Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Ю. Новожилов, Ю. В. Новожилов, Солитон-скирмион в расширенной киральной группе E_χ , включающей дикварковые параметры, *ТМФ*, 2006, том 149, номер 3, 386–394

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf5530>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.209.158.208

26 апреля 2023 г., 15:24:54

© 2006 г.

В. Ю. Новожилов*, Ю. В. Новожилов*

СОЛИТОН–СКИРМИОН В РАСШИРЕННОЙ КИРАЛЬНОЙ ГРУППЕ E_8 , ВКЛЮЧАЮЩЕЙ ДИКВАРКОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Рассмотрена расширенная киральная группа E_8 , и исследовано, могут ли солитоны–скирмионы быть образованы киральным полем с дикварковыми параметрами внутри симплектической подгруппы в E_8 . Получено, что изолированные солитоны (т.е. солитоны в глюонном вакууме) могут быть устойчивыми в хромагнитном вакууме, а их топологические заряды начинаются со значений $\pm 4/3$.

Ключевые слова: цветная киральная модель, дикварки, киральная аномалия.

Посвящается А. А. Логунову по случаю его восьмидесятилетия

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько десятков лет эффективные теории и модели стали достаточно популярными. После того, как основополагающие принципы и аксиоматические структуры квантовой теории поля были хорошо установлены в полной теории [1], [2], потребовалось выработать систематические методы для описания отдельных физических явлений. Одно из таких явлений – это киральная аномалия [3]. Киральная аномалия и связанный с ней мир киральных солитонов–скирмионов [4] играют важную роль в непертурбативных подходах к низкоэнергетической адронной физике. Основной задачей является включение цветовой киральной аномалии в полное (калибровочное плюс киральное, или аномальное) цветовое пространство и исследование низкоэнергетической динамики в этом пространстве. Вероятно, с помощью подходящей эффективной теории можно достичь понимания конфайнмента.

Недавно было показано [5], что изолированные цветовые солитоны (т.е. солитоны на фоне вакуумного глюонного поля) можно классическим образом стабилизировать с помощью хромагнитного вакуумного поля, а их массы можно вычислить.

*Научно-исследовательский институт физики им. В. А. Фока, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: vnovo@vn9711.spb.edu, yunovo@pobox.spbu.ru

Цель настоящей работы – представить аргументы в пользу топологических цветковых солитонов, существующих в симплектической подгруппе расширенной киральной группы $E\chi$. Такие солитоны пока еще не исследованы. Все известные солитоны связаны с лево-правой киральной группой G_{LR} , где аномальными (голдстоуновскими) параметрами являются псевдоскалярные мезонные поля с барионным числом $B = 0$. В симплектической подгруппе группы $E\chi$ аномальными параметрами являются дикварковые поля с $B = \pm 2/3$. В качестве первого шага мы рассмотрим изолированные солитоны. Мы будем описывать вакуум феноменологически [6] с помощью конденсатов; самосогласованность нашего подхода требует, чтобы кубический глюонный конденсат равнялся нулю.

В разделе 2 мы напомним основные соотношения для расширенной группы и объясняем, в каком смысле симплектическая подгруппа является выделенной. В разделе 3 дается общее бозонизованное действие, справедливое для любой комбинации $N = N_c N_f$, где N_c , N_f – число цветов и ароматов. В разделе 4 мы изучаем топологические солитоны в симплектической группе.

2. РАСШИРЕННАЯ КИРАЛЬНАЯ ГРУППА

Расширенная киральная группа $E\chi$ представляет собой группу всех калибровочных и киральных преобразований, оставляющих кварковый лагранжиан инвариантным, при условии, что внешние поля преобразуются соответствующим образом [7]. В отсутствие внешних полей группа $E\chi$ представляет собой группу глобальных преобразований цветов и ароматов, оставляющих свободный кварковый лагранжиан инвариантным. Основной дираковский спинор Ψ , впервые рассмотренный Паули и Гюрши, является 8-компонентным,

$$\Psi = \begin{pmatrix} q \\ \bar{q}^T \end{pmatrix}, \quad (1)$$

а дираковский лагранжиан L можно переписать как

$$L = \frac{1}{2} \Psi^T \hat{F} \Psi, \quad (2)$$

где $\hat{F}$ имеет блочный вид:

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} C\Phi & -\hat{D}^T \\ \hat{D} & \bar{\Phi}C \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь $\hat{D} = i\gamma^\mu(\partial_\mu + V_\mu + \gamma_5 a_\mu)$ – дираковский оператор с внешними полями, $D_c = C^{-1}D^T C$ – сопряженный дираковский оператор заряда, индекс “Т” означает транспонирование, а $\Phi = \gamma^\mu(\phi_{5\mu} + \gamma_5 \phi_\mu)$ содержит внешние векторные дикварковые поля, $\bar{\Phi} = \gamma_0 \Phi^\dagger \gamma_0$.

Чтобы избежать трудностей с майорановскими спинорами при нахождении аналога оператора $\hat{F}$ для евклидова функционального интеграла по Ψ , следует проявлять

аккуратность [8], имея в виду, что для вычисления киральных действий необходимо вычислить только $\det \hat{F}$. Для этого мы используем эрмитов оператор

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \hat{D} & \bar{\Phi} \\ \Phi & \hat{D}_c \end{pmatrix} \quad (4)$$

такой, что $\det \hat{G} = \det \hat{F}$, и мы требуем, чтобы выполнялось свойство положительности [8]. Таким образом, изучая киральную аномалию и связанное с ней эффективное действие, следует рассматривать преобразования оператора $\hat{G}$, порожденные кварковым преобразованием

$$\delta\Psi = -\Omega\Psi, \quad \hat{G} \rightarrow \hat{G}' = e^{-\Xi+\gamma_5\Theta}\hat{G}e^{\Xi+\gamma_5\Theta}, \quad (5)$$

где антиэрмитовы матрицы Ω , Ξ , Θ имеют вид

$$\begin{aligned} \Omega &= \rho_{11}(\alpha + \gamma_5\chi) + \rho_{22}(\alpha^* - \gamma_5\chi^*) + \rho_{12}(\xi + \gamma_5\omega)C + \rho_{21}(-\xi^* + \gamma_5\omega^*)C, \\ \Xi &= \rho_{11}\alpha + \rho_{22}\alpha^* + \rho_{12}\xi + \rho_{21}\xi^*, \quad \Theta = \rho_{11}\chi - \rho_{22}\chi^* + \rho_{12}\omega - \rho_{21}\omega^*. \end{aligned} \quad (6)$$

Мы используем обозначение ρ_{ab} для блочной (2×2) -матрицы с элементами $(\rho_{ab})_{cd} = \delta_{ac}\delta_{bd}$. Имеем $\alpha^+ = -\alpha$, $\chi^+ = -\chi$, $\xi^T = -\xi$, $\omega^T = \omega$. Кварковое барионное число равно $\hat{b} = (\rho_{11} - \rho_{22})/3 = \hat{\rho}_3/3$.

Когда мы переходим к кварковому функциональному интегралу Z_q ,

$$Z_q = \int \mathcal{D}\Psi \exp\left(i \int L d^4x\right) = (\det \hat{G})^{1/2}, \quad (7)$$

фоновые поля V_μ и a_μ порождают $\bar{q}q$ -составные поля, а ϕ_μ и $\phi_{5\mu}$ — qq -составные поля. Именно интеграл Z_q определяет свойства эффективного действия бозонизации. Преобразования, описываемые с помощью α , являются унитарными и не изменяют Z_q . Киральные преобразования, порожденные ω , изменяют меру интеграла Z_q и приводят к ненулевому значению $\delta_\omega Z_q \equiv A_\omega$. Интегрируя A_ω , получаем эффективное действие $W_{\text{eff}}(\omega)$ для поля ω с дикварковыми квантовыми числами, которое может описывать солитоны. Кварковый функциональный интеграл хорошо определен в евклидовом пространстве, однако его определение для спиноров Ψ требует внимания [5] при получении определителя эрмитова оператора.

Для оператора $\hat{G}$ (α, ω) -преобразования (6) описываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha^T \end{pmatrix}, \quad \tilde{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega^* & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{G}' &= e^{-\tilde{\alpha}+\gamma_5\tilde{\omega}}\hat{G}e^{\tilde{\alpha}+\gamma_5\tilde{\omega}}, \end{aligned} \quad (8)$$

а структура Ли не зависит от γ_5 :

$$\alpha_3 = [\alpha_1, \alpha_2] + \omega_2\omega_1^* - \omega_1\omega_2^*, \quad \omega_3 = \alpha_1\omega_2 - \alpha_2\omega_1 + \omega_1\alpha_2^* - \omega_2\alpha_1^*. \quad (9)$$

Матрица $\tilde{\alpha} + \tilde{\omega}$ является генератором симплектической группы $Sp(2N)$, если α принадлежит $SU(N)$:

$$(\tilde{\alpha} + \tilde{\omega})^T \Sigma + \Sigma(\tilde{\alpha} + \tilde{\omega}) = 0, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \equiv i\rho_2. \quad (10)$$

Таким образом, эффективное действие $W_{\text{eff}}(\tilde{\omega})$ является $Sp(2N)$ -инвариантом.

Рассмотрим случай двух ароматов $N_f = 2$. Тогда неаномальная часть $\tilde{\alpha}$ будет иметь вид (12×12) -матрицы, где α принадлежит группе $SU(6)$, порожденной λ_a и матрицами ароматов Паули τ_k , а аномальная часть $\tilde{\omega}$ вместе с $\tilde{\alpha}$ порождает алгебру $Sp(12)$. Симметричная матрица ω содержит поля с дикварковыми квантовыми числами фундаментального представления с генераторами $(2i)^{-1}\lambda_a^S \times \tau_k^S$ и $(2i)^{-1}\lambda_a^A \times \tau_2^A$. Антисимметричные матрицы $(\lambda_2, -\lambda_5, \lambda_7) \equiv (O_k)$, $(O_k)_{ij} = -i\varepsilon_{kij}$, лежат в цветовой алгебре $O(3)$, а киральное поле

$$U = e^\Theta, \quad \Theta = \rho_+ i\tau_2 M_k \vartheta_k + \rho_- i\tau_2 M_k \vartheta_k^*, \quad (11)$$

может описывать цветовой солитон, построенный из полей ϑ_k , ϑ_k^* с дикварковыми квантовыми числами. Применяя процедуру бозонизации и исключая внешние цветовые аксиальные поля $a_\mu = 0$, получаем эффективный киральный лагранжиан $L_{\text{eff}}^\psi(U)$, возникающий при интегрировании по фермионам с N_f ароматами.

В общем случае алгебры Ли с генераторами $\Xi + \gamma_5 \Theta$ и $\Xi + \Theta$ являются изоморфными. При N_c цветах и N_f ароматах генераторы $\Xi + \Theta$ лежат в алгебре $U(2N)$, $N = N_c N_f$. Преобразования с генератором Ξ не изменяют кварковый функциональный интеграл, а преобразования с генератором Θ индуцируют киральные аномалии. Неаномальные генераторы α лежат в алгебре $SU(N)$ и включают цветовую группу $SU(N_c)$; лево-правая группа $\mathbf{G}_{\text{LR}} = SU(N)_L \times SU(N)_R$ имеет своими генераторами α , χ , в то время как

$$(\Xi + \Theta)_{sp} = \rho_{11}\alpha + \rho_{22}\alpha^* + \rho_{12}\omega - \rho_{21}\omega^* \quad (12)$$

лежит в алгебре симплектической группы $Sp(2N)$, поскольку $(\Xi + \Theta)_{sp}^T i\rho_2 + i\rho_2(\Xi + \Theta)_{sp} = 0$.

В полной расширенной группе E_χ неаномальные генераторы Ξ лежат в алгебре ортогональной группы $O(2N)$ и включают, помимо блочно-диагональных генераторов α , недиагональные генераторы ξ , которые возникают из некоммутативности аномальных генераторов $\Theta_{\text{LR}} = \rho_{11}\chi - \rho_{22}\chi^*$ и $\Theta_{sp} = \rho_{12}\omega - \rho_{21}\omega^*$ [7]. Аномальные генераторы Θ_{sp} симплектической группы $Sp(2N)$ принадлежат косету $Sp(2N)/SU(N)$.

Мы видим, что в E_χ имеются две выделенные подгруппы $\mathbf{G}_{\text{LR}}$ и $Sp(2n)$ с одинаковыми блочно-диагональными неаномальными генераторами $\Xi^0 = \rho_{11}\alpha + \rho_{22}\alpha^*$ и различными аномальными частями Θ_{LR} и Θ_{sp} , которые не требуют введения дополнительных неаномальных генераторов ξ . В случае полной группы E_χ аномальные генераторы Θ включают как χ , так и ω и принадлежат косету $SU(2N)/O(2N)$.

3. КИРАЛЬНОЕ ПОЛЕ И ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ

Киральное поле имеет вид (11). Вычисление $\det\{e^{\gamma_5\Theta}\widehat{G}e^{\gamma_5\Theta}\}/\det\widehat{G}$ путем интегрирования аномалии проводят, следуя стандартной процедуре бозонизации. После исключения внешних цветовых аксиальных полей, $a_\mu = 0$, получаем киральное действие для $2N$ внутренних степеней свободы $W(U) = W_{\text{eff}}(U) - W_{\text{WZW}}$ с эффективным лагранжианом $L_{\text{eff}}(U)$ и членом Весса–Зумино–Виттена W_{WZW} :

$$L_{\text{eff}}(U) = \text{tr}_{c,f} \left\{ \frac{f_\omega^2}{4} D_\mu U D^\mu U^{-1} + \frac{1}{384\pi^2} \left[\frac{1}{2} [UD_\nu U^{-1}, UD_\mu U^{-1}]^2 - (UD_\nu U^{-1} UD^\nu U^{-1})^2 \right] + \frac{1}{192\pi^2} ([UD^\mu U^{-1}, UD^\nu U^{-1}](\tilde{G}_{\nu\mu} + U\tilde{G}_{\nu\mu}U^{-1}) + \tilde{G}_{\mu\nu}U\tilde{G}^{\mu\nu}U^{-1}) \right\}, \quad (13)$$

где коэффициенты содержат дополнительный множитель $1/2$, возникающий как результат извлечения квадратного корня из кваркового детерминанта, $D_\mu = \partial_\mu + [\tilde{G}_\mu, \cdot]$, $\tilde{G}_\mu = \rho_{11}G_\mu + \rho_{22}(-G_\mu^T) + \rho_{12}\bar{\Phi} + \rho_{21}\Phi$.

Кинетический член зависит от феноменологического параметра f_ω^2 . Как и в случае G_{LR} -цветовых солитонов [5], мы не учитываем член, содержащий высшие производные и отражающий присутствие радиальных возбуждений. Эффективный лагранжиан $L_{\text{eff}}(U)$ отличается от калибровочного скирмионного лагранжиана вторым членом в квадратных скобках; этот член отсутствует в модели Скирма. Топологическое действие W_{WZW} используется только для нахождения топологического квантового числа. Энергию и устойчивость статических решений мы обсудим, рассматривая $L_{\text{eff}}(U)$.

4. СОЛИТОНЫ В СЛУЧАЕ СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ ГРУППЫ

Рассмотрим симплектическую группу $Sp(2N)$ при α , лежащем в $SU(N)$, $N = N_c N_f$. Киральное поле U_{sp} является отображением из S^3 в $\Theta_{sp} = \rho_+ \omega - \rho_- \omega^*$, где $\omega = \omega^T$. Нас интересует, когда возможно построить сферические солитоны из Θ_{sp} или как ограничить пространство параметров ω путем выбора числа цветов N_c и числа ароматов N_f , чтобы получить подгруппу $SU(2)$ или $SO(3)$.

Проверим простейшие случаи.

1. Три цвета, один аромат: $\omega = \lambda_a \omega_a$, $a = 1, 3, 4, 6, 8$, нет сферических солитонов.
2. Два цвета, два аромата: $\omega = \Lambda_b \omega_b$, Λ_b – девять бесследовых симметричных матриц $\sigma_2 \times \tau_2$ и $\sigma_{\tilde{k}} \times \tau_{\tilde{l}}$, $\tilde{k}, \tilde{l} = 0, 1, 3$, нет сферических солитонов.

3. Три цвета, два аромата; неаномальная часть Ξ_{sp} задается (12×12) -матрицей с α из $SU(6)$, построенной на $SU(3)$ -матрицах λ_a и матрицах ароматов Паули τ_k , тогда как аномальная часть Θ_{sp} и Ξ_{sp} вместе порождают алгебру $Sp(12)$. Симметричная матрица ω содержит поля с дикварковыми квантовыми числами, ассоциированными с обеими симметричными $\lambda_a^S \times \tau_k^S$ и обеими антисимметричными $\lambda_a^A \times \tau_2^A$ матрицами. Антисимметричные матрицы $\lambda^A = (\lambda_2, -\lambda_5, \lambda_7) \equiv (O_k)$, $(O_k)_{ij} = -i\varepsilon_{kij}$, из цветовой

алгебры $O(3)$ можно скомбинировать с единичным координатным вектором r_k таким, что $r_k r_k = 1$, в объект $\hat{r} = O_k r_k$. Мы оставим только те параметры ω , которые входят с $O(3)$ -генераторами, введем функцию формы $F_{sp}(R)$ и запишем аномальную часть Θ_{sp} и киральное поле в виде

$$\begin{aligned} \Theta_{sp} &= \rho_+ i \tau_2 O_k \vartheta_k - \rho_- i \tau_2 O_k \vartheta_k^* \equiv i \tau_2 \eta \hat{r} F_{sp}, & \eta &= \rho_1 \cos \chi - \rho_2 \sin \chi, \\ U_{sp} &= e^{\Theta_{sp}} = 1 + i \tau_2 \eta \hat{r} \sin F + \hat{r}^2 (\cos F - 1), & R^2 &= x_k x_k, \end{aligned} \quad (14)$$

предполагая χ постоянным. Изоспиновые матрицы $I_k = (\rho_3 \tau_1, \tau_2, \rho_3 \tau_3)$ коммутируют с Θ_{sp} . Киральное поле U_{sp} может описывать два сопряженных цветовых солитона,

$$U_{\pm} = \frac{1}{2} (1 \pm \tau_2 \eta) e^{\pm i \hat{r} F_{sp}(R)}, \quad (15)$$

построенных из полей $\vartheta_k, \vartheta_k^*$ с дикварковыми квантовыми числами. Аномальная часть Θ_{sp} удовлетворяет соотношению $\Theta_{sp}^3 = -i \Theta_{sp} F_{sp}^2$. В этом специальном случае преобразования замыкаются в меньшей группе, а именно $O(6) \sim SU(4)$, и α принадлежит $U(3) \sim SU(3) \times U(1)$, в то время как голдстоуновские дикварковые степени свободы $\eta \Theta_{sp}$ принадлежат комплексному проективному пространству $CP^3 = SU(4)/SU(3) \times U(1)$. Заметим, что η антикоммутирует с кварковым барионным числом $\hat{b} = \rho_3/3$. Таким образом, коммутатор $[\hat{G}_k, U_{sp}]$ с фоновым вакуумным полем

$$\hat{G}_k = \rho_{11} G_k + \rho_{22} (-G_k^T), \quad G_k^a = V_k \hat{N}^a, \quad \hat{N} = \lambda_a N_a, \quad N_a N_a = 1, \quad (16)$$

содержит антикоммутатор $\{N + N^T, \hat{r}\}$. Чтобы сохранить вид U_{sp} , нам следует ограничить Ξ_{sp} до общей подгруппы $O(3)$ в $SU(3) \times SU(3)^*$. Это возможно для вакуумного фонового поля

$$G_k^a = V_k \hat{N}^a, \quad \hat{N} = \lambda_a N_a, \quad \text{tr } \hat{N}^3 = 0, \quad (17)$$

в калибровке $G_0^a = 0$. Тогда $\hat{G}_k = \rho_{11} G_k + \rho_{22} (-G_k^T) = (\rho_{11} + \rho_{22}) V_k \tilde{N}$, где $\tilde{N} = O_l N_l$, $\tilde{N}^3 = \tilde{N}$.

Окончательно для солитонной подгруппы $\mathbf{G}_{\text{sol}}$ в $Sp(12)$ получаем

$$(\Xi + \gamma_5 \Theta)_{sp}^{\text{sol}} = i O_k (\alpha_k + \gamma_5 \tau_2 \eta r_k F_{sp}) + i \rho_3 \tau_3 \alpha_f, \quad (18)$$

где α_f – параметр аромата. Для сравнения в лево-правой группе $(\Xi + \gamma_5 \Theta)_{\text{LR}}$, где как α , так и χ лежат в алгебре $SU(3)$, аналогичной солитонной подгруппой является $(\Xi + \gamma_5 \Theta)_{\text{LR}}^{\text{sol}} = i O_k (\alpha_k + \gamma_5 \rho_3 r_k F_{\text{LR}})$. Таким образом, имеем $\mathbf{G}_{\text{sol}} = O(3)_{\text{L}} \times O(3)_{\text{R}} \times U(1)_{\text{F}}$, но в лево-правой группе $\mathbf{G}_{\text{sol}}$ барионное направление ρ_3 заменяется другим – $\tau_2 \eta$. Если мы введем барионную группу $SU(2)_b$ с генераторами $(\tau_2 \rho_1, \tau_2 \rho_2, \rho_3)/(2i)$, то $\tau_2 \eta$ можно получить из ρ_3 путем вращения.

Рассмотрим случай полной группы E_χ , аномальные генераторы Θ которой содержат как пионоподобные (χ), так и дикваркоподобные (ω) части: $\Theta = (\chi, \omega)$.

1. Два или три цвета, один аромат: Θ построен на генераторах $(\rho_3 \lambda^A, \lambda^S, \rho_{\pm} \lambda^S)$, нет сферических солитонов, нет конституэнтных кварков, если присутствуют генераторы с $\rho_{\pm}$, а $E\chi$ не редуцирована к лево-правой подгруппе.

2. Два цвета, два аромата: нет $SU(2)$ - и $O(3)$ -подгрупп в том же смысле.

3. Три цвета, два аромата: наиболее общий вид генераторов Θ построен на генераторах $(\rho_3 \lambda^A \tau^S, \rho_3 \lambda^S \tau^A, \rho_{\pm} \lambda^S \tau^S, \rho_{\pm} \lambda^A \tau^A)$ и среди них имеются две $O(3)$ -подгруппы с генераторами

$$\Theta_{\pm}(O(3)) \sim \frac{1}{2}(1 \pm \zeta)(\lambda_2, -\lambda_5, \lambda_7), \quad (19)$$

где $\zeta = \rho_3 \tau_1 \cos \kappa + \eta \tau_2 \sin \kappa$, $[\Xi, \zeta] = 0$ и $\eta = \rho_1 \cos \chi - \rho_2 \sin \chi$, $\zeta^2 = 1$, углы κ и χ представляют собой два постоянных параметра. Параметр χ связан с симплектической группой $Sp(12)$, а κ описывает перемешивание лево-правого и симплектического вкладов в ζ : при $\kappa = 0$ нет никакого симплектического вклада, при $\kappa = \pi/2$ нет лево-правового вклада. Киральное поле для $E\chi$ в этом случае имеет вид $U = e^{i\zeta \hat{r} F(R)}$, его можно получить из U_{sp} или U_{LR} путем $SU(2)_b$ -вращения. В этом специальном случае

$$\Xi + \gamma_5 \Theta = iO_k(\alpha_k + \gamma_5 \zeta r_k F). \quad (20)$$

В случае инвариантности Ξ относительно $SU(2)_b$ -вращений бариона при повторении такого преобразования не возникает дополнительных калибровочных параметров ξ . Таким образом, хотя мы начали с различных подгрупп расширенной киральной группы при $N_c = 3$, $N_f = 2$, результирующая структура солитонных киральных подгрупп одна и та же: $O(3)_{\tilde{L}} \times O(3)_{\tilde{R}}$, где левая $\tilde{L}$ и правая $\tilde{R}$ подгруппы определяются проекторами $(1 \pm \gamma_5 \tilde{\rho})/2$, а блочная матрица $\tilde{\rho}$ с $\tilde{\rho}^2 = 1$ линейна по матрицам Паули $\rho_1 \tau_2$, $\rho_2 \tau_2$, ρ_3 барионной группы $SU(2)_b$. Причина этого в том, что группа $E\chi$ включает кварки и антикварки.

Топологический заряд $t_{\chi}(U)$ для солитона U в лево-правой подгруппе в $E\chi$ связан с кварковым барионным числом $b = \rho_3/N_c$,

$$t_{\chi}(U) = \frac{1}{2} \frac{1}{24\pi^2 N_c} \int d^3x \varepsilon_{ijk} \text{tr}\{\rho_3 U D_i U^+ U D_j U^+ U D_k U^+\}, \quad (21)$$

и совпадает с барионным числом солитона U . Для трех цветов и N_f ароматов значения t_{χ} начинаются с $2N_f/3$ (в отношении аромата аналогичный случай дается скирмионом, рассмотренным как дибарион в работе [8]). Топологические заряды для солитонов в симплектической подгруппе $Sp(12)$ и полной группе $E\chi$ являются числами намоток в направлениях $\rho_{\perp} = \tau_2 \eta$ и $\rho_E = \zeta$ в пределах барионного пространства $SU(2)_b$,

$$t_A(U) = \frac{1}{2} \frac{1}{24\pi^2 N_c} \int d^3x \varepsilon_{ijk} \text{tr}\{\rho_A U \partial_i U^+ U \partial_j U^+ U \partial_k U^+\}, \quad A = \perp, E, \quad (22)$$

и не описывают солитонные барионные числа. Эти числа намоток начинаются со значения $|4/3|$. Граничные условия для функций формы $F(R)$ в обоих случаях вытекают из дибарионного случая [9].

Конечность солитонной массы следует из выражения для статического эффективного лагранжиана L_{eff} и асимптотического поведения функции формы $F(R)$ при больших R . Как несложно проверить, масса дается положительно-определенным функционалом; при этом асимптотика F определяется кинетическим членом. Кинетический член, усредненный по направлениям вектора $\hat{N} = N^k \lambda_k$ в цветном пространстве и вектора ν_t в координатном пространстве фонового вакуумного поля, $G_l^k = V_l N^k$, $V_l = -\pi/(2i)\varepsilon_{ljt}r_j\nu_t R\sqrt{C_g/2}$, в $O(3)$ -цветовом и координатном пространстве принимает вид

$$\bar{K} = \frac{1}{4}N_f f_\omega^2 \left\{ 2F'^2 + 2\left(\frac{2}{R^2} + \frac{1}{9}\pi^2 C_g R^2\right) \sin^2 F + \left(\frac{4}{R^2} + \frac{1}{9}\pi^2 C_g R^2\right) (\cos F - 1)^2 \right\}, \quad (23)$$

где C_g – глюонный конденсат. Таким образом, асимптотическое поведение функции формы $F(R)$ при больших R описывается тем же уравнением, что и в случае цветового $SU(2)$ -солитона (см. [5]). Мы используем результат

$$F \rightarrow (f_0 R)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{C_g}{2}} R^2\right), \quad R \rightarrow \infty, \quad (24)$$

гарантирующий, что масса $M = -4\pi \int dR R^2 L_{\text{stat}}$ конечна для положительного конденсата C_g , т.е. для хромомангнитного вакуумного поля. Из выражения для эффективного лагранжиана следует, что масса солитона инвариантна относительно $SU(2)_b$ -вращений.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что классически устойчивые топологические солитоны с конечной массой существуют в расширенной киральной группе E_8 . В случае трех цветов и двух ароматов их статус описывается специальной киральной группой $O(3)_{\bar{L}} \times O(3)_{\bar{R}}$, где понятия левой $\bar{L}$ и правой $\bar{R}$ подгрупп определены в терминах $(1 \pm \gamma_5 \zeta)/2$, где ζ – фиксированная нормаль в барионной группе $SU(2)_b$ с генераторами $\rho_1 \tau_2$, $\rho_2 \tau_2$, $\rho_3 \mathbf{1}$, а оператор барионного числа есть $\rho_3 \mathbf{1}$. Для изолированного солитона постоянство величины ζ ($\zeta = \text{const}$) является ковариантным понятием, если ζ коммутирует с направлением в цветном пространстве $\hat{N}$ фонового вакуумного $SU(3)$ -поля, как это имеет место при $\text{tr } \hat{N}^3 = 0$. Вакуумное фоновое поле определяет также асимптотическое поведение функции формы F ; поле должно быть хромомангнитным. Такая картина, основанная на задании отображения из S^3 в аномальную часть Θ группы E_8 и использующая свойства вакуумного фонового поля, может воспроизводиться и в более сложных случаях. Это расширение мира цветовых солитонов не связано с расширением калибровочного пространства чистой КХД. Оно по-прежнему представляет собой группу $SU(3)$, и для включения новых солитонов пока не потребовалось никаких дополнительных калибровочных степеней ξ . Однако вполне вероятно, что эти степени ξ появятся, если вакуум будет описываться набором конденсатов.

Благодарности. Авторы благодарны Д. В. Василевичу за интересные обсуждения. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки России (грант НШ-9913.2006.9).

Список литературы

- [1] Н. Н. Боголюбов, А. А. Логунов, И. Т. Тодоров, *Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля*, Наука, М., 1969.
- [2] Н. Н. Боголюбов, А. А. Логунов, А. И. Оксак, И. Т. Тодоров, *Общие принципы квантовой теории поля*, Наука, М., 1987.
- [3] S. L. Adler, *Phys. Rev.*, **177** (1969), 2426; J. S. Bell, R. Jackiw, *Nuovo Cimento A*, **60** (1969), 47.
- [4] В. Г. Маханков, Ю. П. Рыбаков, В. И. Санюк, *УФН*, **162** (1992), 1.
- [5] V. Novozhilov, Yu. Novozhilov, *Phys. Lett. B*, **522** (2001), 49; В. Ю. Новожилов, Ю. В. Новожилов, *ТМФ*, **131** (2002), 62.
- [6] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **147** (1979), 385.
- [7] Yu. Novozhilov, A. Pronko, D. Vassilevich, *Phys. Lett. B*, **343** (1995), 358; Erratum, **351** (1995), 601.
- [8] R. Ball, *Phys. Lett. B*, **227** (1989), 445; Yu. Novozhilov, A. Pronko, D. Vassilevich, *Phys. Lett. B*, **321** (1994), 425.
- [9] A. P. Balachandran, V. P. Nair, S. G. Rajeev, A. Stern, *Phys. Rev. D*, **27** (1983), 1153; A. P. Balachandran, F. Lizzi, V. G. J. Rodgers, A. Stern, *Nucl. Phys. B*, **256** (1985), 525.

Поступила в редакцию 19.06.2006