Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. А. Баталин, И. В. Тютин, БРСТ-инвариантная алгебра связей в терминах коммутаторов и квантовых антискобок, *ТМФ*, 2004, том 138, номер 1, 3–22

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf4>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 16:24:11

© 2004 г.

И. А. Баталин*, И. В. Тютин*

БРСТ-ИНВАРИАНТНАЯ АЛГЕБРА СВЯЗЕЙ В ТЕРМИНАХ КОММУТАТОРОВ И КВАНТОВЫХ АНТИСКОБОК

На основе формулировки производящих уравнений в дополнительно расширенном фазовом пространстве установлена общая структура БРСТ-инвариантной алгебры связей в коммутаторной и антискобочной формах. Новые переменные гостовского типа обладают относительно квантовой антискобки свойствами полей и антиполей. Приведена явная форма БРСТ-инвариантной калибровочной алгебры для теорий ранга 1 для случаев вейлевского и виковского упорядочений гостовского сектора. Построен унитаризирующий гамильтониан в фиксированной калибровке, и показано, что расширенный формализм эквивалентен стандартному БРСТ-БВФ-подходу.

Ключевые слова: БРСТ-симметрия, алгебра связей, квантовые антискобки.

1. ВВЕДЕНИЕ

При квантовании калибровочных теорий общего вида руководящий принцип состоит в построении фермионного оператора БРСТ-заряда Ω , который удовлетворяет стандартной БРСТ-алгебре $\Omega^2 \equiv [\Omega, \Omega]/2 = 0$, $[G_C, \Omega] = i\hbar\Omega$, где G_C – бозонный оператор гостовского числа [1]–[3]. При разложении в ряд по степеням канонических гостовских переменных $(C^\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\alpha)$ оператор Ω имеет вид $\Omega = C^\alpha T_\alpha + O(C^2 \overline{\mathcal{P}})$, где T_α представляют собой исходные связи первого рода, действующие как генераторы калибровочной алгебры.

Замечательно, что существуют БРСТ-инвариантные модифицированные связи

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1}[\Omega, \overline{\mathcal{P}}_\alpha] = T_\alpha + O(C\overline{\mathcal{P}}),$$

по построению удовлетворяющие условию $[\Omega, \mathcal{T}_\alpha] = 0$, которые, по существу, задают новый предписываемый динамикой набор генераторов калибровочной алгебры. Так как

---

*Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия. E-mail: batalin@lpi.ru, tyutin@lpi.ru

эти генераторы существенно зависят от гостовских операторов $(C^\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\alpha)$, они определены в расширенном фазовом пространстве, в противоположность исходным связям первого рода T_α .

Основная идея настоящей работы состоит в переформулировке стандартной БРСТ–БВФ-схемы квантования непосредственно в терминах БРСТ-инвариантных связей $\mathcal{T}_\alpha$, рассматриваемых как новые базисные ингредиенты, посредством дальнейшего расширения фазового пространства, которое прежде описывалось исходными фазовыми переменными и обычными гостами $(C^\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\alpha)$. Главной мотивацией было ожидание того, что связи $\mathcal{T}_\alpha$ будут иметь, вообще говоря, лучшие алгебраические свойства, чем исходные связи T_α . В частности, как хорошо известно, это происходит в теории бозонной струны (см. [4] и приведенные там ссылки), где алгебра исходных генераторов Вирасоро центрально-расширена, в то время как алгебра соответствующих БРСТ-инвариантных генераторов совпадает с классической.

Характерным свойством БРСТ-инвариантных генераторов $\mathcal{T}_\alpha$ является тот факт, что их алгебра замкнута только в том случае, когда исходные связи первого рода образуют алгебру лиевского типа с постоянными структурными коэффициентами. Оказывается, однако, что алгебра, образуемая генераторами $\mathcal{T}_\alpha$ и гостовскими импульсами $\overline{\mathcal{P}}_\alpha$, всегда замкнута по построению. Это обстоятельство позволяет сформулировать замкнутую систему производящих уравнений БРСТ-инвариантной калибровочной алгебры в дополнительно расширенном фазовом пространстве. С этой целью мы введем два набора новых канонических пар гостовского типа (B^α, Π_α) и $(B_\alpha^*, \Pi_\alpha^*)$, которые ведут себя как поля и антиполя относительно квантовых антискобок.

Оказывается, что новые производящие уравнения БРСТ-инвариантной калибровочной алгебры приводятся к форме операторнозначного мастер-уравнения [5], сформулированного в терминах квантовых антискобок, введенных в работе [6]. Эти квантовые антискобки естественным образом генерируют операторнозначные антиканонические преобразования. Мы опишем их общий вид и трансформационные свойства антискобок, используя дифференциальные уравнения по вспомогательной переменной.

В результате мы получаем два дуальных описания БРСТ-инвариантной калибровочной алгебры в терминах стандартных коммутаторов и квантовых антискобок. Для иллюстрации этого дуализма в техническом отношении подробно рассмотрен случай теорий ранга 1 с вейлевским и виковским упорядочением гостовского сектора.

Как обычно, $\varepsilon(f) \equiv \varepsilon_f$ означает грасманову четность величины f , $[f, g]$ означает стандартный суперкоммутатор $[f, g] \equiv fg - (-1)^{\varepsilon_f \varepsilon_g} gf$ любых двух операторов f и g . Он удовлетворяет стандартному правилу Лейбница, $[fg, h] = f[g, h] + [f, h]g(-1)^{\varepsilon_g \varepsilon_h}$, и тождеству Якоби, $[f, [g, h]](-1)^{\varepsilon_f \varepsilon_h} + \text{cycle}(f, g, h) = 0$. Смысл других обозначений ясен из контекста.

2. КВАНТОВЫЕ АНТИСКОБКИ И АНТИКАНОНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Здесь мы напомним определения и свойства квантовых антискобок, введенных в работах [6], [7]. Затем определим операторнозначные антиканонические преобразования

и выведем трансформационные свойства антискобок относительно антиканонических преобразований их аргументов.

Пусть Q – фермионный нильпотентный оператор,

$$\varepsilon(Q) = 1, \quad Q^2 \equiv \frac{1}{2}[Q, Q] = 0. \quad (2.1)$$

Тогда квантовая антискобка любых двух операторов f и g определяется формулой

$$(f, g)_Q \equiv \frac{1}{2}([f, [Q, g]] - [g, [Q, f]](-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_g+1)}). \quad (2.2)$$

Она обладает следующими свойствами:

$$\varepsilon((f, g)_Q) = \varepsilon_f + \varepsilon_g + 1, \quad (2.3)$$

$$(f, g)_Q = -(g, f)_Q(-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_g+1)}. \quad (2.4)$$

Из определения (2.2) следует, что справедливы модифицированные правило Лейбница

$$\begin{aligned} (fg, h)_Q - f(g, h)_Q - (f, h)_Q g(-1)^{\varepsilon_g(\varepsilon_h+1)} = \\ = \frac{1}{2}([f, h][g, Q](-1)^{\varepsilon_h(\varepsilon_g+1)} + [f, Q][g, h](-1)^{\varepsilon_g}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

и тождество Якоби

$$(f, (g, h)_Q)_Q(-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)} + \text{cycle}(f, g, h) = -\frac{1}{2}[(f, g, h)_Q(-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)}, Q], \quad (2.6)$$

где равенство

$$\begin{aligned} (f, g, h)_Q \equiv \frac{1}{3}(-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)}([f, (g, h)_Q](-1)^{\varepsilon_h+(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)} + \text{cycle}(f, g, h)) = \\ = \frac{1}{3}(-1)^{(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)}([f, (g, h)_Q](-1)^{\varepsilon_g+(\varepsilon_f+1)(\varepsilon_h+1)} + \text{cycle}(f, g, h)) \end{aligned} \quad (2.7)$$

определяет следующую, 3-анτισкобку для любых операторов f, g, h .

В свою очередь, 3-анτισкобка (2.7) удовлетворяет следующему тождеству, включающему следующую, 4-анτισкобку, и т.д. В работах [7] эта иерархия последовательных квантовых антискобок высших порядков полностью определена с помощью соответствующего производящего механизма.

Пусть B – бозонный оператор и A – произвольный оператор. Из (2.6) получаем

$$(B, (B, A)_Q)_Q = \frac{1}{2}((B, B)_Q, A)_Q - \frac{1}{4}[(B, B, A)_Q, Q], \quad (2.8)$$

$$(B, B, A)_Q = \frac{1}{3}(-[A, (B, B)_Q] + 2[(A, B)_Q, B]), \quad (2.9)$$

$$(B, (B, B)_Q)_Q = \frac{1}{6}[[B, (B, A)_Q], Q]. \quad (2.10)$$

Другое важное следствие определения (2.2) и условия нильпотентности (2.1) есть

$$[Q, (f, g)_Q] = [[Q, f], [Q, g]]. \quad (2.11)$$

Определим операторнозначное антиканоническое преобразование следующим образом. Пусть A_0 – произвольный исходный оператор, а X , $\varepsilon(X) = 1$, – фермионный антиканонический генератор. Тогда уравнение

$$\frac{dA(\lambda)}{d\lambda} = (X, A(\lambda))_Q, \quad A(0) = A_0, \quad (2.12)$$

определяет антиканоническое преобразование $A_0 \rightarrow A$.

Из (2.11), (2.12) следует

$$\frac{d}{d\lambda}[Q, A] = [[Q, X], [Q, A]], \quad (2.13)$$

откуда видно, что $[Q, X]$ представляет собой бозонный генератор канонического преобразования $[Q, A_0]$. Общее решение параметрического дифференциального уравнения (2.12) есть

$$A = \tilde{A} + [Q, Y], \quad (2.14)$$

где

$$\tilde{A} \equiv \tilde{A}(\lambda) = e^{\lambda[Q, X]} A_0 e^{-\lambda[Q, X]}, \quad (2.15)$$

$$Y = -\frac{1}{2} \int_0^\lambda d\lambda' e^{(\lambda-\lambda')[Q, X]/2} [X, \tilde{A}(\lambda')] e^{-(\lambda-\lambda')[Q, X]/2}. \quad (2.16)$$

Существует красивая интерпретация решения (2.14): первый член в правой части, $\tilde{A}$, представляет собой каноническое преобразование A_0 с генератором $[Q, X]$, в то время как второй член, $[Q, Y]$, есть “точная” форма. Вычисляя выражение (2.14) в первом порядке по X ,

$$A - A_0 = \lambda \left([[Q, X], A_0] - \frac{1}{2} [Q, [X, A]] \right) + O(\lambda^2) = \lambda(X, A_0)_Q + O(\lambda^2), \quad (2.17)$$

мы видим, что часть $[[Q, X], A_0]$ квантовой антискобки $(X, A_0)_Q$ есть в точности инфинитезимальное каноническое преобразование A_0 с оператором $[Q, X]$ в качестве генератора, в то время как слагаемое $(-[Q, [X, A]]/2)$ (“точная” часть) представляет собой отклонение от унимодулярности, характерное для антиканонических преобразований.

Пусть A и B – антиканонические преобразования A_0 и B_0 согласно уравнению (2.12). Тогда квантовая антискобка $(A, B)_Q$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{d\lambda}(A, B)_Q = (X, (A, B)_Q)_Q + \frac{1}{2} [(X, A, B)_Q, Q], \quad (2.18)$$

где учтено модифицированное тождество Якоби (2.6) для $f = X$, $g = A$, $h = B$. Из (2.18) следует, что отклонение трансформационных свойств антискобки $(A, B)_Q$ от канонических (решения однородной части уравнения (2.18)) дается “точной” формой

$$\left[\frac{1}{2} \int_0^\lambda d\lambda' e^{(\lambda-\lambda')[Q, X]/2} (X, A, B)_Q e^{-(\lambda-\lambda')[Q, X]/2}, Q \right]. \quad (2.19)$$

Таким образом, мы видим, что появление ненулевой “точной” формы $[(f, g, h)_Q, Q]$, которая деформирует сильное тождество Якоби до модифицированной формы, приводит к аналогичной деформации инвариантных свойств квантовой антискобки относительно антиканонического преобразования ее аргументов.

3. БРСТ-ИНВАРИАНТНАЯ АЛГЕБРА СВЯЗЕЙ

Пусть Ω – фермионный оператор, удовлетворяющий стандартной БРСТ-алгебре

$$[\Omega, \Omega] = 0, \quad [G_C, \Omega] = i\hbar\Omega, \quad (3.1)$$

где G_C – бозонный оператор гостовского числа.

Для определенности мы предположим, что гостовский сектор содержит канонические пары $(C^\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\alpha)$, $\varepsilon(C^\alpha) = \varepsilon(\bar{\mathcal{P}}_\alpha) = \varepsilon_\alpha + 1$, с ненулевыми коммутаторами

$$[C^\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\beta] = i\hbar\delta_\beta^\alpha, \quad (3.2)$$

и БРСТ-оператор Ω $C\bar{\mathcal{P}}$ -упорядочен. Кроме того, мы примем следующее предписание для значений гостовских чисел:

$$[G_C, C^\alpha] = i\hbar C^\alpha, \quad [G_C, \bar{\mathcal{P}}_\alpha] = -i\hbar\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \quad (3.3)$$

что соответствует неприводимым теориям. БРСТ-инвариантные связи определяются следующим образом:

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1}[\Omega, \bar{\mathcal{P}}_\alpha], \quad [\Omega, \mathcal{T}_\alpha] = 0. \quad (3.4)$$

В терминах квантовой антискобки (2.2) с заменой Q на Ω мы имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega &= 0, \\ (\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\beta)_\Omega &= (i\hbar)^2 U_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}, \\ (\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega &= \frac{1}{2} i\hbar [\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] (-1)^{\varepsilon_\alpha}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где операторнозначные структурные коэффициенты

$$U_{\alpha\beta}^\gamma = -U_{\beta\alpha}^\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta}, \quad (3.6)$$

вообще говоря, зависят от гостов.

Если мы представим оператор Ω явно в виде $C\bar{\mathcal{P}}$ -упорядоченного разложения по степеням гостов с учетом (3.1), (3.3),

$$\Omega = C^\alpha T_\alpha + \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n! (n+1)!} C^{\alpha_{n+1}} \dots C^{\alpha_1} \Omega_{\alpha_1 \dots \alpha_{n+1}}^{\beta_n \dots \beta_1} \bar{\mathcal{P}}_{\beta_1} \dots \bar{\mathcal{P}}_{\beta_n}, \quad (3.7)$$

то соответствующие разложения операторов $\mathcal{T}_\alpha$ и $U_{\alpha\beta}^\gamma$ суть

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\alpha &= T_\alpha + \sum_{n \geq 1} \frac{1}{(n!)^2} C^{\alpha_n} \dots C^{\alpha_1} \Omega_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_n \dots \beta_1} \bar{\mathcal{P}}_{\beta_1} \dots \bar{\mathcal{P}}_{\beta_n}, \\ U_{\alpha\beta}^\gamma &= \sum_{n \geq 0} \frac{1}{n! (n+1)!} C^{\alpha_n} \dots C^{\alpha_1} \Omega_{\alpha_1 \dots \alpha_n \alpha\beta}^{\gamma \beta_n \dots \beta_1} \bar{\mathcal{P}}_{\beta_1} \dots \bar{\mathcal{P}}_{\beta_n} (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Используя свойство (2.11) и определение (3.4), мы получаем следующую коммутаторную алгебру:

$$\begin{aligned} [\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] &= i\hbar U_{\alpha\beta}^\gamma \mathcal{T}_\gamma - [U_{\alpha\beta}^\gamma, \Omega] \bar{\mathcal{P}}_\gamma, \\ [\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\beta] &= 0, \\ [\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] &= (i\hbar)^{-1} (\bar{\mathcal{P}}_\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\beta)_\Omega. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, мы видим, что БРСТ-инвариантные связи $\mathcal{T}_\alpha$ вместе с гостовскими импульсами $\bar{\mathcal{P}}_\alpha$ образуют две дуальные операторные алгебры, а именно квантово-антискобочную алгебру (3.5) и коммутаторную алгебру (3.9).

4. ПРОИЗВОДЯЩИЕ УРАВНЕНИЯ БРСТ-ИНВАРИАНТНОЙ АЛГЕБРЫ СВЯЗЕЙ

Так как мы установили, что $\mathcal{T}_\alpha$ вместе с $\bar{\mathcal{P}}_\alpha$ образуют две дуальные алгебры, кажется совершенно естественным сформулировать соответствующие производящие уравнения в духе общей идеологии БРСТ–БВФ-подхода. Мы можем рассматривать $\mathcal{T}_\alpha$ и $\bar{\mathcal{P}}_\alpha$ как связи первого рода, а формулы (3.9) как их соотношения инволюции. Мы можем поворачивать эти связи первого рода несингулярными операторными матрицами, так что кажется естественным несколько обобщить определение $\mathcal{T}_\alpha$.

Прежде всего, повернем $\bar{\mathcal{P}}_\alpha$ в соотношении (3.4),

$$\bar{\mathcal{P}}_\alpha \rightarrow X_\alpha = \Lambda_\alpha^\beta \bar{\mathcal{P}}_\beta, \quad (4.1)$$

так что новые связи $\mathcal{T}_\alpha$ суть

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1} [\Omega, X_\alpha], \quad [G_C, X_\alpha] = -i\hbar X_\alpha. \quad (4.2)$$

Эти $\mathcal{T}_\alpha$, однако, остаются сильно БРСТ-инвариантными, $[\Omega, \mathcal{T}_\alpha] = 0$. Чтобы ослабить инвариантность, мы можем еще более модифицировать определение $\mathcal{T}_\alpha$:

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1} [\Omega, X_\alpha] - V_\alpha^\beta X_\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}, \quad (4.3)$$

где V_α^β есть плоская БРСТ-связность,

$$R_\alpha^\beta \equiv (i\hbar)^{-1}[\Omega, V_\alpha^\beta] - V_\alpha^\gamma V_\gamma^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\gamma} = 0. \quad (4.4)$$

В этом случае мы имеем слабую БРСТ-инвариантность,

$$[\Omega, \mathcal{T}_\alpha] = i\hbar V_\alpha^\beta \mathcal{T}_\beta, \quad (4.5)$$

которая соответствует повороту

$$\mathcal{T}_\alpha \rightarrow G_\alpha^\beta \mathcal{T}_\beta, \quad X_\alpha \rightarrow G_\alpha^\beta X_\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta} \quad (4.6)$$

в (4.2) и выбору

$$V_\alpha^\beta = (i\hbar)^{-1}[\Omega, G_\alpha^\gamma] G_\gamma^{-1\beta}. \quad (4.7)$$

Мы ожидаем, что такие повороты (4.1)–(4.6) будут частью естественного произвола в общем решении производящих уравнений алгебры.

Перейдем непосредственно к формулировке нужных нам производящих уравнений. Начнем с некоторых операторов $\mathcal{T}_\alpha$ и X_α , определенных в том же расширенном фазовом пространстве, что и БРСТ-оператор Ω . Их грассмановы четности и значения внутренних гостовских чисел имеют вид

$$\varepsilon(\mathcal{T}_\alpha) = \varepsilon_\alpha, \quad \varepsilon(X_\alpha) = \varepsilon_\alpha + 1, \quad (4.8)$$

$$[G_C, \mathcal{T}_\alpha] = 0, \quad [G_C, X_\alpha] = -i\hbar X_\alpha. \quad (4.9)$$

Затем мы еще расширяем фазовое пространство, вводя новые канонические пары гостовского типа посредством соответствия

$$\mathcal{T}_\alpha \mapsto (B^\alpha, \Pi_\alpha), \quad X_\alpha \mapsto (B_\alpha^*, \Pi_\alpha^*) \quad (4.10)$$

с ненулевыми коммутаторами

$$[B^\alpha, \Pi_\beta] = i\hbar \delta_\beta^\alpha, \quad [B_\alpha^*, \Pi_\beta^*] = i\hbar \delta_\alpha^\beta. \quad (4.11)$$

Их грассмановы четности суть

$$\varepsilon(B^\alpha) = \varepsilon(\Pi_\alpha) = \varepsilon_\alpha + 1, \quad \varepsilon(B_\alpha^*) = \varepsilon(\Pi_\alpha^*) = \varepsilon_\alpha. \quad (4.12)$$

Все новые операторы коммутируют с оператором внутреннего гостовского числа G_C . Однако они имеют свои собственные операторы гостовского числа G_B и G_{B^*} ,

$$[G_B, B^\alpha] = i\hbar B^\alpha, \quad [G_B, \Pi_\alpha] = -i\hbar \Pi_\alpha, \quad (4.13)$$

$$[G_{B^*}, B_\alpha^*] = i\hbar B_\alpha^*, \quad [G_{B^*}, \Pi_\alpha^*] = -i\hbar \Pi_\alpha^*, \quad (4.14)$$

$$[G_{B^*}, B^\alpha] = [G_{B^*}, \Pi_\alpha] = [G_B, B_\alpha^*] = [G_B, \Pi_\alpha^*] = 0, \quad (4.15)$$

$$[G_B, G_{B^*}] = [G_C, G_B] = [G_C, G_{B^*}] = 0. \quad (4.16)$$

Полный оператор гостовского числа равен

$$G = G_C + G_B - 2G_{B^*} = G_{CB^*} + G_{BB^*}, \quad (4.17)$$

где

$$G_{CB^*} = G_C - G_{B^*}, \quad G_{BB^*} = G_B - G_{B^*}. \quad (4.18)$$

Пусть A – произвольный оператор. Определим значения полного гостовского числа, $\text{gh}(A)$, и полной степени, $\text{deg}(A)$, следующим образом:

$$[G, A] = i\hbar \text{gh}(A)A, \quad [G_{BB^*}, A] = i\hbar \text{deg}(A)A, \quad (4.19)$$

так что

$$[G_{CB^*}, A] = i\hbar(\text{gh}(A) - \text{deg}(A))A. \quad (4.20)$$

В частности, мы имеем

$$\varepsilon(\Omega) = 1, \quad \text{gh}(\Omega) = 1, \quad \text{deg}(\Omega) = 0. \quad (4.21)$$

Для дальнейшего рассмотрения удобно ввести конденсированные обозначения

$$T_A \equiv \{\mathcal{T}_\alpha; -X_\alpha\}, \quad (4.22)$$

$$C^A \equiv \{B^\alpha; \Pi_\alpha^\alpha(-1)^{\varepsilon_\alpha+1}\}, \quad \overline{\mathcal{P}}_A \equiv \{\Pi_\alpha; B_\alpha^*\}, \quad [C^A, \overline{\mathcal{P}}_B] = i\hbar\delta_B^A. \quad (4.23)$$

Имеем

$$\varepsilon(T_A) = \{\varepsilon_\alpha; \varepsilon_\alpha + 1\}, \quad \text{gh}(T_A) = \{0; -1\}, \quad \text{deg}(T_A) = \{0; 0\}, \quad (4.24)$$

$$\varepsilon(C^A) = \{\varepsilon_\alpha + 1; \varepsilon_\alpha\}, \quad \text{gh}(C^A) = \{1; 2\}, \quad \text{deg}(C^A) = \{1; 1\}, \quad (4.25)$$

$$\varepsilon(T_A) \equiv \varepsilon_A, \quad \varepsilon(\overline{\mathcal{P}}_A) = \varepsilon(C^A) = \varepsilon_A + 1, \quad (4.26)$$

$$\text{gh}(\overline{\mathcal{P}}_A) = -\text{gh}(C^A), \quad \text{deg}(\overline{\mathcal{P}}_A) = -\text{deg}(C^A). \quad (4.27)$$

В новом расширенном фазовом пространстве, координатами которого являются исходные фазовые переменные, обычные гости и новые переменные (4.10), мы рассмотрим следующую систему уравнений:

$$[\Sigma_1, \Sigma_1] = 0, \quad [\Delta, \Delta] = 0, \quad [\Delta, \Sigma_1] = 0, \quad (4.28)$$

$$\varepsilon(\Sigma_1) = 1, \quad \text{gh}(\Sigma_1) = 1, \quad \text{deg}(\Sigma_1) = 1, \quad (4.29)$$

$$\varepsilon(\Delta) = 1, \quad \text{gh}(\Delta) = 1, \quad \text{deg}(\Delta) = 0, \quad (4.30)$$

вместе с граничными условиями

$$\Sigma_1 = C^A T_A + \dots, \quad \Delta = \Omega + \dots, \quad (4.31)$$

где многоточием обозначены все возможные члены высшего порядка по $(C^A, \overline{\mathcal{P}}_A)$, совместные с (4.29), (4.30). Мы также потребуем, чтобы оператор Δ удовлетворял дополнительному условию: матрица Δ -антискобок $(B^\alpha, B_\beta^*)_\Delta$ должна быть обратима.

Мы утверждаем, что уравнения (4.28)–(4.31), разложенные в ряд по $(C^A, \overline{\mathcal{P}}_A)$, генерируют БРСТ-инвариантную алгебру связей. Чтобы увидеть это, рассмотрим $C\overline{\mathcal{P}}$ -упорядоченное разложение Σ_1 и Δ ,

$$\Sigma_1 = C^A T_A + \frac{1}{2} C^B C^A U_{AB}^C \overline{\mathcal{P}}_C (-1)^{\varepsilon_B + \varepsilon_C} + \dots, \quad (4.32)$$

$$\Delta = \Omega + C^A V_A^B \overline{\mathcal{P}}_B (-1)^{\varepsilon_B} + \frac{1}{4} C^B C^A V_{AB}^{CD} \overline{\mathcal{P}}_D \overline{\mathcal{P}}_C (-1)^{\varepsilon_B + \varepsilon_D} + \dots. \quad (4.33)$$

Подставляя (4.32) в первое уравнение (4.28), мы получаем во втором порядке по C^A стандартные соотношения инволюции

$$[T_A, T_B] = i\hbar U_{AB}^C T_C. \quad (4.34)$$

Далее после подстановки (4.33) во второе уравнение (4.28) имеем в нулевом и первом порядках по C^A

$$[\Omega, \Omega] = 0 \quad (4.35)$$

и

$$[V_A^B, \Omega](-1)^{\varepsilon_B} = i\hbar V_A^C V_C^B. \quad (4.36)$$

Аналогично, подставляя (4.32), (4.33) в третье уравнение (4.28), мы получаем в первом порядке по C^A

$$[T_A, \Omega] = -i\hbar V_A^B T_B. \quad (4.37)$$

В уравнении (4.35) мы узнаем условие нильпотентности для Ω . Замечательно, что уравнение (4.36) есть не что иное, как условие нильпотентности матрично-расширенного Ω , $\widehat{\Omega}_A^B$,

$$\widehat{\Omega}_A^C \widehat{\Omega}_C^B = 0, \quad \widehat{\Omega}_A^B \equiv (-1)^{\varepsilon_A} \delta_A^B \Omega - i\hbar V_A^B. \quad (4.38)$$

Соотношения инволюции (4.37) по своей сути означают БРСТ-инвариантность связей T_A в наиболее общей (слабой) форме.

Нетрудно видеть, что приведенные выше (частные) представления (4.2), (4.3), (4.5) немедленно вытекают из (4.37), если V_A^B выбрать в виде

$$V_A^B = \begin{pmatrix} V_\alpha^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha} & 0 \\ \delta_\alpha^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha} & -V_\alpha^\beta (-1)^{\varepsilon_\beta} \end{pmatrix}. \quad (4.39)$$

Рассмотрим теперь второе уравнение (4.28) во втором порядке по C^A . Мы имеем

$$\begin{aligned} & [V_A^C, V_B^D](-1)^{(\varepsilon_B+1)(\varepsilon_C+1)} - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} = \\ & = i\hbar (V_A^E V_{EB}^{CD} (-1)^{\varepsilon_B} - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}) + \\ & + i\hbar (V_{AB}^{CE} V_E^D (-1)^{\varepsilon_C} - (C \leftrightarrow D)(-1)^{\varepsilon_C \varepsilon_D}) - \\ & - [V_{AB}^{CD}, \Omega](-1)^{\varepsilon_C + \varepsilon_D} - \frac{1}{2} (i\hbar)^2 V_{AB}^{EF} V_{FE}^{CD}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

В том же самом порядке по C^A третье уравнение (4.28) дает

$$\begin{aligned} & ([T_A, V_B^C] - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}) - i\hbar U_{AB}^D V_D^C + \\ & + i\hbar (V_A^D U_{DB}^C (-1)^{\varepsilon_B} - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}) + \\ & + [U_{AB}^C, \Omega](-1)^{\varepsilon_C} + \frac{1}{2} i\hbar V_{AB}^{ED} Z_{DE}^C = 0, \end{aligned} \quad (4.41)$$

где

$$Z_{AB}^C \equiv T_A \delta_B^C - T_B \delta_A^C (-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} - i\hbar U_{AB}^C, \quad (4.42)$$

$$Z_{AB}^C T_C = 0. \quad (4.43)$$

Умножая (4.41) на T_C справа, мы получаем тождественный ноль благодаря соотношениям (4.34), (4.37).

В разложении (4.28) с точностью до третьего порядка по C^A других уравнений не возникает.

Если заданы связи первого рода T_A , из уравнения (4.34) определяются U_{AB}^C . Далее уравнения (4.36), (4.37) определяют V_B^A . Затем уравнения (4.40), (4.41) определяют V_{AB}^{CD} и т.д.

Если производящие уравнения (4.28) допускают решение для Δ , линейное по C^A ,

$$\Delta = \Omega + C^A V_A^B \overline{\mathcal{P}}_B (-1)^{\varepsilon_B}, \quad (4.44)$$

что в соответствии с (4.40), (4.41) подразумевает

$$[V_A^C, V_B^D](-1)^{(\varepsilon_B+1)(\varepsilon_C+1)} - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} = 0 \quad (4.45)$$

и

$$\begin{aligned} & ([T_A, V_B^C] - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}) - i\hbar U_{AB}^D V_D^C + \\ & + i\hbar (V_A^D U_{DB}^C (-1)^{\varepsilon_B} - (A \leftrightarrow B)(-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}) + [U_{AB}^C, \Omega](-1)^{\varepsilon_C} = 0, \end{aligned} \quad (4.46)$$

то для любых величин f, g, h , зависящих только от B^α, B_α^* , их Δ -антискобки обладают свойством

$$[(f, g)_\Delta, h] = 0, \quad (4.47)$$

так что их 3-антискобки исчезают,

$$(f, g, h)_\Delta = 0, \quad (4.48)$$

и поэтому тождество Якоби становится сильным. Поскольку f, g, h коммутируют между собой, правило Лейбница (2.5) также становится сильным. Кроме того, согласно предписанию (4.12)–(4.15) мы имеем

$$\varepsilon(B^\alpha) + \varepsilon(B_\alpha^*) = 1, \quad (4.49)$$

$$\text{gh}(B^\alpha) + \text{gh}(B_\alpha^*) = -1, \quad (4.50)$$

$$\text{deg}(B^\alpha) + \text{deg}(B_\alpha^*) = 0. \quad (4.51)$$

Таким образом, из уравнений (4.48)–(4.51) следует, что переменные B^α и B_α^* ведут себя как нормальные поля и антиполя относительно Δ -антискобки при условии, что соотношения (4.45), (4.46) удовлетворены.

Подчеркнем, однако, что не требуется, чтобы условия (4.45), (4.46) обязательно выполнялись. Они только выделяют определенный базис связей T_A и величин V_A^B , в котором переменные B^α , B_α^* допускают простую интерпретацию. В общем случае коэффициенты V_{AB}^{CD} отличны от нуля и разложения (4.32), (4.33) включают все высшие порядки по гостам. Поэтому, вообще говоря, Δ -антискобки не удовлетворяют сильному тождеству Якоби, даже если их аргументы зависят только от B^α , B_α^* .

В принципе соотношения инволюции (4.34)–(4.37) являются единственными условиями, которым должны удовлетворять члены низших порядков в (4.32), (4.33). Однако мы требуем дополнительно, чтобы правая часть (4.37) была разрешима относительно $\mathcal{T}_\alpha$: это есть в точности дополнительное условие, сформулированное ниже формул (4.31). Это условие означает, что любые связи T_A , удовлетворяющие соотношениям инволюции, могут быть повернуты несингулярной матрицей к форме $T_A = \{(i\hbar)^{-1}[\Omega, \bar{\mathcal{P}}_\alpha]; -\bar{\mathcal{P}}_\alpha\}$.

5. ПРОИЗВОДЯЩИЕ УРАВНЕНИЯ АНТИСКОБОЧНОЙ АЛГЕБРЫ

Как мы видели выше, переменные B^α и B_α^* ведут себя как поля и антиполя относительно Δ -антискобки. Кажется совершенно естественным ожидать подобного поведения импульсов Π_α^* и Π_α относительно некоторой “дуальной” антискобки.

Для реализации этой идеи определим резольвентный оператор $\bar{\Delta}$ как решение производящих уравнений

$$[\bar{\Delta}, \bar{\Delta}] = 0, \quad [\Delta, \bar{\Delta}] = i\hbar G_{BB^*}, \quad (5.1)$$

$$\varepsilon(\bar{\Delta}) = 1, \quad \text{gh}(\bar{\Delta}) = -1, \quad \deg(\bar{\Delta}) = 0, \quad (5.2)$$

с граничными условиями

$$\bar{\Delta} = \bar{\Omega} + \dots, \quad (5.3)$$

где многоточием обозначены все члены высших порядков по переменным $(C^A, \bar{\mathcal{P}}_A)$, допускаемые свойствами (5.2), а $\bar{\Omega}$ является членом нулевого порядка.

Рассмотрим $C\bar{\mathcal{P}}$ -упорядоченное разложение $\bar{\Delta}$ в степенной ряд

$$\bar{\Delta} = \bar{\Omega} + C^A \bar{V}_A^B \bar{\mathcal{P}}_B (-1)^{\varepsilon_B} + \frac{1}{4} C^B C^A \bar{V}_{AB}^{CD} \bar{\mathcal{P}}_D \bar{\mathcal{P}}_C (-1)^{\varepsilon_B + \varepsilon_D} + \dots, \quad (5.4)$$

аналогичное (4.33). Из уравнений (5.1), (5.2) мы получаем следующие уравнения низших порядков для операторных коэффициентов:

$$[\bar{\Omega}, \bar{\Omega}] = 0, \quad (5.5)$$

$$[\bar{V}_A^B, \bar{\Omega}] (-1)^{\varepsilon_B} = i\hbar \bar{V}_A^C \bar{V}_C^B, \quad (5.6)$$

$$[\Omega, \bar{\Omega}] = 0, \quad (5.7)$$

$$[V_A^B, \bar{\Omega}] (-1)^{\varepsilon_B} + [\bar{V}_A^B, \Omega] (-1)^{\varepsilon_B} + i\hbar \delta_A^B = i\hbar V_A^C \bar{V}_C^B + i\hbar \bar{V}_A^C V_C^B. \quad (5.8)$$

В терминах операторнозначной матрицы (4.38) и аналогичной матрицы для $\bar{\Omega}$,

$$\hat{\bar{\Omega}}_A^B \equiv (-1)^{\varepsilon_A} \delta_A^B \bar{\Omega} - i\hbar \bar{V}_A^B, \quad (5.9)$$

уравнения (5.5)–(5.8) переписываются в виде

$$\hat{\bar{\Omega}}_A^C \hat{\bar{\Omega}}_C^B = 0, \quad (5.10)$$

$$\hat{\bar{\Omega}}_A^C \hat{\bar{\Omega}}_C^B + \hat{\bar{\Omega}}_A^C \hat{\bar{\Omega}}_C^B = i\hbar \delta_A^B. \quad (5.11)$$

Нильпотентный оператор $\bar{\Omega}$ определен в том же самом пространстве, что и Ω , и его разложение в ряд по обычным гостам $(C^\alpha, \bar{\mathcal{P}}_\alpha)$ начинается с члена $\bar{T}^\alpha \bar{\mathcal{P}}_\alpha (-1)^{\varepsilon_\alpha}$, где $\bar{T}^\alpha$ представляют собой линейные комбинации связей T_α , дуальные к T_α , $\bar{T}^\alpha T_\alpha = 0$.

Аналогично ситуации с оператором Δ , если производящие уравнения допускают решение для $\bar{\Delta}$, линейное по C^A , то для любых величин, зависящих только от Π_α^* , Π_α , $\bar{\Delta}$ -антискобка удовлетворяет сильному тождеству Якоби.

Однако согласно нашему предписанию аналог соотношений (4.49)–(4.51) теперь имеет вид

$$\varepsilon(\Pi_\alpha^*) + \varepsilon(\Pi_\alpha) = 1, \quad (5.12)$$

$$\text{gh}(\Pi_\alpha^*) + \text{gh}(\Pi_\alpha) = 1, \quad (5.13)$$

$$\text{deg}(\Pi_\alpha^*) + \text{deg}(\Pi_\alpha) = 0. \quad (5.14)$$

Мы видим, что знаки в правых частях соотношений (4.50) и (5.13) противоположны. Это означает, что импульсы Π_α^* и Π_α , в отличие от B^α , B_α^* , ведут себя как “скрученные” поля и антиполя [8].

В дальнейшем мы подразумеваем, что решение производящих уравнений (4.28)–(4.31) и (5.1)–(5.3) действительно существует.

Коммутируя $\bar{\Delta}$ с третьим уравнением в (4.28) и используя третье условие в (4.29) и второе уравнение в (5.1), получаем

$$\Sigma_1 = (i\hbar)^{-1} [\Delta, S_1], \quad (5.15)$$

где

$$S_1 = (i\hbar)^{-1} [\bar{\Delta}, \Sigma_1] + (i\hbar)^{-1} [\Delta, Y_1], \quad (5.16)$$

Y_1 – произвольный фермионный оператор с $\text{gh}(Y_1) = -1$, $\text{deg}(Y_1) = 1$. Для S_1 мы имеем

$$\varepsilon(S_1) = 0, \quad \text{gh}(S_1) = 0, \quad \text{deg}(S_1) = 1. \quad (5.17)$$

Подставляя представление (5.15) в первое из уравнений (4.28) и используя свойство (2.11), получаем

$$[\Delta, (S_1, S_1)_\Delta] = 0. \quad (5.18)$$

Коммутируя далее $\bar{\Delta}$ с уравнением (5.18), находим, аналогично (5.15),

$$(S_1, S_1)_\Delta = i\hbar[\Delta, S_2], \quad (5.19)$$

где

$$S_2 = \frac{1}{2}(i\hbar)^{-3}[\bar{\Delta}, (S_1, S_1)_\Delta] + (i\hbar)^{-1}[\Delta, Y_2], \quad (5.20)$$

Y_2 — произвольный фермионный оператор с $\text{gh}(Y_2) = -1$, $\text{deg}(Y_2) = 2$. Для S_2 мы имеем

$$\varepsilon(S_2) = 0, \quad \text{gh}(S_2) = 0, \quad \text{deg}(S_2) = 2. \quad (5.21)$$

Рассмотрим теперь мастер-уравнение

$$(S, S)_\Delta = i\hbar[\Delta, S] \quad (5.22)$$

для бозонного оператора S вида

$$S = \sum_{k \geq 0} S_k, \quad S_0 = G_{CB^*}, \quad \varepsilon(S_k) = 0, \quad \text{gh}(S_k) = 0, \quad \text{deg}(S_k) = k. \quad (5.23)$$

Имеем

$$[S_0, \Delta] = i\hbar\Delta, \quad [S_0, S_k] = -i\hbar k S_k. \quad (5.24)$$

Подставляя разложение (5.23) в уравнение (5.22) и используя соотношения (5.24), мы получаем следующую цепочку уравнений:

$$F_k = 0, \quad k \geq 2, \quad (5.25)$$

где

$$F_k \equiv R_k - i\hbar(k-1)[\Delta, S_k], \quad (5.26)$$

$$R_k \equiv \sum_{j=1}^{k-1} (S_j, S_{k-j})_\Delta. \quad (5.27)$$

При $k = 2$ уравнение (5.25) точно совпадает с (5.19), так что мы можем идентифицировать S_1 и S_2 в разложении (5.23) с соответствующими операторами в формулах (5.16) и (5.20). Используя тождество (2.10) для $Q = \Delta$, $B = S$, нетрудно вывести равенства

$$[\Delta, R_k] = 0 \quad (5.28)$$

при условии, что выполнены уравнения

$$F_m = 0, \quad m = 2, \dots, k-1. \quad (5.29)$$

Именно, из (2.10) следует

$$6(S, F)_\Delta - [[S, F], \Delta] = 4i\hbar[\Delta, F], \quad (5.30)$$

где

$$F \equiv (S, S)_\Delta - i\hbar[\Delta, S]. \quad (5.31)$$

Предположим, что уравнения (5.29) выполняются. Рассматривая тождество (5.30) в секторе с $\deg = k$, находим

$$6(S_0, F_k)_\Delta - [[S_0, F_k], \Delta] = 4i\hbar[\Delta, F_k], \quad (5.32)$$

откуда следует равенство

$$(k-2)[\Delta, R_k] = 0. \quad (5.33)$$

Наконец, коммутируя $\bar{\Delta}$ с уравнениями (5.28), мы получаем уравнение (5.25) для $m = k$ с

$$S_k = \frac{1}{k(k-1)}(i\hbar)^{-3}[\bar{\Delta}, R_k] + (i\hbar)^{-1}[\Delta, Y_k], \quad (5.34)$$

$$\varepsilon(Y_k) = 1, \quad \text{gh}(Y_k) = -1, \quad \deg(Y_k) = k. \quad (5.35)$$

Таким образом, мы показали, что все операторы S_k в разложении (5.23) существуют. Тем самым установлено, что мастер-уравнение (5.22) имеет решение, генерируемое оператором Σ_1 посредством соотношений (5.15), (5.19). Это решение описывает антискобочную алгебру, генерируемую БРСТ-инвариантными связями.

Рассмотрим простейший случай теории ранга 1 с алгеброй лиевского типа с постоянными структурными коэффициентами. Выбирая $C\bar{\mathcal{P}}$ -упорядочение в гостовском секторе, мы имеем следующий БРСТ-оператор Ω :

$$\Omega = C^\alpha T_\alpha + \frac{1}{2}C^\beta C^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}, \quad (5.36)$$

с постоянными $U_{\alpha\beta}^\gamma$. Выберем простейшую возможную форму оператора Δ :

$$\Delta = \Omega + \Pi_*^\alpha \Pi_\alpha (-1)^{\varepsilon_\alpha + 1}, \quad (5.37)$$

так что соответствующий резольвентный оператор $\bar{\Delta}$ есть

$$\bar{\Delta} = \bar{\Omega} - B^\alpha B_\alpha^*. \quad (5.38)$$

Для оператора Δ , выбранного в форме (5.37), уравнение (5.19) имеет решение вида

$$S_1 = \bar{\mathcal{P}}_\alpha B^\alpha + \frac{1}{2}B^\beta B^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma B_\gamma^* (-1)^{\varepsilon_\beta}, \quad (5.39)$$

$$(S_1, S_1)_\Delta = 0, \quad S_2 = 0, \quad (5.40)$$

а нильпотентный оператор Σ_1 в равенстве (5.15) дается формулой

$$\begin{aligned}\Sigma_1 = (i\hbar)^{-1}[\Delta, S_1] = B^\alpha \mathcal{T}_\alpha + \frac{1}{2} B^\beta B^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma \Pi_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma} + \\ + \Pi_*^\alpha \overline{\mathcal{P}}_\alpha (-1)^{\varepsilon_\alpha} - \Pi_*^\beta B^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma B_\gamma^* (-1)^{\varepsilon_\beta},\end{aligned}\quad (5.41)$$

где $\mathcal{T}_\alpha$ есть $C\overline{\mathcal{P}}$ -упорядоченные БРСТ-инвариантные связи,

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1}[\Omega, \overline{\mathcal{P}}_\alpha] = T_\alpha + C^\beta U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\gamma}. \quad (5.42)$$

В общем случае можно показать, что появление ненулевых S_k , $k \geq 2$, в разложении (5.23) является следствием антиканонического преобразования (2.14)–(2.16), примененного к оператору S_1 , удовлетворяющему однородному мастер-уравнению (5.40). Условно можно сказать, что правая часть уравнения (5.19) возникает из деформационного члена (2.19).

Отметим также, что решение вида (5.39), (5.40) остается справедливым и в случае, когда структурные коэффициенты $U_{\alpha\beta}^\gamma$ в (5.36) не постоянны, но удовлетворяют квазигрупповым условиям

$$[U_{\alpha\beta}^\gamma, U_{\mu\nu}^\rho] = 0, \quad [[T_\alpha, U_{\beta\gamma}^\delta], U_{\mu\nu}^\rho] = 0. \quad (5.43)$$

6. БРСТ-ИНВАРИАНТНАЯ АЛГЕБРА СВЯЗЕЙ В ТЕОРИЯХ РАНГА 1

Здесь мы приведем явные формулы, которые могут оказаться полезными для применений в теориях ранга 1. Мы рассмотрим БРСТ-инвариантную алгебру в коммутаторной и антискобочной формах для наиболее популярных случаев вейлевского и виковского упорядочений гостовского сектора.

6.1. Вейлевски упорядоченный гостовский сектор. В случае вейлевски упорядоченного гостовского сектора теория ранга 1 описывается следующим БРСТ-оператором, линейным по гостовскому импульсу [9]:

$$\begin{aligned}\Omega = C^\alpha T_\alpha + \frac{1}{6} C^\beta C^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma} + \frac{1}{6} C^\alpha U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma C^\beta (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma} + \\ + \frac{1}{6} \overline{\mathcal{P}}_\gamma U_{\alpha\beta}^\gamma C^\beta C^\alpha (-1)^{\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma + (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)(\varepsilon_\gamma + 1)}.\end{aligned}\quad (6.1)$$

Исходная алгебра связей задается соотношениями “инволюции” [9]

$$[T_\alpha, T_\beta] = \frac{i\hbar}{2} (U_{\alpha\beta}^\gamma T_\gamma + T_\gamma U_{\alpha\beta}^\gamma (-1)^{(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + 1)\varepsilon_\gamma}) + \left(\frac{i\hbar}{2}\right)^2 [U_{\alpha\delta}^\gamma, U_{\gamma\beta}^\delta] (-1)^{\varepsilon_\delta(\varepsilon_\beta + 1)}. \quad (6.2)$$

БРСТ-инвариантные связи равны

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_\alpha &= (i\hbar)^{-1}[\Omega, \overline{\mathcal{P}}_\alpha] = \\ &= T_\alpha + \frac{1}{2}(C^\beta U_{\beta\alpha}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\gamma} + \overline{\mathcal{P}}_\gamma U_{\alpha\beta}^\gamma C^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha + (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + 1)\varepsilon_\gamma}).\end{aligned}\quad (6.3)$$

Их коммутаторная алгебра есть

$$\begin{aligned}[\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] &= \frac{i\hbar}{2}(U_{\alpha\beta}^\gamma \mathcal{T}_\gamma + \mathcal{T}_\gamma U_{\alpha\beta}^\gamma (-1)^{(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + 1)\varepsilon_\gamma} + \\ &+ \frac{1}{2}([\Omega, U_{\alpha\beta}^\gamma] \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma} - \overline{\mathcal{P}}_\gamma [\Omega, U_{\alpha\beta}^\gamma] (-1)^{(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)\varepsilon_\gamma}),\end{aligned}\quad (6.4)$$

$$[\overline{\mathcal{P}}_\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\beta] = 0, \quad [\overline{\mathcal{P}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] = i\hbar U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}. \quad (6.5)$$

Видно, что расширение, генерируемое третьим членом в правой части соотношения (6.2), отсутствует в формуле (6.4), а вместо этого в (6.4) присутствует примесь гостовских импульсов $\overline{\mathcal{P}}_\alpha$.

Антискобочная алгебра, соответствующая коммутаторной алгебре (6.4), (6.5), есть

$$(\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega = 0, \quad (\overline{\mathcal{P}}_\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\beta)_\Omega = (i\hbar)^2 U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{P}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}, \quad (6.6)$$

$$(\overline{\mathcal{P}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega = \frac{1}{2}i\hbar[\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta](-1)^{\varepsilon_\alpha}. \quad (6.7)$$

6.2. Виковски упорядоченный гостовский сектор. Как обычно, виковский гостовский сектор описывается двумя наборами виковских пар, $(C^\alpha, \overline{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger)$ и $(\overline{\mathcal{C}}_\alpha, C^{\dagger\alpha})$, с ненулевыми коммутаторами

$$[C^\alpha, \overline{\mathcal{C}}_\beta^\dagger] = \delta_\beta^\alpha, \quad [\overline{\mathcal{C}}_\alpha, C^{\dagger\beta}] = \delta_\alpha^\beta. \quad (6.8)$$

В теории ранга 1 виковски упорядоченный БРСТ-оператор равен [9]

$$\begin{aligned}\Omega &= T_\alpha^\dagger C^\alpha + C^{\dagger\alpha} T_\alpha + \left(\frac{1}{2} \overline{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} C^{\dagger\beta} C^{\dagger\alpha} U_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{C}}_\gamma + \right. \\ &\quad \left. + C^{\dagger\alpha} \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{C}}_\gamma C^\beta + C^{\dagger\beta} \overline{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} C^\alpha \right) (-1)^{\varepsilon_\beta}.\end{aligned}\quad (6.9)$$

Исходная алгебра связей задается соотношениями “инволюции” [9]

$$[T_\alpha, T_\beta] = U_{\alpha\beta}^\gamma T_\gamma, \quad [T_\beta^\dagger, T_\alpha^\dagger] = T_\gamma^\dagger U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma}, \quad (6.10)$$

$$[T_\alpha, T_\beta^\dagger] = \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\beta}^\gamma T_\gamma + T_\gamma^\dagger \overline{\mathcal{U}}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} + \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\delta}^\gamma \overline{\mathcal{U}}_{\beta\gamma}^{\dagger\delta} (-1)^{\varepsilon_\gamma \varepsilon_\delta}. \quad (6.11)$$

БРСТ-инвариантные связи равны

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_\alpha &= [\overline{\mathcal{C}}_\alpha, \Omega] = T_\alpha + C^{\dagger\beta} U_{\beta\alpha}^\gamma \overline{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha} + \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\beta}^\gamma \overline{\mathcal{C}}_\gamma C^\beta (-1)^{\varepsilon_\beta} + \overline{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \overline{\mathcal{U}}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} C^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha}, \\ \mathcal{T}_\alpha^\dagger &= [\Omega, \overline{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger] = T_\alpha^\dagger + \overline{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger U_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} C^\beta (-1)^{\varepsilon_\alpha} + C^{\dagger\beta} \overline{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \overline{\mathcal{U}}_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} (-1)^{\varepsilon_\beta} + C^{\dagger\beta} \overline{\mathcal{U}}_{\beta\alpha}^\gamma \overline{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha}.\end{aligned}$$

Ненулевые соотношения их коммутаторной алгебры суть

$$[\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] = U_{\alpha\beta}^\gamma \mathcal{T}_\gamma + [\Omega, U_{\alpha\beta}^\gamma] \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}, \quad (6.12)$$

$$[\mathcal{T}_\beta^\dagger, \mathcal{T}_\alpha^\dagger] = \mathcal{T}_\gamma^\dagger U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} + \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger [U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma}, \Omega] (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}, \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta^\dagger] &= \bar{U}_{\alpha\beta}^\gamma \mathcal{T}_\gamma + \mathcal{T}_\gamma^\dagger \bar{U}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} + [\Omega, \bar{U}_{\alpha\beta}^\gamma] \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta} + \\ &\quad + \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger [\bar{U}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma}, \Omega] (-1)^{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}, \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$[\bar{\mathcal{C}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta] = U_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta}, \quad [\mathcal{T}_\beta^\dagger, \bar{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger] = \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} (-1)^{\varepsilon_\beta}, \quad (6.15)$$

$$[\mathcal{T}_\alpha, \bar{\mathcal{C}}_\beta^\dagger] = \bar{U}_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta} + \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \bar{U}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} (-1)^{\varepsilon_\alpha}, \quad (6.16)$$

$$[\bar{\mathcal{C}}_\beta, \mathcal{T}_\alpha^\dagger] = \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \bar{U}_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma} (-1)^{\varepsilon_\beta} + \bar{U}_{\beta\alpha}^\gamma \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\alpha}. \quad (6.17)$$

Как и в случае вейлевски упорядоченного гостовского сектора, видно, что расширение, генерируемое третьим членом в правой части соотношения (6.11), отсутствует в формуле (6.14), а вместо этого в (6.14) присутствует примесь гостовских импульсов $\bar{\mathcal{C}}_\alpha$ и $\bar{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger$.

Антискочечная алгебра, соответствующая коммутаторной алгебре (6.12)–(6.17), есть

$$\begin{aligned} (\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega &= 0, \quad (\mathcal{T}_\alpha^\dagger, \mathcal{T}_\beta^\dagger)_\Omega = 0, \quad (\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta^\dagger)_\Omega = 0, \\ (\bar{\mathcal{C}}_\alpha, \bar{\mathcal{C}}_\beta)_\Omega &= U_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{C}}_\gamma, \quad (\bar{\mathcal{C}}_\beta^\dagger, \bar{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger)_\Omega = \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger U_{\alpha\beta}^{\dagger\gamma}, \\ (\bar{\mathcal{C}}_\alpha, \bar{\mathcal{C}}_\beta^\dagger)_\Omega &= \bar{U}_{\alpha\beta}^\gamma \bar{\mathcal{C}}_\gamma (-1)^{\varepsilon_\beta} + \bar{\mathcal{C}}_\gamma^\dagger \bar{U}_{\beta\alpha}^{\dagger\gamma} (-1)^{\varepsilon_\alpha}, \\ (\bar{\mathcal{C}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta)_\Omega &= \frac{1}{2} [\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta], \quad (\mathcal{T}_\beta^\dagger, \bar{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger)_\Omega = \frac{1}{2} [\mathcal{T}_\beta^\dagger, \mathcal{T}_\alpha^\dagger], \\ (\bar{\mathcal{C}}_\alpha, \mathcal{T}_\beta^\dagger)_\Omega &= \frac{1}{2} [\mathcal{T}_\alpha, \mathcal{T}_\beta^\dagger], \quad (\mathcal{T}_\beta, \bar{\mathcal{C}}_\alpha^\dagger)_\Omega = \frac{1}{2} [\mathcal{T}_\beta, \mathcal{T}_\alpha^\dagger]. \end{aligned}$$

Явные формулы, приведенные в п. 6.1 и 6.2, наглядно демонстрируют существование очевидного дуализма между двумя альтернативными формами БРСТ-инвариантной алгебры связей, описываемого общим соответствием

$$\mathcal{T}, \bar{\mathcal{P}}, [\cdot, \cdot] \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{\mathcal{P}}, \mathcal{T}, (\cdot, \cdot)_\Omega.$$

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, сформулирован новый подход к квантованию калибровочно-инвариантных динамических систем, который, по существу, основан на концепции БРСТ-инвариантных связей. В основе всей конструкции лежит новый нильпотентный “БРСТ-заряд” Σ_1 , который определен в дополнительно расширенном фазовом пространстве. Прежнее расширенное фазовое пространство, координатами которого являются исходные фазовые переменные и обычные гости, теперь становится новым “исходным” пространством. Новые канонические пары $(C^A, \bar{\mathcal{P}}_A)$ (4.23), (4.10) играют роль новых “минимальных” гостей, в то время как новое квантовое число, степень (deg), играет роль нового гостовского числа. Рассматривая эти новые канонические пары как “минимальные” гости, мы можем ввести новые антигости $(\mathcal{P}^A, \bar{\mathcal{C}}_A)$, $\varepsilon(\mathcal{P}^A) = \varepsilon(\bar{\mathcal{C}}_A) = \varepsilon_A + 1$,

$\text{gh}(\mathcal{P}^A) = -\text{gh}(\overline{C}_A) = \{1; 2\}$, $\text{deg}(\mathcal{P}^A) = -\text{deg}(\overline{C}_A) = \{1; 1\}$, и лагранжевы множители (λ^A, π_A) , $\varepsilon(\lambda^A) = \varepsilon(\pi_A) = \varepsilon_A$, $\text{gh}(\lambda^A) = -\text{gh}(\pi_A) = \{0; 1\}$, $\text{deg}(\lambda^A) = -\text{deg}(\pi_A) = \{0; 0\}$, с ненулевыми коммутаторами

$$[\mathcal{P}^A, \overline{C}_B] = i\hbar\delta_B^A, \quad [\lambda^A, \pi_B] = i\hbar\delta_B^A \quad (7.1)$$

и затем обычным образом построить новый клибровочно-фиксированный унитаризующий гамильтониан.

Чтобы реализовать эту программу, мы должны сначала построить “минимальный” гамильтониан Ξ , который удовлетворяет уравнениям

$$[\Sigma_1, \Xi] = 0, \quad (7.2)$$

$$\varepsilon(\Xi) = 0, \quad \text{gh}(\Xi) = 0, \quad \text{deg}(\Xi) = 0, \quad (7.3)$$

и граничному условию

$$\Xi = \mathcal{H} + \dots, \quad [\mathcal{H}, \Omega] = 0. \quad (7.4)$$

Затем мы построим полный унитаризующий гамильтониан в стандартной форме,

$$H = \Xi + (i\hbar)^{-1}[\Sigma, \Psi], \quad (7.5)$$

$$\varepsilon(\Psi) = 1, \quad \text{gh}(\Psi) = -1, \quad \text{deg}(\Psi) = -1, \quad (7.6)$$

где

$$\Sigma = \Sigma_1 + \pi_A \mathcal{P}^A, \quad \Psi = \overline{C}_A \chi^A + \overline{\mathcal{P}}_A \lambda^A \quad (7.7)$$

и χ^A есть оператор, фиксирующий калибровку. Исходный гамильтониан и связи первого рода содержатся в $\mathcal{H}$ и Ω , соответственно, в членах низшего порядка разложения в ряд по степеням операторов обычных гостов $(C^\alpha, \overline{\mathcal{P}}_\alpha)$.

Физические наблюдаемые коммутируют с Σ , а физические состояния аннигилируются этим оператором. Если подходящим образом определить физическое скалярное произведение, то физические матричные элементы физических операторов не будут зависеть от калибровки. Тогда можно перейти к унитарному пределу, выбирая унитарную калибровку вида

$$\chi^A = 0, \quad \chi^A \equiv \{\chi^\alpha; C^\alpha\}, \quad (7.8)$$

где χ^α — обычная калибровка по отношению к исходным связям T_α , и установить совпадение физических амплитуд переходов (S -матрицы) с физическими амплитудами переходов в стандартном БРСТ–БВФ-подходе. Однако при использовании общих релятивистских калибровок расширенный формализм существенно обобщает стандартный, сохраняя более явной БРСТ-симметрию производящего механизма калибровочной алгебры.

В заключение сделаем следующее замечание. Рассмотрим стандартную форму [2] унитаризующего гамильтониана в БРСТ–БВФ-подходе

$$H = \mathcal{H} + (i\hbar)^{-1}[Q, \Psi], \quad (7.9)$$

где $\mathcal{H}$ есть минимальный гамильтониан,

$$Q = \Omega + \pi_\alpha \mathcal{P}^\alpha, \quad \Psi = \overline{\mathcal{C}}_\alpha \chi^\alpha + \overline{\mathcal{P}}_\alpha \lambda^\alpha, \quad (7.10)$$

$$[\Omega, \Omega] = 0, \quad [\mathcal{H}, \Omega] = 0, \quad (7.11)$$

Ω – минимальный БРСТ-оператор, Ψ – калибровочный фермион. Мы имеем

$$H = \mathcal{H} + (i\hbar)^{-1}[\Omega, \overline{\mathcal{P}}_\alpha] \lambda^\alpha + \overline{\mathcal{P}}_\alpha \mathcal{P}^\alpha + \pi_\alpha \chi^\alpha + \overline{\mathcal{C}}_\alpha (i\hbar)^{-1}[\chi^\alpha, \Omega]. \quad (7.12)$$

Во втором и третьем членах в правой части мы узнаем связи $\mathcal{T}_\alpha$ и X_α в их простейшей возможной форме,

$$\mathcal{T}_\alpha = (i\hbar)^{-1}[\Omega, \overline{\mathcal{P}}_\alpha], \quad -X_\alpha = \overline{\mathcal{P}}_\alpha, \quad (7.13)$$

с λ^α и $-\mathcal{P}^\alpha$ в качестве соответствующих лагранжевых множителей. Четвертый и пятый члены фиксируют калибровку, причем χ^α и $(i\hbar)^{-1}[\chi^\alpha, \Omega]$ являются операторами, фиксирующими калибровку $\mathcal{T}_\alpha$ и X_α , соответственно, а $\pi_\alpha, \overline{\mathcal{C}}_\alpha$ – соответствующие лагранжевы множители.

Таким образом, выясняется, что фактически стандартный гамильтониан (7.9), (7.10) построен именно в терминах “стандартных” БРСТ-инвариантных связей (7.13) и соответствующих фиксирующих калибровку операторов. Однако по сравнению с операторами T_A в общем положении, которые удовлетворяют только соотношениям (4.34), (4.37), связи (7.13) являются довольно специальными в том смысле, что рассматриваемые как объекты линейного комбинирования, они соответствуют выбору специального базиса.

В противоположность ситуации со стандартным гамильтонианом, новый гамильтониан (7.12), определенный в дополнительно расширенном фазовом пространстве, построен прямо в терминах общих операторов T_A , подчиненных только условиям (4.34), (4.37). Таким образом, введение новых переменных $(C^A, \overline{\mathcal{P}}_A)$, $(\mathcal{P}^A, \overline{\mathcal{C}}_A)$, (λ^A, π_A) есть цена возможности произвольно выбирать базис БРСТ-инвариантных связей T_A общего положения.

Наконец, следует отметить, что переход от формализма, описываемого формулами (7.9)–(7.11), к формализму, описываемому формулами (7.2)–(7.7), представляется только первым шагом в, возможно бесконечной, иерархии гамильтонианов.

Благодарности. Авторы признательны М. Григорьеву и А. Семихатову за плодотворные дискуссии. И. А. Баталин благодарен Р. Марнелиусу за важные обсуждения аспектов, связанных с квантовыми антискобками и операторнозначным мастер-уравнением. Работа И. А. Баталина частично поддержана Президентским грантом № 00-15-96566, грантом РФФИ № 02-01-00930 и грантом INTAS № 00-00262. Работа И. В. Тютина частично поддержана Президентским грантом № 00-15-96566, грантом РФФИ № 02-02-16944 и грантом INTAS № 00-00262.

Список литературы

- [1] *C. Becchi, A. Rouet, R. Stora.* Phys. Lett. B. 1974. V. 54. P. 344; Commun. Math. Phys. 1975. V. 42. P. 127; Ann. Phys. 1976. V. 98. P. 287; *И. В. Тютин.* Калибровочная инвариантность в теории поля и статистической физике в операторной формулировке. Препринт ФИАН № 39. М.: ФИАН, 1975; *E. S. Fradkin, G. A. Vilkovisky.* Phys. Lett. B. 1975. V. 55. P. 224; Quantization of relativistic systems with constraints: equivalence of canonical and covariant formalisms in quantum theory of gravitational field. CERN preprint TH 2332-CERN. Geneva: CERN, 1977.
- [2] *I. A. Batalin, G. A. Vilkovisky.* Phys. Lett. B. 1977. V. 69. P. 309; *E. S. Fradkin, T. E. Fradkina.* Phys. Lett. B. 1978. V. 72. P. 343.
- [3] *I. A. Batalin, E. S. Fradkin.* Phys. Lett. B. 1983. V. 128. P. 303; Riv. Nuovo Cimento. 1986. V. 9. P. 1; *T. Kugo, I. Ojima.* Progr. Theor. Phys. Suppl. 1979. V. 66. P. 1; *K. Nishijima.* Nucl. Phys. B. 1984. V. 238. P. 601; Progr. Theor. Phys. 1988. V. 80. P. 897; P. 905; *M. Henneaux.* Phys. Rep. 1985. V. 126. P. 1; *M. Henneaux, C. Teitelboim.* Quantization of Gauge Systems. Princeton: Princeton Univ. Press, 1992.
- [4] *M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten.* Superstring Theory. V. 1. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
- [5] *I. A. Batalin, R. Marnelius.* Phys. Lett. B. 1998. V. 441. P. 243; hep-th/9806114; Nucl. Phys. B. 1998. V. 551. P. 450; hep-th/9809208; Mod. Phys. Lett. A. 1999. V. 14. P. 1643; hep-th/9905193; Int. J. Mod. Phys. A. 2000. V. 15. P. 2077; hep-th/9909223.
- [6] *I. A. Batalin, R. Marnelius.* Phys. Lett. B. 1998. V. 434. P. 312; hep-th/9805084.
- [7] *И. А. Баталин, Р. Марнелиус.* ТМФ. 1999. Т. 120. С. 358; hep-th/9905083; *I. A. Batalin, R. Marnelius.* Int. J. Mod. Phys. A. 1999. V. 14. P. 5049; hep-th/9909210.
- [8] *A. S. Cattaneo, G. Felder.* Commun. Math. Phys. 2000. V. 212. P. 591; math.QA/9902090; Mod. Phys. Lett. A. 2001. V. 16. P. 179; hep-th/0102208; *I. A. Batalin, R. Marnelius.* Phys. Lett. B. 2001. V. 512. P. 225; hep-th/0105190; Superfield algorithms for topological field theories. In: Multiple Facets of Quantization and Supersymmetry: Memorial Volume Dedicated to M. Marinov. Ed. M. Olshanetsky, A. Vainshtein. River Edge: World Scientific, 2002. P. 233; hep-th/0110140.
- [9] *I. A. Batalin, E. S. Fradkin.* Ann. Inst. Henri Poincare. 1988. V. 49. P. 145.

Поступила в редакцию 17.III.2003 г.