Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. А. Зайцева, Ширина энергетического спектра и неравновесная энергия рэлевских волн, рассеивающихся на двумерном приповерхностном слое электронов, *ТМФ*, 2004, том 139, номер 2, 338–352

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf61>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 18:17:00

ШИРИНА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА И НЕРАВНОВЕСНАЯ ЭНЕРГИЯ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН, РАССЕИВАЮЩИХСЯ НА ДВУМЕРНОМ ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Получены выражения для ширин энергетического спектра рэлеевских волн, отвечающие их деформационному взаимодействию с ферми- и бозе-майнскими электронами из двумерного слоя вблизи поверхности полуграниченных твердых тел. Вычислена неравновесная энергия рэлеевских волн, зависящая от этих ширин и обусловленная тем же взаимодействием с соответствующими горячими электронами. Показано, что эта энергия не зависит от степени вырожденности электронов и имеет вид средней энергии свободных рэлеевских волн, нагретых до температуры электронов. Найдены условия, при которых в пленках определенной толщины с ферми-электронами вблизи поверхности термодинамику определяет рассматриваемая неравновесная энергия рэлеевских волн, а в более толстых образцах – равновесная энергия объемных фононов. Все результаты получены с помощью диаграммной техники Келдыша, примененной для случая полуграниченных сред.

Ключевые слова: слой горячих электронов, свободная поверхность, ширина энергетического спектра, неравновесная энергия, рэлеевские волны, диаграммная техника Келдыша.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рэлеевские поверхностные волны, как известно [1], возникают в кристаллах вблизи свободной от напряжений поверхности. Обычно их скорость и глубина проникновения определяются из волнового уравнения для векторов смещений упругой среды с граничным условием отсутствия напряжений на поверхности в направлении z , перпендикулярном поверхности [1]. Энергетический спектр незатухающей вдоль свободной поверхности рэлеевской волны имеет стандартный для акустических колебаний решетки вид $\omega^2 = (cq)^2$, где скорость c определяется скоростями поперечных и продольных

*Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, Москва, Россия.
E-mail: zaitseva@center.chph.ras.ru

объемных волн c_t и c_l , а импульс $\mathbf{q} = \{q_x, q_y\}$ двумерен. Глубина проникновения рэлеевской волны в направлении z имеет порядок ее длины $l = 1/q$. Ширина энергетического спектра рэлеевской волны $(2\tau)^{-1}$ представляет собой его мнимую часть, обусловленную рассеянием на других волнах или частицах. Время τ является временем жизни волны в состоянии с импульсом $\mathbf{q}$, так как вероятность такого состояния связана с квадратом смещений среды, пропорциональным $e^{t/\tau}$ [2].

Одной из целей данной работы является вычисление времени жизни рэлеевских волн (фононов), определяемое их рассеянием как на фермиевских, так и на бозе-майнских электронах в узком слое вблизи свободной поверхности образца. Слой можно рассматривать как двумерный, если его толщина $d \lesssim l$, поскольку длина рэлеевской волны l — наименьший параметр размерности длины в рассматриваемой задаче. Будем также считать, что расстояние этого слоя от поверхности равно $z_0 \lesssim l$. Заметим, что пространственная локализация таких электронов и рэлеевских волн практически совпадает.

Для вычисления времени жизни рэлеевских фононов τ и их неравновесной энергии применим диаграммную технику Келдыша [3], [4]. Она была приспособлена для расчетов макрохарактеристик полуграниченных сред со слоем электронов и без них в работах [5], [6]. Выбор такой техники, в частности, определяется квадратичностью по смещениям решетки соответствующих функций Келдыша. Их использование при вычислении макровеличин избавляет от математически сложной процедуры слежения за эволюцией векторов смещений при отражении волн от поверхности или рассеянии. В работе [7] были вычислены векторы смещений полуграниченной упругой среды, включая рэлеевские волны. Затем с учетом рассеяния рэлеевских волн на шероховатостях поверхности рассчитаны потери их энергии. В работе [8] при вычислении мощности энергетических потерь тонкого слоя ферми-электронов из-за рассеяния на объемных фононах непосредственно используется квадратичный коррелятор смещений полуграниченной среды, что упрощает расчеты.

Время жизни τ , связанное с мнимой частью энергетического спектра колебаний решетки, является ее динамической характеристикой. В диаграммной технике спектр колебаний определяется приравниванием нулю знаменателя полной запаздывающей функции Грина в $(\omega, \mathbf{q})$ -представлении [9]. Вычисления времен жизни объемных фононов с помощью диаграммной техники Келдыша в случае их рассеяния на макро- и микропримесях, а также ферми-электронах, равномерно распределенных в неограниченном объеме, приведены в работе [10].

Здесь для вычисления времен жизни рэлеевских фононов используются функции Грина свободных поверхностных колебаний сплошной полуграниченной среды. Эти функции были получены в работе [7] в качестве решений уравнений движения упругой среды с граничными условиями обрыва упругих констант на поверхности и затухания запаздывающих волн вдали от нее. Запаздывающие функции Грина свободных колебаний, используемые в технике Келдыша, получаются из их функции Грина с заменой в них ω на $\omega + i\delta$, $\delta \rightarrow 0$ [5], [6], [9]. Взаимодействие рэлеевских колебаний с электронами

учитывается в разложении полных функций Келдыша по деформационному потенциалу взаимодействия в первом неисчезающем приближении. Оно определяет поправку $\Delta\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$ к запаздывающей функции Грина свободных рэлеевских волн $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$ [10].

В работе [6] получено выражение для неравновесной энергии рэлеевских фононов, обусловленной деформационным взаимодействием с горячими ферми-электронами в двумерном слое, нагретыми извне. При этом электронам можно приписать температуру $T_e \gg T$, где T – температура решетки. Оказалось, что такая энергия пропорциональна времени жизни рэлеевских фононов. Поэтому еще одной целью этой работы является использование вычисленных времен жизни рэлеевских фононов τ в формулах для неравновесных энергий рэлеевских фононов, также обусловленных их рассеянием на приповерхностном слое электронов. При этом будет учтено, что при одной и той же температуре электронов их распределение по частотам может быть фермиевским или бoльцмановским в зависимости от величины их плотности [11]. Отметим, что неравновесная энергия объемных фононов, связанная с деформационным рассеянием на ферми-электронах, также пропорциональна их времени жизни τ^b [10]. Оказалось, что если τ^b обусловлено таким же рассеянием объемных фононов, то их неравновесная энергия в точности равна средней энергии свободных объемных фононов с температурой T_e .

В данной статье также предстоит оценить, как это сделано в работе [6], толщины полупроводниковых пленок, термодинамику которых будет определять полученная здесь неравновесная энергия рэлеевских фононов, целиком обусловленная их взаимодействием с электронами в двумерном слое. В таких пленках неравновесная энергия объемных фононов, энергии всех свободных колебаний решетки и энергия слоя горячих электронов должны быть меньше неравновесной энергии рэлеевских фононов. Отметим, что превосходство неравновесной энергии, зависящей от температуры T_e , над равновесной энергией свободных колебаний, связанной с температурой T , осуществимо при $T \ll T_e \ll \Theta$, где Θ – температура Дебая. Применимость теории возмущений в этом случае обеспечивает малость поправки к энергии нулевых колебаний решетки, зависящих от Θ [6], [10]. Для ясности изложения будут использованы формулы из работ [5], [6], [10].

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ КЕЛДЫША

Выпишем ширину энергетического спектра рэлеевских волн через $\text{Im}(D_{\alpha\beta}^R)^{-1}$, где $D_{\alpha\beta}^R = \mathcal{D}_{\alpha\beta}^R + \Delta\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$ в $(\omega, \mathbf{q}, z)$ -представлении из-за неоднородности полуограниченного пространства в направлении z . В этом представлении запаздывающие функции Грина свободных колебаний полуограниченной среды $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$ получим из функций Грина $\mathcal{D}_{\alpha\beta}$, являющихся решениями уравнений движения полуограниченной упругой среды из работы [7], заменив в них ω на $\omega + i\delta$ с $\delta \rightarrow 0$. Опережающие функции Грина $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^A(\omega, \mathbf{q}, z, z_1) = \mathcal{D}_{\beta\alpha}^{R*}(\omega, \mathbf{q}, z_1, z)$ [6], [9].

Поправка $\Delta\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$ должна учитывать деформационное взаимодействие свободных колебаний полуограниченной среды с электронами в слое. Отметим, что полная запаздывающая функция Грина $D_{\alpha\beta}^R$ непосредственно не разлагается в диаграммный ряд

Однако согласно определениям из работ [3], [4] она записывается как

$$D_{\alpha\beta}^R = D_{\alpha\beta}^{--} + D_{\alpha\beta}^{-+}, \quad (1)$$

где причинная $D_{\alpha\beta}^{--}$ и вневременная $D_{\alpha\beta}^{-+}$ функции Келдыша разлагаются в соответствующие ряды. Заметим, что все функции Келдыша $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{ij}(\omega, \mathbf{q}, z, z_1)$, где $i, j = +, -$, от которых зависит поправка $\Delta \mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$, связаны с известными запаздывающими и опережающими функциями свободных колебаний. Эти соотношения из работ [3], [4], справедливые также для функций в смешанном представлении [6], имеют вид (1) и

$$\sum_{i,j} \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{ij} (-1)^{\delta_{ij}} = 0, \quad \mathcal{D}_{\alpha\beta}^A = \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{--} - \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{+-}, \quad (2)$$

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{-+}(\omega, \mathbf{q}, z, z_1) = 2n(\omega) \operatorname{Im} \mathcal{D}_{\alpha\beta}^R(\omega, \mathbf{q}, z, z_1) = n(\omega)(\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R - \mathcal{D}_{\alpha\beta}^A). \quad (3)$$

Распределение Планка в формуле (3) зависит от частоты ω [10],

$$n(\omega) = [e^{\omega/T} - 1]^{-1}. \quad (4)$$

Обсудим функции Грина полуограниченной упругой среды из работы [7], в которой было показано, что не существует в отдельности функций Грина продольных и поперечных фононов с затуханием при $z \rightarrow \infty$, если $\omega \rightarrow \omega + i\delta$. Естественно, что эти смешанные функции не имеют полюсов, определяющих спектр частиц. Бесплюсовые функции объемных фононов, существующие в интервале $0 \leq q \leq \omega/c_l$, содержат волны с показателями экспонент в виде $+i[(\omega/c_t, q)^2 - 1]^{1/2} qz$ с $\omega > 0$. При $\omega/c_l \leq q \leq \omega/c_t$ в этих функциях остаются лишь волны, связанные со скоростью поперечных фононов c_t . Продольные волны переходят в затухающую при $z \rightarrow \infty$ экспоненту. Показательно, что полная средняя энергия полуограниченного образца с толщиной $L_z \gg l$, вычисленная с помощью таких функций Грина объемных фононов, полностью совпадает с классическим выражением в виде суммы полных средних энергий поперечных и продольных фононов в неограниченном образце, приведенным в работе [11].

Функции Грина решеточных колебаний с импульсами в интервале $\omega/c_t \leq q \leq \infty$ содержат экспоненты с показателями в виде $-[1 - (\omega/c_{t,1})^2]^{1/2} qz$ и обладают полюсом. Равенство знаменателя этих функций нулю при $\omega^2 = (cq)^2$ дает уравнение для скорости c , в котором параметрами служат скорости c_t и c_l . Это уравнение в точности совпадает с уравнением для скорости рэлеевских волн, полученным из волнового уравнения для полуограниченной упругой среды [1].

Разложим знаменатель η запаздывающей функции Грина, полученной из полюсной функции Грина, в ряд по $[(cq)^2 - \omega^2]/(cq)^2$ с известной теперь скоростью c [6]. В результате эта функция приобретает вид, аналогичный запаздывающей функции Грина объемных фононов в неограниченной среде [9], отличающийся числителем и зависимостью от двумерного импульса, ограниченного интервалом $\omega/c_t \leq q \leq \infty$. Такую функцию можно назвать функцией Грина рэлеевских фононов.

Влияние взаимодействия рэлеевских фононов с электронами выразится в изменении их спектра, т.е. в перенормировке частоты ω и в появлении уширения $1/(2\tau) \ll \omega$. Пренебрежем малой перенормировкой ω . Тогда полную функцию $D_{\alpha\beta}^R(\omega, \mathbf{q}, z, z_1)$ можно представить в виде $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R(\omega, \mathbf{q}, z, z_1)$, заменив в ней δ на $1/(2\tau)$. Запишем следы этих функций при $z_1 = z$ следующим образом:

$$D^R(\omega, \mathbf{q}, z) = \frac{a(z)(cq)^2}{(cq)^2 - (\omega + i/(2\tau))^2} \simeq \frac{a(z)(cq)^2}{(cq)^2 - \omega^2 - i\omega/\tau}, \quad \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, z) = \frac{a(z)}{\eta}, \quad (5)$$

$$\eta = (cq)^{-2}[(cq)^2 - (\omega + i\delta)^2]. \quad (6)$$

С другой стороны, при $\Delta\mathcal{D}^R \ll \mathcal{D}^R$ имеем

$$(\mathcal{D}^R)^{-1} = (\mathcal{D}^R + \Delta\mathcal{D}^R)^{-1} \simeq (\mathcal{D}^R)^{-1} - \Delta\mathcal{D}^R(\mathcal{D}^R)^{-2}. \quad (7)$$

Сопоставляя (5) и (7), получаем

$$\frac{1}{\tau} = a\omega \operatorname{Im}[\Delta\mathcal{D}^R(\mathcal{D}^R)^{-2}]. \quad (8)$$

Вычислим теперь функции a и $\Delta\mathcal{D}^R$.

3. ФУНКЦИИ ГРИНА РЭЛЕЕВСКИХ ФОНОНОВ

Функции Грина колебаний полугораниченной упругой среды являются решениями системы уравнений движения этой среды и граничных условий [7]:

$$\sum_{\gamma} \hat{L}_{\alpha\gamma}(X) \mathcal{D}_{\gamma\beta}(X, X_1) = \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \delta(t - t_1),$$

$$\hat{L}_{\alpha\gamma}(X) = \delta_{\alpha\gamma} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho} \sum_{\beta, \delta} \left(\frac{\partial}{\partial r_{\beta}} C_{\alpha\beta\gamma\delta}(z) \frac{\partial}{\partial r_{\delta}} + C_{\alpha\beta\gamma\delta}(z) \frac{\partial^2}{\partial r_{\beta} \partial r_{\delta}} \right), \quad (9)$$

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta}(z) = C_{\alpha\beta\gamma\delta} \Theta(z), \quad (10)$$

где функция $\Theta(z)$ равна единице при $z \geq 0$ и нулю при $z < 0$, ρ — плотность вещества, $X = \{\mathbf{r}, t\}$. Для кубических кристаллов модули упругости $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ выражаются через c_t и c_l [1]. Вторым граничным условием к уравнениям (9) является затухание волн, западающих во времени, при $z \rightarrow \infty$.

Решения уравнений (9) получены в работе [7] в $(\omega, \mathbf{q}, z)$ -представлении и в системе координат, где ось x совмещена с направлением $\mathbf{q}$. Эти функции равны

$$d_{\alpha\beta}(\omega, q, z, z_1) = \sum_{\gamma\delta} S_{\alpha\gamma}(\mathbf{q}) \mathcal{D}_{\gamma\delta}(\omega, \mathbf{q}, z, z_1) S_{\delta\beta}^{-1}(\mathbf{q}),$$

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{q} \begin{pmatrix} q_x & q_y & 0 \\ -q_y & q_x & 0 \\ 0 & 0 & q \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Функции $d_{\alpha\beta}$ не зависят от направления вектора $\mathbf{q}$ и равны нулю при $\alpha \neq \beta = y$.

Используем из работы [7] те функции $d_{\alpha\beta}(\omega, q, z, z_1)$, которые понадобятся в дальнейшем. Для упрощения расчетов примем, что $(c_t/c_1)^2 \ll 1$. При этом числители выбранных функций запишем при $\omega^2 = (cq)^2$, когда равен нулю их знаменатель

$$\eta_R = 4 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{c_t q} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{c_1 q} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} - \left[\left(\frac{\omega + i\delta}{c_t q} \right)^2 - 2 \right]^2 \simeq R\eta. \quad (12)$$

Здесь η определяется формулой (6), а $R = d\eta_R/d(\omega/cq)^2$ при $\omega^2 = (cq)^2$. Равенство нулю точного выражения для η_R при $\omega^2 = (cq)^2$, как уже упоминалось, дает уравнение для скорости рэлеевских волн c из [1]. Из этого выражения следует, что $c \lesssim c_t$.

Оставим в функциях $d_{\alpha\alpha}^R(\omega, q, z)$ и $d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0)$, где $\alpha = x, z$, только главные члены, т.е. члены, пропорциональные $1/\eta$. Тогда

$$\begin{aligned} d_{\alpha\alpha}^R(\omega, q, z) &= -\frac{1}{2Rc^2q\eta} [a_1^\alpha e^{-2qz} + a_2^\alpha e^{-2\nu qz} + a_3^\alpha e^{-2(1+\nu)qz}], \\ d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0) &= -\frac{1}{2Rc^2q\eta} (b_1^\alpha e^{-qz} + b_2^\alpha e^{-\nu qz}), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\nu^2 = 1 - \left(\frac{cR}{c_t} \right)^2 \ll 1, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a_1^x &= 1 + 4\nu + 2\nu^2 = a_2^z\nu, \quad b_1^x = 1 + 2\nu^2, \quad b_1^z = i(1 + 2\nu^2), \\ a_2^x &= \nu(1 + 4\nu) = a_1^z\nu, \quad b_2^x = \nu(-3 + 4\nu), \quad b_2^z = -i(3 - 4\nu + 2\nu^2), \\ a_3^x &= -8\nu = a_3^z\nu. \end{aligned} \quad (15)$$

Из выражений (13) видно, что $d_{\alpha\beta}^R \rightarrow 0$ при $z \gg 1/(q\nu)$. Поэтому в функциях $\Delta\mathcal{D}^R$ и $\mathcal{D}^R$, входящих в формулу (8) для τ , можно положить $z = 0$.

Используя формулы (11) и (13), получаем, что

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, z, z_1) &= \text{Sp } d_{\alpha\beta}^R(\omega, q, z, z_1), \\ d^R(\omega, q, 0) &\simeq \frac{a}{\eta}, \quad a = \frac{\alpha}{Rc^2q}, \quad \alpha = \frac{1 - 2\nu + 3\nu^2}{2\nu}. \end{aligned} \quad (16)$$

Перейдем к вычислению $\Delta\mathcal{D}^R$.

4. ПОЛНАЯ ЗАПАЗДЫВАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА РЭЛЕЕВСКИХ ФОНОНОВ

Используем для получения $\Delta\mathcal{D}^R$ формулу (1), где согласно [4], [6]

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{D}^{-+}(\omega, \mathbf{q}, 0) &= \frac{-i\lambda^2}{(2\pi)^3\rho} \text{Sp} \sum_{\gamma, \delta} \sum_{i, j} (-1)^{\delta_{ij}} \int_0^L dz_1 |\psi(z_1)|^2 \int_0^L dz_2 |\psi(z_2)|^2 \times \\ &\quad \times \hat{q}_\gamma \hat{q}_\delta \mathcal{D}_{\alpha\gamma}^{-i}(\omega, \mathbf{q}, 0, z_1) \Pi^{ij}(\omega, \mathbf{q}, z_1, z_2) \mathcal{D}_{\delta\beta}^{j+}(\omega, \mathbf{q}, z_2, 0). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $\gamma, \delta = x, y, z$, $\nu = x, y$, $i, j = +, -$, а условные символы $\hat{q}_{\gamma, \delta}$ означают, что

$$\sum_{\gamma} \hat{q}_{\gamma} \mathcal{D}_{\alpha\gamma}^{-i} = \sum_{\nu} -iq_{\nu} \mathcal{D}_{\alpha\nu}^{-i} + \frac{\partial}{\partial z_1} \mathcal{D}_{\alpha z}^{-i}, \quad \sum_{\delta} \hat{q}_{\delta} \mathcal{D}_{\delta\beta}^{j+} = \sum_{\nu} iq_{\nu} \mathcal{D}_{\nu\beta}^{j+} + \frac{\partial}{\partial z_2} \mathcal{D}_{z\beta}^{j+}.$$

Функция $\Delta \mathcal{D}^{-+}$ – фурье-образ первого ненулевого члена разложения полной вневременной функции Келдыша решеточных колебаний $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{-+}$ в ряд по гамильтониану деформационного взаимодействия с электронами $\hat{H}(t)$, где

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{-+}(X, X_1) = -i\rho \langle \hat{U}_{\beta}(X_1) \hat{U}_{\alpha}(X) \rangle, \quad \hat{H}(t) = \lambda \int d\mathbf{r} \psi^+(X) \nabla \hat{\mathbf{u}}(X) \psi(X). \quad (18)$$

Угловые скобки подразумевают усреднение по числам заполнения электронов и фононов и по их распределениям Гиббса. Оператор смещений $\hat{U}_{\alpha}(X)$ точек среды с координатой $\mathbf{r}$ в направлении α учитывает полуограниченность образца и взаимодействие фононов с электронами, а оператор $\hat{\mathbf{u}}$ – только полуограниченность решетки. В формулах (18) λ – константа деформационного взаимодействия в кристаллах кубической симметрии, а ψ^+ , ψ – вторично квантованные операторы электронного поля.

Поляризационные части в (18) не независимы ($\sum_{i,j} \Pi^{ij}(-1)^{\delta_{ij}} = 0$) и равны [4]

$$\Pi^{ij}(\omega, \mathbf{q}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int d\mathbf{p} G^{ij}(\varepsilon, \mathbf{p}) G^{ji}(\varepsilon - \omega, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \quad (19)$$

Электронные функции Келдыша в (17), (19) представлены в виде $\psi^+(z_1) \psi(z_1) G^{ij}(\varepsilon, \mathbf{p})$. Функции, зависящие от частоты электронных колебаний ε и двумерного импульса $\mathbf{p} = \{p_x, p_y\}$, формально имеют тот же вид, что и соответствующие функции, связанные с трехмерным импульсом [4], [6], [8]. Функции $|\psi(z)|^2$ в (17) характеризуют распределение электронов в слое в направлении оси z [8]. Эти функции в двумерном слое представимы в виде

$$|\psi(z)|^2 = \delta(z). \quad (20)$$

Запишем выражение для $\Delta \mathcal{D}^R$ через $\Delta \mathcal{D}^{--} - \Delta \mathcal{D}^{-+}$, используя формулу (1). Функция $\Delta \mathcal{D}^{--}(\omega, \mathbf{q}, 0)$ из (1) определяется формулой (17) при замене в ней $\mathcal{D}_{\delta\beta}^{j+}$ на $\mathcal{D}_{\delta\beta}^{j-}$. В выражениях для $\Delta \mathcal{D}^{-i}$ с $i = -, +$ воспользуемся связями $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{ij}$ с $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^R$, $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^A$ и друг с другом (1)–(3). С помощью преобразования (11) перейдем в $\Delta \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, 0)$ к функциям $d_{\alpha\beta}^R(\omega, q, z, 0)$, у которых $z_{1,2} = 0$ вследствие выбора $\psi(z_{1,2})$ в виде (20). Следующие свойства функций $d_{\alpha\beta}^R(\omega, q, z, z_1)$ [7], [6]:

$$\begin{aligned} d_{\alpha\beta}(\omega, q, z, z_1) &= (-1)^{\delta_{\alpha\beta}+1} d_{\beta\alpha}(\omega, q, z_1, z), \\ d_{\alpha\beta}^A(\omega, q, z, z_1) &= (-1)^{\delta_{\alpha\beta}+1} d_{\alpha\beta}^R(\omega, q, z, z_1), \\ q \left[1 - 2 \left(\frac{c_t}{c_l} \right)^2 \right] d_{\alpha x}(\omega, q, z, 0) + i \frac{\partial}{\partial z_1} d_{\alpha z}(\omega, q, z, z_1) \Big|_{z_1=0} &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

позволяют записать произведение функций, входящих в $\Delta \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, 0)$, в виде

$$\text{Sp} \sum_{\gamma, \delta} \hat{q}_\gamma \hat{q}_\delta \mathcal{D}_{\alpha\gamma}^R(\omega, \mathbf{q}, 0) \mathcal{D}_{\delta\beta}^R(\omega, \mathbf{q}, 0) = 4 \left(\frac{c_t}{c_l} \right)^4 q^2 \sum_{\alpha} (-1)^{\delta_{\alpha z}} [d_{\alpha x}^R(\omega, \mathbf{q}, 0)]^2. \quad (22)$$

В результате проделанных вычислений получим

$$\Delta \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, 0) = \frac{i\lambda^2 q^2}{2\pi^3 \rho} \left(\frac{c_t}{c_l} \right)^4 \sum_{\alpha} (-1)^{\delta_{\alpha z}} [d_{\alpha x}^R(\omega, q, 0)]^2 \Pi^R(\omega, \mathbf{q}), \quad (23)$$

$$\sum_{\alpha} (-1)^{\delta_{\alpha z}} [d_{\alpha x}^R(\omega, q, 0)]^2 = \frac{\gamma}{(Rc^2 q \eta)^2}, \quad \gamma = \frac{1}{4}(5 - 22\nu + 37\nu^2), \quad (24)$$

где $d_{\alpha x}^R$ определяется из (13)–(15), т.е. при $\omega^2 = (cq)^2$ в числителях. Значение

$$\Pi^R(\omega, \mathbf{q}) = \Pi^{--}(\omega, \mathbf{q}) - \Pi^{++}(\omega, \mathbf{q}) \quad (25)$$

предстоит вычислить с помощью выражения (19) для Π^{ij} , учитывая фермиевское и больцмановское распределение электронных частот. При этом для получения $1/\tau$ из (8) достаточно знать $I = \text{Re} \Pi^R$, поскольку комплексные величины η^2 , входящие в $\Delta \mathcal{D}^R$ и $(\mathcal{D}^R)^{-2}$ согласно (16), (23), (24), взаимно сокращаются. В результате находим

$$\Delta \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, 0) \simeq \frac{ib}{\eta^2}, \quad b = \frac{A\gamma I}{(2\pi)^3 R^2 m^2 c_1^3}, \quad A = \frac{\lambda^2 m^2}{\rho c_1}. \quad (26)$$

Отметим, что в отличие от $d_{\alpha\beta}^R$ функция Π^R может содержать температуру.

5. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В ДВУМЕРНОМ СЛОЕ

Выпишем электронные функции Келдыша [4] с двумерным импульсом в виде, удобном для вычислений [6]:

$$\begin{aligned} G^{--}(\varepsilon, \mathbf{p}) &= [1 - n(\mathbf{p})] G^R(\varepsilon, \mathbf{p}) + n(\mathbf{p}) G^A(\varepsilon, \mathbf{p}) = -[G^{++}(\varepsilon, \mathbf{p})]^*, \\ G^{+-}(\varepsilon, \mathbf{p}) &= 2[1 - n(\mathbf{p})] \text{Im} G^R(\varepsilon, \mathbf{p}), \\ G^{-+}(\varepsilon, \mathbf{p}) &= -2n(\mathbf{p}) \text{Im} G^R(\varepsilon, \mathbf{p}), \\ G^R(\varepsilon, \mathbf{p}) &= (\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \mu + i\delta)^{-1} = [G^A(\varepsilon, \mathbf{p})]^*, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m$, m – масса электронов, а μ – их химический потенциал. Функции распределения ферми- и больцмановских электронов по частотам равны

$$n_F(\mathbf{p}) = \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu_F}{T_e}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad n_B(\mathbf{p}) = \exp\left(\frac{-\varepsilon_{\mathbf{p}} + \mu}{T_e}\right) \ll 1, \quad (28)$$

где $\mu < 0$ [11].

Вычислив в выражении (19) для $\Pi^{ij}(\omega, \mathbf{q})$ интегралы по $d\varepsilon$ с помощью теоремы о вычетах, получаем из (25), что

$$I(\omega, q) = \text{Re } \Pi^R = 2\pi^2 \int d\mathbf{p} [n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) - n(\mathbf{p})] \delta(\omega + \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}}). \quad (29)$$

Величина I для ферми-электронов в двумерном слое имеет вид [6]

$$I_F(\omega, q) = \frac{2\pi^3 m^2 \omega}{p_F q}, \quad (30)$$

где $p_F = (2m\mu_F)^{1/2}$. Для бoльцмановских электронов в двумерном слое

$$I_B(\omega, q) = \frac{2^{3/2} \pi^{7/2}}{n(\omega) q} \rho_B \left(\frac{m}{T} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{m}{2q^2 T} \left(\omega + \frac{q^2}{2m} \right)^2 \right]. \quad (31)$$

Распределение Планка в I_B возникло в результате использования тождества

$$n_e(\omega) \equiv \frac{n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) - n(\mathbf{p})} \Big|_{\varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{q}} = \varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega}.$$

Плотность числа бoльцмановских и ферми-электронов в слое площадью $L^2 = l_x l_y$ вычисляется по формуле

$$\rho_e = \frac{N}{L^2} = -\frac{2i}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{p} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_0^{L_z} dz |\psi(z)|^2 G^{-+}(\varepsilon, \mathbf{p}). \quad (32)$$

Если положить в этой формуле $|\psi(z)|^2 = \delta(z)$, функцию $G^{-+}(\varepsilon, \mathbf{p})$ взять из формул (27), а $n_B(\mathbf{p})$ и $n_F(\mathbf{p})$ — из (28), то получим

$$\rho_B = \frac{mT}{\pi} e^{\mu/T}, \quad \rho_F = \frac{m\mu_F}{\pi}. \quad (33)$$

Как и для электронов в трехмерном пространстве [11], ограничение для величины ρ_B возникает из условия $\mu < 0$ и имеет вид

$$\rho_B < \frac{mT}{\hbar}. \quad (34)$$

Выполнение обратного неравенства означает, что электроны в δ -слое в этом случае фермиевские. С учетом формулы (33) для ρ_F неравенство, обратное (34), сводится к $\mu_F > T$, как и для ферми-электронов в трехмерном пространстве [11].

6. ВРЕМЯ ЖИЗНИ РЭЛЕЕВСКИХ ФОНОНОВ

Теперь формулу (8) для $1/\tau$ с $\mathcal{D}^R$ из (16) и $\Delta\mathcal{D}^R$ из (26) можно записать в виде

$$\frac{1}{\tau} = \frac{b\omega}{a} = \frac{A\gamma I(\omega)c\omega^2}{2\pi^3 R\alpha m^2 c_1^3}, \quad (35)$$

где $cq = \omega$. Подставив в (35) значения $I_{F,V}$ из (30), (31), получаем

$$\frac{1}{\tau_F(\omega)} = \frac{2A\gamma}{\pi R\alpha} \left(\frac{c}{c_1}\right)^3 \frac{\omega^2}{p_F c}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_B(\omega)} &= \frac{(2\pi)^{1/2} A\gamma \rho_B}{Rm\alpha} \left(\frac{c}{c_1}\right)^3 \frac{\omega}{(mc^2 T)^{1/2}} (e^{\omega/T} - 1) \times \\ &\times \exp\left[-\frac{mc^2}{2T} \left(1 + \frac{\omega}{2mc^2}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Сопоставим ширины энергетических уровней рэлеевских фононов (36), (37) с ширинами уровней объемных фононов $1/\tau^b$, связанными с рассеянием на электронах в объеме. Исходная формула для $1/\tau_F^b$ из работы [10] совпадает с $1/\tau$ (8) при $a^b = 1/\omega^2$, что соответствует размерности функции $\mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q})$ объемных фононов в $(\omega, \mathbf{q})$ -представлении. У функции $\mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, z, z_1)$ размерность $a = q/\omega^2$, что видно из (5) и (16). Лишний импульс q возник в числителе этой функции из-за использования $(\omega, \mathbf{q}, z)$ -представления, так как в этом случае она не подвергалась фурье-преобразованию по z . Отметим также, что трехмерные и двумерные поляризационные части имеют одинаковую зависимость от q и ω , как и их электронные функции Грина. Отличаются они множителем, равным характерному импульсу электронов $\bar{p}$. Так, для вырожденных электронов $\text{Re } \Pi^R$ из (30) меньше трехмерной функции из работы [10] в p_F раз с точностью до численного множителя. Можно показать, что это различие для бoльцмановских электронов имеет порядок $\bar{\omega}/c$, где $\bar{\omega} \simeq (mc^2 T)^{1/2}$. Из вышесказанного следует, что импульс q в выражении для $1/\tau$, лишний по сравнению с выражением для $1/\tau^b$, возник из отношения $a/a^b = q$. Действительно, $1/\tau_F^b = A\omega/4\pi$ согласно работе [10], а из (36) имеем $1/\tau_F \sim \omega^2/p_F c$. Такое же различие в степенях q имеется и для ширин уровней, связанных с соответствующим рассеянием на бoльцмановских электронах. Это видно из сравнения формулы для времени релаксации функции распределения объемных фононов (с той же функциональной зависимостью, что и время их жизни), приведенной в книге [12] при $\omega = T$, с формулой (37) при такой же частоте ω .

Как видно из (37), ширина $1/\tau_B$ максимальна при частотах $\omega \simeq (mc^2 T)^{1/2} \ll T$ и в этом случае имеет вид

$$\frac{1}{\tau_B(T)} \simeq \frac{(2\pi)^{1/2} A\gamma \rho_B c^2}{Rm\alpha (mc^2 T)^{1/2}} \left(\frac{c}{c_1}\right)^3. \quad (38)$$

Отметим, что $1/\tau_B$ в отличие от $1/\tau_F$ зависит от температуры. Кроме того, $1/\tau_B(\omega)$ не является степенной функцией ω .

7. НЕРАВНОВЕСНАЯ ЭНЕРГИЯ РЭЛЕЕВСКИХ ФОНОНОВ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ РАССЕЯНИЕМ НА ГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНАХ

Покажем, что неравновесная энергия рэлеевских фононов, связанная с деформационным рассеянием на электронах, пропорциональна времени их жизни с любой степенью вырождения электронов. Покажем также, что если времена жизни рэлеевских фононов определяются таким же рассеянием, то их неравновесная энергия практически совпадает со средней энергией свободных рэлеевских фононов, нагретых до температуры электронов.

Средняя энергия свободных рэлеевских волн вычислена в работе [5] с помощью функций Келдыша для полуограниченной среды по формуле

$$E = \frac{L^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega^2 \int_{|\omega|/c_t}^{\infty} dq \int_0^{L_z} dz \mathcal{D}^{-+}(\omega, \mathbf{q}, z), \quad (39)$$

где согласно (3), (16) $\mathcal{D}^{-+} = 2n(\omega) \operatorname{Im} d^R(\omega, q, z)$. Неравновесная энергия рэлеевских волн, рассеивающихся на деформационном потенциале взаимодействия с электронами, как показано в работе [6], есть

$$\Delta \tilde{E} = \frac{L^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega^2 \int_{|\omega|/c_t}^{\infty} dq q \int_0^{L_z} dz \Delta \tilde{\mathcal{D}}^{-+}(\omega, \mathbf{q}, z), \quad (40)$$

где функция $\Delta \tilde{\mathcal{D}}^{-+}$, выраженная через функции $d_{\alpha\beta}^R$, не зависит от направления q и определяется наибольшей частью $\Delta \mathcal{D}^{-+}$ из (17), связанной с $T_e \gg T$. После всех преобразований, примененных здесь для вывода $\Delta \mathcal{D}^R(\omega, \mathbf{q}, 0)$ в виде (23), получаем, как и в работе [6], что

$$\Delta \tilde{\mathcal{D}}^{-+}(\omega, \mathbf{q}, z) = \frac{-iAcq^2}{\pi^3 m^2} \left(\frac{c}{c_1} \right)^3 [n_e(\omega) - n(\omega)] I(\omega, q, T_e) \sum_{\alpha} |d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0)|^2. \quad (41)$$

Здесь функция I определяется формулами (29)–(31), коэффициент A тот же, что и в (26).

В выражениях (39), (40) для E и $\Delta \tilde{E}$ перейдем к интегрированию по положительным частотам. При этом следует помнить про интервал существования $q > 0$ у рэлеевских фононов. Из-за знаменателя η в виде (6) четностью относительно ω обладает функция $|d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0)|^2$, а $\operatorname{Im} d^R(\omega, q, z) = -\operatorname{Im} d^R(-\omega, q, z)$. Отметим также, что $I(\omega) = -I(-\omega)$, как это видно из формул (29)–(31), и что $n(-\omega) \equiv -n(\omega) - 1$. После перехода к $\omega > 0$ энергия E распадается на энергию фононов $\tilde{E}$, связанную через $n(\omega)$ с T , и энергию нулевых колебаний $E_0(\Theta)$. В (40) после перехода к $\omega > 0$ оставим наибольшую при $T_e \gg T$ энергию $\Delta \tilde{E}$, содержащую $n_e(\omega)$.

В формулах для $\tilde{E}$, $\Delta \tilde{E}$ не использовалось преобразование Фурье с компонентой z , и потому осталось интегрирование по dz . Следовательно, эти формулы справедливы как при $L_z \gg 1/q$, так и при $L_z \lesssim 1/q$.

При вычислении энергий $\tilde{E}^\infty$, $\Delta\tilde{E}^\infty$ в толстых образцах с $z \gg 1/q$ используем интегралы

$$\begin{aligned} \int_0^{L_z} dz d^R(\omega, q, z) &= -\frac{\bar{\alpha}}{R(cq)^2\eta}, & \bar{\alpha} &= \frac{1+6\nu-4\nu^2}{4\nu^2(1+\nu)}, \\ \int_0^{L_z} dz \sum_{\alpha} |d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0)|^2 &= \frac{\bar{\gamma}}{R^2 c^4 q^3 |\eta|^2}, & \bar{\gamma} &= \frac{9-20\nu+16\nu^2}{4\nu(1+\nu)}. \end{aligned} \quad (42)$$

При $z \lesssim 1/q$ экспоненты в $d_{\alpha\beta}^R$ можно заменить на единицу. Тогда формула для $\tilde{E}^0$ содержит $d^R(\omega, q, 0)$ с $z_1 = z = 0$ и α из (16). В выражение для $\Delta\tilde{E}^0$ входит сумма

$$\sum_{\alpha} |d_{\alpha x}^R(\omega, q, 0)|^2 = \frac{\gamma}{(Rc^2q)^2 |\eta|^2}, \quad (43)$$

где γ определяется формулой (24).

С учетом вышесказанного и формул (6), (16) и (42) энергия $\tilde{E}$ (39) в образцах соответственно с толщинами $L_z \gg c/T$ и $L_z \lesssim c/T$ принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{E}^\infty &= \frac{L^2 \bar{\alpha}}{2\pi R c^2} \int_0^\infty d\omega \omega^2 n(\omega) = \frac{\pi L^2 \bar{\alpha}}{10 R c^2} T^3, \\ \tilde{E}^0 &= \frac{L^2 L_z \alpha}{2\pi R c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^2 n(\omega) = \frac{\pi^3 L^2 L_z \alpha}{30 R c^3} T^4. \end{aligned} \quad (44)$$

В формулах (44) нижний предел интегралов по dq заменен на нуль, так как добавленный интервал лежит вне полюсов функций d^R . Коэффициенты $\bar{\alpha}$, α здесь вычислены с большей точностью по ν , чем в работе [5].

В выражении для $\Delta\tilde{E}$ (40) интеграл по dq имеет вид

$$c \int_{|\omega|/c_t}^\infty dq \frac{f(q)}{|\eta|^2} \simeq c^5 \int_0^\infty dq \frac{q^4 f(q)}{[(cq)^2 - (\omega + i\delta)^2][(cq)^2 - (\omega + i/(2\tau))^2]} = \frac{\pi}{2} f(\omega) \tau(\omega) \omega^2, \quad (45)$$

где

$$f(q) = cq^3 I(\omega, q, T_e) \int_0^{L_z} dz \sum_{\alpha} |d_{\alpha x}^R(\omega, q, z, 0)|^2,$$

и вычислен с помощью теоремы о вычетах. С учетом (42), (43) получим

$$f^\infty(\omega) = \frac{I(\omega, T_e) \bar{\gamma}}{R^2 c^3}, \quad f^0(\omega) = \frac{L_z \omega I(\omega, T_e) \gamma}{R^2 c^4}. \quad (46)$$

В интеграле (45) использована функция $d_{\alpha x}^R$ с $1/(2\tau) \ll \omega$ в знаменателе, поскольку при $\delta \rightarrow 0$ этот интеграл расходится. В этом случае в τ можно положить $cq = \omega$.

Подставим f^∞ и f^0 из (46) в выражение (40) для $\Delta\tilde{E}$. В результате получаем

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{E}^\infty &= \frac{L^2 A \bar{\gamma}}{4\pi^4 R^2 (mc^2)^2} \left(\frac{c}{c_1}\right)^3 \int_0^\infty d\omega \omega^4 n_e(\omega) \tau(\omega) I(\omega, T_e), \\ \Delta\tilde{E}^0 &= \frac{L^2 L_z \gamma}{4\pi^4 R^2 c (mc^2)^2} \left(\frac{c}{c_1}\right)^3 \int_0^\infty d\omega \omega^5 n_e(\omega) \tau(\omega) I(\omega, T_e).\end{aligned}\quad (47)$$

Используем в этих формулах время жизни рэлеевских фононов, ограниченное рассеянием на деформационном потенциале взаимодействия с электронами, в виде (35)–(37) с $T = T_e$. В формулах (35)–(37), как и в формулах (47) для $\Delta\tilde{E}$, не детализируется характер распределения электронных частот, заложенный в I (29). В результате получаем, что в образцах с ширинами $L_z \gg c/T_e$ и $L_z \lesssim c/T_e$ неравновесные энергии рэлеевских фононов соответственно равны

$$\Delta\tilde{E}^\infty = \frac{L^2 \pi \alpha \bar{\gamma}}{10 R c^2 \gamma} T_e^3 \simeq \tilde{E}^\infty(T_e), \quad \Delta\tilde{E}^0 \equiv \tilde{E}^0(T_e), \quad (48)$$

где $\tilde{E}^\infty$, $\tilde{E}^0$ определяются формулами (44) при $T = T_e$. Коэффициенты $\alpha\bar{\gamma}/\gamma \sim 2.5$, $\bar{\alpha} \sim 2.1$ при принятых ниже значениях $\nu \sim 0.4$. Нетождественное совпадение $\Delta\tilde{E}^\infty$ с энергией свободных фононов $\tilde{E}^\infty$ при температуре T_e обусловлено приближенностью расчетов, где использованы условия $c \simeq c_t$ и $(c/c_1)^2 \ll 1$.

8. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из формул (47) можно получить значения неравновесной энергии рэлеевских фононов в толстых образцах и пленках, связанные с рассеянием на горячих электронах, но с временем жизни, ограниченным взаимодействием с другими частицами, например примесями. Если подставить в эти формулы I_F (30) и время жизни в виде $\tau(\omega)\omega^n = \tau(T_e)T_e^n$, где $n < 4$ для $\Delta\tilde{E}_F^\infty$ и $n < 5$ для $\Delta\tilde{E}_F^0$, то

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{E}_F^\infty &= \frac{L^2 A \bar{\gamma} \Gamma(5-n) \zeta(5-n)}{\pi^2 R^2 p_F c_1^3} \tau(T_e) T_e^5, \\ \Delta\tilde{E}_F^0 &= \frac{L^2 L_z A \gamma \Gamma(6-n) \zeta(6-n)}{\pi^2 R^2 p_F c_1^3 c} \tau(T_e) T_e^6,\end{aligned}\quad (49)$$

где $\Gamma(m)$, $\zeta(m)$ – соответственно гамма- и дзета-функции.

Формула для $\Delta\tilde{E}_F^\infty$ из (49) повторяет результат работы [6]. Однако энергия $\Delta\tilde{E}_F^0$ в пленках с толщиной $L_z \lesssim c/T_e$ выпала из приведенных там расчетов, как и главный член в неравновесной энергии объемных фононов $\Delta\tilde{E}^b \sim L^2 L_z A T_e^5 / p_F c_1^3 c$ с $L_z \gg c/T_e$. Чтобы избежать этих потерь, в работе [6] при вычислении ΔE следовало перейти к интегрированию на области $\omega > 0$ до интегрирования по dz и dq , как это сделано выше. Можно также использовать $|\omega|$ в безразмерном импульсе $\zeta = cq/|\omega|$, зафиксировав тем самым положительность q и ζ при $\omega < 0$. Замеченное в работе [6] упущение не влияет

на сделанные там выводы о характере термодинамической энергии в толстых образцах и толстых пленках, если изменить некоторые характерные параметры. Так, при $T \sim mc_1^2 \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $T_e \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $\Theta \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $c_1 \sim 3 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $c_t/c_1 \sim 0.3$, $c_R/c_t \sim 0.93$, $\nu \sim 0.4$, $R \sim 3$ в работе [6] следует принять $A \sim 10^{-3}$ ($\lambda \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $\rho \sim 3 \text{ г/см}^3$), чтобы лучше выполнялось условие применимости теории возмущений $\Delta E_0^b(\Theta)/E_0(\Theta) \ll 1$. Значение $p_F \sim 3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$ ($\mu_F \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $\rho_F \sim 10^{14} \text{ см}^{-2}$ согласно (33)) обеспечивает малость вышеприведенной энергии объемных фононов $\Delta \tilde{E}^b$ по сравнению с их равновесной энергией $\tilde{E}^b \sim L^2 L_z T^4 / c_t^3$ из книги [11]. Предположим что $\tau_F(T_e)T_e \sim 10^5$, так как при $\tau_F(T_e)T_e \gg 10^4$ неравновесная энергия рэлеевских фононов $\Delta \tilde{E}^\infty \gg \tilde{E}_F^e \sim L^2 m T_e^2$ – энергии возбуждения вырожденных электронов в двумерном слое [6].

С такими параметрами термодинамика образцов с толщиной $L_z \gg L_R$ определяется равновесной энергией объемных фононов $\tilde{E}^b$, а в пленках с толщинами $L_z \lesssim L_R$ – неравновесной энергией рэлеевских волн (49) при тех же значениях $L_R \sim 10^{-4} \text{ см}$, что и в работе [6]. Значение $L_R = A c^3 \tau(T_e) T_e^5 / p_F c_1^3 T^4$ находится из отношения $\Delta \tilde{E}_F^\infty / \tilde{E}^b$. Однако соотношение для энергии слоя ферми-электронов $\tilde{E}_F^e \gtrsim \Delta \tilde{E}_F^0$ будет выполняться только в пленке из монослоя при $L_z \ll c/T_e \sim 10^{-7} \text{ см}$.

Отметим, что при выбранных здесь параметрах, за исключением $\tau_F(T_e)T_e \ll 10^4$, т.е. при сильном затухании рэлеевских волн, отношение $\Delta \tilde{E}_F^\infty / \tilde{E}_F^e \ll 1$. Тогда термодинамика пленок с толщинами $L_z \lesssim L_e$ определяется энергией слоя электронов $\tilde{E}_F^e(T_e)$, а при $L_z \gg L_e$ – энергией свободных объемных фононов $\tilde{E}^b(T)$. Толщина $L_e \sim m c_t^3 T_e^2 / T^4 \sim 10^{-5} \text{ см}$ выводится из отношения этих энергий.

Время жизни рэлеевских фононов, связанное с рассеянием на деформационном потенциале взаимодействия с ферми-электронами, с принятыми здесь параметрами равно $\tau_F(T_e) \sim 10^{-6} \text{ с}$ и $\tau_F(T_e)T_e \sim 10^6$. Такое время на порядок больше рассмотренного выше. Поэтому толщины пленок $L_z < L_R$, где термодинамика определяется неравновесной энергией рэлеевских фононов $\Delta \tilde{E}$ в виде (48), также на порядок больше. Непосредственное сравнение $\Delta \tilde{E}^\infty(T_e)$ из (48) с $\tilde{E}^b(T)$ естественно приводит к значению $L_R \sim c T_e^3 / T^4 \sim 10^{-3} \text{ см}$. В образцах с $L_z \gg L_R$ термодинамической энергией становится $\tilde{E}^b(T)$. Подчеркнем, что главенство энергий $\Delta \tilde{E}(T_e)$ из (48) в пленках с такими толщинами возможно только при взаимодействии рэлеевских фононов с ферми-электронами. Несмотря на универсальный характер формул (48), превосходство $\Delta \tilde{E}(T_e)$ над $\Delta \tilde{E}_B^b(T_e)$, $\tilde{E}^b(T)$, $\tilde{E}_B^e(T_e)$ в случае взаимодействия рэлеевских фононов с болыцмановскими электронами будет осуществляться при других параметрах.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получена формула для ширины энергетического спектра поверхностных рэлеевских фононов (8), выраженная через запаздывающую функцию Грина свободных рэлеевских фононов и поправку к ней.

В случае рассеяния рэлеевских волн на деформационном потенциале взаимодействия с электронами из двумерного приповерхностного слоя выражение для ширины их спектра получено в виде (35), общем для ферми- и болыцмановских электронов. Шири-

на спектра рэлеевских фононов (36), связанная с их взаимодействием с ферми-электронами, пропорциональна ω^2 . В случае рассеяния рэлеевских фононов на слое больцмановских электронов величина $1/\tau_B$ (37) является экспоненциальной функцией ω и T с предэкспоненциальным множителем $\omega/T^{1/2}$.

Показано, что неравновесная энергия рэлеевских волн, обусловленная рассеянием на деформационном потенциале взаимодействия с горячими электронами в приповерхностном двумерном слое, не зависит от распределения электронов по частотам, если ширина спектра рэлеевской волны определяется таким же рассеянием и на тех же электронах. В этом случае неравновесная энергия рэлеевских фононов практически совпадает со средней энергией свободных рэлеевских фононов [5], нагретых до температуры электронов T_e .

При $\Theta \gg T_e \gg T$ получены условия, при которых неравновесная энергия поверхностных волн, целиком обусловленная рассеянием на ферми-электронах, определяет термодинамику образцов. Так, энергия $\Delta \tilde{E}^0 \sim L^2 L_z T_e^4 / c^3$ является определяющей в пленках с толщинами $L_z \lesssim c/T_e$. С увеличением толщины пленки вплоть до $L_R \sim T_e^3 c / T^4$ наибольшей энергией становится $\Delta \tilde{E}^\infty \sim L^2 T_e^3 / c^2$. В образцах с $L_z > L_R$ термодинамической энергией является энергия равновесных объемных фононов $\Delta \tilde{E}^b \sim L^2 L_z T^4 / c_t^3$.

Благодарности. В заключение хочу выразить свою признательность А. С. Простену за внимание и помощь в работе. Работа поддерживалась РФФИ (проект № 02-03-32170).

Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория упругости. М.: Наука, 1987.
- [2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
- [3] Л. В. Келдыш. ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 1515.
- [4] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
- [5] Л. А. Зайцева. Хим. физика. 2000. Т. 19. № 5. С. 3.
- [6] Л. А. Зайцева. ТМФ. 2001. Т. 127. № 2. С. 336.
- [7] A. A. Maradudin, D. L. Mills. Ann. Phys. 1976. V. 100. P. 262.
- [8] С. М. Бадалян, И. Б. Левинсон. ФТТ. 1988. Т. 30. С. 2764.
- [9] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Наука, 1962.
- [10] Л. А. Зайцева. ТМФ. 1998. Т. 115. № 2. С. 289.
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976.
- [12] Б. М. Могилевский, А. Ф. Чудновский. Теплопроводность полупроводников. М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию 21.IV.2003 г.