Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ли Гу-Цян, Туннельное излучение дилатонной черной дыры Гиббонса–Маеды, *ТМФ*, 2007, том 151, номер 1, 172–175

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6019>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.208.226.222

26 апреля 2023 г., 10:13:15

© 2007 г.

Гу-Цян Ли*

ТУННЕЛЬНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДИЛАТОННОЙ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ГИББОНСА–МАЕДЫ

Для рассмотрения излучения Хокинга как процесса туннелирования через горизонт событий и вычисления интенсивности испускания дилатонной черной дыры Гиббонса–Маеды использован метод Париха–Вильчека. Показано, что при учете собственного тяготения спектр излучения отличается от чисто теплового спектра и с учетом поправок согласуется с лежащей в его основе унитарной теорией.

Ключевые слова: туннельное излучение, сохранение энергии, собственное тяготение, черная дыра.

С тех пор как Хокинг доказал, что черные дыры излучают частицы [1], для исследования излучения черной дыры были приложены значительные усилия [2]. Цель большого числа ранних работ состояла в том, чтобы доказать, что излучение Хокинга является чисто тепловым. Недавно Краус и Вильчек [3] развили метод для описания излучения Хокинга как туннельного процесса, в котором частица движется в динамической геометрии. Этот метод был затем детально разработан Парихом и Вильчеком [4], которые полагали, что в некоторой системе координат с регулярным поведением на горизонте барьер создается самой излучаемой частицей, и полная энергия (масса Арновитта–Дезера–Мизнера, АДМ) стационарного пространства-времени должна сохраняться в процессе излучения. После учета эффекта самодействия они получили ведущую поправку к интенсивности испускания. Данный метод был использован для изучения туннельного излучения нескольких черных дыр [5]. Целью настоящей работы является использование этого метода для вычисления интенсивности испускания излучения Хокинга от горизонта событий дилатонной черной дыры Гиббонса–Маеды (ДЧДГМ).

Элемент длины пространства-времени ДЧДГМ может быть записан в виде [6]

$$ds^2 = g_{00} dt^2 - \frac{1}{g_{00}} dr^2 - (r^2 - D^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где

$$g_{00} = \frac{(r - r_h)(r - r_-)}{r^2 - D^2} \quad (2)$$

*School of Information Technology and Science, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang, China.
E-mail: zsgqli@hotmail.com

и величины

$$\begin{aligned} r_h &= M + \sqrt{M^2 + D^2 - P^2 - Q^2}, \\ r_- &= M - \sqrt{M^2 + D^2 - P^2 - Q^2} \end{aligned} \quad (3)$$

суть горизонт событий и внутренний горизонт ДЧДГМ. Здесь M – масса АДМ, P – электрический заряд, Q – магнитный заряд и D – дилатонный параметр; эти величины связаны соотношением $D = (P^2 - Q^2)/(2M)$.

Энтропия Бекенштейна–Хогинга ДЧДГМ имеет вид [7]

$$S_{\text{ВН}} = \frac{A_h}{4} = \pi(r_h^2 - D^2), \quad (4)$$

где $A_h = \iint \{\sqrt{g_{22}g_{33}}\}_{r_h} d\theta d\varphi = 4\pi(r_h^2 - D^2)$ – область горизонта черной дыры.

Следуя методу Париха–Вильчека, для получения системы координат с регулярным поведением на горизонте событий сделаем преобразование

$$dT = dt + \frac{1}{g_{00}} \sqrt{\frac{r_h}{r}} dr. \quad (5)$$

Тогда элемент длины (1) принимает вид

$$ds^2 = g_{00} dT^2 - 2\sqrt{\frac{r_h}{r}} dT dr - \frac{r - r_+}{r g_{00}} dr^2 - (r^2 - D^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (6)$$

Элемент длины (6), очевидно, хорошо ведет себя при $r = r_h$. Радиальная исходящая геодезическая нулевой длины задается уравнением

$$\dot{r} = \frac{dr}{dT} = \frac{g_{00}}{1 + \sqrt{r_h/r}}. \quad (7)$$

В случае, когда учитывается собственное тяготение частицы, формулы (1)–(7) должны быть изменены. Если полная энергия (масса АДМ) пространства-времени фиксирована, а масса черной дыры изменяется при испускании частицы энергии ω , то масса черной дыры становится равной $M - \omega$, и мы должны использовать величину $M \rightarrow M - \omega$ в формулах (1)–(7). Чтобы сохранить сферическую симметрию пространства-времени, будем рассматривать испускаемую в туннельном процессе частицу как сферический слой энергии.

В приближении ВКБ будем описывать связь между туннельной вероятностью частицы и мнимой частью действия формулой [7]

$$\Gamma \sim e^{-2 \text{Im} Z}. \quad (8)$$

Мнимая часть действия для исходящей частицы, пересекающей горизонт из начального радиуса r_i в конечный радиус r_f , может быть записана как

$$\text{Im} Z = \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} p_r dr = \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} \int_0^{p_r} dp_r dr, \quad (9)$$

где p_r – импульс, канонически сопряженный координате r . Используя уравнение Гамильтона

$$\dot{r} = \left. \frac{dH}{dp_r} \right|_r, \quad (10)$$

где $dH|_r = dM$, получаем

$$\text{Im } Z = \text{Im} \int_{M_i}^{M_f} \int_{r_i}^{r_f} \frac{1 + \sqrt{r_h/r}}{g_{00}} dr dM. \quad (11)$$

Легко видеть, что точка $r = r_h$ является полюсом. Интеграл может быть вычислен путем деформации контура вокруг этого полюса такой, чтобы обеспечить убывание положительной энергии во времени. Отметим, что всеми вещественными частями, сходящимися или расходящимися, можно пренебречь, поскольку они вносят вклад лишь в фазу. Интегрируя по r , получаем

$$\text{Im } Z = -2\pi \int_{M_i}^{M_f} \frac{1}{g'_{00}(r_h)} dM = -2\pi \int_{M_i}^{M_f} \frac{r_h^2 - D^2}{r_h - r_-} dM. \quad (12)$$

Прямое вычисление последнего интеграла с учетом сохранения энергии затруднительно. Однако из выражения (4) можно легко получить

$$\frac{dS_{\text{BH}}}{dM} = 2\pi \left(r_h \frac{dr_h}{dM} - D \frac{dD}{dM} \right) = 2\pi \left(r_h + \frac{2Mr_h - 2D^2}{r_h - r_-} \right). \quad (13)$$

Поскольку горизонт событий удовлетворяет уравнению

$$r_h^2 - 2Mr_h + r_h r_- = 0, \quad (14)$$

то соотношение (13) можно записать в виде

$$\frac{dS_{\text{BH}}}{dM} = 4\pi \frac{r_h^2 - D^2}{r_h - r_-}. \quad (15)$$

Теперь можно выполнить интегрирование в формуле (12) и получить

$$\text{Im } Z = -\frac{1}{2} \Delta S_{\text{BH}}, \quad (16)$$

где ΔS_{BH} – изменение энтропии Бекенштейна–Хогинга, т.е.

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{BH}} &= S_{\text{BH}}(M_f) - S_{\text{BH}}(M_i) = S_{\text{BH}}(M - \omega) - S_{\text{BH}}(M) = \\ &= 2\pi \left\{ (M - \omega)^2 + (M - \omega) \sqrt{(M - \omega)^2 + \left[\frac{P^2 - Q^2}{2(M - \omega)} \right]^2} - P^2 - Q^2 - \right. \\ &\quad \left. - M^2 - M \sqrt{m^2 + \left[\frac{P^2 - Q^2}{2M} \right]^2} - P^2 - Q^2 \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Следовательно, туннельная вероятность есть

$$\Gamma \sim e^{-2 \text{Im } Z} = e^{\Delta S_{\text{BH}}}. \quad (18)$$

Полученный результат, очевидно, согласуется с лежащей в его основе унитарной теорией. Если разложить ΔS_{BH} по ω , то выражение (18) дает

$$\Gamma \sim e^{-\beta\omega + O(\omega)}, \quad (19)$$

где $\beta = 2\pi(2M + (2M^2 - P^2 - Q^2)/\sqrt{M^2 + (P^2 - Q^2)/(2M) - P^2 - Q^2})$ – обратная температура. Главный член разложения дает тепловой фактор Больцмана $e^{-\beta\omega}$. Поправки, которые могут быть вычислены вплоть до любого требуемого порядка по ω , могут интерпретироваться как поправки, возникающие в результате отклика геометрии фона на испускание кванта [8]. Это показывает, что излучение черной дыры, по-видимому, несет некоторую дополнительную информацию помимо температурной: с учетом поправок спектр излучения не является чисто тепловым.

Если положить $P = 0$ и $Q = 0$ (следовательно, $D = 0$, $r_- = 0$, $r_i = 2M$ и $r_f = 2(M - \omega)$), то легко показать, что формула (18) дает результат для черной дыры Шварцшильда, т.е.

$$\Gamma \sim e^{\Delta S_{\text{BH}}} = e^{-8\pi\omega(M-\omega/2)}, \quad (20)$$

что совпадает с результатом, полученным Парихом и Вильчеком в работе [4].

Список литературы

- [1] S. W. Hawking, *Commun. Math. Phys.*, **43** (1975), 199.
- [2] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, *Phys. Rev. D*, **15** (1977), 2752; W. B. Liu, Z. Zhao, *Chin. Phys. Lett.*, **18** (2001), 310; S. Z. Yang, L. B. Lin, *Chin. Phys.*, **11** (2002), 619; J. L. Jing, *Chin. Phys. Lett.*, **20** (2003), 459; Q. Q. Jiang, S. Z. Yang, H. L. Li, *Chin. Phys.*, **14** (2005), 1736.
- [3] P. Kraus, F. Wilczek, *Nucl. Phys. B*, **433** (1995), 403.
- [4] M. K. Parikh, F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000), 5042.
- [5] J. Y. Zhang, Z. Zhao, *JHEP*, **0510** (2005), 055; *Mod. Phys. Lett. A*, **20** (2005), 1673; *Nucl. Phys. B*, **725** (2005), 173; Y. W. Han, S. Z. Yang, *Chin. Phys. Lett.*, **22** (2005), 2769; A. J. Medved, *Phys. Rev. D*, **66** (2002), 124009; S. Hemming, E. Keski-Vakkuri, *Phys. Rev. D*, **64** (2001), 044006.
- [6] Y. G. Shen, *Phys. Lett. A*, **266** (2000), 234.
- [7] E. Keski-Vakkuri, P. Kraus, *Nucl. Phys. B*, **491** (1997), 249.
- [8] J. Y. Zhang, Z. Zhao, *Phys. Lett. B*, **618** (2005), 14.

Поступила в редакцию 29.03.2006