Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. С. Вернов, М. Н. Мнацаканова, Дисперсионные соотношения для амплитуды упругого рассеяния вперед в некоммутативной квантовой теории поля, *ТМФ*, 2004, том 139, номер 1, 3–11

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf49>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.135.184

26 апреля 2023 г., 09:55:00

© 2004 г.

Ю. С. Вернов*, М. Н. Мнацаканова†

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД В НЕКОММУТАТИВНОЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Доказано, что в некоммутативной квантовой теории поля амплитуда упругого рассеяния вперед двух массивных бесспиновых частиц имеет те же аналитические свойства, что и в коммутативном случае, если условие некоммутативности задано только для пространственных переменных.

Ключевые слова: некоммутативная квантовая теория поля, локальная коммутативность, аналитичность, дисперсионные соотношения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Доказательство аналитических свойств амплитуд рассеяния — одно из наиболее важных достижений аксиоматической квантовой теории поля. Дисперсионные соотношения (ДС), полученные в [1], впервые были строго доказаны в работе Боголюбова [2]. Другие доказательства даны в работах [3]; подробный вывод ДС для $(\pi-N)$ -рассеяния приведен в книге [4].

В настоящее время широко исследуются обобщения стандартной квантовой теории поля. Некоммутативная квантовая теория поля, имеющая в своей основе некоммутативную геометрию, созданную Конном [5], рассматривается сейчас как весьма перспективный вариант такого обобщения (см. обзоры [6]).

Поэтому очень интересно исследовать проблему аналитичности в такой теории. В наиболее популярном варианте некоммутативной квантовой теории предполагаются справедливыми следующие коммутационные соотношения для координат:

$$[x_\mu, x_\nu] = i\theta_{\mu\nu}, \quad (1)$$

где постоянные $\theta_{\mu\nu}$ образуют антисимметричную матрицу. Эти соотношения означают, что взаимодействие носит нелокальный характер, поскольку условие (1) эквивалентно замене в обычном пространстве произведения операторов на новое мoyalовское произведение (см., например, [6]), содержащее производные всех порядков.

*Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия. E-mail: vernov@ms2.inr.ac.ru

†Научно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного университета, Москва, Россия. E-mail: mnatsak@theory.sinp.msu.ru

Известно, что ключевую роль в доказательстве аналитических свойств амплитуд рассеяния в коммутативном случае играет условие локальной коммутативности (или эквивалентное ему условие микропричинности Боголюбова). В некоммутативной теории у нас нет оснований считать эти условия выполненными. В работах [7], [8] показано, что в общем варианте нелокальной теории, когда $\theta_{0i} \neq 0$, микропричинность отсутствует. В этом случае в теории возникают также проблемы с макропричинностью [9].

Однако если некоммутативность затрагивает только пространственные переменные ($\theta_{0i} = 0$, $i = 1, 2, 3$), то можно сформулировать (см. ниже формулы (2) и (3)) аналог условия локальной коммутативности для некоммутативной теории [7].

Отметим, что условие (3) требует обращения в нуль коммутатора токов лишь на подмножестве того множества точек, в которых он равен нулю в стандартной теории. Кроме того, редукционные формулы Лемана–Симанзика–Циммермана (ЛСП), как и аналогичные формулы в формализме Боголюбова–Медведева–Поливанова, являющиеся базисом для вывода аналитических свойств амплитуд рассеяния, могут претерпеть существенные изменения в общем случае, но остаются справедливыми, если некоммутативность затрагивает только пространственные переменные. Поэтому мы ограничимся вариантом некоммутативной теории с $\theta_{0i} = 0$.

Можно ожидать, что аналитичность сохранится в таком варианте некоммутативной теории, если ослабленного условия локальной коммутативности достаточно для вывода аналитических свойств амплитуд рассеяния.

Отметим, что именно в том случае, когда $\theta_{0i} = 0$, соответствующий вариант некоммутативной теории может быть получен как низкоэнергетический предел теории струн [10], что делает этот вариант теории весьма привлекательным. В этом варианте был развит не только лагранжев подход, основанный на замене обычного произведения полей маяловским, но и более общий, в основе которого лежат функции Вайтмана [11].

Первый шаг в изучении аналитических свойств амплитуд рассеяния в рассматриваемом варианте теории был сделан в работе Ляо и Сиболда [12], где изучалось рассеяние вперед безмассовой частицы на массивной. Основной вывод этой работы о существенном отличии аналитических свойств амплитуды рассеяния в коммутативном и некоммутативном случаях связан с конкретным способом продолжения амплитуды рассеяния в комплексную плоскость.

В настоящей работе мы рассмотрим аналитические свойства амплитуды упругого рассеяния двух массивных частиц для наиболее простого и одновременно наиболее важного случая рассеяния вперед. Отметим, что для рассеяния вперед ДС для $(\pi-N)$ -рассеяния после усреднения по спинам совпадают с ДС для бесспиновых частиц с теми же массами. Поэтому мы ограничимся изучением упругого рассеяния бесспиновых частиц с массами m (“ π -мезон”) и M (“нуклон”), считая π -мезон нейтральной частицей. Это означает, что наши результаты справедливы для (π^0-N) -рассеяния или для симметричной амплитуды (суммы амплитуд (π^+-N) - и (π^--N) -рассеяния). Из проведенного ниже анализа видно, что аналогичные выводы справедливы и для $(\pi^\pm-N)$ -рассеяния.

Как будет показано в работе, ослабленного условия локальной коммутативности достаточно для того, чтобы амплитуда упругого рассеяния вперед имела обычные анали-

тические свойства по энергетической переменной.

Подчеркнем, что возможность доказательства аналитичности при более общем условии, чем локальная коммутативность, является важной и вне связи с некоммутативным вариантом квантовой теории поля. Естественно ожидать, что при сверхвысоких энергиях мы будем иметь дело с новой теорией, поэтому представляет интерес доказательство аналитических свойств амплитуды рассеяния при более общих предположениях, чем используемые в стандартном варианте теории.

2. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ДС

Как известно, в стандартной теории условие локальной коммутативности для токов имеет вид

$$[j(x), j(y)] = 0 \quad \text{при} \quad (x - y)^2 < 0. \quad (2)$$

В некоммутативной теории, когда $\theta_{0i} = 0$, можно выбрать систему координат таким образом, что только $\theta_{12} = -\theta_{21} \neq 0$ (см., например, [12]). В направлении, перпендикулярном плоскости некоммутативности, применимы те же соображения, что используются при постулировании (2). Поэтому естественно считать, что

$$[j(x), j(y)] = 0 \quad \text{при} \quad (x_0 - y_0)^2 - (x_3 - y_3)^2 < 0. \quad (3)$$

Это условие было введено в работе [7].

Асимптотические поля в некоммутативной теории могут быть построены тем же образом, что и в коммутативной. Условие $\theta_{0i} = 0$ позволяет провести стандартные рассуждения, необходимые для вывода редукционных формул ЛСЦ (см., например, [13]). Согласно этим формулам амплитуда упругого рассеяния вперед бесспиновых частиц с массами m и M имеет вид

$$F(E, \vec{q}) = \int d^4x e^{i(Ex_0 - \vec{q}\vec{x})} \tau(x_0) F(x), \quad (4)$$

где

$$F(x) = \left\langle M \left| \left[j\left(\frac{x}{2}\right), j\left(-\frac{x}{2}\right) \right] \right| M \right\rangle, \quad j(x) \equiv (\square + m^2)\varphi(x),$$

$\tau(x_0)$ — известная ступенчатая функция: $\tau(x_0) = 1, x_0 \geq 0, \tau(x_0) = 0, x_0 < 0$.

Соотношение (4) записано в системе покоя нуклона, E и $\vec{q}$ — энергия и импульс мезона. Интеграл по некоммутирующим переменным существует в принятом в некоммутативной геометрии смысле.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. В действительности, как и в коммутативном случае, $F(x)$ содержит дополнительный член

$$\delta(x_0) \left\langle M \left| \left[j\left(\frac{x}{2}\right), \frac{\partial}{\partial x_0} \varphi\left(-\frac{x}{2}\right) \right] \right| M \right\rangle,$$

который, однако, не изменяет аналитических свойств $F(E, \vec{q})$, поскольку на основании тех же аргументов, что и в стандартном случае, является полиномом по E (см. [13], гл. 12).

Подчеркнем, что амплитуда рассеяния вперед является функцией только энергии. Однако мы не опускаем ее формальную зависимость от импульса, поскольку для распространения этой амплитуды на комплексные значения E ($\text{Im } E > 0$) используется специальное представление, в которое компоненты импульса входят несимметричным образом. А именно,

$$\begin{aligned} F(E, \vec{q}) = F(E, \pm|q_3|) &= \int_0^\infty e^{iEx_0} dx_0 \int_{-x_0}^{x_0} e^{\mp i x_3 \sqrt{E^2 - E_0^2}} \Phi(x_0, x_3) dx_3, \\ \Phi(x_0, x_3) &= \int F(x) e^{-i(q_1 x_1 + q_2 x_2)} dx_1 dx_2, \\ E_0^2 &= m^2 + q_1^2 + q_2^2, \quad q_3 = \pm \sqrt{E^2 - E_0^2} \end{aligned} \quad (5)$$

(аналогичная процедура была проведена в работе [12]). При написании равенства (5) мы учли условие (3). Для простоты зависимость функции $\Phi(x_0, x_3)$ от q_1 и q_2 опущена. Мы докажем, что при любых фиксированных q_1 и q_2 амплитуда рассеяния является одной и той же аналитической функцией, определяемой соотношением (21) (см. ниже).

Мы можем исключить сингулярность $\sqrt{E^2 - E_0^2}$, перейдя к $F(E) = (F(E, +|q_3|) + F(E, -|q_3|))/2$. В соответствии с равенством (5)

$$F(E) = \int_0^\infty e^{iEx_0} dx_0 \int_{-x_0}^{x_0} \cos\left(x_3 \sqrt{E^2 - E_0^2}\right) \Phi(x_0, x_3) dx_3. \quad (5a)$$

Непосредственное распространение $F(E)$ на комплексные E невозможно, поскольку

$$\text{Im } \sqrt{E^2 - E_0^2} > \text{Im } E$$

(см. [14], гл. 10).

Чтобы преодолеть эту трудность, заменим, следуя Боголюбову и Ширкову [14], $F(E)$ на регуляризованную амплитуду $F_\varepsilon(E)$:

$$F_\varepsilon(E) = \int_0^\infty e^{iEx_0} dx_0 \int_{-x_0}^{x_0} \cos\left(x_3 \sqrt{E^2 - E_0^2}\right) e^{-\varepsilon(x_0^2 + x_3^2)} \Phi(x_0, x_3) dx_3. \quad (5b)$$

Вследствие сходимости интеграла в (5b) $F_\varepsilon(E)$ – аналитическая функция E в верхней полуплоскости.

Для доказательства аналитичности $F(E)$ мы докажем, что существует $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_\varepsilon(E)$, который является аналитической функцией. С этой целью представим $F_\varepsilon(E)$ в виде интеграла по вещественной оси. Однако поскольку $F_\varepsilon(E) \not\rightarrow 0$ при $E \rightarrow \infty$, сначала надо

построить вспомогательную функцию $\psi_\varepsilon(E)$ такую, что $\psi_\varepsilon(E) \rightarrow 0$, $E \rightarrow \infty$. Это можно сделать, если существует n такое, что при $E \rightarrow \infty$

$$\frac{F(E)}{E^n} \rightarrow 0, \quad \frac{F_\varepsilon(E)}{E^n} \rightarrow 0. \quad (6)$$

В коммутативном случае $n = 2$ вследствие ограничения Фруассара–Мартена $|F(E)| < CE \ln^2 E$. Поскольку это ограничение не доказано в некоммутативном случае, мы исходим из более общего условия.

Заметим, что вследствие эрмитовости $j(x)$ ($\varphi(x)$ — действительное поле) $F(E)$, а следовательно, и $F_\varepsilon(E)$, удовлетворяют условию кроссинг-симметрии

$$F_\varepsilon(-E + i0) = F_\varepsilon^*(E + i0). \quad (7)$$

Согласно условиям (6) и (7)

$$\psi_\varepsilon(E) \rightarrow 0, \quad E \rightarrow \pm\infty,$$

если

$$\psi_\varepsilon(E) = \frac{F_\varepsilon(E)}{\prod_1^n (E - E_i)}, \quad E_i > E_0. \quad (8)$$

Воспользуемся формулой Коши

$$\psi_\varepsilon(E) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\psi_\varepsilon(E') dE'}{E' - E}, \quad \text{Im } E > 0. \quad (9)$$

Контур C состоит из отрезка $[-R, R]$, в котором отрезки $[E_i - \varepsilon, E_i + \varepsilon]$ заменены соответствующими полуокружностями, и полуокружности радиуса R в верхней полуплоскости.

Покажем, что вследствие условий (3) и (8)

$$\psi_\varepsilon(R e^{i\varphi}) \rightarrow 0 \quad (10)$$

при $R \rightarrow \infty$, $0 < \varphi < \pi$.

Действительно, если $|E| \rightarrow \infty$, то $\text{Im } \sqrt{E^2 - E_0^2} \cong \text{Im } E - \text{Im } E_0^2/(2E)$ и, следовательно,

$$\left| e^{iEx_0} \cos\left(x_3 \sqrt{E^2 - E_0^2}\right) \right| \leq e^{-\text{Im } E(x_0 - x_3)} e^{E_0^2 x_3(\varepsilon) \sin \varphi / R}. \quad (11)$$

Благодаря множителю $e^{-\varepsilon x_3^2}$ интеграл по x_3 сходится, когда $x_0 \rightarrow \infty$, и реально область интегрирования сводится к $(-x_3(\varepsilon), x_3(\varepsilon))$. Согласно неравенству (11) при любом фиксированном ε и $R \rightarrow \infty$ экспоненциально растущий фактор в (56) исчезает, и поэтому из условия (8) следует условие (10).

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Согласно теореме Фрагмена–Линделефа (см., например, [15]) на самом деле условие (10) – следствие условия (8) для всех функций, аналитических в верхней полуплоскости и возрастающих при $R \rightarrow \infty$ слабее любой экспоненты.

Согласно условию (10), положив в (9) $R = \infty$, приходим к равенству, справедливому при любом фиксированном ε :

$$\psi_\varepsilon(E) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi_\varepsilon(E') dE'}{E' - E} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{F_\varepsilon(E_i)}{(E_i - E) \prod_{i \neq j} (E_i - E_j)}, \quad \text{Im } E > 0. \quad (12)$$

Перейдем теперь к пределу $\varepsilon = 0$. Для любого члена суммы в правой части (12) этот переход очевиден. Для доказательства возможности осуществления его в интеграле рассмотрим отдельно интервалы $(-\infty, -m)$, $(-m, m)$, (m, ∞) . Сначала рассмотрим интервал (m, ∞) . Если $E' > E_0$, мы можем перейти к пределу, воспользовавшись формулой (5б). Если $m < E' < E_0$, использовать эту формулу нельзя. Однако мы можем воспользоваться тем фактом, что при физических энергиях амплитуда рассеяния вперед является функцией только энергии. Предположим, что это справедливо и для регуляризованной амплитуды. Отметим, что, хотя мы использовали конкретную регуляризацию, на самом деле вследствие условия (3) любая регуляризация, обеспечивающая сходимость интеграла в (5б) при комплексных E , приводит к представлению (12) для $\psi_\varepsilon(E)$.

Рассмотрим теперь две функции $F_\varepsilon^{(1)}(E)$ и $F_\varepsilon^{(2)}(E)$, определенные формулой (5б), но соответствующие разным значениям $q_1^2 + q_2^2$ и, следовательно, разным значениям E_0 : $E_0^{(1)}$ и $E_0^{(2)}$. Пусть, например, $E_0^{(1)} < E_0^{(2)}$. Очевидно, что если $E > E_0^{(2)}$, то $F_\varepsilon^{(1)}(E) = F_\varepsilon^{(2)}(E)$, и для каждой из них в формуле (5б) может быть осуществлен предельный переход $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_\varepsilon^{(1)}(E) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_\varepsilon^{(2)}(E) = F(E)$. Отметим, что при этих энергиях формула (5б) совпадает с формулой (4) для регуляризованной амплитуды. При любом фиксированном ε функции $F_\varepsilon^{(1)}(E)$ и $F_\varepsilon^{(2)}(E)$ аналитичны в верхней полуплоскости. Совпадая на части границы, они совпадают всюду, в том числе и в интервале $(E_0^{(1)}, E_0^{(2)})$. Однако в этом интервале энергий для функции $F_\varepsilon^{(1)}(E)$ уже существует в формуле (5б) предельный переход к $\varepsilon = 0$, так как этот интервал является физическим для функции $F_\varepsilon^{(1)}(E)$. Поскольку $F_\varepsilon^{(1)}(E) = F_\varepsilon^{(2)}(E)$, то соответствующий предел существует и у $F_\varepsilon^{(2)}(E)$. Продолжая этот процесс, приходим к $E_0 = m$, т.е. осуществим предельный переход к $\varepsilon = 0$ на всем интервале (m, ∞) .

Подчеркнем, что коммутативный и некоммутирующий случаи различаются именно наличием этого интервала, в котором невозможно непосредственное использование исходной формулы (5б).

Вследствие условия (7) в интервале $(-\infty, -m)$ можно перейти к пределу аналогично тому, как это сделано в интервале (m, ∞) .

Покажем, что оставшийся интервал $(-m, m)$ может быть рассмотрен так же, как и в коммутативном случае [14]. Введем функцию

$$\tilde{F}(E, \vec{q}) = \int d^4x e^{i(Ex_0 - \vec{q} \cdot \vec{x})} \tau(-x_0) F(-x). \quad (13)$$

Соответствующая ей регуляризованная функция имеет вид

$$\tilde{F}_\varepsilon(E) = \int d^4x \cos(\vec{q}\vec{x}) \tau(-x_0) e^{-\varepsilon(x_0^2+x_3^2)} F(-x). \quad (14)$$

Функцию $\tilde{F}_\varepsilon(E)$ можно записать в виде, аналогичном формуле (5б):

$$\tilde{F}_\varepsilon(E) = \int_0^\infty e^{iEx_0} dx_0 \int_{-x_0}^{x_0} \cos\left(x_3 \sqrt{E^2 - E_0^2}\right) e^{-\varepsilon(x_0^2+x_3^2)} \tilde{\Phi}(x_0, x_3) dx_3, \quad (15)$$

где

$$\tilde{\Phi}(x_0, x_3) = \int F(-x) e^{-i(q_1 x_1 + q_2 x_2)} dx_1 dx_2.$$

На основе приведенных ранее аргументов $\tilde{F}_\varepsilon(E)$ аналитична в нижней полуплоскости. В соответствии с равенством (7)

$$\tilde{F}_\varepsilon(E - i0) = F_\varepsilon(-E + i0) = F_\varepsilon^*(E + i0). \quad (16)$$

Следовательно, функция

$$\tilde{\psi}_\varepsilon(E) = \frac{\tilde{F}_\varepsilon(E)}{\prod_1^n (E - E_i)}, \quad E_i > E_0,$$

аналитична в нижней полуплоскости, и $\tilde{\psi}_\varepsilon(E) \rightarrow 0$, $E \rightarrow \pm\infty$. Воспользуемся равенством

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\tilde{C}} \frac{\tilde{\psi}_\varepsilon(E') dE'}{E' - E} = 0, \quad \text{Im } E > 0. \quad (17)$$

Контур $\tilde{C}$ в нижней полуплоскости аналогичен контуру C из формулы (9).

Складывая равенства (9) и (17), получим

$$\begin{aligned} \psi_\varepsilon(E) &= \frac{1}{\pi} \int_m^\infty \frac{\text{Im } \psi_\varepsilon(E') dE'}{E' - E} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{-m} \frac{\text{Im } \psi_\varepsilon(E') dE'}{E' - E} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\text{Re } F_\varepsilon(E_i)}{(E_i - E) \prod_{i \neq j} (E_i - E_j)} + \\ &\quad + \frac{1}{2\pi i} \int_{-m}^m \frac{(\psi_\varepsilon(E') - \tilde{\psi}_\varepsilon(E')) dE'}{E' - E}, \quad \text{Im } E > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

В трех первых членах формулы (18) мы можем перейти к пределу $\varepsilon = 0$. В оставшемся интеграле это возможно, поскольку в некоммутативной теории сохраняется условие трансляционной инвариантности, что позволяет получить в физической области выражение для $F(E, \vec{q}) - \tilde{F}(E, \vec{q})$, пригодное для распространения на нефизические E ($-m < E < m$). Непосредственно из определений (4) и (13) следует, что

$$F(E, \vec{q}) - \tilde{F}(E, \vec{q}) = F_+(E, \vec{q}) - F_-(E, \vec{q}), \quad (19)$$

где

$$F_{\pm}(E, \vec{q}) = \int d^4x e^{i(Ex_0 - \vec{q} \cdot \vec{x})} F_{\pm}(x),$$

$$F_+(x) = \left\langle M \left| j\left(\frac{x}{2}, \right) j\left(-\frac{x}{2}, \right) \right| M \right\rangle, \quad F_-(x) = F_+(-x).$$

Предположим, что, как и в коммутативном случае, векторы состояний $|p, n\rangle$, где p — импульс, а n обозначает остальные характеристики состояния, образуют полную систему базисных векторов. Воспользовавшись трансляционной инвариантностью и полнотой системы векторов $|p, n\rangle$, получим

$$F_{\pm}(E, \vec{q}) = \sum_n \sum_{p_n^0} |\langle M | j(0) | p, n \rangle|^2 \delta(p_n^0 - M \mp E), \quad (20)$$

где $p_n^0 = \sqrt{M_n^2 + \vec{q}^2}$. Выражение (20) допускает продолжение в область $-m < E < m$. Отметим, что $M_n \geq M + m$ или $M_n = M$, поскольку у $(\pi - N)$ -системы нет связанных состояний. Легко видеть, что в рассматриваемом интервале энергий лишь однонуклонное состояние дает вклад в $F_{\pm}(E, \vec{q})$, причем $F_{\pm}(E, \vec{q}) \neq 0$ только при $E = \mp m^2/(2M)$.

Следовательно, в рассматриваемом интервале

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\psi_{\varepsilon}(E) - \tilde{\psi}_{\varepsilon}(E)) = 0$$

везде за исключением двух точек $\pm m^2/(2M)$. Интеграл по этому интервалу обратится в нуль, если предыдущее рассмотрение применить к функциям

$$\Phi_{\varepsilon}(E) (\tilde{\Phi}_{\varepsilon}(E)) = \frac{E^2 - m^4/(4M^2)}{(E - E_{n+1})(E - E_{n+2})} \psi_{\varepsilon}(E) (\tilde{\psi}_{\varepsilon}(E)),$$

$$E_{n+1} > E_0, \quad E_{n+2} > E_0.$$

Очевидно, что, согласно полученному представлению (см. (18)), функция $\Phi(E) \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \Phi_{\varepsilon}(E)$ аналитична во всей плоскости с разрезами $(-\infty, -m)$, (m, ∞) . Соответственно для $F(E)$ имеем стандартное представление ($\text{Im } E \neq 0$, n — четное число)

$$F(E) = \frac{2E^n}{\pi} \int_m^{\infty} \frac{\text{Im } F(E') dE'}{(E')^{n-1}(E'^2 - E^2)} + \sum_{\substack{k=0 \\ k/2 \in \mathbb{N}}}^{n-2} C_k E^k + \text{полюсные члены}, \quad (21)$$

которое в пределе $\text{Im } E = 0$ представляет собой ДС с n вычитаниями.

Таким образом, в любой теории, в которой справедливы редукционные формулы ЛСП, а условие локальной коммутативности (2) заменено условием (3), амплитуда упругого рассеяния вперед имеет те же аналитические свойства, что и в обычном случае.

Список литературы

- [1] *M. Gell-Mann, M.L. Goldberger, W.E. Thirring.* Phys. Rev. 1954. V. 95. P. 1612; *M.L. Goldberger.* Phys. Rev. 1955. V. 99. P. 979; *H. Miyazawa, R. Oehme.* Phys. Rev. 1955. V. 99. P. 986; *R. Oehme.* Phys. Rev. 1955. V. 100. P. 1503; 1956. V. 102. P. 1174; *M.L. Goldberger, Y. Nambu, R. Oehme.* Ann. Phys. 1956. V. 2. P. 226.
- [2] *Н. Н. Боголюбов.* Доклад на международном конгрессе по теоретической физике (Сиэтл, 1956) (неопубликовано).
- [3] *R. Oehme.* Nuovo Cimento. 1958. V. 10. P. 1316; *K. Symanzik.* Phys. Rev. 1957. V. 105. P. 743; *H. J. Bremermann, R. Oehme, J. G. Taylor.* Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 2178; *H. Lehmann.* Nuovo Cimento. 1958. V. 10. P. 579.
- [4] *Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов.* Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Физматгиз, 1958.
- [5] *A. Connes.* Noncommutative Geometry. New York: Academic Press, 1994.
- [6] *M. R. Douglas, N. A. Nekrasov.* Rev. Mod. Phys. 2001. V. 73. P. 977; hep-th/0106048; *R. J. Szabo.* Phys. Rep. 2003. V. 378. P. 207; hep-th/0109162.
- [7] *L. Álvarez-Gaumé, J. L. F. Barbon, R. Zwicky.* JHEP. 2001. V. 0105. P. 057; hep-th/0103069.
- [8] *M. Chaichian, K. Nishijima, A. Tureanu.* Phys. Lett. B. 2003. V. 568. P. 146; hep-th/0209008.
- [9] *N. Seiberg, L. Susskind, N. Toumbas.* JHEP. 2000. V. 0006. P. 044; hep-th/0005015.
- [10] *J. Gomis, T. Mehen.* Nucl. Phys. B. 2000. V. 591. P. 265; hep-th/0005129.
- [11] *L. Álvarez-Gaumé, M. A. Vázquez-Mozo.* Nucl. Phys. B. 2003. V. 688. P. 293; hep-th/0305093.
- [12] *Yi Liao, K. Sibold.* Phys. Lett. B. 2002. V. 549. P. 352; hep-th/0209221.
- [13] *Дж. Д. Бёркен, С. Д. Дрелл.* Релятивистская квантовая теория. Т. 2. М.: Наука, 1978.
- [14] *Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
- [15] *Н. Н. Ме́йман.* ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 2247.