Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. М. Лавров, П. Ю. Мошин, О суперполево́м квантовании в лагранжевом формализме, *ТМФ*, 2001, том 126, номер 1, 125–135

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf419>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.95.254.165

26 апреля 2023 г., 14:54:06

О СУПЕРПОЛЕВОМ КВАНТОВАНИИ В ЛАГРАНЖЕВОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Предложено обобщение метода суперполевого БРСТ-квантования для калибровочных теорий общего вида на случай введения калибровки с помощью соответствующего производящего уравнения. Найдена суперполевая форма БРСТ-симметрии вакуумного функционала. Доказана калибровочная независимость S -матрицы. Показано, что вакуумный функционал метода БВ-квантования отвечает частному решению производящего уравнения для калибровки. Обсуждается модификация тождеств Уорда, связанная с предлагаемым обобщением процедуры введения калибровки.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в литературе активно обсуждаются [1]–[5] возможности суперполевого представления современных методов [6], [7] квантования произвольных калибровочных теорий. Так, в [4] найдена замкнутая суперполевая форма метода квантования Баталина–Вилковскового (БВ) [6], а в [5] предложена суперполевая формулировка обобщенного канонического БВФ (Баталин–Вилковский–Фрадкин)-квантования [7]. В этих подходах реализуется геометрическое содержание [1] преобразований БРСТ-симметрии [8] в виде супертрансляций в суперпространстве.

Хорошо известно, что квантование калибровочных теорий требует использования процедуры фиксации калибровки при построении функций Грина и S -матрицы. В методах [4]–[7] калибровка вводится с помощью подходящего фермионного функционала (функции), выбор которого диктуется только требованием невырожденности соответствующих функциональных интегралов.

В работе [9] предложена модификация БВ-формализма, когда калибровка вводится в теорию с помощью производящего уравнения (аналогичного уравнению для квантового действия), которому подчиняется полное действие фиксации калибровки, содержащее зависимость от всего набора полей, антиполей и лагранжевых множителей. С одной стороны, данный подход к введению калибровки гарантирует калибровочную независимость S -матрицы, т.к. вакуумный функционал не зависит от выбора частного решения для калибровочного функционала. С другой стороны, по сравнению с методом БВ-квантования указанный подход не ограничивается лишь линейным видом зави-

---

*Томский государственный педагогический университет, Томск, Россия

симости квантового действия от лагранжевых множителей. При этом важным фактом является то, что производящее уравнение для калибровки содержит решение, совпадающее с хорошо известным действием фиксации калибровки в методе БВ-квантования, что, в частности, гарантирует наличие допустимого калибровочного условия.

В настоящей работе рассматривается модификация метода суперполевого квантования [4] калибровочных теорий общего вида, в которой (бозонный) калибровочный функционал вводится как решение соответствующего производящего уравнения, содержащего в качестве частного решения калибровку, используемую в рамках исходного метода [4]. Развиваемый подход гарантирует калибровочную независимость S -матрицы и в терминах компонент суперполей и суперантиполей может рассматриваться как обобщение метода фиксации калибровки в БВ-формализме, эквивалентное модифицированной процедуре введения калибровки, предложенной в работе [9].

Исходным для нас объектом является произвольная классическая калибровочная теория, для которой конфигурационное пространство ϕ^A , $\varepsilon(\phi^A) = \varepsilon_A$, строится по известным правилам [6].

Мы используем конденсированные обозначения [10] и соглашения, принятые в [4].

2. ОБОБЩЕННОЕ СУПЕРПОЛЕВОЕ БРСТ-КВАНТОВАНИЕ

В этом разделе мы дадим обобщение процедуры [4] суперполевого квантования, основанной на принципе БРСТ-инвариантности. Для этого введем суперпространство (x^μ, θ) (x^μ – координаты пространства-времени, $\mu = (0, 1, \dots, D-1)$; θ – скалярная грассманова координата) с заданным на нем набором суперполей $\Phi^A(\theta)$ и соответствующих суперантиполей $\Phi_A^*(\theta)$ со следующим распределением грассмановой четности: $\varepsilon(\Phi^A) \equiv \varepsilon_A$, $\varepsilon(\Phi_A^*) = \varepsilon_A + 1$, и граничным условием

$$\Phi^A(\theta)|_{\theta=0} = \phi^A. \quad (1)$$

Структура конфигурационного пространства ϕ^A , состоящего из исходных классических полей, а также пирамид (анти)гостов и вспомогательных полей, определяется свойствами исходной классической теории, а именно линейной зависимостью (для приводимых теорий) или независимостью (для неприводимых теорий) генераторов калибровочных преобразований [6].

Определим вакуумный функционал Z в виде следующего функционального интеграла:

$$Z = \int d\Phi d\Phi^* \rho[\Phi^*] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} (W[\Phi, \Phi^*] + X[\Phi, \Phi^*] + \Phi^* \Phi) \right\}. \quad (2)$$

В (2) $W = W[\Phi, \Phi^*]$ – квантовое действие, удовлетворяющее производящему уравнению

$$\frac{1}{2}(W, W) + VW = i\hbar\Delta W, \quad (3)$$

а калибровочный функционал $X = X[\Phi, \Phi^*]$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{2}(X, X) - UX = i\hbar\Delta X. \quad (4)$$

В (2)–(4) использованы: антискобка $(\ , \ )$, определенная в [4] для произвольных функционалов $F = F[\Phi, \Phi^*]$, $G = G[\Phi, \Phi^*]$ по правилу

$$(F, G) = \int d\theta \left\{ \frac{\delta F}{\delta \Phi^A(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\delta G}{\delta \Phi_A^*(\theta)} (-1)^{\varepsilon_A+1} - (-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(G)+1)} (F \leftrightarrow G) \right\}, \quad (5)$$

операторы Δ , V и U :

$$\Delta = - \int d\theta (-1)^{\varepsilon_A} \frac{\delta_l}{\delta \Phi^A(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*(\theta)}, \quad (6)$$

$$V = - \int d\theta \frac{\partial \Phi_A^*(\theta)}{\partial \theta} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*(\theta)}, \quad (7)$$

$$U = - \int d\theta \frac{\partial \Phi^A(\theta)}{\partial \theta} \frac{\delta_l}{\delta \Phi^A(\theta)} \quad (8)$$

(производные по θ всюду понимаются как левые), и функционалы $\rho[\Phi^*]$, $\Phi^* \Phi$:

$$\rho[\Phi^*] = \delta \left(\int d\theta \Phi^*(\theta) \right), \quad (9)$$

$$\Phi^* \Phi = \int d\theta \Phi_A^*(\theta) \Phi^A(\theta). \quad (10)$$

Алгебраические свойства антискобки (5) и операторов (6)–(8) подробно изучены в [4]. Здесь мы отметим лишь алгебру этих операторов:

$$\Delta^2 = 0, \quad U^2 = 0, \quad V^2 = 0, \quad (11)$$

$$UV + VU = 0, \quad \Delta U + U\Delta = 0, \quad \Delta V + V\Delta = 0. \quad (12)$$

Удобно переписать уравнения (3), (4) в эквивалентной форме

$$\bar{\Delta} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} W \right\} = 0, \quad (13)$$

$$\tilde{\Delta} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} X \right\} = 0 \quad (14)$$

с помощью операторов

$$\bar{\Delta} = \Delta + \frac{i}{\hbar} V, \quad \tilde{\Delta} = \Delta - \frac{i}{\hbar} U, \quad (15)$$

алгебра которых в силу свойств (11), (12) имеет вид

$$\bar{\Delta}^2 = 0, \quad \tilde{\Delta}^2 = 0, \quad \bar{\Delta} \tilde{\Delta} + \tilde{\Delta} \bar{\Delta} = 0. \quad (16)$$

В силу нильпотентности оператора U всякий функционал $X = U\Psi(\Phi)$, где $\Psi(\Phi)$ – фермионный функционал, очевидно, является решением уравнения (4). Именно такая форма калибровочного функционала использовалась в [4] при построении суперполевого БРСТ-квантования.

Важным свойством подынтегрального выражения в (2) является его инвариантность относительно следующих преобразований глобальной суперсимметрии с грассмановым параметром μ :

$$\begin{aligned}\delta\Phi^A(\theta) &= \mu U\Phi^A(\theta) + (\Phi^A(\theta), X - W)\mu, \\ \delta\Phi_A^*(\theta) &= \mu V\Phi_A^*(\theta) + (\Phi_A^*(\theta), X - W)\mu.\end{aligned}\tag{17}$$

При этом мы учли, во-первых, согласованные с определением интеграла по грассмановой переменной θ

$$\begin{aligned}\int d\theta \theta &= 1, \quad \int d\theta = 0, \quad F(\theta) = \int d\theta' \delta(\theta' - \theta)F(\theta'), \\ \delta(\theta' - \theta) &= \theta' - \theta\end{aligned}$$

выражения для следующих вариационных производных:

$$\begin{aligned}\frac{\delta_l \Phi^A(\theta)}{\delta \Phi^B(\theta')} &= (-1)^{\varepsilon_A} \delta(\theta' - \theta) \delta_B^A = (-1)^{\varepsilon_A} \frac{\delta \Phi^A(\theta)}{\delta \Phi^B(\theta')}, \\ \frac{\delta \Phi_A^*(\theta)}{\delta \Phi_B^*(\theta')} &= (-1)^{\varepsilon_A+1} \delta(\theta' - \theta) \delta_A^B,\end{aligned}$$

во-вторых, инвариантность весового функционала (9) относительно преобразований (17) $\delta\rho[\Phi^*] = 0$ и, в-третьих, тот факт, что при этих преобразованиях

$$\delta(W + X + \Phi^*\Phi) = 2\mu \left(\frac{1}{2}(W, W) + VW - \frac{1}{2}(X, X) + UX \right),\tag{18}$$

а якобиан Y замены переменных равен

$$Y = \exp(2\mu\Delta W - 2\mu\Delta X).\tag{19}$$

Преобразования (17) представляют собой БРСТ-преобразования в рамках суперполевого квантования, когда калибровка вводится в теорию с помощью решений соответствующего производящего уравнения (4).

Рассмотрим теперь вопрос о калибровочной зависимости вакуумного функционала Z (2). Заметим прежде всего, что любая допустимая вариация δX калибровочного функционала X должна удовлетворять уравнению

$$(X, \delta X) - U \delta X = i\hbar \Delta \delta X,\tag{20}$$

которое можно переписать в виде

$$\widehat{Q}(X) \delta X = 0.\tag{21}$$

В (21) мы ввели нильпотентный оператор $\widehat{Q}(X)$,

$$\widehat{Q}(X) = \widehat{B}(X) - i\hbar \tilde{\Delta}, \quad \widehat{Q}^2(X) = 0.\tag{22}$$

Здесь через $\widehat{\mathcal{B}}(X)$ мы обозначили оператор, действующий по правилу

$$(X, F) \equiv \widehat{\mathcal{B}}(X)F \quad (23)$$

и обладающий свойством

$$\widehat{\mathcal{B}}^2(X) = \widehat{\mathcal{B}}\left(\frac{1}{2}(X, X)\right). \quad (24)$$

В силу нильпотентности оператора $\widehat{Q}(X)$ всякий функционал вида

$$\delta X = \widehat{Q}(X) \delta \Psi \quad (25)$$

с произвольным фермионным функционалом $\delta \Psi$ удовлетворяет уравнению (21). Более того, по аналогии с теоремами, доказанными в [11], можно установить, что всякое решение уравнения (21), обращающееся в нуль при стремлении к нулю всех переменных, от которых зависит функционал δX , имеет вид (25) с некоторым фермионным функционалом $\delta \Psi$.

Пусть $Z_X \equiv Z$ – значение вакуумного функционала (2), отвечающего выбору калибровочного условия в виде функционала X . В вакуумном функционале $Z_{X+\delta X}$ сделаем сначала замену переменных (17) с $\mu = \mu[\Phi, \Phi^*]$, а затем дополнительную замену переменных

$$\delta \Phi^A = (\Phi^A, \delta Y), \quad \delta \Phi_A^* = (\Phi_A^*, \delta Y), \quad \varepsilon(\delta Y) = 1, \quad (26)$$

где $\delta Y = -i\hbar\mu[\Phi, \Phi^*]$. Мы получим

$$Z_{X+\delta X} = \int d\Phi d\Phi^* \rho[\Phi^*] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} (W + X + \delta X + \delta X_1 + \Phi^* \Phi) \right\}. \quad (27)$$

В (27) мы ввели обозначение

$$\delta X_1 = 2((X, \delta Y) - U \delta Y - i\hbar \Delta \delta Y) = 2\widehat{Q}(X) \delta Y. \quad (28)$$

Выберем функционал δY в виде (напомним, что $\delta X = \widehat{Q}(X) \delta \Psi$)

$$\delta Y = -\frac{1}{2} \widehat{Q}(X) \delta \Psi. \quad (29)$$

Тогда мы найдем, что

$$Z_{X+\delta X} = Z_X, \quad (30)$$

следовательно, вакуумный функционал (а значит, и S -матрица, в силу теоремы эквивалентности [12], [13]) не зависит от калибровки.

3. КОМПОНЕНТНЫЙ АНАЛИЗ

В предыдущем разделе найдено обобщение метода суперполевого квантования [4] произвольных калибровочных теорий на случай, когда калибровка фиксируется с помощью бозонного калибровочного функционала, являющегося решением соответствующего производящего уравнения (4).

Развитый метод позволяет обобщить формализм БВ-квантования [6] в части, касающейся фиксации калибровки. Действительно, рассмотрим компонентное представление для суперполей $\Phi^A(\theta)$ и суперантиполей $\Phi_A^*(\theta)$:

$$\begin{aligned}\Phi^A(\theta) &= \phi^A + \lambda^A \theta, & \Phi_A^*(\theta) &= \phi_A^* - \theta J_A, \\ \varepsilon(\phi^A) &= \varepsilon(J_A) = \varepsilon_A, & \varepsilon(\phi_A^*) &= \varepsilon(\lambda^A) = \varepsilon_A + 1.\end{aligned}$$

Набор переменных $\phi^A, \phi_A^*, \lambda^A, J_A$ совпадает с полным набором переменных БВ-метода [6].

В компонентном представлении антискобка (5) и оператор Δ (6) совпадают с соответствующими объектами БВ-метода [6]:

$$\begin{aligned}(F, G) &= \frac{\delta F}{\delta \phi^A} \frac{\delta G}{\delta \phi_A^*} - (-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(G)+1)} (F \leftrightarrow G), \\ \Delta &= (-1)^{\varepsilon_A} \frac{\delta_l}{\delta \phi^A} \frac{\delta}{\delta \phi_A^*}.\end{aligned}$$

Мера интегрирования, явно записанная в компонентной форме,

$$d\Phi d\Phi^* \rho[\Phi^*] = d\phi d\phi^* d\lambda dJ \delta(J),$$

позволяет утверждать, что решения производящего уравнения для действия W при $J_A = 0$ можно искать среди решений мастер-уравнения БВ-метода

$$\frac{1}{2}(W, W) = i\hbar \Delta W, \quad (31)$$

поскольку оператор V (7)

$$V = -J_A \frac{\delta}{\delta \phi_A^*}$$

при $J_A = 0$ обращается в нуль.

Ограничиваясь действием W , не зависящим от λ^A , и принимая во внимание компонентное представление для функционала $\Phi^* \Phi$

$$\Phi^* \Phi = \phi_A^* \lambda^A - J_A \phi^A,$$

мы получаем следующее представление для вакуумного функционала (2):

$$Z = \int d\phi d\phi^* d\lambda \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [W(\phi, \phi^*) + X(\phi, \phi^*, \lambda) + \phi_A^* \lambda^A] \right\}. \quad (32)$$

Этот результат можно рассматривать как обобщение процедуры БВ-квантования [6] на случай более общих калибровок. Действительно, как уже отмечалось выше, функционал $X = U\Psi[\Phi]$ является решением производящего уравнения (4). Учитывая компонентное представление оператора U :

$$U = -(-1)^{\varepsilon_A} \lambda^A \frac{\delta_l}{\delta \phi^A}, \quad (33)$$

и выбирая функционал Ψ не зависящим от полей λ^A , $\Psi = \Psi(\phi)$, получаем, что калибровочный функционал X ,

$$X(\phi, \lambda) = -\frac{\delta \Psi(\phi)}{\delta \phi^A} \lambda^A, \quad (34)$$

совпадает с калибровкой, использованной при построении правил БВ-квантования. Для сравнения отметим, что в рамках метода БВ-квантования вакуумный функционал имеет вид

$$Z = \int d\phi \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S_{\text{eff}}(\phi) \right\}, \quad (35)$$

где

$$S_{\text{eff}}(\phi) = S_{\text{ext}}(\phi, \phi^*)|_{\phi^*=0}. \quad (36)$$

В (36) $S_{\text{ext}} = S_{\text{ext}}(\phi, \phi^*)$ – бозонный функционал, построенный как операторное преобразование

$$\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S_{\text{ext}} \right\} = \exp(-[\Delta, \Psi]_+) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S \right\}, \quad (37)$$

где $S = S(\phi, \phi^*)$ – квантовое действие, удовлетворяющее производящему уравнению (31), а Ψ – калибровочный фермион, устраняющий вырожденность функционального интеграла (35). При формулировке правил БВ-квантования [6] был использован выбор Ψ в форме функционала, зависящего от полей, $\Psi = \Psi(\phi)$. В этом случае соответствующий вакуумный функционал (35) имеет хорошо известный вид

$$Z = \int d\phi d\phi^* d\lambda \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[S(\phi, \phi^*) + \left(\phi_A^* - \frac{\delta \Psi}{\delta \phi^A} \right) \lambda^A \right] \right\}, \quad (38)$$

совпадающий с функционалом (32) при указанном выше частном выборе (34) решения для X .

Рассмотрим наиболее общий в рамках метода БВ-квантования случай фиксации калибровки в форме операторного преобразования (37), вводимого с помощью калибровочного фермиона, являющегося функционалом полей и антиполей, $\Psi = \Psi(\phi, \phi^*)$. При этом вакуумный функционал (35) представим в виде

$$Z = \int d\phi d\phi^* d\lambda \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [S(\phi, \phi^*) + S_\Psi(\phi, \lambda) + \phi_A^* \lambda^A] \right\}, \quad (39)$$

где соответствующее действие фиксации калибровки $S_\Psi(\phi, \lambda)$

$$\begin{aligned} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S_\Psi(\phi, \lambda) \right\} &= \int d\phi' d\phi^{*'} \delta \left(\phi - \phi' + \frac{\delta \Psi}{\delta \phi^{*'}} \right) \delta(\phi^{*'}) \times \\ &\times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[- \left(\phi^{*'} + \frac{\delta \Psi}{\delta \phi'} \right) \lambda + i\hbar \Delta' \Psi \right] \right\} \end{aligned}$$

не содержит зависимости от антиполей. В этом смысле введение калибровки с помощью бозонного функционала X (4), (32) в рамках развиваемого нами подхода является формальным обобщением рассмотренной процедуры фиксации калибровки с помощью операторного преобразования (37) в рамках БВ-метода.

Отметим, что фиксация калибровки в терминах бозонного функционала X (4), (14) приводит также к обобщению привычной формы тождеств Уорда. Действительно, возвращаясь к вакуумному функционалу (32), определим расширенный производящий функционал $Z(J, \phi^*)$ функций Грина по правилу

$$\begin{aligned} Z(J, \phi^*) &= \int d\phi' d\phi^{*'} d\lambda \times \\ &\times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [W(\phi', \phi^{*'}) + X(\phi', \phi^{*'}, \lambda) + (\phi^{*'} - \phi^*)\lambda + J\phi'] \right\}, \quad (40) \end{aligned}$$

где в (40) введены источники J_A для полей ϕ^A , $\varepsilon(J_A) = \varepsilon_A$.

В частном случае, когда по аналогии с методом БВ-квантования бозонный функционал X не содержит зависимости от антиполей, $X = X(\phi, \lambda)$, производящее уравнение (14) принимает вид

$$U \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} X \right\} = 0. \quad (41)$$

Умножая уравнение (41), записанное в терминах переменных ϕ' , λ , на функционал

$$\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [W(\phi', \phi^{*'}) + (\phi^{*'} - \phi^*)\lambda + J\phi'] \right\} \quad (42)$$

и интегрируя с учетом (31) полученное соотношение по переменным ϕ' , $\phi^{*'}$, λ , мы приходим к хорошо известной форме тождеств Уорда для калибровочных теорий:

$$J_A \frac{\delta}{\delta \phi_A^*} Z(J, \phi^*) = 0. \quad (43)$$

При обобщении уравнения (41) на случай (14), отвечающий наличию зависимости от антиполей в калибровочном функционале, $X = X(\phi, \phi^*, \lambda)$, форма соответствующих тождеств Уорда модифицируется, а именно:

$$J_A \frac{\delta}{\delta \phi_A^*} Z = \frac{1}{i\hbar} J_A \left\langle \frac{\delta X}{\delta \phi_A^{*'}} \right\rangle Z. \quad (44)$$

В (44) использовано обозначение $\langle \delta X / \delta \phi_A^{*'} \rangle$ для вакуумного среднего функционала $\delta X / \delta \phi_A^{*'} , X = X(\phi', \phi^{*'}, \lambda)$.

Отметим тесную связь между вакуумным функционалом (32), полученным нами в результате обобщения процедуры суперполевого квантования [4], и вакуумным функционалом, введенным в [9] с целью модификации процедуры фиксирования калибровки в БВ-методе. В работе [9] показано, что если квантовое действие W и действие фиксации калибровки X в вакуумном функционале

$$Z = \int d\phi d\phi^* d\lambda \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [W(\phi, \phi^*) + X(\phi, \phi^*, \lambda)] \right\} \quad (45)$$

удовлетворяют производящему уравнению БВ-метода (31), то (45) не зависит от выбора калибровочного функционала X . С учетом уравнения (4) и компонентной формы (33) оператора U легко видеть, что функционал $X' = X + \phi_A^* \lambda^A$ в (32) является решением производящего уравнения (31), и, следовательно, в терминах X' вакуумный функционал (32) совпадает с функционалом (45), предложенным в работе [9].

Полезно также провести сравнение развиваемого нами подхода с формализмом [14], предложенным как обобщение метода БВ-квантования, обеспечивающее инвариантное описание полей и антиполей. Отметим, что при записи соотношений работы [14] мы пользуемся обозначениями, принятыми в настоящей работе, предполагая, таким образом, явное разделение полей и антиполей в терминах координат Дарбу.

В рамках предположения, что мера функционального интегрирования является тривиальной, вакуумный функционал “первого уровня”, введенный в работе [14], имеет следующий наиболее общий вид:

$$Z = \int d\phi d\phi^* d\lambda \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [W(\phi, \phi^*) + G_A(\phi, \phi^*) \lambda^A] \right\}, \quad (46)$$

где $W(\phi, \phi^*)$ – квантовое действие, удовлетворяющее производящему уравнению (31), а $G_A(\phi, \phi^*)$ – функции фиксации калибровки, зависящие от всего набора полей и антиполей и входящие в вакуумный функционал (46) в линейных комбинациях с соответствующими лагранжевыми множителями λ^A .

В отличие от подхода, развиваемого в работе [9], где калибровочная независимость S -матрицы обеспечивается БРСТ-преобразованиями, заложенными в производящее уравнение для всей калибровочной части квантового действия, в методе [14] эту роль исполняют условия, налагаемые на функции фиксации калибровки.

Функции фиксации калибровки $G_A = G_A(\phi, \phi^*)$ удовлетворяют соотношениям инволюции [14]

$$(G_A, G_B) = G_C U_{AB}^C, \quad (47)$$

а также дополнительным условиям

$$\Delta G_A - U_{BA}^B (-1)^{\varepsilon_B} = G_B V_A^B, \quad V_A^A = G_A \tilde{G}^A, \quad (48)$$

где $U_{AB}^C, V_A^B, \tilde{G}^A$ – некоторые структурные функции.

В работе [14] показано, что условия (47), (48) с учетом производящего уравнения (31) обеспечивают инвариантность подынтегрального выражения вакуумного функционала (46) относительно БРСТ-преобразований вида

$$\begin{aligned}\delta\phi^A &= (\phi^A, W - G_B\lambda^B)\mu, & \delta\phi_A^* &= (\phi_A^*, W - G_B\lambda^B)\mu, \\ \delta\lambda^A &= (U_{BC}^A\lambda^C\lambda^B(-1)^{\varepsilon_B} - 2i\hbar V_B^A\lambda^B - 2(i\hbar)^2\tilde{G}^A)\mu,\end{aligned}\quad (49)$$

что гарантирует инвариантность вакуумного функционала (46) при антиканонических вариациях функций фиксации калибровки

$$\delta G_A = (G_A, \delta Y), \quad \varepsilon(\delta Y) = 1. \quad (50)$$

Отметим, что вариации вида (50) совместны [14] с условиями (47), (48). В рамках предположения, что функции фиксации калибровки разрешимы относительно антиполей, вакуумный функционал (46) совпадает с вакуумным функционалом БВ-формализма.

Возвращаясь к вакуумному функционалу (32) обобщенного суперполевого метода, рассмотрим частный случай линейной зависимости калибровочного функционала $X(\phi, \phi^*, \lambda)$ от лагранжевых множителей, полагая при этом

$$X(\phi, \phi^*, \lambda) + \phi_A^*\lambda^A \equiv G_A(\phi, \phi^*)\lambda^A.$$

Тогда производящее уравнение (4) для функционала X принимает вид условий

$$(G_A, G_B) = 0, \quad \Delta G_A = 0, \quad (51)$$

а преобразования БРСТ-симметрии для соответствующего вакуумного функционала (32) запишутся в форме

$$\delta\phi^A = (\phi^A, G_B\lambda^B - W)\mu, \quad \delta\phi_A^* = (\phi_A^*, G_B\lambda^B - W)\mu, \quad \delta\lambda^A = 0, \quad (52)$$

вытекающей из преобразований (17) в случае $J_A = 0$. Легко видеть, что уравнения (51) совпадают с (47), (48) в частном случае, когда структурные функции $U_{AB}^C, V_A^B, \tilde{G}^A$ обращаются в нуль. Аналогично преобразования (52) являются частным случаем преобразований (49).

Таким образом, вакуумный функционал (2) настоящей работы в частном случае, когда квантовое действие не содержит зависимости от лагранжевых множителей (см. (32)), а действие фиксации калибровки зависит от них лишь линейно, совпадает с вакуумным функционалом “первого уровня” (46), введенным в [14], в случае тривиальной меры интегрирования и нулевых структурных функций. С другой стороны, вакуумный функционал (32) можно рассматривать в качестве формального обобщения (46), т.к. (32) допускает более чем линейный вид зависимости от лагранжевых множителей.

Благодарности. Работа частично поддержана грантом Министерства общего и профессионального образования в области фундаментального естествознания и грантом РФФИ № 99-02-16617. Работа П.М.Л. частично поддержана также грантами INTAS № 991-590 и РФФИ-DFG № 99-02-04022.

Список литературы

- [1] *L. Bonora, M. Tonin.* Phys. Lett. B. 1981. V. 98. P. 48; *L. Bonora, P. Pasti, M. Tonin.* J. Math. Phys. 1982. V. 23. P. 839.
- [2] *L. Baulieu.* Phys. Rep. 1985. V. 129. P. 1; *C. M. Hull, B. Spence, J. L. Vazquez-Bello.* Nucl. Phys. B. 1990. V. 348. P. 108; *S. D. Joglekar, B. P. Mandal.* A superspace formulation of an “asymptotic” $OSp(3, 1|2)$ invariance of Yang–Mills theories, hep-th/9904106.
- [3] *N. R. F. Braga, A. Das.* Nucl. Phys. B. 1995. V. 442. P. 655; *N. R. F. Braga, S. M. de Souza.* Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 916; *E. M. C. Abreu, N. R. F. Braga.* Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 4080; *E. M. C. Abreu, N. R. F. Braga.* Int. J. Mod. Phys. A. 1998. V. 13. P. 493.
- [4] *П. М. Лаэров, П. Ю. Мошин, А. А. Решетняк.* Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. С. 760; *P. M. Lavrov, P. Yu. Moshin, A. A. Reshetnyak.* Mod. Phys. Lett. A. 1995. V. 10. P. 2687.
- [5] *I. A. Batalin, K. Bering, P. H. Damgaard.* Nucl. Phys. B. 1998. V. 515. P. 455; Phys. Lett. B. 1999. V. 446. P. 175.
- [6] *I. A. Batalin, G. A. Vilkovisky.* Phys. Lett. B. 1981. V. 102. P. 27; Phys. Rev. D. 1983. V. 28. P. 2567.
- [7] *E. S. Fradkin, G. A. Vilkovisky.* Phys. Lett. B. 1975. V. 55. P. 224; *I. A. Batalin, G. A. Vilkovisky.* Phys. Lett. B. 1977. V. 69. P. 309; *E. S. Fradkin, T. E. Fradkina.* Phys. Lett. B. 1978. V. 72. P. 343; *I. A. Batalin, E. S. Fradkin.* Phys. Lett. B. 1983. V. 122. P. 157.
- [8] *C. Becchi, A. Rouet, R. Stora.* Phys. Lett. B. 1974. V. 25. P. 344; Commun. Math. Phys. 1975. V. 42. P. 127; *И. В. Тютин.* Калибровочная инвариантность в теории поля и статистической физике в операторном формализме. Препринт № 35. М.: ФИАН, 1975.
- [9] *I. A. Batalin, K. Bering, P. H. Damgaard.* Phys. Lett. B. 1996. V. 389. P. 673.
- [10] *Б. Девумт.* Динамическая теория групп и полей. М.: Мир, 1987.
- [11] *I. A. Batalin, P. M. Lavrov, I. V. Tyutin.* J. Math. Phys. 1990. V. 31. P. 1487; 1991. V. 32. P. 532; P. 2513.
- [12] *Р. Е. Каллош, И. В. Тютин.* ЯФ. 1973. Т. 17. С. 190.
- [13] *I. V. Tyutin.* Once again on the equivalence theorem, hep-th/0001050.
- [14] *I. A. Batalin, I. V. Tyutin.* Int. J. Mod. Phys. A. 1993. V. 8. P. 2333.

Поступила в редакцию 10.VII.2000 г.