Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. М. Зиновьев, В. К. Петров, К. В. Петров, В. П. Шелест, Конечнотемпературная глюодинамика с пробными зарядами в различных представлениях, *ТМФ*, 2007, том 152, номер 3, 466–475

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6103>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.207.124.84

26 апреля 2023 г., 15:27:50

© 2007 г.

Г. М. Зиновьев*, В. К. Петров*,
К. В. Петров[†], В. П. Шелест*

КОНЕЧНОТЕМПЕРАТУРНАЯ ГЛЮОДИНАМИКА С ПРОБНЫМИ ЗАРЯДАМИ В РАЗЛИЧНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ

На анизотропной решетке в приближении сферической модели аналитически исследуется конечнотемпературная глюодинамика с пробными зарядами, преобразующимися по произвольным представлениям группы $SU(3)$. Показано, что при температурах ниже критической для произвольных пробных зарядов с триальностями, различающимися знаком, потенциал линейно растет с расстоянием между зарядами, в то время как для источников с нулевыми триальностями потенциал имеет дебаевский вид. Модель предсказывает существование притягивающего кулоновского потенциала для всех представлений, сигнализируя о существовании связанных состояний при температурах, превышающих критическую.

Ключевые слова: анизотропность, конечнотемпературная глюодинамика, представления, пробные заряды, триальность, связанные состояния.

Исследование конечнотемпературных калибровочных теорий на решетке является сегодня наиболее эффективным методом анализа непертурбативных свойств сильно взаимодействующей материи. Хотя в настоящее время удержание кварков в квантовой хромодинамике и не вызывает серьезных сомнений, эта проблема все еще остается нерешенной и актуальной [1]. Как указывалось еще в работе [2], изучение потенциала между пробными зарядами, преобразующимися по произвольным представлениям группы $SU(3)$, может оказаться информативным для исследования механизмов конфайнмента и экранирования цвета.

Целью настоящей работы является аналитическое исследование (в приближении сферической модели) потенциала между пробными зарядами, преобразующимися по различным представлениям калибровочной группы, в $SU(3)$ -глюодинамике при конечных температурах. Сферическая модель, предложенная в 1932 г. [3], остается достаточно информативной в области исследования критических явлений [4], [5].

*Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАНУ, Киев, Украина.
E-mail: Gennady.Zinovjev@cern.ch, vkpetrov@yandex.ru, atrp@atrp.ru

[†]Niels Bohr Institute, Copenhagen, Denmark. E-mail: kpetrov@nbi.dk

В частности, она дает вполне разумные значения для критических индексов и фундаментальных соотношений между ними в пространствах размерности $2 < d < 5$ [6].

Одним из эффективных способов улучшения точности численных расчетов при высоких температурах является использование анизотропной решетки, временной шаг которой значительно меньше пространственного: $a_\sigma/a_\tau \gg 1$, позволяющее существенно увеличить эффективность симуляций Монте-Карло [7]. Кроме того, как было давно установлено, на анизотропной решетке отсутствуют многие решеточные артефакты и быстрее устанавливается асимптотический режим [8].

Для вычисления статистической суммы на решетке объема $N_\tau \times N_\sigma^3$ (N_τ – длина решетки во временном направлении, N_σ – в пространственном) действие обычно записывается в виде [9]–[11]

$$S_G = \beta_\tau S_E + \beta_\sigma S_M, \quad (1)$$

где S_E – хромоэлектрическая, а S_M – хромомагнитная части действия решеточной глюодинамики,

$$\beta_\tau \equiv \beta \tilde{\xi}(\xi, \beta) \gg \beta_\sigma \equiv \frac{\beta}{\tilde{\xi}(\xi, \beta)}, \quad \beta \equiv \frac{2N}{g^2}, \quad (2)$$

при этом параметр анизотропии

$$\xi = \frac{a_\sigma}{a_\tau} \quad (3)$$

считается асимптотически большим, причем обратная температура определяется как $a_\tau N_\tau = 1/T$ и считается конечной.

В области слабой связи $\beta_{\tau,\sigma}/\beta \approx 1 + O(1/\beta)$ [12], [13], и $\tilde{\xi}$ мало отличается от ξ . Более того, в “наивном” пределе, который сводится к

$$U_\nu(x) \simeq 1 + ia_\nu g_\nu A_\nu(x), \quad (4)$$

необходимо, чтобы $\tilde{\xi}$ было в точности равно ξ . Однако в решеточном приближении эффективная величина $U_\nu(x)$ может значительно отличаться от “наивного” предела (особенно в области деконфайнмента). Считается, что отличие $\tilde{\xi}$ от ξ связано с квантовыми поправками или перенормировкой. Поведение $\tilde{\xi}(\xi, \beta)$ в окрестности $\xi \sim 1$ детально изучалось как пертурбативными [8], так и непертурбативными методами [14]. Поскольку в области асимптотически больших ξ поведение $\tilde{\xi}(\xi, \beta)$ может быть существенно иным, нежели в окрестности $\xi \sim 1$, мы не конкретизируем зависимость $\tilde{\xi}$ от ξ , а лишь предполагаем, что $\tilde{\xi}(\xi, \beta)$ неограниченно растет при неограниченном росте ξ и фиксированных β .

Известно [15], что в согласии с гипотезой универсальности [9] эффективное действие может быть записано как

$$-S_{\text{eff}} = \gamma(\beta, \xi, N_\tau) \text{Re} \sum_{n=1}^3 \sum_x^V \chi_x \chi_{x+n}^*, \quad (5)$$

где χ_x – характер фундаментального представления группы $SU(3)$, выражающийся, как известно, через петлю Полякова: $\chi_x = \text{Tr} \prod_{t=1}^{N_\tau} U_0^{(f)}(x, t)$, а $V = N_1 N_2 N_3$. При

получении выражения (5) решающим является предположение о том, что при $\xi \gg 1$ хромагнитной частью действия ($S_M \sim 1/\tilde{\xi}$) можно пренебречь и, следовательно,

$$S_G(U) \simeq S_E = -\beta\tilde{\xi} \sum_x \sum_{n=1}^3 \text{Re Tr} \{U_0(x)U_n(x+0)U_0^\dagger(x+\nu)U_n^\dagger(x) - 1\}. \quad (6)$$

Как было показано в работе [9], приближение (6) справедливо при $T_{SY} \equiv \xi/(N_\tau a_\tau) \gg 1$; поскольку $\beta_\sigma \sim 1/T_{SY}$ и $\beta_\tau \sim T_{SY}$, то оно допустимо и вне рамок приближения сильной связи. Таким образом, можно предположить, что при $\xi \gg 1$ хромагнитной частью действия можно пренебречь даже в области невысоких температур [11]. Это предположение едва ли допустимо в области сильной связи. Действительно, имеются серьезные основания полагать, что на изотропной решетке магнитная часть действия может играть существенную роль в удержании кварков [16].

Учитывая все сказанное ранее, в решеточной глюодинамике статистическая сумма может быть записана в виде

$$Z \sim \int \exp \left\{ \sum_x \text{Re} \left(\gamma \sum_{n=1}^3 \chi_x \chi_{x+n}^* + \eta_x \chi_x^* \right) \right\} \prod_x d\mu_x, \quad (7)$$

где η_x – пробный заряд, расположенный в узле $x = (x_1, x_2, x_3)$.

Как известно, характер произвольного неприводимого представления $j = (l_1, l_2)$ группы $SU(3)$ может быть записан в виде

$$\chi_{l_1, l_2} = \frac{\xi_{l_1, l_2}}{\xi_{2, 1}}, \quad l_1 > l_2, \quad (8)$$

где

$$\xi_{l_1, l_2} = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{il_2\varphi_1} & e^{il_2\varphi_2} & e^{-il_2(\varphi_1+\varphi_2)} \\ e^{il_1\varphi_1} & e^{il_1\varphi_2} & e^{-il_1(\varphi_1+\varphi_2)} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Для меры можно записать

$$d\mu_x = |\Delta_x|^2 d\varphi_{1x} d\varphi_{2x}, \quad \Delta_x \equiv \xi_{1,2}(\varphi_{1x}, \varphi_{2x}). \quad (10)$$

При преобразованиях $\varphi_n \rightarrow \varphi_n + 2\pi/3$ группы $Z(3)$ характеры преобразуются по закону

$$\chi_j \rightarrow \chi'_j = e^{i(2\pi/3)\tau_j} \chi_j, \quad (11)$$

где триальность $\tau_j = \tau(\chi_j) = -\tau(\chi_j^*)$ дается выражением

$$\tau_j = (l_1 - 2l_2) \bmod 3 = 0, \pm 1. \quad (12)$$

Несмотря на то что главный вклад в действие дают $\chi_x \chi_x^*$, близкие к максимальным, в окрестности фазового перехода средние значения состояний с ненулевой триальностью оказываются близкими к нулю, поскольку симметрия относительно группы $Z(3)$ в этой области нарушена слабо.

В мере (10) удобно перейти к новым переменным. Для этого, воспользовавшись

$$\det \frac{\partial \chi_x}{\partial \varphi_{nx}} \frac{\partial \chi_x^*}{\partial \varphi_{mx}} = \Delta_x,$$

получим

$$d\mu_x = |\Delta_x| d\chi_x^* d\chi_x \quad (13)$$

и предположим, что, по крайней мере, в критической области $\ln |\Delta_x|$ можно разложить в окрестности максимального значения $|\chi_x| = 3$:

$$\ln |\Delta_x| \simeq \text{const} + \lambda \chi_x \chi_x^*, \quad (14)$$

что дает [17]

$$d\mu = |\Delta_x|^2 d\varphi_{1x} d\varphi_{2x} \simeq C e^{(1/12)\chi^* \chi} d\varphi_{1x} d\varphi_{2x}, \quad (15)$$

т.е. $\lambda = 1/24$. Разложение (14) остается справедливым и при $|\chi| \sim 0$, что соответствует $\varphi_k \sim (2\pi/3)n_k$ при условии $(n_1 - n_2) \bmod 3 \neq 0$, однако здесь мы получим $\lambda = -1/3$. Хотя эта часть области интегрирования не дает существенного вклада, тем не менее в выражении для меры

$$d\mu_x \simeq \theta(9 - \chi_x^* \chi_x) e^{\lambda \chi_x^* \chi_x} d\chi_x^* d\chi_x \quad (16)$$

мы оставим λ в качестве свободного параметра. Это позволит позже убедиться в том, что точное значение λ не играет решающей роли.

Приближение сферической модели в данном случае состоит в замене

$$\prod_x^V \theta(9 - \chi_x^* \chi_x) \rightarrow \theta\left(9V - \sum_x^V \chi_x^* \chi_x\right) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{s(9 - \sum_x^V \chi_x^* \chi_x)} \frac{ds}{s+0}, \quad (17)$$

где s выбрано так, чтобы после интегрирования по χ_x^* и χ_x сингулярности подынтегрального выражения располагались слева от пути интегрирования, что гарантирует законность изменения порядка интегрирования по этим переменным и ds .

С учетом сказанного статистическая сумма (7) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} Z(\eta_x, \eta_x^*) &\simeq \frac{1}{2\pi i} \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{x,x'} \chi_{x'} A_{x',x}(s) \chi_x^* + \sum_x \text{Re} \eta_x^* \chi_x - 9sV \right\} \times \\ &\times \frac{ds}{s+0} \prod_x^V d\chi_x^* d\chi_x, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\frac{1}{2} A_{x',x}(s) = (s - \lambda) \delta_{x',x} - \gamma \sum_n \delta_{x',x+n}. \quad (19)$$

Проинтегрировав по χ_x^* и χ_x , получим

$$Z(\eta_x, \eta_x^*) = \frac{1}{2\pi i} \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{x,x'} \eta_{x'}^* A_{x'-x}^{-1} \eta_x - 9sV \right\} \frac{ds}{s+0}. \quad (20)$$

Матрица $A_{x',x}^{-1} = A_{x'-x}^{-1}$ диагонализуетс преобразованием Фурье

$$A_{x',x}^{-1} = \sum_k \frac{e^{ik(x'-x)}}{s - \lambda - 3\gamma + 2\gamma \sum_n \sin^2(\phi_n/2)}, \quad (21)$$

где $\phi_n = 2\pi k_n/N_n$, $0 \leq \phi_n < 2\pi$. При $N_n \rightarrow \infty$ суммирование в выражении (21) можно заменить интегрированием, и окончательно получим

$$A_{x',x}^{-1} = \int_0^{2\pi} \frac{e^{ik(x'-x)}}{s - \lambda - 3\gamma + 2\gamma \sum_n \sin^2(\phi_n/2)} \left(\frac{d\phi}{2\pi}\right)^3 \equiv \frac{R_3((s - \lambda)/(3\gamma), x - y)}{3\gamma}. \quad (22)$$

В частности, если пробные заряды расположены в точках $\mathbf{x}' = 0$ и $\mathbf{x} = \mathbf{R}$, находим

$$A_{0,R}^{-1} = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\phi\mathbf{R}}}{s - \lambda - 3\gamma + 2\gamma \sum_n \sin^2(\phi_n/2)} \left(\frac{d\phi}{2\pi}\right)^3, \quad (23)$$

а для источников, не зависящих от координат $\eta_x \equiv \eta_0$, принимая во внимание

$$\sum_x A_{x,y}^{-1} = \sum_y A_{xy}^{-1} = \frac{1}{s - \lambda - 3\gamma}, \quad (24)$$

получим

$$Z \simeq \text{const} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} ds e^{-N\Phi(s)}, \quad (25)$$

где

$$\Phi(s) \equiv 9s - b(s) + \frac{\eta_0 \eta_0^*}{4(s - \lambda - 3\gamma)}, \quad (26)$$

$$b(s) = \frac{1}{2} \text{Sp}\{\ln A\} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{dq}{2\pi}\right)^d \ln\left(s - \lambda - \gamma \sum_{n=1}^d \cos q_n\right). \quad (27)$$

Для вычисления Z мы используем метод перевала, который при $N_\sigma^3 \rightarrow \infty$ позволяет получить значение интеграла с точностью до $O(N_\sigma^{-3})$. Седловая точка s_0 определяется уравнением $\Phi'(s_0) = 0$, и с учетом того, что для

$$\frac{s_0 - \lambda}{3\gamma} - 1 \equiv \varepsilon \ll 1 \quad (28)$$

можно записать [6]

$$R_3(\varepsilon + 1, 0) \simeq \frac{3}{2} - \frac{3}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon}, \quad (29)$$

получаем для s_0 уравнение

$$\Phi' = 4 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\gamma} - \frac{\sqrt{3/2}}{\pi\gamma} \sqrt{\varepsilon} \right) - \frac{1}{2\gamma} - \frac{\eta_0^2}{4(3\gamma)^2 \varepsilon^2} = 0. \quad (30)$$

Рассмотрим сначала решение уравнения $\Phi' = 0$, при котором ε конечно. В этом случае можно положить $\eta_0 \equiv 0$, и тогда решение (30) сводится к решению уравнения

$$\sqrt{\frac{s_0 - \lambda}{3\gamma} - 1} = \frac{16\pi}{\sqrt{6}} \left(\frac{3}{16} - \gamma \right). \quad (31)$$

Поскольку $\min s_0 = \lambda + 3\gamma + 0$, это решение уравнения $\Phi' = 0$ перестает существовать, когда γ достигает своего критического значения γ_{cr} . Как видно из уравнения (31), критическое значение будет равно $\gamma_{\text{cr}} = 3/16$. При $\gamma > \gamma_{\text{cr}}$ решение существует лишь для $s_0 \rightarrow \lambda + 3\gamma$, поэтому вклад $\eta_0^2/(s_0 - \lambda - 3\gamma)^2$ в уравнение (30) должен быть сохранен даже при $\eta_0 \rightarrow 0$, и мы окончательно получаем

$$s_0 \simeq \lambda + 3\gamma + 2(8\pi)^2 \gamma (\gamma_{\text{cr}} - \gamma)^2 \theta(\gamma_{\text{cr}} - \gamma). \quad (32)$$

В этом случае

$$\frac{1}{2} A_{0,0}^{-1} \simeq \frac{1}{4\gamma} - 4 \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_{\text{cr}}} \right) \theta(\gamma_{\text{cr}} - \gamma). \quad (33)$$

Кроме того, поскольку согласно формуле (24) $\sum_x A_{x,0}^{-1} \rightarrow \infty$ при $s_0 \rightarrow \lambda + 3\gamma$, т.е. не обращается в нуль, среднее значение характера в фундаментальном представлении имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \chi \rangle &= \left[\left(\frac{1}{2} \eta_x A_{x,0}^{-1} \right)_{s=s_0} \right]_{\eta_0 \rightarrow 0} = \left[\eta_0 \left(\frac{1}{2} \sum_x A_{x,0}^{-1} \right)_{s=s_0} \right]_{\eta_0 \rightarrow 0} \simeq \\ &\simeq 2 \left(1 - \frac{\gamma_{\text{cr}}}{\gamma} \right)^{1/2} \theta \left(1 - \frac{\gamma_{\text{cr}}}{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, область $\gamma > \gamma_{\text{cr}}$ соответствует фазе деконфайнмента, причем $\langle \chi \rangle$ плавно обращается в нуль при $\gamma \rightarrow \gamma_{\text{cr}} + 0$.

Для корреляционной функции при $R \gg 1$ получим

$$\langle \chi_0 \chi_R^* \rangle = \frac{A_{0,R}^{-1}(s_0)}{2} + \langle \chi \rangle \langle \chi \rangle^*, \quad (35)$$

где

$$A_{0,R}^{-1}(s_0) \simeq C \frac{e^{-\alpha R}}{R} = \text{const}, \quad (36)$$

а коэффициент α (“натяжение струны”) дается выражением

$$\alpha \simeq 16\pi(\gamma_{\text{cr}} - \gamma)\theta(\gamma_{\text{cr}} - \gamma). \quad (37)$$

Для вычисления средних значений характеров высших представлений χ_j их удобно представить как функцию фундаментального $\Phi(\chi^*, \chi) = \chi_j$. С этой целью выполним для $\Phi(\chi^*, \chi)$ преобразование Лапласа

$$U_j(\bar{\eta}, \bar{\eta}^*) = \int \chi_j e^{-\text{Re } \bar{\eta}^* \chi} d\chi^* d\chi, \quad (38)$$

где $\bar{\eta}$ и $\bar{\eta}^*$ рассматриваются как некие независимые переменные, а интегрирование ведется по той же области, что и для меры $d\mu$ группы $SU(3)$. Поэтому обратное преобразование Лапласа

$$\chi_j = \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} U_j(\bar{\eta}, \bar{\eta}^*) e^{\text{Re}(\bar{\eta}) \text{Re}(\chi) + \text{Im}(\bar{\eta}) \text{Im}(\chi)} \frac{d \text{Re}(\bar{\eta})}{2\pi i} \frac{d \text{Im}(\bar{\eta})}{2\pi i}, \quad (39)$$

или

$$\chi_j = \int U_j(\bar{\eta}, \bar{\eta}^*) e^{\operatorname{Re} \bar{\eta}^* \chi} \frac{d\bar{\eta}^*}{2\pi i} \frac{d\bar{\eta}}{2\pi i}, \quad (40)$$

должно обращаться в нуль вне области интегрирования по инвариантной мере. Постоянная σ выбирается, как обычно, с таким расчетом, чтобы сингулярности $U_j(\bar{\eta}, \bar{\eta}^*)$ находились слева от пути интегрирования.

Легко видеть, что

$$\langle \chi_j \rangle = \frac{1}{Z(0, 0)} \int U_j(\bar{\eta}, \bar{\eta}^*) Z(\eta_x + \bar{\eta} \delta_x^0, \eta_x^* + \bar{\eta}^* \delta_x^0)_{\eta_x \rightarrow 0} \frac{d\bar{\eta}^*}{2\pi i} \frac{d\bar{\eta}}{2\pi i}. \quad (41)$$

Таким образом, при $\eta_x \rightarrow 0$ получаем

$$\langle \chi_j \rangle = \int \chi_j e^{(\chi - \langle \chi \rangle)(1/2)(A_{0,0}^{-1}(s_0))^{-1}(\chi^* - \langle \chi^* \rangle)} d\chi^* d\chi. \quad (42)$$

Аналогично для корреляционной функции

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = \int U_j(\bar{\eta}_0, \bar{\eta}_0^*) U_{j'}(\bar{\eta}_R, \bar{\eta}_R^*)^* \frac{Z(\eta'_x, \eta_x^*)}{Z(0, 0)} \frac{d\bar{\eta}_0^*}{2\pi i} \frac{d\bar{\eta}_0}{2\pi i} \frac{d\bar{\eta}_R^*}{2\pi i} \frac{d\bar{\eta}_R}{2\pi i}, \quad (43)$$

где $\eta'_x = \eta_x + \bar{\eta}_0 \delta_x^0 + \delta_x^R \bar{\eta}_R$, найдем

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = \int \chi_{j0} \chi_{j'R}^* e^{(1/2) \sum_{X', X=1}^2 (\langle \chi \rangle - \chi_{X'}) \hat{\alpha}_{X', X}((s_0) \langle \chi^* \rangle - \chi_X^*)} d\chi_0^* d\chi_0 d\chi_R^* d\chi_R, \quad (44)$$

где

$$\hat{\alpha}_{X', X}^{-1}(s_0) \equiv A_{X', X}^{-1}(s_0), \quad (45)$$

а матрица $\hat{\alpha}_{X', X}$ дается выражением

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{1,1} & \hat{\alpha}_{1,2} \\ \hat{\alpha}_{2,1} & \hat{\alpha}_{2,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{(A_{0,0}^{-1})^2 - (A_{0,R}^{-1})^2} \begin{pmatrix} A_{0,0}^{-1} & -A_{0,R}^{-1} \\ -A_{0,R}^{-1} & A_{0,0}^{-1} \end{pmatrix}, \quad (46)$$

причем $X = 1$ соответствует $x = 0$, а $X = 2$ – точке $x = R$.

Таким образом, в рассматриваемом приближении вычисление средних от характеристик сводится к их усреднению с весом, задаваемым экспонентой гауссова типа. Важное отличие от гауссова усреднения состоит в том, что матрица $\hat{\alpha}_{X', X}(s_0)$ положительно определена, и поэтому главный вклад дают χ , далекие от средних значений. Роль сферической модели сводится, следовательно, к определению этой матрицы.

Поскольку $A_{0,R}^{-1}$ экспоненциально убывает с ростом R , экспоненту в выражении (44) можно разложить при больших R по степеням $A_{0,R}^{-1}$. В этом приближении (44) можно записать как

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = \int \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \exp \left\{ \frac{|\langle \chi \rangle - \chi_0|^2}{2A_{0,0}^{-1}} + \frac{|\langle \chi \rangle - \chi_R|^2}{2A_{0,0}^{-1}} \right\} (1 + \Xi_{0R}) d\chi_0^* d\chi_0 d\chi_R^* d\chi_R, \quad (47)$$

где

$$\Xi_{0R} = -A_{0,R}^{-1} \frac{\text{Re}(\langle \chi \rangle - \chi_0)(\langle \chi^* \rangle - \chi_R^*)}{(A_{0,0}^{-1})^2}, \quad (48)$$

что с учетом формулы (42) дает

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = \langle \chi_j \rangle \langle \chi_j^* \rangle - A_{0,R}^{-1} p_{j',j} + (A_{0,R}^{-1})^2 q_{j',j} + O[(A_{0,R}^{-1})^3]. \quad (49)$$

В фазе деконфайнмента $\langle \chi_{j0} \chi_0^n \chi_0^{*k} \rangle$ и $\langle \chi_{j'R}^* \chi_R^n \chi_R^{*k} \rangle$, вообще говоря, не обращаются в нуль при произвольных τ_j и $\tau_{j'}$ и произвольных целых n и k . Поэтому при любых j и j' можно ограничиться первым порядком по $A_{0,R}^{-1}$. Коэффициент $p_{j',j}$ в этом случае дается выражением

$$p_{j',j} = 2(A_{0,0}^{-1})^{-2} \text{Re}[(\langle \chi_j \chi^* \rangle - \langle \chi_j \rangle \langle \chi^* \rangle)(\langle \chi_j^* \chi \rangle - \langle \chi_j^* \rangle \langle \chi \rangle)]. \quad (50)$$

В фазе конфайнмента все $\langle \chi_j \rangle$ с ненулевой триальностью обращаются в нуль, и можно показать, что коэффициенты $p_{j',j}$ и $q_{j',j}$ даются выражениями

$$p_{j',j} = \frac{\langle \chi_j \chi \rangle \langle \chi_j^* \chi^* \rangle + \langle \chi_j \chi^* \rangle \langle \chi_j^* \chi \rangle}{(A_{0,0}^{-1})^2}, \quad (51)$$

$$q_{j',j} = \frac{\langle \chi_j \chi^2 \rangle \langle \chi_j^* \chi^{*2} \rangle + \langle \chi_j \chi^{*2} \rangle \langle \chi_j^* \chi^2 \rangle + 2\langle \chi_j \chi \chi^* \rangle \langle \chi_j^* \chi \chi^* \rangle}{2(A_{0,0}^{-1})^4}. \quad (52)$$

Если триальности противоположны по знаку ($\tau_j = -\tau_{j'} \neq 0$), имеем $\langle \chi_{j0} \rangle \times \langle \chi_{j'R}^* \rangle = 0$. При этом одно из произведений $\langle \chi_{j0} \chi_0 \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R^* \rangle$ и $\langle \chi_{j0} \chi_0^* \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R \rangle$ инвариантно относительно преобразований $Z(3)$ и не обращается в нуль. В этом случае

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = (\langle \chi_j \chi^* \rangle \langle \chi_j^* \chi \rangle \delta_{\tau_j}^1 + \langle \chi_j \chi \rangle \langle \chi_j^* \chi^* \rangle \delta_{\tau_j}^{-1}) \frac{A_{0,R}^{-1}}{2(A_{0,0}^{-1})^2}. \quad (53)$$

Следуя работе [18], удобно ввести эффективный потенциал

$$V = -\left(\ln \langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle - \lim_{R \rightarrow \infty} \ln \langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle \right). \quad (54)$$

Как видно из формулы (53), если триальности χ_{j0} и $\chi_{j'R}^*$ отличны от нуля, эффективный потенциал в модели линейно растет с расстоянием между зарядами в фазе конфайнмента, причем коэффициент α дается выражением (37).

Если $\tau_j = \tau_{j'} = 0$, то $\langle \chi_{j0} \rangle \langle \chi_{j'R}^* \rangle \neq 0$. Поскольку в этом случае $\langle \chi_{j0} \chi_0 \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R^* \rangle = \langle \chi_{j0} \chi_0^* \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R \rangle = 0$, необходимо учесть второй порядок разложения по $A_{0,R}^{-1}$, а так как $\langle \chi_{j0} \chi_0^2 \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R^{*2} \rangle = \langle \chi_{j0} \chi_0^{*2} \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R^2 \rangle = 0$, мы можем окончательно записать

$$\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = \langle \chi_{j0} \rangle \langle \chi_{j'R}^* \rangle + \left(\frac{A_{0,R}^{-1}}{2(A_{0,0}^{-1})^2} \right)^2 \langle \chi_{j0} \chi_0 \chi_0^* \rangle \langle \chi_{j'R}^* \chi_R^* \chi_R \rangle. \quad (55)$$

Таким образом, если триальности χ_{j0} и $\chi_{j'R}^*$ равны нулю, модель дает отталкивающий потенциал с экранирующей массой $m_D = 2\alpha$.

Если $\tau_j + \tau_{j'} \neq 0$, то, поскольку действие и мера $Z(3)$ -инвариантны, $\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle = 0$ для любых j и j' , так как произведение $\chi_{j0} \chi_{j'R}^*$ не инвариантно относительно глобальных $Z(3)$ -преобразований, т.е. по той же причине, по которой в фазе конфайнмента обращается в нуль среднее от характера фундаментального представления. Эффективный потенциал в этом случае оказывается неопределенным. В то же время “обычный” потенциал оказывается бесконечным. Следовательно, обращение в нуль $\langle \chi_{j0} \chi_{j'R}^* \rangle$ в случае ненулевой суммарной триальности представляется возможным интерпретировать аналогично, а именно как сильное подавление подобных состояний. В фазе деконфайнмента модель дает $\alpha = 0$. Это можно интерпретировать как генерацию притягивающего кулоновского потенциала глюонной средой для любых χ_{j0} и $\chi_{j'R}^*$. Хотя такой потенциал не в состоянии удерживать кварки, тем не менее этот результат можно рассматривать как указание на возможность существования соответствующих связанных состояний и при температурах, превышающих критическую. По существу, именно это лежит в основе различных приближений в анализе сильно связанной кварк-глюонной плазмы [19].

В заключение нам хотелось бы отметить два момента этой работы – технический и физический. Первый касается параметра λ в выражении для меры (16). Легко видеть, что сдвигом $s \rightarrow s + \lambda$ этот параметр может быть устранен из матрицы $A_{x',x}$, что приведет к появлению фактора $e^{-9\lambda V}$ в подынтегральном выражении (20). Таким образом, плотность свободной энергии включает зависящий от λ вклад лишь в виде тривиальной добавки $\lambda \times \text{const}$, что может изменить численные значения некоторых параметров, но не должно повлиять на результаты модели, касающиеся фазовой структуры системы. В отношении второго момента вспомним, что высшие представления, как известно, можно интерпретировать как многочастичные кварк-антикварковые системы. С точки зрения возможной генерации кварк-глюонной плазмы в экспериментах с тяжелыми ионами интерес представляют лишь те системы, в которых заряды не только имеют нулевую суммарную триальность, но и в целом бесцветны [20]. Тогда одной из возможностей в процессе охлаждения кварк-глюонной материи могло бы быть, например, появление двух или нескольких несинглетных подсистем с нулевыми триальностями. Простейший комбинаторный анализ показывает, что число возможностей образования подобных подсистем существенно больше, нежели чисто синглетных. Такие несинглетные подсистемы смогут расходиться на достаточно большие (по адронной шкале) расстояния сравнительно свободно, поскольку экранирующих сил недостаточно для их удержания, и это могло бы вносить новые элементы в общепринятую в настоящее время картину адронизации.

Благодарности. Авторы благодарят Х. Затца, В.К. Митрюшкина, С.В. Молодцова, А.М. Снигирева, А.С. Сорина и Ю. Энгельса за интересные обсуждения и критические замечания.

Список литературы

- [1] J. Greensite, *Progr. Particle Nucl. Phys.*, **51** (2003), 1.
- [2] P. H. Damgaard, M. Hasenbusch, *Phys. Lett. B*, **331** (1994), 400.

- [3] T. H. Berlin, M. Kac, *Phys. Rev.*, **86** (1952), 821.
- [4] L. Frachebourg, M. Henkel, *Phys. A*, **195** (1993), 577.
- [5] A. Cappelli, F. Colomo, *J. Phys. A*, **31** (1998), 3141.
- [6] G. S. Joyce, “Critical properties of the spherical model”, *Phase Transitions and Critical Phenomena*, vol. 2, eds. C. Domb, M. S. Green, Acad. Press, London–New York, 1972, 375.
- [7] S. Sakai, A. Nakamura, T. Saito, *Nucl. Phys. A*, **638** (1998), 535; Ph. de Forcrand, M. García Pérez, T. Hashimoto et al., *Phys. Rev. D*, **63** (2001), 054501; T. Umeda, R. Katayama, H. Matsufuru, O. Miyamura, *Nucl. Phys. B. Proc. Suppl.*, **94** (2001), 435.
- [8] F. Karsch, *Nucl. Phys. B*, **205** (1982), 285.
- [9] B. Svetitsky, L. G. Yaffe, *Nucl. Phys. B*, **210** (1982), 423.
- [10] M. Billó, M. Casselle, A. D’Adda, S. Panzeri, *Nucl. Phys. B*, **472** (1996), 163.
- [11] L. A. Averbchenkova, K. V. Petrov, V. K. Petrov, G. M. Zinovjev, *Phys. Rev. D*, **57** (1998), 112; Л. А. Аверченкова, К. В. Петров, В. К. Петров, Г. М. Зиновьев, *ЯФ*, **60** (1997), 2057.
- [12] A. Hasenfratz, P. Hasenfratz, *Nucl. Phys. B*, **193** (1981), 210.
- [13] J. Shigemitsu, J. B. Kogut, *Nucl. Phys. B*, **190** (1981), 365.
- [14] J. Engels, F. Karsch, T. Scheideler, *Nucl. Phys. B. Proc. Suppl.*, **63** (1998), 427.
- [15] F. Green, F. Karsch, *Nucl. Phys. B*, **238** (1984), 297; M. Ogilvie, *Phys. Rev. Lett.*, **52** (1984), 1369.
- [16] G. Mack, V. B. Petkova, *Ann. Phys.*, **123** (1979), 442; **125** (1980), 117; *Z. Phys. C*, **12** (1982), 177; T. G. Kovács, E. T. Tomboulis, *Nucl. Phys. B. Proc. Suppl.*, **53** (1997), 509.
- [17] K. Petrov, *Dimensional reduction of lattice gauge theory in (2+1)D*, [hep-lat/0211028](#).
- [18] W. M. Alberico, A. Beraudo, A. De Pace, A. Molinari, *Phys. Rev. D*, **72** (2005), 114011.
- [19] E. V. Shuryak, *Strongly coupled quark-gluon plasma: the status report*, [hep-ph/0608177](#); P. Petreczky, *Progress in lattice QCD at finite temperature*, [nucl-th/0606013](#); A. Jakovác, P. Petreczky, K. Petrov, A. Velytsky, *On charmonia survival above deconfinement*, [hep-lat/0603005](#).
- [20] M. I. Gorenstein, O. A. Mogilevsky, V. K. Petrov, G. M. Zinovjev, *Z. Phys. C*, **18** (1983), 13; M. I. Gorenstein, S. I. Lipskikh, V. K. Petrov, G. M. Zinovjev, *Phys. Lett. B*, **123** (1983), 437; H.-T. Elze, W. Greiner, J. Rafelski, *Z. Phys. C*, **24** (1984), 361.

Поступила в редакцию 23.11.2006