным образом (как это делается при $T = 0$):

$$\frac{1}{\beta} \sum_{\vec{p}_2} \sum_{\Omega_2} \Phi_n(\vec{p}_2, \Omega_2) = N_n \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_{-\mu_n}^{W_n - \mu_n} d\varepsilon(\vec{p}_2) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty d\Omega_2 \Phi_n(\vec{p}_2, \Omega_2), \quad (25)$$

где

$$N_n = \frac{m_n \tilde{p}_{F_n}}{2\pi^2}, \quad \mu_n = \mu - \zeta_n.$$

Интегрирование по Ω_2 в бесконечных пределах обусловлено приближением слабой связи ($\omega_0/T_c \gg 1$). Интегрирование по угловым переменным выполняется в соответствии с малостью передаваемого импульса q ($q \ll 2p_F$). При этом применяется методика расчета, развитая для этого случая в работах [10], [13], [14].

Отсюда получаем для трехмерной системы при $Q_c = q_c/(2p_F) \ll \omega_0/\mu_n$ выражения

$$\begin{aligned} P_{V_n}(Q_c, \Omega, \Omega_1) &= \frac{\omega_0 A_n(\Omega, \Omega_1)}{(\Omega - \Omega_1)^2} - \frac{\omega_0 E^2}{(\Omega - \Omega_1)^4} [A_n(\Omega, \Omega_1) - (\Omega - \Omega_1)^2 B_n(\Omega, \Omega_1)] \frac{1}{2} Q_c^4, \\ P_{C_n}(Q_c, \Omega, \Omega_1) &= \frac{\omega_0 A_n(\Omega, -\Omega_1)}{(\Omega + \Omega_1)^2} - \frac{\omega_0 E^2}{(\Omega + \Omega_1)^4} [A_n(\Omega, -\Omega_1) - (\Omega + \Omega_1)^2 B_n(\Omega, -\Omega_1)] \times \\ &\quad \times \frac{22}{3} Q_c^4 + \frac{\omega_0 E}{(\Omega + \Omega_1)^2} C_n(\Omega, -\Omega_1) Q_c^2, \end{aligned} \quad (26)$$

где $E = 2\varepsilon_F$,

$$\begin{aligned} A_n(\Omega, \Omega_1) &= \frac{\Omega - \Omega_1}{2} \left[2 \operatorname{arctg} \frac{\Omega}{\omega_0} - \operatorname{arctg} \frac{\Omega}{W_n - \mu_n + \omega_0} - \operatorname{arctg} \frac{\Omega}{\mu_n + \omega_0} + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{arctg} \frac{\Omega_1}{\mu_n + \omega_0} - 2 \operatorname{arctg} \frac{\Omega_1}{\omega_0} + \operatorname{arctg} \frac{\Omega_1}{W_n - \mu_n + \omega_0} \right], \\ B_n(\Omega, \Omega_1) &= -\frac{\mu_n + \omega_0}{2[(\mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2]^2} [(\mu_n + \omega_0)^2 + 2\Omega_1^2 - \Omega\Omega_1] - \\ &\quad - \frac{W_n - \mu_n + \omega_0}{2[(W_n - \mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2]^2} [(W_n - \mu_n + \omega_0)^2 + 2\Omega_1^2 - \Omega\Omega_1], \\ C_n(\Omega, \Omega_1) &= \frac{1}{4} \ln \frac{(W_n - \mu_n + \omega_0)^2 + \Omega^2}{(\mu_n + \omega_0)^2 + \Omega^2} - \frac{1}{4} \ln \frac{(W_n - \mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2}{(\mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2} + \\ &\quad + \Omega_1(\Omega - \Omega_1) \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2} - \frac{1}{(W_n - \mu_n + \omega_0)^2 + \Omega_1^2} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Как следует из этих формул, значения вершинных функций существенно зависят от заполнения энергетических зон. При серединном заполнении ($\mu_n = W_n/2$) эти выражения значительно упрощаются, в частности, коэффициент $C_n(\Omega, \Omega_1)$ обращается в нуль.

4. КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА T_c И КОЭФФИЦИЕНТ ИЗОТОПИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА α

Как и при рассмотрении однозонной неадиабатической системы, положим в формулах (26), (27) $\Omega = 0$ и $\Omega_1 = \omega_0$ [10], [13] и введем перенормировку констант электрон–фононного взаимодействия в соответствии с этим предположением:

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda}_{nn} &= N_n \tilde{V}_{nn}(0, \omega_0) = \lambda_{nn} + \lambda_{nn}^2 [2P_{V_n}(Q_c, \omega_0) + P_{C_n}(Q_c, \omega_0)], \\ \tilde{\lambda}_{nn}^Z &= \lambda_{nn} [n + \lambda_{nn} P_{V_n}(Q_c, \omega_0)], \quad n = 1, 2, \\ \lambda_{12} &= V_{12} N_2,\end{aligned}\tag{28}$$

где верхний индекс Z указывает на происхождение перенормировки констант электрон–фононного взаимодействия (вследствие учета диагонального массового оператора M_n , определяющего также величины Z_n). В результате выражения для массовых операторов $M_m(\Omega)$ и система уравнений для $\Sigma_m(\Omega)$ приобретают вид

$$\begin{aligned}M_m(\Omega) &= -\tilde{\lambda}_{mm}^Z \frac{1}{\beta N_m} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) G_m(\vec{p}_1, \Omega_1) - \\ &\quad - \frac{\lambda_{mn}}{\beta N_n} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) G_n(\vec{p}_1, \Omega_1), \quad m \neq n,\end{aligned}\tag{29}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_1(\Omega) &= -\frac{\tilde{\lambda}_{11}}{\beta N_1} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) F_1(\vec{p}_1, \Omega_1) - \frac{\lambda_{12}}{\beta N_2} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) F_2(\vec{p}_1, \Omega_1), \\ \Sigma_2(\Omega) &= -\frac{\tilde{\lambda}_{22}}{\beta N_2} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) F_2(\vec{p}_1, \Omega_1) - \frac{\lambda_{21}}{\beta N_1} \sum_{\vec{p}_1} \sum_{\Omega_1} D(\Omega, \Omega_1) F_1(\vec{p}_1, \Omega_1).\end{aligned}\tag{30}$$

Положим $\Sigma_n(\Omega) = Z_n(\Omega) \Delta_n(\Omega)$. Подставляя в (30) выражения для $F_i(\vec{p}, \Omega)$ из (11) в линейном по Δ_n приближении ($T \sim T_c$) и выполняя интегрирование по энергии в соответствии с (25), получаем

$$\begin{aligned}\Delta_1(\Omega) &= \frac{\tilde{\lambda}_{11}}{Z_1} \frac{1}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Delta_1(\Omega_1)}{|\Omega_1|} \varphi_1(\Omega_1) + \\ &\quad + \frac{\lambda_{12}}{Z_1} \frac{1}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Delta_2(\Omega_1)}{|\Omega_1|} \varphi_2(\Omega_1), \\ \Delta_2(\Omega) &= \frac{\tilde{\lambda}_{22}}{Z_2} \frac{1}{\beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Delta_2(\Omega_1)}{|\Omega_1|} \varphi_2(\Omega_1) + \\ &\quad + \frac{\lambda_{21}}{Z_2 \beta} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Delta_1(\Omega_1)}{|\Omega_1|} \varphi_1(\Omega_1),\end{aligned}\tag{31}$$

где

$$\begin{aligned}\varphi_n(\Omega_1) &= \operatorname{arctg} \frac{W_n - \tilde{\mu}_n}{Z_n |\Omega_1|} + \operatorname{arctg} \frac{\tilde{\mu}_n}{Z_n |\Omega_1|}, \\ Z_n = Z_n(0) &= 1 - \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{\Omega} \operatorname{Im} M_n(\Omega) = 1 + \lambda_{nn}^Z \frac{1}{2} \left[\frac{W_n - \mu_n}{W_n - \mu_n + \omega_0} + \frac{\mu_n}{\mu_n + \omega_0} \right] + \\ &+ \lambda_{nm} \frac{1}{2} \left[\frac{W_m - \mu_m}{W_m - \mu_m + \omega_0} + \frac{\mu_m}{\mu_m + \omega_0} \right], \\ \tilde{\mu}_n &= \mu_n - \operatorname{Re} M_n(0), \quad m \neq n.\end{aligned}\quad (32)$$

При исследовании системы уравнений (31) применим приближение, используемое в теории сверхпроводимости с учетом эффекта запаздывания [23],

$$\frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \approx \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2}, \quad (33)$$

и введем обозначения

$$\Delta_n(\Omega) = \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} \Delta_n, \quad \Phi_n(T_c) = T_c \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{1}{|\Omega_1|} \varphi_n(\Omega_1). \quad (34)$$

Подставляя (33), (34) в систему уравнений (31), приведем эту систему к виду

$$\Delta_1 = \frac{\tilde{\lambda}_{11}}{Z_1} \Delta_1 \Phi_1(T_c) + \frac{\lambda_{12}}{Z_1} \Delta_2 \Phi_2(T_c), \quad \Delta_2 = \frac{\lambda_{21}}{Z_2} \Delta_1 \Phi_1(T_c) + \frac{\tilde{\lambda}_{22}}{Z_2} \Delta_2 \Phi_2(T_c). \quad (35)$$

Температура сверхпроводящего перехода T_c определяется из условия разрешимости системы уравнений (35). Полагая определитель этой системы уравнений равным нулю, получаем

$$(\bar{\lambda}_{11} \bar{\lambda}_{22} - \bar{\lambda}_{12} \bar{\lambda}_{21}) \Phi_1(T_c) \Phi_2(T_c) - \bar{\lambda}_{11} \Phi_1(T_c) - \bar{\lambda}_{22} \Phi_2(T_c) + 1 = 0, \quad (36)$$

где $\bar{\lambda}_{11} = \tilde{\lambda}_{11}/Z_1$; $\bar{\lambda}_{22} = \tilde{\lambda}_{22}/Z_2$; $\bar{\lambda}_{12} = \lambda_{12}/Z_1$; $\bar{\lambda}_{21} = \lambda_{21}/Z_2$.

Функцию $\Phi_n(T_c)$ нетрудно привести к виду

$$\begin{aligned}\Phi_n(T_c) &= \pi T_c \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{|\Omega_1|} - T_c \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{|\Omega_1|} \left[\operatorname{arctg} \frac{|\Omega_1|}{\bar{W}_n - \bar{\mu}_n} + \right. \\ &\left. + \operatorname{arctg} \frac{|\Omega_1|}{\bar{\mu}_n} \right] - T_c \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2 |\Omega_1|}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \varphi_n(\Omega_1).\end{aligned}\quad (37)$$

Первый член этого выражения содержит логарифмическую особенность по величине T_c и в приближении слабой связи ($T_c/\omega_0 \ll 1$) дает

$$\pi T_c \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{|\Omega_1|} \approx \ln \frac{2\omega_0 \gamma}{\pi T_c}. \quad (38)$$

В том же приближении во всех остальных членах можно выполнить интегрирование по частоте в бесконечных пределах, как в случае $T = 0$ (см. формулу (25)). Отсюда

для функций $\Phi_n(T_c)$ получаем

$$\Phi_n(T_c) = \xi_c + f_n, \quad \xi_c = \ln \frac{2\omega_0\gamma}{\pi T_c}, \quad (39)$$

$$f_n = -\frac{1}{2} \left[\ln(1 + m_n) + \ln(1 + m'_n) - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{m_n}{1 + m_n} + \frac{m'_n}{1 + m'_n} \right) \right],$$

$$m_n = \frac{\omega_0}{\bar{W}_n - \bar{\mu}_n}, \quad m'_n = \frac{\omega_0}{\bar{\mu}_n}, \quad \bar{W}_n = \frac{W_n}{Z_n}, \quad \bar{\mu}_n = \frac{\mu_n}{Z_n}. \quad (40)$$

Подставив (39) в уравнение (36), приведем последнее к виду

$$\bar{a}\xi_c^2 - \bar{b}\xi_c + \bar{c} = 0, \quad (41)$$

где

$$\bar{a} = \bar{\lambda}_{11}\bar{\lambda}_{22} - \bar{\lambda}_{12}\bar{\lambda}_{21}, \quad \bar{b} = \bar{\lambda}_{11} + \bar{\lambda}_{22} - \bar{a}(f_1 + f_2),$$

$$\bar{c} = 1 - \bar{\lambda}_{11}f_1 - \bar{\lambda}_{22}f_2 + \bar{a}f_1f_2. \quad (42)$$

На основании (39) и (41) имеем

$$T_c = \frac{2\omega_0\gamma}{\pi} e^{-\xi_c}, \quad \xi_c = \frac{\bar{b} \pm \sqrt{\bar{b}^2 - 4\bar{a}\bar{c}}}{2\bar{a}}. \quad (43)$$

Это выражение формально совпадает со случаем обычного двухзонного сверхпроводника [2], [24]. Однако по существу оно значительно отличается, поскольку входящие в него величины перенормированы и содержат дополнительные вклады, определяемые неадиабатичностью системы. Для перехода к однозонному случаю достаточно в приведенных выше формулах положить $N_2 = 0$. На этом пути получаем для критической температуры $T_{c_0} = T_c|_{N_2=0}$ [13] соотношение

$$T_{c_0} = \frac{2\omega_0\gamma}{\pi\sqrt{e}} \frac{[(\bar{W}_1 - \bar{\mu}_1)\bar{\mu}_1]^{1/2}}{[(\bar{W}_1 - \bar{\mu}_1 + \omega_0)(\bar{\mu}_1 + \omega_0)]^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{\bar{\lambda}_{11}} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\bar{W}_1 - \bar{\mu}_1 + \omega_0} + \frac{1}{\bar{\mu}_1 + \omega_0} \right) \right\}. \quad (44)$$

При серединном заполнении энергетической зоны $\mu_1 = W_1/2$ это выражение переходит в выражение, полученное в работе [10],

$$T_{c_0}^0 = \frac{2\omega_0\gamma}{\pi\sqrt{e}(1+m)} \exp \left\{ -\frac{1}{\bar{\lambda}_{11}} + \frac{1}{2} \frac{m}{m+1} \right\}, \quad (45)$$

где $m = 2\omega_0/W_1$.

Таким образом, формула (43) демонстрирует влияние перекрытия двух энергетических полос на поверхности Ферми, а также неадиабатичности и сильных электронных корреляций на критическую температуру сверхпроводящего перехода при произвольном заполнении энергетических зон.

На основании формулы (43) выражение для коэффициента изотопического эффекта α можно привести к виду

$$\alpha = -\frac{d \ln T_c}{d \ln M} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{d \ln(T_c/\omega_0)}{d \ln \omega_0} \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{d \xi_c}{d \ln \omega_0} \right], \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_c}{d\ln\omega_0} = & -\frac{\bar{b} \pm \sqrt{\bar{b}^2 - 4\bar{a}\bar{c}}}{\bar{a}^2} \frac{d\bar{a}}{d\ln\omega_0} + \frac{1}{2\bar{a}} \times \\ & \times \left\{ \frac{d\bar{b}}{d\ln\omega_0} \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{b}^2 - 4\bar{a}\bar{c}}} \left[\frac{d\bar{b}}{d\ln\omega_0} - 2\bar{a} \frac{d\bar{c}}{d\ln\omega_0} - 2\bar{c} \frac{d\bar{a}}{d\ln\omega_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

Как следует из (46) и (47), коэффициент α отличается от величины $1/2$, характерной для случая обычного сверхпроводника, зависимостью величин $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ от ω_0 . Эта зависимость возникает вследствие неадиабатичности системы и эффектов запаздывания в системе с электрон–фононным взаимодействием.

Отметим, что знак в формулах (43) и (47) выбирается, как и в случае адиабатических систем, из условий $\xi_c > 0$ и максимальной величины T_c [25].

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данной работе построена теория сверхпроводимости для двухзонной неадиабатической системы путем выхода за рамки теоремы Мигдала [6] в линейном по неадиабатичности приближении. Это означает, что в определении массовых операторов (диагональных M_n и недиагональных Σ_n , $n = 1, 2$) учитываются дополнительные по сравнению с теорией Боголюбова–Элиашберга–Мигдала диаграммы с пересечением двух линий электрон–фононного взаимодействия, отвечающие вершинным функциям P_{Vn} и “пересекающимся” функциям P_{Cn} . Используемое в работе приближение слабой связи ($T_c/\omega_0 \ll 1$, $\Delta_n/\omega_0 \ll 1$) позволяет получить аналитические выражения для этих функций и показать, что их поведение определяется значением передаваемого импульса q при электрон–фононном взаимодействии. При малых значениях импульса обрезания электрон–фононного взаимодействия $q_c \ll 2p_F$ функции P_{Vn} и P_{Cn} дают положительный вклад, а при $q \sim 2p_F$ – отрицательный. Малость величины q_c обеспечивается, в частности, наличием сильных электронных корреляций в системе [8] или квазиодномерным законом дисперсии энергии электронов [11].

При выполнении численных расчетов на основании формул (43) и (47) мы ограничились упрощенным случаем $m = m_1 = m_2$ ($m_n = 2\omega_0/W_n$) и серединным заполнением энергетических зон ($\mu_n = W_n/2$).

Пусть параметры теории суть $\lambda_{11} = 0.5$; $\lambda_{22} = 0.3$; $\lambda_{12} = 0.1$; $\lambda_{21} = 0.05$. В соответствии с формулами (36), (28) и (32) эти параметры перенормируются вследствие эффектов неадиабатичности и сильных электронных корреляций. Значения перенормированных параметров $\bar{\lambda}_{nm}$ при различных значениях параметра Мигдала m и при значениях $Q_c = 0.1$ и $Q_c = 0.9$, а также значения функций P_{V1} и P_{C1} приведены в таблице.

Рис. 1. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от параметра Мигдала m . Кривые 1 и 1' отвечают случаям неадиабатической двухзонной системы при $Q_c = 0.1$ и $Q_c = 0.9$, соответственно; кривая 2 – случаю адиабатической системы.

	$\bar{m}$	P_{V_1}	P_{C_1}	$\bar{\lambda}_{11}$	$\bar{\lambda}_{22}$	$\bar{\lambda}_{12}$	$\bar{\lambda}_{21}$
$Q_c = 0.1$	0	0	0	0.312	0.24	0.065	0.038
	0.1	0.679	0.656	0.59	0.35	0.058	0.036
	0.3	0.565	0.553	0.584	0.344	0.064	0.038
	0.6	0.426	0.425	0.568	0.333	0.069	0.04
	0.9	0.342	0.342	0.556	0.32	0.073	0.042
$Q_c = 0.9$	0	0	0	0.312	0.24	0.065	0.038
	0.1	-0.053	-0.044	0.315	0.223	0.065	0.038
	0.3	-0.012	-0.096	0.322	0.227	0.068	0.039
	0.6	-0.008	-0.112	0.339	0.236	0.073	0.041
	0.9	0.005	-0.113	0.36	0.245	0.076	0.042

Видно, что поведение перенормированных констант электрон–фононного взаимодействия не однозначно и определяется как значением импульса обрезания электрон–фононного взаимодействия Q_c , так и значением параметра Мигдала m . Отношение T_c/ω_0 как функция от m приведено на рис. 1. При вычислении этого отношения мы исходили из формулы (43), полученные численные результаты умножили на $\sqrt{e}$. Такая поправка необходима, поскольку используемое в работе приближение (33) занижает величину T_c на множитель порядка $e^{-1/2}$ [26]. На рис. 1 кривые 1, 1' отвечают случаям двухзонной неадиабатической системы при $Q_c = 0.1$, $Q_c = 0.9$, соответственно; кривая 2 – случаю двухзонной адиабатической системы. Сравнение этих кривых показывает, что эффекты неадиабатичности и сильные электронные корреляции существенно увеличивают температуру сверхпроводящего перехода T_c при $Q_c \ll 1$. При этом наибольшее значение T_c достигается в области малых значений параметра m ($m \sim 0.1$). При $Q_c \sim 1$ имеем уменьшение величины T_c и ее слабую зависимость от параметра m .

Рис. 2. Зависимость величины T_c от коэффициента пропорционального увеличения значений констант электрон-фононного взаимодействия внутризонных λ_{nn} и межзонных λ_{nn_1} ($n, n_1 = 1, 2$) при значении параметра Мигдала $m = 0.2$. Обозначения кривых те же, что и на рис. 1.

Эти результаты говорят о том, что в системах с малыми значениями отношения энергии Дебая к энергии Ферми вклад вершинных поправок в сверхпроводимость может быть существенным, если передаваемый импульс мал.

К веществам с малыми значениями m ($m \sim 0.1$) относится, в частности, двухзонный сверхпроводник MgB_2 . Наличие сильных электронных корреляций или особенностей в электронном энергетическом спектре в такого рода системах может способствовать значительному усилению влияния эффектов неадиабатичности на сверхпроводимость.

На рис. 2 приведена зависимость отношения T_c/ω_0 от коэффициента δ , определяющего пропорциональное увеличение всех констант электрон-фононного взаимодействия в двухзонной модели ($\lambda'_{nm} = \delta\lambda_{nm}$). Рассмотрены случаи $m = 0.2$, $Q_c = 0.1$ (кривая 1) и $m = 0.2$, $Q_c = 0.9$ (кривая 1'). Кривая 2 отвечает адиабатической системе. Из этого рисунка следует, что T_c возрастает с ростом коэффициента δ во всех случаях.

На рис. 3 приведена зависимость коэффициента изотопического эффекта α от параметра Мигдала m . При $Q_c \ll 1$ и $m < 0.1$ коэффициент $\alpha > 0.5$, затем его величина значительно убывает с ростом m и достигает значения $\alpha \approx 0.2$ (кривая 1). При $Q_c \sim 1$ величина α слабо убывает, а затем растет с увеличением параметра m , оставаясь приблизительно равной 0.5 (кривая 1').

Таким образом, эффекты неадиабатичности в двухзонных сверхпроводниках при малых значениях импульса обрезания электрон-фононного взаимодействия Q_c даже при наличии промежуточной электрон-фононной связи позволяют достичь высоких значений температуры сверхпроводящего перехода T_c и малых значений изотопического эффекта. Такая картина наблюдается, например, в высокотемпературных оксидных металлах.

Рис. 3. Зависимость изотопического коэффициента α от параметра Мигдала. Обозначения кривых те же, что и на рис. 1

Приведенные выше численные результаты выполнены при $\lambda_{11} > \lambda_{22} > \lambda_{12} > \lambda_{21}$. Полученные результаты находятся в качественном согласии со случаем однозонного сверхпроводника [10].

В предельном случае $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 0$, λ_{12} и $\lambda_{21} \neq 0$ рассмотренные эффекты неадиабатичности не влияют на сверхпроводимость, поскольку в этом предельном случае константы межзонного взаимодействия λ_{nm} не подвергаются перенормировке из-за учета вершинных функций.

Отметим, что возможность возникновения высокотемпературной сверхпроводимости в системе с сильными электронными корреляциями на основе фононного механизма и сверхпроводимости обсуждалась во многих работах (см., например, [27]).

Список литературы

- [1] J. G. Berndnorz, K. A. Müller, *Z. Phys. B*, **64** (1986), 189.
- [2] В. А. Москаленко, *Физика металлов и металловед.*, **8** (1959), 503.
- [3] H. Suhl, B. T. Matthias, L. R. Walker, *Phys. Rev. Lett.*, **3** (1959), 552.
- [4] М. Е. Палистрант, *Moldav. J. Phys. Sciences*, **3:2** (2004), 133; [cond-mat/0305496](#); L. Z. Kon, *Some kinetic properties of the two-band superconductors*, [cond-mat/0309707](#).
- [5] В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, *УФН*, **161** (1991), 155; [cond-mat/0309671](#).
- [6] А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ*, **34** (1958), 1438.
- [7] O. V. Danylenko, O. V. Dolgov, *Nonadiabatic Contribution to the Quasiparticle Self-Energy in Systems with Strong Electron-Phonon Interaction*, [cond-mat/0007189](#).
- [8] M. L. Kulić, R. Zeyher, *Phys. Rev. B*, **49** (1994), 4395; R. Zeyher, M. L. Kulić, *Phys. Rev. B*, **53** (1996), 2850.
- [9] L. Pietronero, S. Strässler, C. Grimaldi, *Phys. Rev. B*, **52** (1995), 10516.
- [10] C. Grimaldi, L. Pietronero, S. Strassler, *Phys. Rev. B*, **52** (1995), 10530.
- [11] М. Е. Палистрант, *Физика низк. темп.*, **31** (2005), 500.
- [12] A. A. Abrikosov, Y. C. Campuzano, K. Gofron, *Physica C*, **214** (1993), 73.
- [13] ; М. Е. Палистрант, F. G. Kochorbe, *J. Superconduct. Incorpor. Novel Magnet.*, **15** (2002), 113; *J. Phys. Condens. Matt.*, **15** (2003), 3267; *Int. J. of Modern Phys. B*, **17** (2003), 2545; М. Е. Палистрант, *Физика низк. темп.*, **29** (2003), 1173.

- [14] М. Е. Палистрант, *Физика низк. темп.*, **26** (2000), 557; **28** (2002), 157; *ТМФ*, **135** (2003), 137.
- [15] J. Nagamatsu, N. Nakagawa, T. Muranaka et al., *Nature (London)*, **463** (2001), 401.
- [16] P. C. Canfield, S. L. Bud'ko, D. K. Finnemore, *Physica C*, **385** (2003), 1.
- [17] F. Bouquet, Y. Wang, I. Sheikin et al, *Physica C*, **385** (2003), 192.
- [18] T. Mishonov, S. L. Drechsler, E. Penev, *Mod. Phys. Lett. B*, **17** (2003), 755; [cond-mat/0209192](#); T. Mishonov, E. Penev, J. O. Indekeu, V. I. Pokrovsky, *Phys. Rev. B*, **68** (2003), 104517; [cond-mat/0209342](#); O. V. Dolgov, R. K. Kremer, J. Kortus et al., *Phys. Rev. B*, **72** (2005), 024504.
- [19] A. S. Alexandrov, *Breakdown of the Migdal–Eliashberg theory in the strong-coupling adiabatic regime*, [cond-mat/0102189](#).
- [20] H. Krakauer, E. Pickett, *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988), 1665; J. F. Herman, R. V. Kasowski, W. G. Hsu, *Phys. Rev. B*, **36** (1987), 6904; J. Kortus, I. I. Mazin, K. D. Belashchenko, V. P. Antropov, L. L. Boyer, *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001), 4656; J. M. An, W. E. Pickett, *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001), 4366.
- [21] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, М., 1962.
- [22] Ф. Г. Кочорбэ, М. Е. Палистрант, *ЖЭТФ*, **104** (1993), 3084; *ТМФ*, **96** (1993), 459; М. Е. Palistrant, *Int. J. Modern Phys. B*, **19** (2005), 929.
- [23] W. L. Mc Millan, *Phys. Rev.*, **167** (1968), 331.
- [24] В. А. Москаленко, Л. З. Кон, М. Е. Палистрант, *Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра*, Штиинца, Кишинев, 1989.
- [25] М. Е. Palistrant, F. G. Kochorbe, *Physica C*, **194** (1992), 351.
- [26] R. Combescot, *Phys. Rev. B*, **42** (1990), 7810.
- [27] J. H. Kim, Z. Tešanović, *Phys. Rev. Lett.*, **71** (1993), 4218; A. Lanzara, P. V. Bogdanov, X. J. Zhou et al., *Nature*, **412** (2001), 510; В. А. Москаленко, П. Ентл, М. Маринаро, Д. Ф. Дигор, *ЖЭТФ*, **124** (2003), 700.

Поступила в редакцию 26.02.2006,
после доработки 31.03.2006