Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Цейтлин, Эффективные действия тахиона в теории струн, *ТМФ*, 2001, том 128, номер 3, 540–560

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf513>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.205.225.156

26 апреля 2023 г., 12:12:15

© 2001 г.

А. А. Цейтлин*

ЭФФЕКТИВНЫЕ ДЕЙСТВИЯ ТАХИОНА В ТЕОРИИ СТРУН

Обсуждается вывод струнных эффективных действий для тахиона и безмассовых мод в рамках сигма-модельного подхода. Главным образом рассматривается случай открытых струн и показывается, что перенормированная статсумма граничной сигма-модели дает эффективное действие безмассового вектора и тахиона в разложении по производным. В теории неабелевых открытых струн Невё–Шварца–Рамона (НШР) дано явно калибровочно-инвариантное определение статсуммы $Z(T, A)$ и показано, что ее производная дает тахионную бета-функцию в конкретной схеме. Приведены также замечания о выводе аналогичных действий для тахиона и безмассовых мод в теориях замкнутых бозонных струн и струн НШР.

Я очень рад возможности написать статью в специальный выпуск журнала, посвященный семидесятилетию Владимира Яковлевича Файнберга. Владимир Яковлевич (или В. Я., как его часто называют коллеги) сыграл важную роль в моей жизни. Впервые я услышал о В. Я. в 1977 г., когда я был на третьем курсе МГУ. Профессор Файнберг читал спецкурс по квантовой теории поля. Его лекции пользовались большой популярностью среди студентов старших курсов (я услышал о них от приятеля). Я стал слушать этот спецкурс в 1978 г. и у меня до сих пор сохранились конспекты. Лекции имели весьма высокий уровень сложности (они включали квантование теорий Янга–Миллса с помощью континуальных интегралов, инстантоны, пересуммирование ϕ^4 -теории возмущений и др.), но читались исключительно ясно и производили большое впечатление. Эти лекции были важным дополнением к курсу Д. В. Ширкова по КТП, поскольку позволяли понять, что КТП состоит не из одних только фейнмановских диаграмм.

Именно В. Я. привел меня в Лебедевский институт (ФИАН). После окончания университета в начале 1980 г. я искал себе место в аспирантуре. Я сделал работу по нахождению класса гравитационных инстантонных решений и спросил В. Я., могу ли я выступить на семинаре в ФИАНе. Он предложил такой порядок действий: я показываю свою работу Ренате Каллош и, если она ее одобряет, получаю приглашение выступить на семинаре. Таким образом я встретил Ренату и тогда же, после моего выступления на семинаре в ФИАНе в январе 1980 г., Е. С. Фрадкина, ставшего позднее руководителем

*Department of Physics, The Ohio State University, Columbus, USA; Blackett Laboratory, Imperial College, London, UK; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия. E-mail: tseytlin@mps.ohio-state.edu

моей диссертации. В последующие годы В. Я. всегда оказывал мне большую поддержку как в науке, так и в жизненных вопросах. Его открытое сердце, любовь к жизни и мудрость – постоянный источник оптимизма для меня.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория струн, появившаяся в начале 70-х годов, столкнулась с несколькими очевидными проблемами, такими как безмассовые состояния, критическая размерность 26 (или 10) и тахион. Тахион можно непротиворечивым образом устранить в случае суперструн, однако он снова появляется на не-БПС-бранах в теории суперструн и присутствует в тесно связанных с ними симметричных проекциях струн Невё–Шварца–Рамона (НШР) (струн типа 0). Было бы важно понять, как связанная с тахионной модой неустойчивость разрешается динамически. Это может иметь важные следствия для таких фундаментальных вопросов, как нарушение суперсимметрии, космологическая постоянная и дуальное струнное описание несуперсимметричных калибровочных теорий.

Существенный прогресс в понимании того, как тахионная неустойчивость разрешается в теории открытых струн, был достигнут в течение последних двух лет. По счастью, приближения древесного уровня (диска) достаточно для того, чтобы увидеть, что тахион должен развить непостоянное вакуумное среднее, приводящее, например, к устойчивым D-бранам младших размерностей в качестве солитонов. Судьба тахиона в замкнутой струне остается неясной; возможно, что рассмотрение этого вопроса нельзя проводить на древесном уровне (сфере), а следует также учесть непертурбативные по струнному взаимодействию эффекты. Ниже мы рассматриваем главным образом случай открытых струн, но приводим также замечания о тахионном потенциале (на древесном уровне) в замкнутой бозонной струне.

При рассмотрении вопроса о структуре вакуума в теории струн естественно искать некий вариант теоретико-полевого действия, которое приводило бы к интерполяции между возможными основными состояниями, т.е. неустойчивым пертурбативным и некоторым устойчивым непертурбативным состояниями. Исходный метод S -матрицы [1] для восстановления струнного эффективного действия из амплитуд рассеяния на массовой оболочке порядок за порядком по степеням полей в принципе не позволяет найти такое действие.

В работах [2] в качестве полезного инструмента при рассмотрении вне массовой оболочки было предложено использовать статсумму обобщенной двумерной сигма-модели, представляющую производящий функционал [3] для корреляторов струнных вертексных операторов, выраженный через континуальный интеграл Полякова [4]. Конденсаты струнных полей тогда являются константами связи сигма-модели, и можно надеяться определить точную структуру действия без разложения по их степеням (вместо этого разлагая по производным полей). Одно из преимуществ сигма-модельного подхода состоит в том, что при рассмотрении вне массовой оболочки калибровочные симметрии низкоэнергетических разложений принимают явный вид.

Точное определение эффективного действия (см. обзор [5]) должно быть согласовано со струнной S -матрицей вблизи пертурбативного вакуума и должно при этом воспроизводить условия вейлевской инвариантности сигма-модели в качестве своих уравнений движения [6]–[10]. В критической теории струн, где по определению не существу-

ет интегрирования по конформному множителю двумерной метрики, вид действия вне массовой оболочки зависит от калибровки вейлевской симметрии, но эта зависимость должна исчезать в стационарных точках, описываемых двумерными конформными теориями.

Подход на основе статсуммы сигма-модели был успешно применен к безмассовым модам струны, что дало ковариантные выражения во всех порядках по степеням гравитонов и дилатонов в случае замкнутых струн и по напряженности векторного поля в случае открытых струн [11]. Однако он привел к нестандартным выражениям при применении к тахионному полю T . Как уже было замечено в работах [2], выражение для статсуммы $Z[T]$, вычисленной с помощью разложения по производным T , в теории критических бозонных струн имеет следующую структуру (как для замкнутых струн на двумерной сфере, так и для открытых струн на диске):

$$Z = a_0 \int d^D x e^{-T} [1 + a_1 \alpha' \partial^2 T + O(\alpha'^2)].$$

(Для случая замкнутых струн это выражение приведено в первой из работ [2], формулы (39) и (40). В теории критических открытых струн в выражении, следующем за уравнением (54) в указанной работе, опущен дополнительный интеграл по длине границы.) Постоянная a_1 зависит от схемы перенормировки (логарифмически расходится до вычитания). При введении $\Phi = e^{-T/2}$ и удачном подборе коэффициента a_1 можно воспроизвести стандартный тахионный кинетический член, но смысл этой процедуры не ясен.

Действительно, очевидно, что для соответствия данного подхода со стандартными тахионными амплитудами следует искать разложение эффективного действия по степеням, а не по производным T , потому что тахионный импульс должен быть близок к своему значению на массовой оболочке. Тогда соответствующая тахионная бета-функция имеет непертурбативные по α' вклады [6], [12], [13] и согласуется с тахионными членами в эффективном действии, восстановленном непосредственно из струнных амплитуд. Виду “тахионного потенциала,” т.е. действия при нулевых импульсах, присуща внутренняя неоднозначность [13], [14], поскольку любой множитель T всегда можно “одеть” с помощью ∂^2 без изменения амплитуд на массовой оболочке. Поэтому для устранения этой неоднозначности требуется некий дополнительный принцип, который не очевиден, если исходить из струнной S -матрицы.

Сохранялась надежда, что требуемые дополнительные идеи могли бы содержаться в подходе на основе сигма-модели на мировом листе. Это было, по существу, доказано недавним выводом тахионного потенциала в теории открытых струн (мотивированным исследованием тахионной конденсации на не-БПС D-бранах [15]–[17]; по поводу некоторых ранних исследований тахионной конденсации см. [18]): $e^{-T}(1 + T)$ для бозонной струны [19], [20] и e^{-T^2} для струны НШР [21].

Обсуждения в работах [19]–[21] были представлены в рамках фоново-независимой теории поля открытых струн Виттена [22], [23], однако их результаты можно прямо получить в контексте сигма-модельного подхода, как будет показано ниже.

Идея состоит в том, чтобы вернуться к исходной граничной сигма-модели [2], содержащей только тахионное и безмассовое векторное взаимодействие. Такая модель перенормируема в рамках стандартного разложения по производным (по α'), т.е. множество

ее констант связи замкнуто относительно пертурбативного РГ-потока. Хотя, без сомнения, необходимо пересуммировать α' -разложение, для того чтобы воспроизвести правильные члены взаимодействия в точке стандартного тахионного вакуума $T = 0$, низкоэнергетическое разложение (приближенное по ∂T , но точное по T) может оказаться полезным для выявления существования новой стационарной точки, не видимой в теории возмущений вблизи $T = 0$. Основной момент здесь состоит в том, что низкоэнергетическое разложение вблизи $T = \text{const}$, неприменимое в области стандартного пертурбативного вакуума, может быть применимо вблизи нового вакуума. Можно надеяться, что получающееся действие будет описывать интерполяции между пертурбативным и нетривиальным вакуумами.

Центральную роль в сигма-модельном подходе играет статсумма струнной сигма-модели, которая непосредственно связана с производящим функционалом $\langle e^{\varphi_a^{(in)} \cdot V_a} \rangle$ для струнных амплитуд рассеяния. Как было показано в [10], [24], в древесном приближении эффективное действие $S[A]$ для безмассового векторного поля должно даваться просто *перенормированной* статсуммой граничной сигма-модели, как изначально предполагалось в работах [2]. Перенормировка логарифмических бесконечностей соответствует вычитанию безмассовых полюсов [6], [10], [25], а исключение степенных расходимостей посредством сдвига затравочного тахионного взаимодействия учитывает вклад тахионных полюсов в безмассовые амплитуды. При надлежащем исполнении эта процедура перенормировки (как будет показано в п. 2.2) разрешает кажущееся противоречие между анзацем $S[A] = Z[A]$ и струнной S -матрицей, найденной с точностью до членов $F^2(\partial F)^2$ в работе [26].

В присутствии ненулевого (перенормированного) тахионного фона предписание $S = Z$ требует модификации в случае *бозонной* теории струн. Действительно, производная $Z' = \partial Z / \partial T$ не обращается в нуль в стандартной вакуумной точке $T = 0$, поэтому надо вычесть член с производной: $S[T] = Z[T] - T \cdot Z'[0] + \dots$. Самосогласованная модификация анзаца $S = Z$, удовлетворяющая условию $S[0] = 0$, была предложена в рамках подхода Виттена [22], [23]: $\hat{S}[T] = Z[T] + \beta^T \cdot Z'[T]$, где β^T – тахионная бета-функция. Этот вид вычитаемого члена является естественным, поскольку он сохраняет РГ-инвариантность действия. Это определение приводит к выражению $e^{-T}(1+T)$ для тахионного потенциала открытой бозонной струны [19]. Мы получим соответствующее низкоэнергетическое эффективное действие в п. 2.1 и обобщим его на случай постоянного фона F_{mn} .

Сложность, обусловленная степенными расходимостями и связанным с ними сдвигом тахионной константы связи, отсутствует в случае суперсимметричной на мировом листе струны НШР. В частности, тогда как в бозонной струне тахион линейно взаимодействует с полями безмассового сектора, в случае струны НШР он отщепляется от них (члены взаимодействия квадратичны по T). Здесь предписание $S[A] = Z[A]$ явно непротиворечиво [26] и, более того, должно быть применимо также и к случаю ненулевого тахионного фона [21]. Мы подробно обсуждаем случай струны НШР в разделе 3, где воспроизводятся некоторые из результатов работы [21]. Мы также приводим явно калибровочно-инвариантное определение статсуммы в общем неабелевом случае и показываем, что вариация по T той части действия $S[T] = Z[T]$, которая включает вторые производные, в специальной схеме пропорциональна линейным пертурбативным

членам в тахионной бета-функции. Как и для бозонной струны, мы обобщаем это действие на случай постоянного фона F_{mn} , при котором потенциальный член принимает вид $e^{-T^2} \sqrt{\det(I + F)}$.

Один из уроков применения сигма-модельного подхода к теории открытых струн состоит в том, что “глобально” ковариантные объекты, определяемые сигма-модельным континуальным интегралом (статсумма или эффективное действие), могут содержать больше информации, чем набор бета-функций (точнее говоря, коэффициенты вейлевской аномалии), вычисленных в локальной координатной окрестности в пространстве полей (констант связи сигма-модели). Действительно, информация о метрике [8] на пространстве констант связи эффективно закодирована в статсумме Z . При этом эффективное действие может иметь дополнительные стационарные точки, не видимые при вычислении бета-функций в “стандартной” координатной окрестности. Такое может случиться, если метрика κ на пространстве полей становится вырожденной в этих точках при описании в “стандартных” координатах. Например, пространство полей может иметь нетривиальную топологию, а потому требовать представления несколькими координатными окрестностями.

Поскольку статсумма сигма-модели играет центральную роль в случае открытых струн, приводя к правильному выражению для тахионного потенциала, естественно ожидать, что то же самое верно в случае *замкнутых* струн. В разделе 4 мы используем сигма-модельный подход для обсуждения тахионной зависимости эффективного действия в теориях замкнутых бозонных и НШР струн. В теории замкнутых струн эффективное действие для безмассовых мод определяется статсуммой сигма-модели на двумерной сфере следующим образом [5], [27], [28]:

$$S[\lambda] = - \left(\frac{\partial Z}{\partial \ln \epsilon} \right) \Big|_{\epsilon=1} = \beta^i \frac{\partial Z}{\partial \lambda^i},$$

и поэтому

$$S = \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi} \left(\beta^\phi - \frac{1}{4} G^{mn} \beta_{mn}^G \right) = \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi} (D - 26 + \dots).$$

Дополнительная производная по логарифму двумерного обрезания (в сравнении с исходным предписанием $S = Z$, предложенным в работах [2]) учитывает вычитание объема группы Мёбиуса, который логарифмически расходится в случае двумерной сферы [27] (в теории как бозонных, так и фермионных струн). В присутствии тахионного фона, как и в случае открытых струн, мы предлагаем снова модифицировать это соотношение посредством вычитания члена, пропорционального $\partial S / \partial T$, с тем чтобы удовлетворить условию $\hat{S}[0] = 0$. Получающийся тахионный потенциал тогда равен $-T^2 e^{-T}$.

2. ОТКРЫТАЯ БОЗОННАЯ СТРУНА

Сначала мы предпримем формальный подход, забывая о возможной связи со струнной S -матрицей на массовой оболочке, и рассмотрим статсумму (евклидовой) граничной сигма-модели с двумя константами связи

$$I = \int d\varphi \left[\frac{1}{\epsilon} T(x) + i A_m(x) \dot{x}^m \right].$$

Эта теория перенормируема по индексу при разложении по степеням производных T и A_m , т.е. теория замкнута под действием РГ, причем все перенормируемые взаимодействия с высшими производными (массивные струнные моды) отщепляются согласованным образом. Тогда можно задать вопрос, какой функционал $S[T, A]$ (граничный аналог [29] c -функции [8]) воспроизводит соответствующие пертурбативные бета-функции в том смысле, что $\partial S / \partial \lambda^i = \kappa_{ij}(\lambda) \beta^j$, $\lambda^i = (T, A_m)$. Если отщепить тахшон (выразив его через A_m), то результатом должно быть эффективное действие, согласованное с S -матрицей для безмассовых векторных мод. В более общем виде такой функционал “эффективного действия” $S[T, A]$ может представлять собой естественный выход за массовую оболочку, который адекватно описывает нетривиальное поведение теории струн вдали от стандартной тахшонной массовой оболочки. Замечательно, что это и в самом деле происходит, как на то указывают обсуждения в работах [19], [20].

Полезно сначала напомнить выражение для статсуммы (или производящего функционала для тахшонных и векторных амплитуд в теории открытых струн на диске) в общем неабелевом случае [2], [11]:

$$Z[T, A, \epsilon] = \left\langle \text{tr } P \exp \left(- \int d\varphi [\epsilon^{-1} T(x) + i A_m(x) \dot{x}^m] \right) \right\rangle, \quad (2.1)$$

где усреднение выполняется со свободным действием струны во внутренности диска, а $\varphi \in (0, 2\pi)$ параметризует его границу. Здесь T и A_m – эрмитовы матрицы в $U(N)$ -алгебре Чана–Патона. Рассмотрим случай ориентированных струн, существенный в контексте D-бран, и определим действие так, чтобы оно становилось вещественным при продолжении на сигнатуру Минковского. Отношение параметра обрезания на коротких расстояниях к радиусу диска $\epsilon = a/r \rightarrow 0$ дает величину безразмерного УФ-обрезания, а усреднение $\langle \cdot \rangle$ зависит от ϵ через пропагатор (см. ниже уравнение (2.5)). Равенству (2.1) можно придать более явный вид, используя хорошо известное представление [30] упорядоченной по пути экспоненты через континуальный интеграл по одномерным антикоммутирующим полям η^a и $\bar{\eta}_b$ в фундаментальном и антифундаментальном представлениях $U(N)$,

$$Z[T, A, \epsilon] = \left\langle \int [d\eta] [d\bar{\eta}] \exp \left(- \int d\varphi [\bar{\eta}_a \dot{\eta}^a + \bar{\eta}_a (\epsilon^{-1} T^a{}_b(x) + i A^a{}_{bm}(x) \dot{x}^m) \eta^b] \right) \right\rangle. \quad (2.2)$$

Предполагается, что мера интегрирования содержит множитель $\bar{\eta}_c(0) \eta^c(2\pi)$. В абелевом случае выражение (2.1) принимает вид

$$Z[T, A, \epsilon] = \left\langle \exp \left(- \int d\varphi [\epsilon^{-1} T(x) + i A_m(x) \dot{x}^m] \right) \right\rangle. \quad (2.3)$$

Стандартная процедура вычисления Z [2], [11], [24] состоит в том, чтобы сначала отделить постоянную часть x^m (“нулевые моды”) и проинтегрировать по внутренним точкам диска, что дает эффективный одномерный континуальный интеграл для граничной

теории

$$Z = a_0 \int d^D x e^{-W}, \quad e^{-W} = \langle e^{-I} \rangle = \int [d\xi] \exp\left(-\frac{1}{4\pi\alpha'} \int \xi G^{-1} \xi - I\right), \quad (2.4)$$

$$G(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\epsilon}}{n} \cos(n\varphi_{12}), \quad \varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.5)$$

$$I = \int d\varphi \left[\epsilon^{-1} \left(T + \frac{1}{2} \xi^m \xi^k \partial_m \partial_k T + \frac{1}{6} \xi^m \xi^k \xi^l \partial_m \partial_k \partial_l T + \dots \right) + \right. \\ \left. + i \left(\frac{1}{2} \xi^k F_{km} + \frac{1}{3} \xi^k \xi^l \partial_l F_{km} + \dots \right) \dot{\xi}^m \right],$$

где осуществлен сдвиг

$$x(\varphi) \rightarrow x + \xi(\varphi), \quad \int_0^{2\pi} d\varphi \xi(\varphi) = 0$$

(чтобы в W содержались только вклады одночастично-неприводимых диаграмм). В дальнейшем мы будем часто полагать обратное натяжение струны $2\pi\alpha'$ равным единице, но зависимость от α' легко восстановить на основе размерных соображений, $\partial^k T \rightarrow (\sqrt{2\pi\alpha'} \partial)^k T$, $\partial^k F_{mn} \rightarrow (\sqrt{2\pi\alpha'} \partial)^k (2\pi\alpha' F_{mn})$.

Если пренебречь всеми степенями ξ выше второй, т.е. полагать, что $\partial_m \partial_n T$ и F_{mn} — константы, то получающийся континуальный интеграл становится гауссовым и явно вычисляется, как это было сделано в работе [11] для $T = 0$ (см. также [31]) и в работах [32]–[35] с включением $\partial_m \partial_n T$.

Можно “пересуммировать” пертурбативное разложение, включая член $F \xi \dot{\xi}$ в пропагатор [36]; регуляризуя окончательное выражение, получаем [24], [26]

$$G^{mn}(\varphi_1, \varphi_2 | F) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon n}}{n} [\mathcal{G}^{mn}(F) \cos(n\varphi_{12}) - i \mathcal{H}^{mn}(F) \sin(n\varphi_{12})], \quad (2.6)$$

$$\mathcal{G}^{mn}(F) \equiv [(I + F)^{-1}]^{(mn)} = [(I - F^2)^{-1}]^{mn} = \delta^{mn} + F^{mk} F^{kn} + \dots, \quad (2.7)$$

$$\mathcal{H}^{mn} \equiv -[(I + F)^{-1}]^{[mn]} = [F(I - F^2)^{-1}]^{mn} = F^{mk} \mathcal{G}^{kn}.$$

Теперь легко вычислить ведущие члены в разложении Z по производным T и F и все порядки по F_{mn} .

Модель (2.2), (2.3) перенормируема в разложении по производным α' ; поэтому в выражениях (2.2) или (2.3) следует интерпретировать величины T и A_m как зависящие от ϵ затравочные взаимодействия, сокращающие все расходящиеся члены, т.е. [24]

$$Z[T(\epsilon), A(\epsilon), \epsilon] = Z_R[T_R, A_R],$$

где

$$T(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \epsilon [1 + h_1(A_R) \ln \epsilon + h_2(A_R) \ln^2 \epsilon + \dots] T_R + \\ + [k_1(A_R) + k_2(A_R) \ln \epsilon + \dots], \quad (2.8) \\ A(\epsilon) = A_R + f_1(A_R) \ln \epsilon + f_2(A_R) \ln^2 \epsilon + \dots.$$

Здесь перенормированные поля определяются в точке $2\pi r$, а h_i содержат дифференциальные операторы, действующие на T_R . Например, легко показать, что в абелевом случае и для постоянного фона F_{mn} имеем

$$h_1(A)T = \frac{1}{2\pi} \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m \partial_n T, \quad [f_1(A)]_k = \frac{1}{2\pi} \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m F_{nk}, \quad (2.9)$$

где f_1 представляет бета-функцию Борна–Инфельда (БИ) [36], [37]. Неоднородный член в (2.8) [24]

$$k_1 = -\frac{1}{4\pi} \ln \det(\delta_{mn} + F_{mn}) = -\frac{1}{8\pi} F_{mn}^2 + O(F^4) \quad (2.10)$$

соответствует сдвигу затравочного тахиона, который требуется для поглощения зависящей от F_{mn} линейной расходимости, появляющейся при вычислении Z в случае $F_{mn} = \text{const}$, что приводит к действию БИ [11], [24]

$$W = b_0 \ln \det(\delta_{mn} + F_{mn}), \quad b_0 = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-2\epsilon n} = \frac{1}{2\epsilon} - \frac{1}{2} + O(\epsilon). \quad (2.11)$$

Если с самого начала вычесть член (2.10), он не появится в соответствующей функции β_T . Это зависящее от схемы [38] свойство, поскольку подобный член можно, разумеется, снова индуцировать переопределением поля $T \rightarrow T + f(F)$. (Такой неоднородный член не появляется в тахионной бета-функции в случае замкнутой струны, если используется естественная схема, в которой становится явной общая ковариантность теории [13].) Эта схема фиксируется требованием, чтобы соответствующее эффективное действие при $T = 0$ и $F_{mn} = \text{const}$ давалось просто действием БИ, которое само через D-бранное действие связано с основной репараметризационной симметрией, лежащей в основе теории струн. Вычитание члена (2.10), которое следует сделать в затравочной статсумме, будет нами использовано в разделе 2.2.

Перенормированное значение статсуммы принимает вид (здесь и далее мы опускаем нижний индекс R у перенормированных значений Z и полей)

$$Z = a_0 \int d^D x e^{-T} \sqrt{\det(\delta_{mn} + F_{mn})} [1 + a_1 \alpha' \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m \partial_n T + \mathcal{F}^{kmnacd}(F) \partial_k F_{mn} \partial_a F_{cd} + O(\partial^4 T, \partial^4 F^k)], \quad (2.12)$$

где $\mathcal{F}^{kmnacd}(F) \sim F^2 + F^4 + \dots$ [26] и $\alpha' = 1/(2\pi)$ (т.е. $2\pi\alpha' = 1$). Коэффициент a_1 логарифмически расходится до перенормировки,

$$\pi G(\varphi, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon n}}{n} = -\ln \epsilon + O(\epsilon),$$

и поэтому зависит от схемы, т.е. его значение можно изменить переопределением полей [24], [38].

2.1. Действие тахиона. Сначала положим $F_{mn} = 0$ и рассмотрим зависимость Z (2.12) от T :

$$Z = a_0 \int d^D x e^{-T} (1 + a_1 \alpha' \partial^2 T + \dots) = a_0 \int d^D x e^{-T} [1 + a_1 \alpha' (\partial T)^2 + \dots], \quad (2.13)$$

т.е.

$$Z = a_0 \int d^D x [\Phi^2 + 4a_1 \alpha' (\partial \Phi)^2 + \dots], \quad \Phi \equiv e^{-T/2}.$$

Это выражение, имеющее вид действия массивного поля с массой $m^2 = (4a_1 \alpha')^{-1}$, было впервые найдено в работах [2]. Однако его производная не обращается в нуль при $T = 0$, т.е. не воспроизводит бета-функцию пертурбативного тахионного взаимодействия, которая дается во всех порядках α' -разложения выражением (ср. (2.9))

$$\beta^T = -T - \alpha' \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m \partial_n T = -T - \alpha' \partial^2 T + O(F \partial T). \quad (2.14)$$

Это указывает на то, что в теории открытых *бозонных* струн определение эффективного действия как перенормированной статсуммы сигма-модели Z [2], [24] следует модифицировать в случае ненулевого тахионного фона. Требуемое уточнение соотношения $S = Z$ было предложено в работах [22], [23]: чтобы определить функционал действия, который является стационарным в конформных точках, необходимо добавить дополнительный член с производными:

$$\hat{S} = S + \beta^T \cdot \frac{\delta}{\delta T} S = Z + \beta^T \cdot \frac{\delta}{\delta T} Z. \quad (2.15)$$

Второй вычитаемый член является естественным, поскольку он сохраняет РГ-инвариантность действия. Заметим, что $\hat{S}$ и Z совпадают в стационарных точках $\hat{S}$. Кроме того,

$$\hat{S}[T] = S[T + \beta^T] + O((\beta^T)^2) = e^{\beta^T \cdot \frac{\delta}{\delta T}} Z[T] + O((\beta^T)^2),$$

т.е. переход от $S = Z$ к $\hat{S}$ можно рассматривать как переопределение поля T . Однако в случае тахионного взаимодействия это переопределение является сингулярным.

В общем случае, если мы имеем

$$\hat{S} = Z + \beta^i \partial_i Z, \quad \partial_i \hat{S} = \kappa_{ij} \beta^j, \quad (2.16)$$

для набора полей λ^i (констант связи сигма-модели), который замкнут относительно РГ [22], [23], то

$$\begin{aligned} \partial_i \hat{S} &= \partial_i Z + \partial_i \beta^j \partial_j Z + \beta^j \partial_i \partial_j Z, \\ (\kappa_{ij} - \partial_i \partial_j Z) \beta^j &= (\delta_i^j + \partial_i \beta^j) \partial_j Z, \end{aligned}$$

и поэтому условие $\partial_j Z = 0$ не обязательно дает $\beta^j = 0$, если “сдвинутая” матрица аномальных размерностей $\delta_i^j + \partial_i \beta^j$ вырождена в некотором пределе (например, при малых импульсах). Именно это происходит в случае тахионного поля (ср. (2.14)), так что модификация (2.15) является здесь важной.

Используя соотношения (2.13) и (2.14), находим, что действие (2.15) в ведущем порядке по производным T дается формулой (ср. [19], [20])

$$\hat{S} = a_0 \int d^D x e^{-T} [1 + T + (1 - a_1) \alpha' (\partial T)^2 + a_1 \alpha' T (\partial T)^2 + O(\partial^4 T)]. \quad (2.17)$$

Выбирая *специальную* схему, в которой $a_1 = 1/2$, окончательно получаем

$$\hat{S} = a_0 \int d^D x e^{-T} \left[(1 + T) \left(1 + \frac{1}{2} \alpha' \partial^m T \partial_m T \right) + O(\partial^4 T) \right].$$

Тогда

$$\frac{\delta \hat{S}}{\delta T} = a_0 e^{-T} \left[-T - \alpha' \partial^2 T - \alpha' T \partial^2 T + \frac{1}{2} \alpha' T (\partial T)^2 + O(\alpha'^2 \partial^4 T) \right], \quad (2.18)$$

что действительно пропорционально функции β^T (2.14) в ведущем порядке по T [19], [20]. Здесь e^{-T} следует интерпретировать как метрику $\kappa_{TT}(T)$ на пространстве полей из (2.16), а нелинейные по T члены должны сокращаться посредством переопределения (в рамках α' -разложения или разложения по производным выражение (2.14) должно быть точным для функции β^T). Уравнение (2.18) имеет два очевидных нуля, $T = 0$ и $T = \infty$, причем второй из них связан с конденсацией тахионов [16], [20]. Другое решение $T(x) = a + ux^2$ с конечными постоянными a и u [20] является артефактом α' -разложения (оно не соответствует двумерной конформной теории). (Решение же $T = ux_a^2$ при $u \rightarrow \infty$, которое является стационарной точкой $\hat{S}$, но не дает непосредственного решения уравнения $\beta^T = 0$ из (2.14), действительно определяет конформную теорию поля, потому что оно соответствует функции $\delta(x_a)$, т.е. граничным условиям Дирихле в x_a -направлении.)

С учетом фона $F_{mn} = \text{const}$ получаем обобщение равенств (2.12) и (2.17):

$$\hat{S} = a_0 \int d^D x e^{-T} \sqrt{\det(\delta_{mn} + F_{mn})} \left[1 + T + \frac{1}{2} \alpha' \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m \partial_n T + \dots \right] \quad (2.19)$$

или

$$\begin{aligned} \hat{S} = a_0 \int d^D x e^{-T} \sqrt{\det(\delta_{mn} + 2\pi\alpha' F_{mn})} & \left[(1 + T) \left[1 + \frac{1}{2} \alpha' \mathcal{G}^{mn}(2\pi\alpha' F) \partial_m T \partial_n T \right] + \right. \\ & \left. + O(\alpha'^2 \partial^4 T, \alpha'^2 \partial^2 F) \right], \end{aligned} \quad (2.20)$$

где мы восстановили полную зависимость от α' . Вариация этого действия пропорциональна функции β^T (2.14), в которой $\partial^2 T$ заменено на $\mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m \partial_n T$ (в соответствии с (2.9)) и отсутствует неоднородный член (2.10).

Можно задать вопрос, почему действие (2.20) согласовано со струнной S -матрицей, которая содержит ненулевую амплитуду тахион–вектор–вектор. Последнюю можно воспроизвести с помощью члена $T F_{mn}^2$ в эффективном действии, но такой член отсутствует в (2.20). Однако член $-\alpha' F_{mn}^2 \partial^2 T$ (или $-2\alpha' T \partial_k F_{mn} \partial_k F_{mn}$) приводит к той же трехточечной амплитуде на массовой оболочке, поскольку $\alpha' \partial^2 T = -T$ для тахиона на массовой оболочке. Такой член с высшими производными действительно присутствует в (2.19) или (2.20). Соответствующий член $\partial_k F_{mn} \partial_k F_{mn}$ в (2.18) или в тахионной бета-функции не удастся получить в α' -разложении, но его можно воспроизвести, если разлагать по степеням полей вместо степеней производных и суммировать все порядки по α' (см. [12]). Заметим, что этот случай полностью аналогичен вкладу RT в притововес вкладу $R_{mnl}^2 T$ (эти вклады дают одну и ту же амплитуду гравитон–гравитон–тахион на массовой оболочке) в эффективном действии замкнутых струн, обсуждавшемся в работе [13].

2.2. Действие векторного поля. Теперь положим T равным нулю и рассмотрим зависимость Z от векторного поля A_m . В силу аргументов, приведенных в работах [10], [24], [26], эффективное действие $S[A]$, воспроизводящее струнную S -матрицу и согласованное с выражением для β^A -функции векторного поля в граничной сигма-модели, должно даваться просто *перенормированным* значением статсуммы сигма-модели: $S[A_R] = Z_R[A_R, T_R]_{T_R=0}$ (ниже мы снова будем опускать нижний индекс R). Это соотношение проходит несколько нетривиальных тестов. При $F_{mn} = \text{const}$ в абелевом случае находим, что Z равняется действию БИ [11], производная которого по A_m действительно пропорциональна ведущему однопетлевому члену $-\alpha' \mathcal{G}^{mn}(F) \partial_m F_{nk}$ в β^A -функции [36]. Член F^4 в разложении действия БИ также согласуется со струнной четырехточечной амплитудой [10], [39]. В неабелевом случае прямое вычисление функции $Z(A)$, определенной в (2.3), после перенормировки дает [24]

$$Z = a_0 \int d^D x \operatorname{tr} \left[1 - (2\pi\alpha')^2 \left[\frac{1}{4} F_{mn}^2 + \frac{2}{3} \alpha' F_{mn} F_{nk} F_{km} + d_1 \alpha' (D_m F_{mn})^2 \right] + O(\alpha'^4) \right],$$

где коэффициент d_1 зависит от схемы. Это выражение совпадает с неабелевым членом $F^2 + F^3$ в действии, восстановленном из S -матрицы бозонной струны [1], [10].

На проблему с анзацем $S = Z$ в случае *бозонной* струны было указано в работе [26]. Прямое вычисление ведущей производной зависящих от ∂F членов в абелевой статсумме (2.3) дает выражение (при $2\pi\alpha' = 1$) [26]

$$Z = a_0 \int d^D x \left[1 + \frac{1}{4} F_{mn}^2 - \frac{1}{8} \left[(F_{mk} F_{kn})^2 - \frac{1}{4} (F_{mn}^2)^2 \right] + b_1 F_{kl} F_{kl} \partial_a F_{mn} \partial_a F_{mn} + \right. \\ \left. + b_2 F_{kl} F_{lm} \partial_a F_{mn} \partial_a F_{nk} + b_3 F_{la} F_{lb} \partial_a F_{mn} \partial_b F_{mn} + O(\partial^2 F^6) \right], \quad (2.21)$$

где

$$b_1 = \frac{1}{24\pi}, \quad b_2 = -\frac{1}{6\pi}, \quad b_3 = \frac{1}{12\pi}$$

и отброшены все члены с зависящими от схемы коэффициентами (т.е. с теми коэффициентами, которые обращаются в нуль при $\partial_m F_{mn} = 0$). В то же время вычисления как струнной четырехточечной амплитуды [26], так и двухпетлевой β^A -функции сигма-модели [40] приводят к действию (2.21) с коэффициентами

$$b_1 = -\frac{1}{48\pi}, \quad b_2 = -\frac{1}{6\pi}, \quad b_3 = \frac{1}{12\pi},$$

т.е. с теми же b_2 и b_3 , но с коэффициентом b_1 , отличающимся на множитель $-1/2$. Это кажущееся несоответствие между анзацем $S = Z$ с S -матрицей и β^A -функцией было отнесено на счет присутствия тахиона в бозонной струне [26]. Тахионные полюсы формально разлагаются по импульсам при выводе эффективного действия безмассового поля из струнной S -матрицы, и считалось, что может оказаться нелегко однозначным образом провести соответствующее вычитание степенных расходимостей в Z .

Эта проблема имеет очень простое решение: конкретный “связанный с тахионом” член $F^2 \partial F \partial F$ был пропущен в работе [26], потому что тахионное поле полагалось там равным нулю до должного вычитания линейно расходящегося зависящего от F члена (2.10). Это вычитание эффективно учитывает вклад в четырехвекторную амплитуду от разложения тахионного полюса, который включается в эффективное действие, если оно восстановлено из S -матрицы. Как только этот член добавлен, соответствие между $S[A]$ и $Z[A]$ в самом деле восстанавливается.

3. ОТКРЫТАЯ СТРУНА НШР

Без учета тахиона имеем аналог статсуммы (2.3), (2.4), которая является производящим функционалом для безмассовых векторных амплитуд рассеяния, задаваемых равенством [10], [26], [41]

$$\begin{aligned} Z(A) &= \left\langle \text{tr } P \exp \left(-i \int d\varphi \left[\dot{x}^m A_m(x) - \frac{1}{2} \psi^m \psi^n F_{mn}(x) \right] \right) \right\rangle = \\ &= \int d^D x \left\langle \text{tr } P \exp \left(-i \int d\varphi \left[\dot{\xi}^m A_m(x + \xi) - \frac{1}{2} \psi^m \psi^n F_{mn}(x + \xi) \right] \right) \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где усреднение производится со свободным пропагатором струны, ограниченным на границу диска, т.е. с эффективным одномерным граничным действием

$$I_0 = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int (\xi G^{-1} \xi + \psi K^{-1} \psi)$$

с периодическими $\xi^m(\varphi)$ и антипериодическими $\psi^m(\varphi)$ функциями. Бозонная функция Грина (2.5) теперь дополняется фермионной функцией

$$G(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\epsilon}}{n} \cos(n\varphi_{12}), \quad K(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{r=1/2}^{\infty} e^{-r\epsilon} \sin(r\varphi_{12}). \quad (3.2)$$

Как обсуждается в работе [26], регуляризация $\epsilon \rightarrow +0$ сохраняет исходную одномерную суперсимметрию (которая спонтанно нарушена антипериодическими граничными условиями на ψ^m , т.е. является “асимптотической” симметрией).

В выражении (3.1) буквой P обозначено стандартное упорядочение вдоль пути. Контактный член $[A_m, A_n]$ в F_{mn} , приводящий к явной неабелевой калибровочной инвариантности получающихся амплитуд, можно вывести [26], [41] из контактных членов в суперсимметричных тэта-функциях в явно одномерно-суперсимметричном определении упорядочения по пути (см. также ниже).

Чтобы включить в рассмотрение тахионное поле, можно начать со стандартного вертексного оператора Невё–Шварца (НШ) [42]

$$\int d\varphi \psi^m \partial_m T(x).$$

Однако это взаимодействие нельзя непосредственно добавить к экспоненте в (3.1), потому что ψ является грассмановой переменной, а T ею не является (интегрирование по ψ^m не оставило бы зависимости от T). Чтобы получить ненулевой ответ для корреляторов, нам надо должным образом упорядочить вершины взаимодействия. Простой способ это сделать был предложен в работе [43] и развит в работах [16], [21]. Он состоит во введении нединамического одномерного антикоммутирующего вещественного антипериодического поля $\zeta(\varphi)$ и в добавлении в действие членов

$$\int d\varphi [\zeta \dot{\zeta} + i \zeta \psi^m \partial_m T(x)].$$

3.1. Общий неабелев случай. Для того чтобы автоматически включить контактные члены, делающие явной неабелеву калибровочную инвариантность, мы требуем явной суперсимметрии на мировом листе для членов взаимодействия в сигма-модели [26], [41], [44]. Как и в [26], [45], здесь суперсимметризация достигается заменой x^m на одномерные скалярные суперполя $\hat{x}^m = x^m + \theta\psi^m$ и заменой $U(N)$ -“кварков” η^a и $\bar{\eta}_a$ в (2.2) и новых переменных ζ на “спинорные” суперполя $\hat{\eta}^a = \eta^a + \theta\chi^a$, $\hat{\bar{\eta}}_a = \bar{\eta}_a + \theta\bar{\chi}_a$ и $\hat{\zeta} = \zeta + \theta f$. Тем самым обеспечивается одномерная суперсимметрия упорядочения по пути [26], [41]. Получающаяся статсумма дается континуальным интегралом по $\hat{x}^m$, $\hat{\eta}$, $\hat{\bar{\eta}}$ и $\hat{\zeta}$ аналогично (2.2) со взаимодействующей частью действия, равной

$$I = - \int d\varphi d\theta (\hat{\eta} D \hat{\eta} + \hat{\zeta} D \hat{\zeta} + i \hat{\eta} [\hat{\zeta} \mathcal{T}(\hat{x}) + A_m(\hat{x}) D \hat{x}^m] \hat{\eta}), \quad (3.3)$$

где $D \equiv \theta \partial_\varphi - \partial_\theta$ и мы не указываем $U(N)$ -индексы у $\hat{\eta}^a$ и $\hat{\bar{\eta}}_a$ и у полей $\mathcal{T}^a{}_b$ и $A^a{}_{bm}$. Здесь $\mathcal{T}$ – затравочный тахион, т.е. $\mathcal{T} \sim T/\sqrt{\epsilon}$. Компонентный вид равенства (3.3) есть

$$I = \int d\varphi [\bar{\eta} \dot{\eta} + \zeta \dot{\zeta} + f^2 + \bar{\chi} \chi + i \bar{\eta} (\mathcal{T} \zeta + A_m \psi^m) \chi - i \bar{\chi} (\mathcal{T} \zeta - A_m \psi^m) \eta + \\ + i \bar{\eta} [f \mathcal{T} - \zeta \psi^m \partial_m \mathcal{T} + (A_m \dot{x}^m - \psi^m \psi^n \partial_m A_n)] \eta].$$

Это действие является явно одномерно-суперсимметричным, но его неабелева калибровочная инвариантность становится очевидной только после интегрирования по вспомогательным полям χ и $\bar{\chi}$,

$$I = \int d\varphi \left[\bar{\eta} \dot{\eta} + \zeta \dot{\zeta} + f^2 + i \bar{\eta} \left[f \mathcal{T} - \zeta \psi^m \Delta_m \mathcal{T} + \left(A_m \dot{x}^m - \frac{1}{2} \psi^m \psi^n F_{mn} \right) \right] \eta \right], \quad (3.4)$$

где $\Delta_m \mathcal{T} = \partial_m \mathcal{T} + i[A_m, \mathcal{T}]$ и $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m + i[A_m, A_n]$. Интегрирование по вспомогательному полю f и по ζ дает

$$I = \int d\varphi \left[\bar{\eta} \dot{\eta} + \frac{1}{4} (\bar{\eta} \mathcal{T} \eta)^2 - \frac{1}{4} (\psi^m \bar{\eta} \Delta_m \mathcal{T} \eta) \partial_\varphi^{-1} (\psi^n \bar{\eta} D_n \mathcal{T} \eta) + \right. \\ \left. + i \bar{\eta} \left(A_m \dot{x}^m - \frac{1}{2} \psi^m \psi^n F_{mn} \right) \eta \right], \quad (3.5)$$

где (ср. (3.2))

$$\partial_\varphi^{-1}(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{1}{r} \sin(r\varphi_{12}).$$

Заметим, что δ -функция, определенная на антипериодических функциях, имеет вид

$$\delta^{(-)}(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} \cos(r\varphi_{12}),$$

и поэтому (игнорируя регуляризацию; ср. [26]) $K \cdot K = -\delta^{(-)}$ и $\partial_\varphi \cdot \partial_\varphi^{-1} = \delta^{(-)}$,

$$\partial_{\varphi_1}(\varphi_1, \varphi_2) \equiv \partial_{\varphi_1} \delta^{(-)}(\varphi_1, \varphi_2) = -\frac{1}{\pi} \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} r \sin(r\varphi_{12}).$$

Таким образом, получающееся разложение Z по производным выражается в терминах $\mathcal{T}$ и F_{mn} и их ковариантных производных. В абелевом $U(1)$ -случае интегрирование в (3.4) по η и $\bar{\eta}$ выполняется тривиально, а тахионная часть (3.5) становится эквивалентной членам, полученным в работах [16], [21] (ср. (2.3)),

$$I = \int d\varphi \left(\frac{1}{4} \mathcal{T}^2(x) - \frac{1}{4} [\psi^m \partial_m \mathcal{T}(x)] \partial_{\varphi}^{-1} [\psi^n \partial_n \mathcal{T}(x)] + \right. \\ \left. + i \left[A_m(x) \dot{x}^m - \frac{1}{2} \psi^m \psi^n F_{mn}(x) \right] \right). \quad (3.6)$$

Легко непосредственно проверить, что это действие инвариантно относительно одномерной суперсимметрии $\delta x^m = \psi^m \varepsilon$, $\delta \psi^m = \partial_{\varphi} x^m \varepsilon$. Заметим, что если $\mathcal{T}$ является постоянной неабелевой матрицей, то упорядочение по пути (интегрирование (3.4) по η) несущественно, и интегрируя по f , получаем потенциальный множитель $\text{tr } e^{-\pi \mathcal{T}^2/2}$ [21]. В общем случае, однако, неабелево обобщение (3.6), согласованное с одномерной суперсимметрией, получается с использованием выражения (3.5) (а не путем добавления к (3.6) следа с обыкновенным упорядочением по пути).

Эта одномерная суперсимметричная теория, определенная равенствами (3.2) и (3.6),

$$Z[\mathcal{T}, A] = \int d^D x e^{-W}, \quad e^{-W} = \langle e^{-I[x+\xi, \psi]} \rangle, \quad (3.7) \\ \langle \cdot \rangle = \int [d\xi] [d\psi] \exp \left(-\frac{1}{4\pi\alpha'} \int (\xi G^{-1} \xi + \psi K^{-1} \psi) \right),$$

имеет только логарифмические УФ-расходимости, т.е. все степенные расходимости сокращаются [26], [46]. Это верно в общем неабелевом случае, а также в присутствии суперсимметричных взаимодействий с высшими производными и следует, например, из нелокальной формы одномерного суперсимметричного взаимодействия минимальной размерности в соотношениях (3.5) и (3.6).

В частности, в аналоге равенства (2.8) нет неоднородно зависящего от F члена (2.10). Действительно, коэффициент в аналоге формулы (2.11) (т.е. в Z , вычисленном при $F_{mn} = \text{const}$) имеет теперь и бозонные, и фермионные вклады и в результате является конечным [46]:

$$b_0 = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-2\epsilon n} - \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} e^{-2\epsilon r} = -\frac{1}{2} + O(\epsilon).$$

Это сокращение степенных расходимостей делает статсумму струны НШР $Z[A, \mathcal{T}, \dots]$ значительно лучше определенной, чем в случае бозонной струны.

Одно следствие одномерной суперсимметрии состоит в том, что тахионное поле явным образом отщепляется от сектора безмассового вектора. Разумеется, это следует из сохранения G -четности ($\psi^m \rightarrow -\psi^m$, $\theta \rightarrow -\theta$), по отношению к которой тахионный вертекс является нечетным, а векторный вертекс — четным. На языке S -матрицы не возникает тахионных полюсов в безмассовых НШ-векторных амплитудах (а потому теория имеет непротиворечивое суперструнное усечение). Это также очевидно следует из соотношения (3.6), куда $\mathcal{T}$ входит только квадратично.

В результате сложности, подобные обсуждавшимся в п. 2.2, не возникают в случае струны НШР и перенормированная статсумма $Z[A_R, T_R]|_{T_R=0}$ непосредственно дает эффективное действие векторного поля, согласованное со струнной S -матрицей и с β^A -функцией [26] (перенормировка логарифмических расходимостей, соответствующая вычитанию безмассовых полюсов в струнных амплитудах, по-прежнему необходима при определении эффективного действия). Например, в работе [26] было показано, что ведущая поправка по производным к члену БИ в статсумме Z (3.7), (3.6), которая имеет структуру $F^2(\partial\partial F)^2$, точно такая же, как и в действии, восстановленном из четырехточечной векторной амплитуды струны НШР.

3.2. Тахионное действие и соответствие с бета-функцией. Используя разложение по производным, мы вычислили ведущие зависящие от T члены в абелевой статсумме (3.7). Разлагая по степеням квантовых полей ξ и ψ , получаем

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{4} \int d\varphi [T^2(x + \xi) - [\psi^m \partial_m T(x + \xi)] \partial_\varphi^{-1} [\psi^n \partial_n T(x + \xi)]] = \\ &= \frac{1}{4} \int d\varphi [T^2 + (T \partial_m \partial_n T + \partial_m T \partial_n T) \xi^m \xi^n - \psi^m \partial_m T \partial_\varphi^{-1} \psi^n \partial_n T + O(\xi^3, \psi^2 \xi)]. \end{aligned}$$

Тем самым ведущий однопетлевой вклад в (3.6) равен (при $2\pi\alpha' = 1$)

$$W = \frac{\pi}{2} (T^2 + s_1 T \partial^2 T + s_2 \partial_m T \partial_m T) + O(\partial^4), \quad (3.8)$$

где

$$\begin{aligned} s_1 &= G(\varphi, \varphi) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon n}}{n} = -\frac{1}{\pi} \ln \epsilon + O(\epsilon), \\ s_2 &= (G + K \cdot \partial_\varphi^{-1})(\varphi, \varphi) = \frac{1}{\pi} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon n}}{n} - \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon r}}{r} \right) = -\frac{1}{\pi} \ln 4 + O(\epsilon). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, в то время как коэффициент при члене $\partial T \partial T$ является конечным [21] (он может, по всей видимости, зависеть от регуляризации, только если последняя нарушает одномерную суперсимметрию; ср. [35]), коэффициент при члене $T \partial^2 T$ логарифмически расходится. Эту расходимость следует перенормировать, включая ее в T . Как и в бозонном случае, эта логарифмическая расходимость определяет член с производными в тахионной бета-функции. Коэффициент перед логарифмическим полюсом (т.е. аномальная размерность тахионного вертексного оператора), разумеется, тот же, что и в бозонном случае, но размерность тахионного НШ-вертекса равна половине размерности бозонного ($T \sim 1/\sqrt{\epsilon}$), поэтому имеем (ср. (2.14))

$$\beta^T = -\frac{1}{2} T - \frac{1}{2\pi} \partial^2 T. \quad (3.10)$$

Введение постоянного фонового поля F_{mn} означает замену $G(F)$ на G из (2.6) и замену $K(F)$ на K из (3.2) [26], [47]:

$$K^{mn}(\varphi_1, \varphi_2|F) = \frac{1}{\pi} \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty} e^{-\epsilon r} [\mathcal{G}^{mn}(F) \sin(r\varphi_{12}) + i\mathcal{H}^{mn}(F) \cos(r\varphi_{12})].$$

В этом случае мы приходим к выражению (3.8), но с заменой плоской метрики объемлющего пространства на $\mathcal{G}^{mn}(F)$ (2.7). В частности, бета-функция (3.10) принимает вид (см. также [35])

$$\beta^T = -\frac{1}{2}T - \frac{1}{2\pi}\mathcal{G}^{mn}(F)\partial_m\partial_n T. \quad (3.11)$$

Сначала, не учитывая фоновое поле F_{mn} и разлагая e^{-W} по производным тахионного поля, получаем перенормированное значение статсуммы (3.7). Для упрощения выражений определим перенормированное значение тахиона T посредством рескейлинга T на $\sqrt{\pi/2}$. Тогда

$$Z[T] = c_0 \int d^D x e^{-T^2} [1 - \bar{s}_1 T \partial^2 T - s_2 (\partial T)^2 + O(\partial^4 T)], \quad (3.12)$$

где $\bar{s}_1$ обозначает перенормированное значение s_1 (3.9). То же самое выражение, но без члена $\bar{s}_1$, было найдено в работе [21], где T бралось линейным по x^m (т.е. производная $\partial^2 T$ полагалась равной нулю).

Естественно ожидать, что в отличие от случая бозонной струны, где к Z нужно добавить член с производными [22], [23] для получения действия (2.15), воспроизводящего тахионную бета-функцию в случае струны НШР, (перенормированная) статсумма сама по себе является правильным действием не только в секторе безмассового вектора [26], но и в тахионном секторе [21]. Ключевым моментом при демонстрации того факта, что предписание $S[T] = Z[T]$ из (3.12) действительно приводит к появлению обоих членов в пертурбативной бета-функции (3.10), является включение члена с коэффициентом $\bar{s}_1$ в выражении (3.12). Два зависящих от производных члена в (3.12) тесно связаны посредством интегрирования по частям (ср. (2.17)),

$$S[T] = Z[T] = c_0 \int d^D x e^{-T^2} [1 + c_1 \alpha' (\partial T)^2 + c_2 \alpha' T^2 (\partial T)^2 + O(\partial^4 T)], \quad (3.13)$$

$$c_1 = 2\pi(\bar{s}_1 - s_2), \quad c_2 = -4\pi\bar{s}_1.$$

Поскольку коэффициент s_1 логарифмически расходится до перенормировки, его перенормированное значение $\bar{s}_1$ в принципе неоднозначно и, как и в бозонном случае (см. (2.17), (2.18)), может быть подобрано так, чтобы соответствовать вариации $S[T]$ с функцией β^T (3.10). В самом деле, мы получаем

$$\frac{\delta S}{\delta T} = 2c_0 e^{-T^2} [-T - c_1 \alpha' \partial^2 T - c_2 \alpha' T^2 \partial^2 T + \\ + (c_1 - c_2) \alpha' T (\partial T)^2 + c_2 \alpha' T^3 (\partial T)^2 + O(\alpha'^2 \partial^4 T)].$$

Входящие в это выражение линейные члены пропорциональны бета-функции (3.10), если $\bar{s}_1 = (1 - \ln 4)/\pi$, т.е. если $c_1 = 2$. Тогда $c_2 = 4(\ln 4 - 1) > 0$, и поэтому кинетический член в (3.13) положителен при всех T .

Может показаться лишенным смысла воспроизведение правильной тахионной массы и кинетических членов в действии при помощи пертурбативного разложения по производным, но дело в том, что произвол в переопределении полей позволяет сделать это и в бозонном случае [19], [48], и для струны НШР. Получающаяся “метрика” κ на пространстве полей является тогда простейшей в такой схеме.

Обобщение действия (3.13) на случай фона $F_{mn} = \text{const}$ производится непосредственно (ср. (2.20); статсумма для фона $\partial_m T = \text{const}$, $F_{mn} = \text{const}$ была найдена в работе [35]; ее разложение по ∂T воспроизводит часть члена с коэффициентом c_1 в следующем выражении, которое соответствует члену с коэффициентом s_2 в (3.12)):

$$S = c_0 \int d^D x e^{-T^2} \sqrt{\det(\delta_{mn} + 2\pi\alpha' F_{mn})} [1 + c_1 \alpha' \mathcal{G}^{mn} (2\pi\alpha' F) \partial_m T \partial_n T + \\ + c_2 \alpha' \mathcal{G}^{mn} (2\pi\alpha' F) T^2 \partial_m T \partial_n T + O(\alpha'^2 \partial^4 T, \alpha'^2 \partial^2 F)], \quad (3.14)$$

где мы восстановили зависимость от α' . Это действие согласовано с (3.11) при $c_1 = 2$. Неабелево обобщение (3.14) можно в принципе получить из калибровочно-инвариантного континуального интеграла (3.5).

4. ТЕОРИИ ЗАМКНУТЫХ СТРУН

В случае замкнутой бозонной струны рассмотрим сначала сигма-модель [2] (для простоты не учитывая антисимметричное тензорное взаимодействие Калба–Рамона, которое несущественно для настоящего обсуждения, но легко может быть учтено)

$$I = \int d^2 z \sqrt{g} \left[\epsilon^{-2} T_0(x) + \frac{1}{4\pi\alpha'} \partial^\mu x^m \partial_\mu x^n G_{mn}(x) + \frac{1}{4\pi} R^{(2)} \phi(x) \right].$$

Эта модель перенормируема в α' -разложении. Соответствующая затравочная статсумма на двумерной сфере имеет вид [2]

$$Z[T_0(\epsilon), G(\epsilon), \phi(\epsilon), \epsilon] = d_0 \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi - \epsilon^{-2} A T_0} e^{-W},$$

где мы осуществили сдвиг $x(z) \rightarrow x + \xi(z)$ так, чтобы W (как и в (2.4)) давалось континуальным интегралом по непостоянным флуктуациям ξ (подробнее см. [2], [10], [28]). Коэффициент A есть площадь двумерной сферы с опорной двумерной метрикой (его можно включить в перенормированное значение T_0). Ведущие логарифмически расходящиеся члены в W имеют вид [2], [4]

$$W = \frac{1}{2} \gamma \ln \epsilon + O(\ln^2 \epsilon) + \text{конечные члены}, \\ \gamma = c_0 - \alpha' \mathcal{D}^2 (\epsilon^{-2} A T_0) - 2\alpha' \mathcal{D}^2 \phi - \alpha' R + O(\alpha'^2), \quad c_0 = \frac{2}{3} (D - 26). \quad (4.1)$$

Например, в результате вычисления производной Z по ϵ мы получим стандартную пертурбативную бета-функцию тахиона для замкнутой струны

$$\beta^T = -2T - \frac{1}{2} \alpha' \mathcal{D}^2 T \quad (4.2)$$

с соответствующим коэффициентом вейлевской аномалии $\bar{\beta}^T = \beta^T + \alpha' \partial^m \phi \partial_m T$.

Чтобы получить эффективное действие для безмассового поля $S[G, \phi]$ из статсуммы Z , следует, как и в случае открытых струн, перенормировать логарифмические расходимости, что соответствует вычитанию безмассовых полюсов в струнных амплитудах [10]. Дополнительный тонкий момент в случае замкнутых струн состоит в том, что

объем группы Мёбиуса имеет логарифмическую расходимость, и его следует вычесть РГ-инвариантным образом, применяя оператор $\partial/\partial \ln \epsilon$ к затравочному значению Z [27]. Чтобы сравнить формальный производящий функционал Z с безмассовым эффективным действием, восстановленным из струнных амплитуд, надо вычесть и мёбиусовские бесконечности, и безмассовые полюсы (УФ-логарифмы). Первые из них являются степенными расходимостями в случае открытых струн, но они оказываются логарифмическими в случае замкнутых струн, а это означает, что “дополнительный” логарифм надо вычитать из Z в случае замкнутых струн.

В терминах перенормированного взаимодействия эффективное действие тогда принимает вид [27] ($\lambda^i = (T, G, \phi)$)

$$S = - \left(\frac{\partial Z}{\partial \ln \epsilon} \right) \Big|_{\epsilon=1} = \beta^i \cdot \frac{\delta Z}{\delta \lambda^i}. \quad (4.3)$$

Из-за инвариантности относительно диффеоморфизмов выражение для S так же следует записать как $S = \bar{\beta}^i \cdot \delta Z / \delta \lambda^i$, где $\bar{\beta}^i = \beta^i + (\delta \lambda^i)_{\alpha'} \partial_{\phi}$ (т.е. $\bar{\beta}^{\phi} = \beta^{\phi} + \alpha' \partial^m \phi \partial_m \phi$, $\bar{\beta}_{mn}^G = \beta_{mn}^G + 2\alpha' \mathcal{D}_m \mathcal{D}_n \phi$ и т.д.) – коэффициенты вейлевской аномалии, обращение которых в нуль должно быть эквивалентно условиям стационарности действия.

В явном виде

$$\begin{aligned} S &= \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi-T} \left(-2T + \frac{1}{2} \gamma \right) = \\ &= \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi-T} \left[\frac{1}{2} c_0 - 2T - \frac{1}{2} \alpha' \mathcal{D}^2 T - \alpha' \mathcal{D}^2 \phi - \frac{1}{2} \alpha' R + O(\alpha'^2) \right], \end{aligned} \quad (4.4)$$

где T – перенормированное значение тахиона, величина которого включает множитель A . Эквивалентным образом

$$\begin{aligned} S &= \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi-T} \left(\beta^T + 2\beta^{\phi} - \frac{1}{2} G^{mn} \beta_{mn}^G \right) = \\ &= \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi-T} \left(\bar{\beta}^T + 2\bar{\beta}^{\phi} - \frac{1}{2} G^{mn} \bar{\beta}_{mn}^G \right), \end{aligned}$$

т.е.

$$S = - \left(\frac{d}{d \ln \epsilon} Z \right) \Big|_{\epsilon=1}, \quad Z = \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi-T}.$$

Заметим, что здесь, в отличие от случая открытых струн (2.12), (2.13), коэффициенты в членах с производными не зависят от схемы. Полагая тахion равным нулю и интегрируя по частям, получаем стандартное эффективное действие замкнутой струны, согласованное с S -матрицей [1] и с безмассовыми бета-функциями [7], [49]:

$$S = -\frac{1}{2} \int d^D x \sqrt{G} e^{-2\phi} [-c_0 + 4\alpha' (\partial\phi)^2 + \alpha' R + O(\alpha'^2)].$$

Как обсуждалось в работах [27], в общем случае из формулы (4.3) можно получить S в виде пространственно-временного интеграла от коэффициента при “центральном заряде”.

Функционал (4.4) не является, однако, правильным действием при $T \neq 0$: он не обладает стандартным пертурбативным вакуумом ($D = 26$, $T = 0$, $\phi = \text{const}$, $G_{mn} = \delta_{mn}$) в качестве стационарной точки (эквивалентным образом тахионный “головастик” на двумерной сфере не обращается в нуль даже после взятия производной в (4.3)). Другое указание на наличие сложности в (4.4) состоит в том, что можно почти полностью включить T в дилатон: вводя $\tilde{\phi} = \phi + T/2$, мы остаемся только с линейным по T членом. Более того, кажется, что кинетический член тахиона в (4.4) ($-\alpha' \partial^m T \partial_m T/2$ после интегрирования по частям) имеет “неправильный” знак. Поскольку мы используем евклидову сигнатуру, правильным знаком для скалярного кинетического члена является знак плюс. Таков знак дилатонного кинетического члена в выражении (4.4) после переопределения метрики, отщепляющего гравитон от дилатона (т.е. после перехода к системе Эйнштейна). В общем случае T , ϕ и гравитон смешаны, и поэтому их кинетическая матрица должна быть диагонализирована до рассмотрения знаков (см. ниже).

Как и случае открытых струн, для того чтобы найти самосогласованное действие, которое воспроизводит условия $\tilde{\beta}^i = 0$ для всех трех полей, надо вычесть тахионный “головастик” РГ-инвариантным образом. По аналогии с (2.15), определим

$$\hat{S} = S + \frac{1}{2} \beta^i \cdot \frac{\delta S}{\delta \lambda^i} = \beta^i \cdot \frac{\delta}{\delta \lambda^i} Z + \frac{1}{2} \beta^j \cdot \frac{\delta}{\delta \lambda^j} \left(\beta^i \cdot \frac{\delta}{\delta \lambda^i} Z \right).$$

Без учета гравитонного и дилатонного членов (отщепляющихся в квадратичном порядке по флуктуациям) получаем тахионную часть действия:

$$\hat{S} = \int d^D x e^{-2T} [-2T^2 + 2\alpha'(1-T)(\partial T)^2 + O(\alpha'^2)]. \quad (4.5)$$

Это действие имеет структуру, подобную (2.17), но значение коэффициента при втором кинетическом члене, хотя теперь и положительное, не совпадает с тем, которое требуется для того, чтобы воспроизвести функцию β^T (4.2).

Потенциальный член $V = -2e^{-2T}T^2$ в (4.5) имеет тахионный максимум при $T = 0$ и устойчивый минимум при $T = 1$. Однако этот минимум не достигается при изменении знака кинетического члена T в окрестности решения $T = 1$. В общем случае при обсуждении структуры вакуума следует учесть нетривиальное смешивание тахиона с дилатоном и с метрикой. Например, для линейного дилатона при $D = 2$ тахион должен быть безмассовым (как это следует из равенства $\tilde{\beta}^T = 0$), и в этом случае не следует ожидать появления потенциального члена.

Экспоненциальный потенциал в (4.5) может указывать (по аналогии со случаем открытых струн) на возможность того, что T стремится к бесконечности в некоторых направлениях, и такое поведение должно сопровождаться непостоянным дилатоном, с тем чтобы сохранить условие центрального заряда (см. также [16]).

В случае замкнутой струны НШР тахионный вертекс имеет вид

$$\int d^2 z \psi^m \bar{\psi}^n \partial_m \partial_n T$$

(в 0-духовой картине). Его двумерное суперсимметричное обобщение есть

$$\int d^2 z d^2 \theta T(\hat{x}),$$

где $\hat{x}^m = x^m + \theta\psi^m + \bar{\theta}\bar{\psi}^m + \bar{\theta}\theta f^m$. Вместе с кинетическим членом

$$\int d^2z d^2\theta D\hat{x}^m \bar{D}\hat{x}^m$$

после устранения вспомогательного поля f^m он приводит к следующим тахионным членам в сигма-модельном действии (которые являются привычными суперпотенциальными членами в $N = 1$ суперсимметричной скалярной двумерной теории поля; ср. также (3.6))

$$\int d^2z [\partial^m T(x) \partial_m T(x) + \psi^m \bar{\psi}^n \partial_m \partial_n T(x)]. \quad (4.6)$$

Как и в случае открытой струны НШР, получающаяся статсумма и тем самым порождаемое ею эффективное действие (4.3) четны по T . В результате нет необходимости в дополнительном вычитании. Поскольку сигма-модель зависит от T только через производные, в S отсутствует тахионный потенциальный член.

Ведущая зависящая от T логарифмическая расходимость в Z возникает из разложения члена $\partial_m T \partial^m T$ (4.6) и соответствует бета-функции $(-1 - \alpha' \mathcal{D}^2/2)T$. Ведущие зависящие от G_{mn} и ϕ члены в Z и S в случае струны НШР такие же, как и в бозонном случае [50] (с очевидной подстановкой $D - 10$ вместо c_0 в (4.1)). В то время как НШ-НШ часть эффективного действия, порожденного сигма-моделью, представляется зависящей от T только через производные, функции от T могут по-прежнему присутствовать в рамон-рамоновском секторе (где следует использовать тахионный вертекс с духовым числом 1 [51]).

Благодарности. Автор благодарен О. Андрееву, С. Фролову, Д. Кутасову и С. Шаташвили за полезные обсуждения и замечания. Работа частично поддержана со стороны DOE (грант № DE-FG02-91ER40690), INTAS (грант № 99-0590) и PPARC SPG (грант № PPA/G/S/1998/00613).

Список литературы

- [1] J. Scherk. Nucl. Phys. B. 1971. V. 31. P. 222; A. Neveu and J. Scherk. Nucl. Phys. B. 1972. V. 36. P. 155.
- [2] E. S. Fradkin and A. A. Tseytlin. Nucl. Phys. B. 1985. V. 261. P. 1; Phys. Lett. B. 1985. V. 158. P. 316.
- [3] C. S. Hsue, B. Sakita, and M. A. Virasoro. Phys. Rev. D. 1970. V. 2. P. 2857.
- [4] A. M. Polyakov. Phys. Lett. B. 1981. V. 103. P. 207.
- [5] A. A. Tseytlin. Int. J. Mod. Phys. A. 1989. V. 4. P. 1257.
- [6] C. Lovelace. Nucl. Phys. B. 1986. V. 273. P. 413.
- [7] C. G. Callan, E. J. Martinec, M. J. Perry, and D. Friedan. Nucl. Phys. B. 1985. V. 262. P. 593; C. G. Callan and Z. Gan. Nucl. Phys. B. 1986. V. 272. P. 647.
- [8] А. Б. Замолодчиков. Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 565.
- [9] A. M. Polyakov. Physica Scripta. T. 1987. V. 15. P. 191.
- [10] A. A. Tseytlin. Nucl. Phys. B. 1986. V. 276. P. 391.
- [11] E. S. Fradkin and A. A. Tseytlin. Phys. Lett. B. 1985. V. 163. P. 123.
- [12] S. R. Das and B. Sathiapalan. Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2664.
- [13] A. A. Tseytlin. Phys. Lett. B. 1991. V. 264. P. 311.
- [14] T. Banks. Nucl. Phys. B. 1991. V. 361. P. 166.
- [15] A. Sen. Non-BPS states and branes in string theory. hep-th/9904207.
- [16] J. A. Harvey, D. Kutasov, and E. Martinec. On the relevance of tachyons. hep-th/0003101.

- [17] *J. A. Minahan and B. Zwiebach.* JHEP. 2000. V. 0009. P. 029; hep-th/0008231; Effective tachyon dynamics in superstring theory. hep-th/0009246.
- [18] *K. Bardakci.* Nucl. Phys. B. 1974. V. 68. P. 331.
- [19] *A. Gerasimov and S. Shatashvili.* JHEP. 2000. V. 0010. P. 034; hep-th/0009103.
- [20] *D. Kutasov, M. Mariño, and G. Moore.* Some exact results on tachyon condensation in string field theory. hep-th/0009148.
- [21] *D. Kutasov, M. Mariño and G. Moore.* Remarks on tachyon condensation in superstring field theory. hep-th/0010108.
- [22] *E. Witten.* Phys. Rev. D. 1992. V. 46. P. 5467; hep-th/9208027; Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 3405; hep-th/9210065.
- [23] *S. Shatashvili.* Phys. Lett. B. 1993. V. 311. P. 83; hep-th/9303143; On the problems with background independence in string theory. hep-th/9311177.
- [24] *A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1988. V. 202. P. 81.
- [25] *B. E. Fridling and A. Jevicki.* Phys. Lett. B. 1986. V. 174. P. 75.
- [26] *O. D. Andreev and A. A. Tseytlin.* Nucl. Phys. B. 1988. V. 311. P. 205.
- [27] *A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1988. V. 208. P. 221; 1987. V. 194. P. 63.
- [28] *A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1989. V. 223. P. 165.
- [29] *I. Affleck and A. W. Ludwig.* Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 161.
- [30] *H. Dorn.* Fortschr. Phys. 1986. V. 34. P. 11.
- [31] *A. A. Tseytlin.* Born-Infeld action, supersymmetry and string theory. hep-th/9908105.
- [32] *K. Li and E. Witten.* Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 853; hep-th/9303067.
- [33] *K. Okuyama.* Noncommutative tachyon from background independent open string field theory. hep-th/0010028.
- [34] *L. Cornalba.* Tachyon condensation in large magnetic fields with background independent string field theory. hep-th/0010021.
- [35] *O. Andreev.* Some computations of partition functions and tachyon potentials in background independent off-shell string theory. hep-th/0010218.
- [36] *A. Abouelsaood, C. G. Callan, C. R. Nappi, and S. A. Yost.* Nucl. Phys. B. 1987. V. 280. P. 599.
- [37] *H. Dorn and H. J. Otto.* Z. Phys. C. 1986. V. 32. P. 599.
- [38] *A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1986. V. 176. P. 92.
- [39] *D. J. Gross and E. Witten.* Nucl. Phys. B. 1986. V. 277. P. 1.
- [40] *O. D. Andreev and A. A. Tseytlin.* Mod. Phys. Lett. A. 1988. V. 3. P. 1349.
- [41] *O. D. Andreev and A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1988. V. 207. P. 157.
- [42] *A. Neveu and J. H. Schwarz.* Nucl. Phys. B. 1971. V. 31. P. 86.
- [43] *E. Witten.* JHEP. 1998. V. 9812. P. 019; hep-th/9810188.
- [44] *M. B. Green and N. Seiberg.* Nucl. Phys. B. 1988. V. 299. P. 559.
- [45] *L. Alvarez-Gaume.* Commun. Math. Phys. 1983. V. 90. P. 161; *D. Friedan and P. Windey.* Nucl. Phys. B. 1984. V. 235. P. 395.
- [46] *R. R. Metsaev, M. A. Rakhmanov and A. A. Tseytlin.* Phys. Lett. B. 1987. V. 193. P. 207.
- [47] *E. Bergshoeff, E. Sezgin, C. N. Pope, and P. K. Townsend.* Phys. Lett. B. 1987. V. 188. P. 70.
- [48] *A. A. Gerasimov and S. L. Shatashvili.* Stringy Higgs mechanism and the fate of open strings. hep-th/0011009.
- [49] *J. Honerkamp and G. Ecker.* Nucl. Phys. B. 1971. V. 35. P. 481; *D. H. Friedan.* Ann. Phys. 1985. V. 163. P. 318.
- [50] *О. Д. Андреев, Р. Р. Мецаев, А. А. Цейтлин.* ЯФ. 1990. Т. 51. С. 564.
- [51] *I. R. Klebanov and A. A. Tseytlin.* Nucl. Phys. B. 1999. V. 546. P. 155; hep-th/9811035.

Поступила в редакцию 20.IV.2001 г.