Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. М. Зупник, Частичное спонтанное нарушение трехмерной $N = 2$ суперсимметрии, *ТМФ*, 2000, том 123, номер 1, 57–74

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf585>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.237.59.107

26 апреля 2023 г., 10:32:06

© 2000 г.

Б. М. Зупник*

ЧАСТИЧНОЕ СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ $N = 2$ СУПЕРСИММЕТРИИ

Обсуждаются суперполевые модели с частичным спонтанным нарушением глобальной $D = 3$, $N = 2$ суперсимметрии. Абелева калибровочная модель описывает низкоэнергетические взаимодействия вещественного скалярного поля с 3D векторным и фермионными полями. Введено новое голдстоун-максвелловское представление 3D калибровочного суперполя и доказана возможность частичного спонтанного нарушения $N = 2 \rightarrow N = 1$ для неминимального самодействия этого модифицированного калибровочного суперполя с включением линейного члена Файе–Илиопулоса. Рассматривается также дуальное описание частичного нарушения в модели самодействующего голдстоуновского кирального суперполя. Эти модели имеют постоянные вакуумные решения и описывают соответственно взаимодействия $N = 1$ голдстоуновских мультиплетов D2-браны или супермембраны с дополнительными массивными мультиплетами.

1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартные механизмы спонтанного нарушения глобальной $D = 4$, $N = 1$ суперсимметрии (СНГС) связаны с постоянными вакуумными решениями для вспомогательных компонент кирального и калибровочного суперполей (см. обзоры [1–3]). Постоянные СНГС-решения возможны в очень ограниченном классе взаимодействий киральных суперполей. В частности, СНГС невозможно для нетривиального самодействия одного кирального суперполя. Механизм Файе–Илиопулоса (FI) состоит в добавлении линейного члена в действие $N = 1$ абелевой калибровочной теории, однако этот член не гарантирует появление СНГС-решения для любого взаимодействия калибровочных и материальных полей. Эти стандартные механизмы не достаточно гибкие, поэтому поиск новых подходов к этой проблеме весьма желателен, особенно для расширенных суперсимметрий или суперсимметрий в низших размерностях, имеющих свою специфику. Проблемы спонтанного нарушения локальных суперсимметрий не будут обсуждаться в данной работе.

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия. E-mail: zupnik@thsun1.jinr.ru

Стандартные линейные супермультиплеты (стандартные суперполя) не удобны для описания частичного спонтанного нарушения глобальных суперсимметрий (ЧСНГС), когда инвариантность по отношению к части суперзарядов остается ненарушенной. В частности, постоянные решения с вырожденной структурой вспомогательных полей запрещены во многих случаях. Модели голдстоуновских фермионов с частичным спонтанным нарушением $D = 4$, $N = 2$ [4] или $D = 3$, $N = 2$ [5] суперсимметрий были построены с использованием топологически нетривиальных классических решений, сохраняющих половину суперзарядов. Эти модели также изучались в методе нелинейных реализаций суперсимметрий [6–11], использующем суперполя ненарушенной суперсимметрии.

Абелева калибровочная модель с двумя FI-членами была использована для спонтанного нарушения $D = 4$, $N = 2$ суперсимметрии до ее $N = 1$ подгруппы [12–14]. Эта модель описывает неминимальные взаимодействия комплексного скалярного поля с фермионными и $U(1)$ -калибровочными полями. В $D = 4$, $N = 2$ суперпространстве эти взаимодействия соответствуют голоморфному действию голдстоун-максвелловского (ГМ) кирального суперполя W , удовлетворяющего модифицированным суперполевым связям второго порядка. По сравнению с исходными связями $N = 2$ векторного мультиплета [15] эти связи содержат постоянные члены, которые гарантируют появление постоянных мнимых частей вспомогательной изовекторной компоненты и голдстоуновской фермионной компоненты в ГМ-суперполе.

Ранее пример связи голдстоуновского типа был рассмотрен для модели с частичным спонтанным нарушением $D = 1$, $N = 4$ суперсимметрии в [16]. Таким образом, эти связи вводят новый тип представлений суперсимметрии с линейными голдстоуновскими (ЛГ) фермионами. В отличие от голдстоуновских фермионов нелинейных реализаций, преобразующихся линейно только в ненарушенной суперсимметрии, ЛГ-фермионы имеют партнеров в супермультиплетах полной суперсимметрии. Нелинейные деформации стандартных связей также возможны [3], однако мы будем обсуждать только постоянные члены в модифицированных связях, которые имеют отношение к спонтанному нарушению суперсимметрий. Будет показано, что использование ЛГ-векторного мультиплета и соответствующего дуального скалярного мультиплета решает проблему частичного спонтанного нарушения $D = 3$, $N = 2$ суперсимметрии. Эта проблема недавно рассматривалась в рамках $N = 1$ суперпространства [11].

Координаты полного $D = 3$, $N = 2$ суперпространства

$$z = (x^{\alpha\beta}, \theta^\alpha, \bar{\theta}^\alpha) \quad (1.1)$$

имеют спинорные индексы α, β группы $SL(2, R)$. Спинорное представление x -координаты связано с векторным представлением через 3D γ -матрицы $x^{\alpha\beta} = (1/2)x^m(\gamma_m)^{\alpha\beta}$. Алгебра спинорных производных в этом суперпространстве имеет следующий вид:

$$\{\mathcal{D}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_\beta\} = i\partial_{\alpha\beta} + i\varepsilon_{\alpha\beta}Z, \quad (1.2)$$

$$\{\mathcal{D}_\alpha, \mathcal{D}_\beta\} = 0, \quad \{\bar{\mathcal{D}}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_\beta\} = 0, \quad (1.3)$$

где Z – вещественный центральный заряд,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\alpha &= D_\alpha + \frac{i}{2}\bar{\theta}_\alpha Z, & D_\alpha &= \partial_\alpha + \frac{i}{2}\bar{\theta}^\beta \partial_{\alpha\beta}, \\ \overline{\mathcal{D}}_\alpha &= \overline{D}_\alpha - \frac{i}{2}\theta_\alpha Z, & \overline{D}_\alpha &= \bar{\partial}_\alpha + \frac{i}{2}\theta^\beta \partial_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Мы будем использовать главным образом спинорные производные без центрального заряда D_α и $\overline{D}_\alpha$.

Соответствующие генераторы $N = 2$ суперсимметрии имеют вид

$$\mathcal{Q}_\alpha = Q_\alpha + \frac{1}{2}\bar{\theta}_\alpha Z, \quad \overline{\mathcal{Q}}_\alpha = \overline{Q}_\alpha - \frac{1}{2}\theta_\alpha Z. \quad (1.5)$$

Алгебра $N = 2$ суперсимметрии ковариантна относительно $U_R(1)$ -преобразований

$$\theta^\alpha \rightarrow e^{i\rho} \theta^\alpha, \quad \bar{\theta}^\alpha \rightarrow e^{-i\rho} \bar{\theta}^\alpha. \quad (1.6)$$

Мы будем рассматривать следующие обозначения для билинейных комбинаций спинорных координат и дифференциальных операторов:

$$(\theta)^2 = \frac{1}{2}\theta_\alpha \theta^\alpha, \quad (\bar{\theta})^2 = \frac{1}{2}\bar{\theta}^\alpha \bar{\theta}_\alpha, \quad (1.7)$$

$$(\theta\bar{\theta}) = \frac{1}{2}\theta^\alpha \bar{\theta}_\alpha, \quad \Theta^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}[\theta^\alpha \bar{\theta}^\beta + \alpha \leftrightarrow \beta], \quad (1.8)$$

$$(D)^2 = \frac{1}{2}D^\alpha D_\alpha, \quad (\overline{D})^2 = \frac{1}{2}\overline{D}_\alpha \overline{D}^\alpha, \quad (1.9)$$

$$(D\overline{D}) = \frac{1}{2}D^\alpha \overline{D}_\alpha, \quad D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}([D_\alpha, \overline{D}_\beta] + \alpha \leftrightarrow \beta), \quad (1.10)$$

а также учитывать полезные соотношения

$$D_\alpha \overline{D}_\beta = \frac{i}{2}\partial_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\alpha\beta}(D\overline{D}) + \frac{1}{2}D_{\alpha\beta}, \quad (1.11)$$

$$(D\overline{D})^2 = \frac{1}{8}\partial^{\alpha\beta}(\partial_{\alpha\beta} - iD_{\alpha\beta}) + \frac{1}{2}(D)^2(\overline{D})^2, \quad (1.12)$$

$$D_{\alpha\beta}(D)^2 = i\partial_{\alpha\beta}(D)^2, \quad (1.13)$$

$$(D)^2(\theta)^2 = 1, \quad (\overline{D})^2(\bar{\theta})^2 = 1, \quad (D\overline{D})(\theta\bar{\theta}) = -\frac{1}{2}. \quad (1.14)$$

В полном и киральном суперпространствах используются меры интегрирования

$$d^7z = d^3x(D)^2(\overline{D})^2, \quad d^5\zeta = d^3x_L(D)^2, \quad (1.15)$$

которые имеют R -заряды 0 и -2 , соответственно. Комплексные киральные координаты строятся по аналогии со случаем $D = 4$:

$$\zeta = (x_L^{\alpha\beta}, \theta^\alpha), \quad x_L^{\alpha\beta} = x^{\alpha\beta} + i\Theta^{\alpha\beta}. \quad (1.16)$$

Удобно использовать следующие правила сопряжения для любых операторов [3]:

$$(XY)^\dagger = Y^\dagger X^\dagger, \quad [X, Y]^\dagger = -(-1)^{p(X)p(Y)}[X^\dagger, Y^\dagger], \quad (1.17)$$

где $[X, Y]$ – градуированный коммутатор, $p(X) = \pm 1 - Z_2$ -четность. Действие дифференциального оператора X на некоторую функцию $f(z)$ и соответствующее сопряжение определяются как

$$Xf \equiv [X, f] \Rightarrow (Xf)^\dagger = -(-1)^{p(X)p(f)}X^\dagger f^\dagger. \quad (1.18)$$

(Отметим, что также возможно альтернативное определение сопряжения $(Xf)^\dagger = (-1)^{p(X)p(f)}X^\dagger f^\dagger$.)

Рассмотрим правила сопряжения для спинорных координат и производных

$$(\theta^\alpha)^\dagger = \bar{\theta}^\alpha, \quad [(\theta)^2]^\dagger = (\bar{\theta})^2, \quad (\theta\bar{\theta})^\dagger = -(\theta\bar{\theta}), \quad (1.19)$$

$$D_\alpha^\dagger = \bar{D}_\alpha, \quad [(D)^2]^\dagger = (\bar{D})^2, \quad (D\bar{D})^\dagger = -(D\bar{D}). \quad (1.20)$$

Можно ввести вещественные $N = 2$ спинорные координаты $\theta_i^\alpha = (\theta_i^\alpha)^\dagger$,

$$\theta^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta_1^\alpha + i\theta_2^\alpha), \quad \bar{\theta}^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta_1^\alpha - i\theta_2^\alpha), \quad (1.21)$$

$$(\theta)^2 = \frac{1}{2}[(\theta_2\theta_2) - (\theta_1\theta_1) - 2i(\theta_1\theta_2)], \quad (\theta_i\theta_k) \equiv \frac{1}{2}\theta_i^\alpha\theta_{k\alpha} = (\theta_k\theta_i), \quad (1.22)$$

$$(\theta\bar{\theta}) = \frac{1}{2}[(\theta_1\theta_1) + (\theta_2\theta_2)], \quad (\theta_i\theta_k)^\dagger = -(\theta_i\theta_k), \quad (1.23)$$

$$\Theta^{\alpha\beta} = \frac{i}{2}(\theta_2^\alpha\theta_1^\beta + \alpha \leftrightarrow \beta), \quad (\Theta^{\alpha\beta})^\dagger = \Theta^{\alpha\beta}, \quad (1.24)$$

и соответствующие спинорные производные

$$\mathcal{D}_\alpha^1 = D_\alpha^1 + \frac{1}{2}\theta_{2\alpha}Z, \quad \mathcal{D}_\alpha^2 = D_\alpha^2 - \frac{1}{2}\theta_{1\alpha}Z, \quad (1.25)$$

$$D_\alpha^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(D_\alpha + \bar{D}_\alpha), \quad D_\alpha^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(D_\alpha - \bar{D}_\alpha), \quad (1.26)$$

$$\{D_\alpha^1, D_\beta^1\} = \{D_\alpha^2, D_\beta^2\} = i\partial_{\alpha\beta}, \quad \{D_\alpha^1, D_\beta^2\} = 0. \quad (1.27)$$

$D = 3$, $N = 2$ калибровочные теории рассматривались, например, в работах [17–20]. Неминимальное самодействие $U(1)$ -калибровочного супермультиплета в этом случае эквивалентно взаимодействию 3D линейного мультиплета. Мы будем анализировать модифицированные ЛГ(мЛГ)-связи для 3D калибровочного мультиплета. Соответствующее вещественное $N = 2$ суперполе описывает голдстоуновские фермионы, взаимодействующие со скалярным и векторным полями.

В разделе 4 мы обсуждаем препотенциальное решение для мЛГ-супермультиплета, которое содержит дополнительные члены, явно зависящие от спинорных координат и некоторых комплексных констант, играющих роль модулей в вакуумном состоянии теории совместно с константой FI-члена. Используя это представление в неминимальном калибровочном действии, можно получить постоянные вакуумные решения с частичным нарушением $D = 3$, $N = 2$ суперсимметрии. Отметим, что алгебра суперсимметрии модифицируется на мЛГ-препотенциале V по аналогии с подобными модифицированными преобразованиями 4D калибровочных полей или препотенциалов [13, 14].

Раздел 5 посвящен описанию ЧСНГС во взаимодействии ЛГ-кирального суперполя, которое дуально взаимодействию мЛГ-суперполя. Это явно суперсимметричное действие зависит от суммы кирального и антикирального суперполей, а также некоторого постоянного члена, билинейного по спинорным координатам. Необычное преобразование основного ЛГ-кирального суперполя удовлетворяет алгебре суперсимметрии с центральным зарядом.

Действия $N = 1$ супермембраны и D2-браны [11] могут быть проанализированы в нашем подходе с использованием разложения $N = 2$ суперполей по второй спинорной координате θ_2^α . В разделе 6 рассматриваются $N = 1$ компоненты расширенных суперполей и ковариантные условия, которые позволяют нам выразить дополнительные степени свободы через голдстоуновские суперполя.

2. ВЕКТОРНЫЙ МУЛЬТИПЛЕТ В $D = 3$, $N = 2$ СУПЕРСИММЕТРИИ

$D = 3$, $N = 2$ калибровочная теория [17–20] аналогична хорошо известной $D = 4$, $N = 1$ калибровочной теории, хотя трехмерный случай имеет некоторые интересные особенности, которые связаны с существованием топологического массового члена и дуальностью между 3D векторным и киральным мультиплетом. Мы будем рассматривать базисное суперпространство с $Z = 0$.

Абелев $U(1)$ -калибровочный препотенциал $V(z)$ имеет калибровочное преобразование

$$\delta V = \Lambda + \bar{\Lambda}, \quad (2.1)$$

где рассматриваются киральный и антикиральный параметры

$$\bar{D}_\alpha \Lambda = 0, \quad D_\alpha \bar{\Lambda} = 0. \quad (2.2)$$

$D = 3$, $N = 2$ векторный мультиплет описывается вещественным линейным суперполем

$$W(V) = i(D\bar{D})V, \quad (2.3)$$

удовлетворяющим связям

$$(D)^2 W = (\bar{D})^2 W = 0. \quad (2.4)$$

Дополнительные полезные соотношения для этого суперполя имеют следующий вид:

$$D_\alpha(D\bar{D})W = -\frac{i}{2}\partial_{\alpha\beta}D^\beta W, \quad (2.5)$$

$$(D\bar{D})^2W = \frac{1}{8}\partial^{\alpha\beta}(\partial_{\alpha\beta} - iD_{\alpha\beta})W. \quad (2.6)$$

Компоненты векторного мультиплета вычисляются как не зависящие от θ части основных суперполей и их спинорных производных:

$$\varphi(x) = W|_0 = i(D\bar{D})V|_0, \quad \lambda_\alpha(x) = D_\alpha W|_0, \quad (2.7)$$

$$\bar{\lambda}_\alpha(x) = -\bar{D}_\alpha W|_0, \quad A_{\alpha\beta}(x) = D_{\alpha\beta}V|_0, \quad (2.8)$$

$$F_{\alpha\beta}(x) = D_{\alpha\beta}W|_0, \quad G(x) = i(D\bar{D})W|_0, \quad (2.9)$$

где $A_{\alpha\beta}$ и $F_{\alpha\beta}$ – 3D векторное поле и его напряженность, G – вещественная вспомогательная компонента, φ , λ и $\bar{\lambda}$ – физические скалярное и спинорные поля. Скалярное поле появляется как 3D аналог третьей компоненты 4D калибровочного поля.

Низкоэнергетическое эффективное действие 3D векторного мультиплета описывает неминимальное взаимодействие вещественного скалярного поля с фермионным и калибровочным полями. Для $U(1)$ -калибровочного суперполя V это действие имеет следующий вид:

$$S(W) = -\frac{1}{2} \int d^7z H(W), \quad \tau(W) = H''(W) > 0, \quad (2.10)$$

где $H(W)$ – вещественная выпуклая функция W . Отметим, что действие $S(W)$ сохраняет $U_R(1)$ -инвариантность.

Интересная особенность 3D калибровочной теории связана с существованием члена Черна–Саймонса [17]

$$S_{\text{CS}} = \frac{ik}{4} \int d^7z V(D\bar{D})V, \quad (2.11)$$

где k – некоторая константа. Компонентная форма этого действия содержит топологический калибровочный член

$$\int d^3x A_{\alpha\beta} \partial_\gamma^\alpha A^{\gamma\beta}.$$

Заметим, что неабелево обобщение этого члена построено в работе [18].

3D линейный мультиплет дуален киральному мультиплету ϕ . Преобразование Лежандра, описывающее эту дуальность,

$$S[B, \Phi] = -\frac{1}{2} \int d^7z [H(B) - \Phi B], \quad (2.12)$$

включает вещественное неограниченное суперполе B и суперполе $\Phi = \phi + \bar{\phi}$. Варьируя множители Лагранжа ϕ и $\bar{\phi}$, можно получить связи (2.4).

Используя решение алгебраического B -уравнения

$$H'(B) \equiv f(B) = \Phi, \quad (2.13)$$

можно перейти к самодействию киральных суперполей:

$$B \Rightarrow B(\Phi) = f^{-1}(\Phi), \quad (2.14)$$

$$S(\Phi) = -\frac{1}{2} \int d^7 z \hat{H}(\Phi), \quad (2.15)$$

$$\hat{H}(\Phi) = H[B(\Phi)] - \Phi B(\Phi), \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B} = \tau(B), \quad \frac{\partial^2 \hat{H}}{\partial \Phi^2} \equiv \hat{\tau} = -\frac{1}{\tau}. \quad (2.17)$$

Соответствующее суперполеное уравнение имеет вид

$$(\overline{D})^2 \hat{H}'(\Phi) = \hat{\tau}(\Phi) (\overline{D})^2 \bar{\phi} + \frac{1}{2} \hat{\tau}'(\Phi) \overline{D}_\alpha \bar{\phi} \overline{D}^\alpha \bar{\phi} = 0. \quad (2.18)$$

Эта киральная модель описывает специальный случай кэлеровой суперсимметричной σ -модели, которая полностью определяется вещественной функцией H и обладает по построению дополнительной абелевой изометрией

$$\phi \rightarrow \phi + i\beta, \quad (2.19)$$

где β – некоторый вещественный параметр.

3. ТРУДНОСТИ СО СПОНТАННЫМ НАРУШЕНИЕМ СУПЕРСИММЕТРИИ

Рассмотрим спонтанное нарушение суперсимметрии в неминимальной калибровочной модели (2.10) с добавочным линейным FI-членом

$$S_{\text{FI}} = \frac{1}{2} \xi \int d^7 z V, \quad (3.1)$$

где ξ – константа размерности -1 . Варьируя суперполе V , можно вывести соответствующее суперполеное уравнение движения

$$-i(D\overline{D})H'(W) + \xi = -i\tau(W)(D\overline{D})W - \frac{i}{2}\tau'(W)D^\alpha W \overline{D}_\alpha W + \xi = 0, \quad (3.2)$$

где

$$\tau(W) = H''(W), \quad \tau'(W) = H'''(W). \quad (3.3)$$

Спинорные производные этого уравнения порождают компонентные уравнения движения различной размерности

$$\begin{aligned} D_\alpha(D\bar{D})H' = & -\frac{i}{2}\tau(W)\partial_{\alpha\beta}D^\beta W + \frac{1}{2}\tau'(W)D_\alpha W(D\bar{D})W + \\ & + \frac{1}{2}\tau'(W)D^\beta W\left(D_{\alpha\beta} + \frac{i}{2}\partial_{\alpha\beta}\right)W - \\ & - \frac{1}{4}\tau''(W)\bar{D}_\alpha W D^\beta W D_\beta W - \frac{1}{2}\tau'(W)\bar{D}_\alpha W(D)^2 W = 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где последний член исчезает вследствие условия (2.4). Вакуумные решения можно анализировать с помощью уравнения

$$(D\bar{D})^2 H'(W) = 0. \quad (3.5)$$

Мы будем изучать постоянные решения уравнений движения, используя следующую вакуумную подстановку:

$$V_0 = 2i(\theta\bar{\theta})a - 2(\theta)^2(\bar{\theta})^2 G, \quad W_0 = a + 2i(\theta\bar{\theta})G, \quad (3.6)$$

где a и G — константы. Низшие вакуумные компоненты уравнений (3.2) и (3.5) имеют вид

$$G\tau(a) - \xi = 0, \quad (3.7)$$

$$G^2\tau'(a) = 0. \quad (3.8)$$

Нетривиальное решение $G_0 \neq 0$ возможно только для квадратичной функции H .

Полезно рассматривать вещественные 3D спиноры $\lambda_i^\alpha = (\lambda_i^\alpha)^\dagger$,

$$\lambda^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda_1^\alpha + i\lambda_2^\alpha) \quad (3.9)$$

и соответствующие вещественные спинорные параметры $N = 2$ суперсимметрии

$$\epsilon^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_1^\alpha + i\epsilon_2^\alpha). \quad (3.10)$$

Ясно, что постоянное решение вида (3.6) может нарушать спонтанно только *обе* суперсимметрии

$$\delta_\epsilon \lambda^\alpha = iG_0 \bar{\epsilon}^\alpha, \quad \delta_\epsilon \bar{\lambda}^\alpha = -iG_0 \epsilon^\alpha, \quad (3.11)$$

так как оно порождает два вещественных голдстоуновских фермиона.

Таким образом, полное спонтанное нарушение $N = 2$ суперсимметрии возможно только для $W^2(V)$ -взаимодействия с FI-членом. Частичное спонтанное нарушение запрещено, если использовать векторный мультиплет, удовлетворяющий стандартному условию (2.4).

Оценим роль члена Черна–Саймонса (2.11) в вакуумных уравнениях. Варьируя действие $S(W) + S_{CS} + S_{FI}$, можно получить модифицированное уравнение движения

$$-i(D\bar{D})H' + kW + \xi = 0. \quad (3.12)$$

Это суперполевое уравнение дает следующие модифицированные вакуумные уравнения:

$$G\tau(a) - ka - \xi = 0, \quad (3.13)$$

$$G^2\tau'(a) - kG = 0. \quad (3.14)$$

Скалярный потенциал этой модели имеет вид

$$\mathcal{V}_k(a) = \frac{1}{2\tau(a)}(\xi + ka)^2. \quad (3.15)$$

Для произвольной функции $\infty > \tau(a) > 0$ этот потенциал имеет единственный явно суперсимметричный минимум $a = -\xi k^{-1}$. Таким образом, даже свободное СНГС-решение $\tau = \text{const}$ исчезает в присутствии члена Черна–Саймонса.

4. ЧАСТИЧНОЕ СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СУПЕРСИММЕТРИИ

Мы определим модифицированные связи голдстоуновского типа для 3D векторного мультиплета аналогично тому, как это было сделано в работах [16, 14], и покажем, что спонтанное нарушение $D = 3$, $N = 2$ суперсимметрии возможно для нетривиального калибровочного взаимодействия в этом подходе.

Рассмотрим следующую деформацию связей (2.4):

$$(D)^2\widehat{W} = C, \quad (\bar{D})^2\widehat{W} = \bar{C}, \quad (4.1)$$

где C и $\bar{C}$ – некоторые константы. Эти соотношения явно нарушают $U_R(1)$ -инвариантность.

Решение этих связей можно построить по аналогии с (2.3):

$$\widehat{W} = i(D\bar{D})V + (\theta)^2 C + (\bar{\theta})^2 \bar{C}. \quad (4.2)$$

Это мЛГ-суперполе содержит новые постоянные вспомогательные структуры, которые радикально меняют матрицу вакуумных фермионных преобразований:

$$\delta_\epsilon \lambda^\alpha = -C\epsilon^\alpha + iG_0\bar{\epsilon}^\alpha, \quad (4.3)$$

$$\delta_\epsilon \bar{\lambda}^\alpha = -iG_0\epsilon^\alpha - \bar{C}\bar{\epsilon}^\alpha. \quad (4.4)$$

Очевидно, что ЧСНГС-условие соответствует вырожденности этих преобразований:

$$C\overline{C} - G_0^2 = 0. \quad (4.5)$$

В этом случае можно выбрать одно вещественное голдстоуновское спинорное поле как линейную комбинацию λ_i^α . Для случая чисто мнимой константы C ЛГ-фермион можно отождествить с λ_2^α .

Следует подчеркнуть, что сдвинутая величина $W(V) = i(D\overline{D})V$ (4.2) не является стандартным суперполем:

$$\delta_\epsilon \widehat{W} = i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k \widehat{W} \rightarrow \delta_\epsilon W(V) = C\epsilon^\alpha \theta_\alpha - \overline{C}\epsilon^\alpha \bar{\theta}_\alpha + i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k W(V). \quad (4.6)$$

Алгебра этих преобразований не меняется на калибровочно-инвариантном суперполе:

$$[\delta_\eta, \delta_\epsilon]W(V) = \epsilon_k^\alpha \eta_l^\beta \{Q_\alpha^k, Q_\beta^l\}W(V). \quad (4.7)$$

Преобразование мЛГ-препотенциала V будет рассмотрено в конце этого раздела.

Действие мЛГ-суперполя (4.2) имеет вид

$$\widehat{S}(V) = -\frac{1}{2} \int d^7z [H(\widehat{W}) - \xi V] \quad (4.8)$$

и зависит от трех констант ξ , C и $\overline{C}$.

Члены без производных в компонентном лагранжиане

$$\frac{1}{2}(G^2 - |C|^2)\tau(\varphi) - \xi G \quad (4.9)$$

дают следующий скалярный потенциал:

$$\mathcal{V}(\varphi) = \frac{1}{2} [|C|^2 \tau(\varphi) + \xi^2 \tau^{-1}(\varphi)]. \quad (4.10)$$

Вакуумные уравнения в этой модели имеют вид

$$G\tau(a) - \xi = 0, \quad (4.11)$$

$$(G^2 - |C|^2)\tau'(a) = 0. \quad (4.12)$$

ЧСНГС-решение (4.5) возникает для нетривиального взаимодействия $\tau'(a) \neq 0$. Это решение определяет точку минимума a_0 модели:

$$\tau(a_0) = \frac{|\xi|}{|C|}. \quad (4.13)$$

Вакуумное вспомогательное поле можно вычислить в точке a_0 :

$$G_0 = \frac{\xi}{\tau(a_0)} = \pm |C|. \quad (4.14)$$

Используя $U_R(1)$ -преобразование, можно выбрать чисто мнимую константу $C \rightarrow c = i|c|$ (без ограничения общности), тогда

$$G_0 = -ic = |c|. \quad (4.15)$$

Этот выбор соответствует следующему разложению мЛГ-суперполя (4.2):

$$\widehat{W} = W_s(V_s) + 2i|c|(\theta_2\theta_2), \quad (4.16)$$

$$W_s(V_s) = \frac{i}{4}(D^{1\alpha}D_\alpha^1 + D^{2\alpha}D_\alpha^2)V_s, \quad (4.17)$$

где V_s – сдвинутый мЛГ-препотенциал, который имеет исчезающее вакуумное решение для вспомогательной компоненты. Очевидно, что это представление нарушает спонтанно только $N = 2$ суперсимметрию.

Рассмотрим преобразования суперсимметрии W_s и V_s :

$$\delta_\epsilon W_s = i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k \widehat{W} = -2i|c|\epsilon_2^\alpha \theta_{2\alpha} + i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k W_s, \quad (4.18)$$

$$\delta_\epsilon V_s = \Delta(\epsilon, \theta) + i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k V_s, \quad (4.19)$$

$$\Delta(\epsilon, \theta) = 2|c|\epsilon_2^\alpha \theta_{2\alpha} (\theta_1^\beta \theta_{1\beta}) = -2\sqrt{2}|c|i\epsilon_2^\alpha [\bar{\theta}_\alpha(\theta)^2 + \theta_\alpha(\bar{\theta})^2]. \quad (4.20)$$

Алгебра суперсимметрии V_s -преобразований существенно модифицируется по аналогии с преобразованиями препотенциалов в работах [13, 14]:

$$\begin{aligned} [\delta_\eta, \delta_\epsilon]V_s &\equiv \epsilon_k^\alpha \eta_l^\beta \{\tilde{Q}_\alpha^k, \tilde{Q}_\beta^l\}V_s = \\ &= 4|c|(\epsilon_2^\alpha \eta_1^\beta - \eta_2^\alpha \epsilon_1^\beta)\theta_{1\beta}\theta_{2\alpha} + \epsilon_k^\alpha \eta_l^\beta \{Q_\alpha^k, Q_\beta^l\}V_s, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где $\tilde{Q}_\alpha^k$ – генераторы модифицированных преобразований.

Измененная часть алгебры преобразований суперсимметрии имеет следующий вид:

$$\{\tilde{Q}_\alpha^1, \tilde{Q}_\beta^2\}_{\text{mod}}V_s = 4|c|\theta_{1\alpha}\theta_{2\beta} = 4i|c|\Theta_{\alpha\beta} + 2i|c|\varepsilon_{\alpha\beta}[(\theta)^2 + (\bar{\theta})^2]. \quad (4.22)$$

Следует подчеркнуть, что оба члена в этом антикоммутаторе могут быть представлены в виде суммы киральных и антикиральных функций и не дают вклада в скобку Ли на суперполе W_s :

$$\Theta^{\alpha\beta} = -\frac{i}{2}(x_L^{\alpha\beta} - x_R^{\alpha\beta}), \quad x_R^{\alpha\beta} \equiv (x_L^{\alpha\beta})^\dagger. \quad (4.23)$$

Модифицированный антикоммутатор содержит дополнительные векторные и скалярные генераторы $T_{\alpha\beta}$, T и $\bar{T}$:

$$\{\tilde{Q}_\alpha^1, \tilde{Q}_\beta^2\} = \varepsilon_{\alpha\beta}(T + \bar{T}) + T_{\alpha\beta}, \quad (4.24)$$

$$T_{\alpha\beta}V_s = 4i|c|\Theta_{\alpha\beta}, \quad TV_s = 2i|c|(\theta)^2. \quad (4.25)$$

Дополнительные генераторы принадлежат к бесконечной алгебре Ли $U(1)$ -калибровочных преобразований, которая возникает в (x, θ) -разложении киральных калибровочных параметров Λ (2.1). Эти генераторы исчезают на калибровочно-инвариантной величине W_s . Следует также включить в модифицированную алгебру $N = 2$ суперсимметрии все нетривиальные коммутаторы T генераторов со спинорными генераторами $\tilde{Q}_\alpha^k$.

Рассмотрим спинорную калибровочную связность

$$A_\alpha(z) = D_\alpha V_s, \quad \delta_\Lambda A_\alpha = D_\alpha \Lambda \quad (4.26)$$

в киральном представлении ($\bar{A}_\alpha = 0$). Неоднородный член в модифицированном преобразовании суперсимметрии этого калибровочного суперполя имеет следующий вид:

$$\delta A_\alpha = -2\sqrt{2}i|c|[\epsilon_{2\alpha}(\bar{\theta})^2 - \theta_\alpha \epsilon_2^\beta \bar{\theta}_\beta] + i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k A_\alpha. \quad (4.27)$$

Следует заметить, что минимальное взаимодействие заряженных киральных суперполей с мЛГ-препотенциалом V_s нарушает суперсимметрию. Аналогичная проблема мЛГ-взаимодействия с заряженной материей появляется также в ЧСНГС-модели с $D = 4$, $N = 2$ суперсимметрией [14].

5. 3D КИРАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ЧАСТИЧНЫМ НАРУШЕНИЕМ

Общее эффективное действие киральных суперполей ϕ_i (i – некоторый внутренний индекс) может быть записано в следующем виде:

$$\int d^4x d^4\theta K(\phi_k, \bar{\phi}_k) + \left[\int d^4x d^2\theta P(\phi_i) + \text{с. с.} \right], \quad (5.1)$$

где K – кэлеров потенциал, P – киральный суперполевого потенциал.

Существование СНГС-решения возможно в случае вырожденности матрицы $\partial_i \partial_k P$. Вакуумное уравнение для одного кирального суперполя ϕ может иметь неисчезающее СНГС-решение только в тривиальном случае линейной функции $P(\phi)$ и свободного кэлерова потенциала $K = \phi\bar{\phi}$.

Мы покажем, что спонтанное нарушение суперсимметрии возможно для нетривиального взаимодействия ЛГ-кирального суперполя, которое обладает неоднородным преобразованием суперсимметрии. Рассмотрим дуальную картину для калибровочной ЧСНГС-модели с FI-членом (4.8)

$$\widehat{S}(B, \phi, \bar{\phi}) = -\frac{1}{2} \int d^7 z [H(B) - B\widehat{\Phi}] - \frac{1}{2} \left[\overline{C} \int d^5 \zeta \phi + \text{с. с.} \right], \quad (5.2)$$

где введено модифицированное ограниченное ЛГ-суперполе

$$\widehat{\Phi} \equiv \phi + \bar{\phi} + 2i\xi(\theta\bar{\theta}), \quad (D\overline{D})\widehat{\Phi} = -i\xi. \quad (5.3)$$

Варьируя киральный и антикиральный множители Лагранжа ϕ и $\bar{\phi}$, можно получить мЛГ-связи (4.2) на суперполе B и затем перейти к калибровочной фазе $B \rightarrow \widehat{W}(V)$, где член $(\theta\bar{\theta})$ в $\widehat{\Phi}$ преобразуется в FI-член.

Алгебраическое B -уравнение

$$H'(B) \equiv f(B) = \widehat{\Phi} \quad (5.4)$$

порождает переход к *киральной* фазе

$$B \rightarrow f^{-1}(\widehat{\Phi}) \equiv \widehat{B}(\widehat{\Phi}). \quad (5.5)$$

Преобразованное киральное действие имеет вид

$$\widehat{S}(\widehat{\Phi}) = -\frac{1}{2} \int d^7 z \{ \widehat{H}(\widehat{\Phi}) + [\overline{C}(\theta)^2 + \text{с. с.}] \widehat{\Phi} \}, \quad (5.6)$$

$$\widehat{H}(\widehat{\Phi}) = H[\widehat{B}(\widehat{\Phi})] - \widehat{\Phi} \widehat{B}(\widehat{\Phi}). \quad (5.7)$$

Линейные члены, содержащие C и $\overline{C}$, нарушают $U_R(1)$ -симметрию (1.6), однако это действие инвариантно по отношению к преобразованию изометрии (2.19).

Следует подчеркнуть, что ЛГ-суперполе $\widehat{\Phi}$ преобразуется однородно, тогда как преобразование суперсимметрии ЛГ-кирального множителя Лагранжа ϕ содержит неоднородный член

$$\delta_\epsilon \phi = -i\xi(\theta^\alpha \bar{\epsilon}_\alpha) + i\epsilon_k^\alpha Q_\alpha^k \phi. \quad (5.8)$$

Действие $\widehat{S}$ инвариантно относительно ЛГ-представления $N = 2$ суперсимметрии, так как первый член этого действия явно зависит от ковариантного суперполя $\widehat{\Phi}$, а второй член инвариантен из-за линейной θ -зависимости неоднородной части $\delta_\epsilon \phi$.

Рассмотрим θ -разложение ЛГ-кирального суперполя

$$\phi = A(x_L) + \theta^\alpha \psi_\alpha(x_L) + (\theta)^2 F(x_L), \quad (5.9)$$

где x_L — комплексная координата кирального базиса.

Скобка Ли модифицированных преобразований суперсимметрии (5.8)

$$[\delta_\eta, \delta_\epsilon]\phi = i\xi(\epsilon^\alpha \bar{\eta}_\alpha - \eta^\alpha \bar{\epsilon}_\alpha) + \epsilon_k^\alpha \eta_l^\beta \{Q_\alpha^k, Q_\beta^l\}\phi \quad (5.10)$$

содержит составной параметр центрального заряда, соответствующий следующему действию генератора Z на киральном суперполе:

$$Z\phi = \xi, \quad Z\bar{\phi} = -\xi. \quad (5.11)$$

Таким образом, в этой модели появляется голдстоуновское бозонное поле $\text{Im } A(x)$ для преобразований центрального заряда. Следует заметить, что преобразование изометрии (2.19) в киральной модели без ЧСНГС нельзя отождествить с преобразованием центрального заряда.

Интересно, что мы можем определить деформированное киральное суперполе

$$\begin{aligned} \phi_\xi &= \phi + i\xi(\theta\bar{\theta}) = e^{i(\theta\bar{\theta})Z}\phi, \quad Z^2\phi = 0, \\ \bar{D}_\alpha\phi_\xi &= \left(\bar{D}_\alpha - \frac{i}{2}\theta_\alpha Z\right)\phi_\xi = 0, \end{aligned} \quad (5.12)$$

удовлетворяющее необычному ковариантному условию.

Суперполевое уравнение движения для действия (5.6)

$$(\bar{D})^2 \hat{H}'(\hat{\Phi}) + \bar{C} = 0 \quad (5.13)$$

порождает вакуумные компонентные уравнения

$$\bar{F}\hat{\tau}(b) + \bar{C} = 0, \quad b = A + \bar{A}, \quad (5.14)$$

$$(|F|^2 - \xi^2)\hat{\tau}'(b) = 0, \quad (5.15)$$

$$\hat{\tau} = \hat{H}'' = -\tau^{-1}. \quad (5.16)$$

Скалярный потенциал этой модели зависит только от одной вещественной скалярной компоненты:

$$\mathcal{V}(b) = \frac{1}{2}[\xi^2 \hat{\tau}(b) + |C|^2 \hat{\tau}^{-1}(b)]. \quad (5.17)$$

Точка минимума b_0 этого потенциала определяется уравнением

$$\mathcal{V}' = \frac{1}{2}\hat{\tau}'(b)[\xi^2 - |C|^2 \hat{\tau}^{-2}(b)] = 0, \quad (5.18)$$

$$\tau^2(b_0) = \hat{\tau}^{-2} = \xi^2 |C|^2, \quad (5.19)$$

с использованием условия $\tau'(b) \neq 0$.

Вакуумные преобразования спинорных компонент ЛГ-суперполей ϕ и $\bar{\phi}$ имеют следующий вид:

$$\delta_\epsilon \psi^\alpha = F_0 \epsilon^\alpha - i\xi \bar{\epsilon}^\alpha, \quad (5.20)$$

$$\delta_\epsilon \bar{\psi}^\alpha = i\xi \epsilon^\alpha + \bar{F}_0 \bar{\epsilon}^\alpha. \quad (5.21)$$

Вакуумное решение $|F_0|^2 = \xi^2$ соответствует условию вырожденности для этих преобразований. Выбор $F_0 = i\xi$ нарушает $N = 2$ суперсимметрию.

Таким образом, нетривиальное взаимодействие ЛГ-кирального суперполя ϕ приводит к частичному спонтанному нарушению $D = 3$, $N = 2$ суперсимметрии. Это явление также анализировалось в формализме $D = 3$, $N = 1$ голдстоуновских суперполей [11].

6. ПЕРЕХОД К $N = 1$ СУПЕРПОЛЯМ

Предположим, что спинорные координаты θ_1^α параметризуют $N = 1$ суперпространство, а генераторы Q_α^1 образуют соответствующую подалгебру $N = 2$ суперсимметрии. Комплексные киральные координаты ζ (1.16) могут быть выражены через вещественные спинорные координаты

$$x_L^{\alpha\beta} = x^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\theta_1^\alpha \theta_2^\beta + \alpha \leftrightarrow \beta), \quad (6.1)$$

$$\theta^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta_1^\alpha + i\theta_2^\alpha). \quad (6.2)$$

Мы будем использовать соотношения

$$(D)^2 = \frac{1}{2}(D^1 D^1) - \frac{1}{2}(D^2 D^2) - i(D^1 D^2), \quad (D^i D^k) \equiv \frac{1}{2}D^{i\alpha} D_\alpha^k, \quad (6.3)$$

$$D_\alpha^1 D_\beta^1 = \frac{i}{2}\partial_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\alpha\beta}(D^1 D^1), \quad \{D_\alpha^1, (D^1 D^1)\} = 0, \quad (6.4)$$

$$[D_\alpha^1, (D^1 D^1)] = -i\partial_{\alpha\beta} D^{1\beta}, \quad (D^1 D^1)^2 = \frac{1}{8}\square_3, \quad \square_3 = \partial^{\alpha\beta} \partial_{\alpha\beta}. \quad (6.5)$$

Условие киральности в вещественном базисе

$$\overline{D}_\alpha \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(D_\alpha^1 + iD_\alpha^2)\phi = 0 \quad (6.6)$$

может быть решено с использованием неограниченного комплексного $N = 1$ суперполя χ :

$$\phi = \chi(x, \theta_1) + i\theta_2^\alpha D_\alpha^1 \chi(x, \theta_1) + (\theta_2 \theta_2)(D^1 D^1)\chi(x, \theta_1). \quad (6.7)$$

Для доказательства киральности в $N = 1$ представлении следует использовать уравнения (6.4), (6.5) и соотношение

$$D_\alpha^2 \chi(x, \theta_1) = \frac{i}{2}\theta_2^\beta \partial_{\alpha\beta} \chi(x, \theta_1). \quad (6.8)$$

Используя (6.3), легко получить соотношение между киральным и $N = 1$ интегралами

$$\int d^3 x (D)^2 \phi = \int d^3 x (D^1 D^1) \chi(x, \theta_1), \quad (6.9)$$

где $d^2 \theta_1 = (D^1 D^1)$ — мнимая спинорная мера $N = 1$ суперпространства.

Преобразование (5.8) имеет $N = 1$ разложение

$$\delta \phi = -\frac{1}{2}\xi \theta_1^\alpha (\epsilon_{2\alpha} + i\epsilon_{1\alpha}) + \frac{1}{2}\xi \theta_2^\alpha (\epsilon_{1\alpha} - i\epsilon_{2\alpha}) + \epsilon_2^\alpha \left(-\partial_\alpha^2 + \frac{i}{2}\theta_2^\beta \partial_{\alpha\beta} \right) \phi + i\epsilon_1^\alpha Q_\alpha^1 \phi \quad (6.10)$$

и порождает следующее преобразование комплексного $N = 1$ суперполя:

$$\delta\chi = -\frac{1}{2}\xi\theta_1^\alpha(\epsilon_{2\alpha} + i\epsilon_{1\alpha}) - i\epsilon_2^\alpha D_\alpha^1\chi + i\epsilon_1^\alpha Q_\alpha^1\chi. \quad (6.11)$$

Рассмотрим θ_2 -разложение основного суперполя (5.3) киральной ЧСНГС-модели

$$\begin{aligned} \widehat{\Phi} &= \chi + \bar{\chi} + i\theta_2^\alpha D_\alpha^1(\chi - \bar{\chi}) + (\theta_2\theta_2)(D^1D^1)(\chi + \bar{\chi}) + i\xi[(\theta_1\theta_1) + (\theta_2\theta_2)] = \\ &= \Sigma + \theta_2^\alpha D_\alpha^1\rho + (\theta_2\theta_2)[(D^1D^1)\Sigma + 2i\xi], \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\Sigma(x, \theta_1) = \chi + \bar{\chi} + i\xi(\theta_1\theta_1), \quad \rho = i\chi - i\bar{\chi}, \quad (6.13)$$

где Σ – массивное вещественное $N = 1$ суперполе, ρ – вещественное голдстоуновское суперполе для $N = 2$ суперсимметрии:

$$\delta\Sigma = -\epsilon_2^\alpha D_\alpha^1\rho + i\epsilon_1^\alpha Q_\alpha^1\Sigma, \quad (6.14)$$

$$\delta\rho = -i\xi\epsilon_2^\alpha\theta_{1\alpha} + \epsilon_2^\alpha D_\alpha^1\Sigma + i\epsilon_1^\alpha Q_\alpha^1\rho. \quad (6.15)$$

Аналогичные преобразования $N = 1$ суперполей предложены в работе [11], где показано, что дополнительное суперполе может быть выражено через спинорную производную голдстоуновского суперполя ρ с целью построения действия супермембраны. Массивные степени свободы в этом подходе могут быть устранены с помощью ковариантного условия

$$\widehat{\Phi}^2 = 0, \quad (6.16)$$

которое позволяет выразить Σ через $D_\alpha^1\rho$ по аналогии с подобной конструкцией в $D = 4$, $N = 2$ теории [10].

Суперполе ρ обладает преобразованием центрального заряда, индуцированным соответствующим преобразованием кирального суперполя (5.11).

$N = 2$ действие (5.6) можно переписать через обе $N = 1$ компоненты $\widehat{\Phi}$:

$$-\frac{1}{2}\overline{C} \int d^3x (D)^2\phi + \text{с. с.} = \frac{1}{2} \int d^3x d^2\theta_1 [(C - \overline{C})\Sigma + i(C + \overline{C})\rho] + \text{const}, \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \int d^7z \widehat{H}(\widehat{\Phi}) &= -\frac{1}{2} \int d^3x (D^1D^1)(D^2D^2)\widehat{H}(\widehat{\Phi}) = \\ &= \frac{1}{2} \int d^3x d^2\theta_1 \left\{ [2i\xi + (D^1D^1)\Sigma]\widehat{H}'(\Sigma) + \frac{1}{2}\hat{\tau}(\Sigma)D^{1\alpha}\rho D_\alpha^1\rho \right\}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Отметим, что эти интегралы, включая линейный по ρ член, инвариантны относительно преобразований $N = 2$ суперсимметрии (6.14), (6.15).

Перейдем к анализу $N = 1$ разложения калибровочного препотенциала

$$V_s(x, \theta_1, \theta_2) = \kappa(x, \theta_1) + i\theta_2^\alpha V_\alpha(x, \theta_1) + i(\theta_2\theta_2)M(x, \theta_1) \quad (6.19)$$

и кирального калибровочного параметра

$$\Lambda = [1 + i\theta_2^\alpha D_\alpha^1 + (\theta_2\theta_2)(D^1 D^1)]\lambda(x, \theta_1). \quad (6.20)$$

Калибровочные преобразования $N = 1$ компонент имеют вид

$$\delta_\lambda \kappa = \lambda + \bar{\lambda}, \quad (6.21)$$

$$\delta_\lambda V_\alpha = D_\alpha^1 (\lambda - \bar{\lambda}), \quad (6.22)$$

$$\delta_\lambda M = -i(D^1 D^1)(\lambda + \bar{\lambda}). \quad (6.23)$$

Таким образом, κ — чисто калибровочная степень свободы, V_α — $N = 1$ калибровочное суперполе, M — скалярная $N = 1$ компонента $N = 2$ супермультиплета.

Преобразования $N = 2$ суперсимметрии для этих $N = 1$ суперполей имеют следующий вид:

$$\delta_2 \kappa = -i\epsilon_2^\alpha V_\alpha, \quad (6.24)$$

$$\delta_2 V_\alpha = -\epsilon_{2\alpha}[M + 4i|c|(\theta_1\theta_1)] - \frac{1}{2}\epsilon_2^\beta \partial_{\alpha\beta} \kappa, \quad (6.25)$$

$$\delta_2 M = \frac{1}{2}\epsilon_2^\alpha \partial_{\alpha\beta} V^\beta. \quad (6.26)$$

Деформацию алгебры суперсимметрии (4.22) можно изучать в этом представлении.

Рассмотрим $N = 1$ разложение линейного суперполя (4.17)

$$W_s(V_s) = \frac{i}{2}[(D^1 D^1) + (D^2 D^2)]V_s = w + i\theta_2^\alpha F_\alpha(V) - (\theta_2\theta_2)(D^1 D^1)w, \quad (6.27)$$

$$[(D^1 D^1) - (D^2 D^2)]W_s = 0, \quad (D^1 D^2)W_s = 0, \quad (6.28)$$

где определены калибровочно-инвариантные скалярное и спинорное суперполя

$$w = \frac{1}{2}[M + i(D^1 D^1)\kappa], \quad (6.29)$$

$$F_\alpha(V) = \frac{i}{2}(D^1 D^1)V_\alpha + \frac{1}{4}\partial_{\alpha\beta} V^\beta, \quad D^\alpha F_\alpha = 0. \quad (6.30)$$

Голдстоуновские преобразования W_s (4.18) порождают следующие ϵ_2 -преобразования $N = 1$ суперполей:

$$\delta w = -i\epsilon_2^\alpha F_\alpha, \quad (6.31)$$

$$\delta F_\alpha = -\epsilon_{2\alpha}[2|c| + i(D^1 D^1)w] + \frac{i}{2}\epsilon_2^\alpha \partial_{\alpha\beta} w. \quad (6.32)$$

Спинорная суперполевая напряженность F_α аналогична голдстоуновскому спинорному супер полю [11]. Оно описывает голдстоуновские степени свободы D2-браны, а суперполе w соответствует массивным степеням свободы. Наша конструкция вводит $N = 1$ калибровочное суперполе V_α как основной объект этой модели и позволяет изучать модификацию алгебры суперсимметрии на калибровочных полях D2-браны. Нетрудно переписать $N = 2$ действие (4.8) через $N = 1$ суперполя.

Благодарности. Автор признателен Е. А. Иванову, С. О. Кривоносу, А. А. Капустникову, О. Лехтенфельду и особенно Е. Люкерскому за стимулирующие обсуждения и благодарит Е. Люкерского и Ж. Поповича за гостеприимство в университете Вроцлава, где была выполнена бóльшая часть этой работы. Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 99-02-18417), фондом INTAS (INTAS-93-127-ext, INTAS-96-0308), программой Боголюбов–Инфельд и Узбекским фондом фундаментальных исследований (контракт № 11/27).

Список литературы

- [1] *J. Wess, J. Bagger.* Supersymmetry and Supergravity. Princeton: Princeton University Press, 1983.
- [2] *P. West.* Introduction to Supersymmetry and Supergravity. Singapore: World Scientific, 1986.
- [3] *S. J. Gates, M. T. Grisaru, M. Roček, W. Siegel.* Superspace or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry. Massachusetts: Benjamin Cummings, 1983.
- [4] *J. Hughes, J. Liu, J. Polchinski.* Phys. Lett. B. 1986. V. 180. P. 370.
- [5] *A. Achucarro, J. Gauntlett, K. Itoh, P. K. Townsend.* Nucl. Phys. B. 1989. V. 314. P. 129.
- [6] *Д. В. Волков, В. П. Акулов.* Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 16. С. 621.
- [7] *J. Bagger, J. Wess.* Phys. Lett. B. 1984. V. 138. P. 105.
- [8] *E. Ivanov, A. Kapustnikov.* J. Phys. A. 1978. V. 11. P. 2375; Phys. Lett. B. 1990. V. 252. P. 439.
- [9] *J. Bagger, A. Galperin.* Phys. Lett. B. 1994. V. 336. P. 25; Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 1091.
- [10] *M. Roček, A. Tseytlin.* Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 106001.
- [11] *E. Ivanov, S. Krivonos.* $N = 1$ $D = 4$ supermembrane in the coset approach. hep-th/9901003.
- [12] *I. Antoniadis, H. Partouche, T. R. Taylor.* Phys. Lett. B. 1996. V. 372. P. 83.
- [13] *S. Ferrara, L. Girardello, M. Porrati.* Phys. Lett. B. 1996. V. 376. P. 275.
- [14] *Е. А. Иванов, Б. М. Зупник.* ЯФ. 1999. Т. 62. № 6. С. 1110; hep-th/9710236; *E. A. Ivanov, B. M. Zupnik.* Modifying $N = 2$ supersymmetry via partial breaking. In: Theory of Elementary Particles. Proceedings of the 31th International Symposium on the Ahrensshop, 2–6 September 1997, Buckow, Germany. Eds. H. Dorn, D. Lüst, G. Weigt. Berlin: WILEY-VCH Verlag, 1998. P. 64–69; hep-th/9801016.
- [15] *R. Grimm, M. Sohnius, J. Wess.* Nucl. Phys. B. 1978. V. 133. P. 275.
- [16] *E. A. Ivanov, S. O. Krivonos, A. I. Pashnev.* Class. Q. Grav. 1991. V. 8. P. 19.
- [17] *W. Siegel.* Nucl. Phys. B. 1979. V. 84. P. 193.
- [18] *B. M. Zupnik, D. G. Pak.* Theor. Math. Phys. 1989. V. 77. P. 1070.
- [19] *O. Aharony, A. Hanany, K. Intriligator, N. Seiberg, M. J. Strassler.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 499. P. 67.
- [20] *J. de Boer, K. Hori, Y. Oz.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 500. P. 163.

Поступила в редакцию 8.VII.1999 г.