Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Ю. Куликов, В. С. Новиков, Об одной редукции одевающей цепочки оператора Шредингера, *ТМФ*, 2000, том 123, номер 3, 424–432

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf613>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.91.87.62

26 апреля 2023 г., 14:20:32

ОБ ОДНОЙ РЕДУКЦИИ ОДЕВАЮЩЕЙ ЦЕПОЧКИ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА

Задача построения вещественных конечнозонных решений фокусирующего модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза (мКдФ) сведена к одевающей цепочке оператора Шредингера. Показано, что спектральная кривая оператора Шредингера, соответствующего такому решению, вещественна. Приведены ограничения на начальные данные цепочки, дающие такие решения. Рассмотрена солитонная редукция. Получены компактные представления мультисолитонных и бризерных решений уравнения мКдФ, которые могут быть удобными для развития теории возмущений в различных прикладных задачах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим вещественные конечнозонные решения модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза (мКдФ)

$$q_t = q_{xxx} + 6q^2 q_x - 6\beta q_x. \quad (1)$$

В работе [1] были изложены теория одевающей цепочки оператора Шредингера и связанный с ней метод построения конечнозонных решений уравнений КдФ и мКдФ

$$f_t = f_{xxx} - 6f^2 f_x - 6\beta f_x. \quad (2)$$

В этой работе (см. также [2]) были даны ограничения на параметры n -зонного решения уравнения (2), приводящие к его вещественности. Основное ограничение состоит в том, что соответствующая вещественному n -зонному решению f уравнения (2) спектральная кривая оператора Шредингера $L = -D^2 + u$, $u = f^2 + f_x$, вещественна:

$$\mu^2 = w^2(\lambda) = \prod_{j=1}^{2n+1} (\lambda_j - \lambda),$$

*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия. E-mail: kulm@appl.sci-nnov.ru

†Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, Москва, Россия. E-mail: nvs@itp.ac.ru

причем точки ветвления λ_j также вещественны. Уравнения (1) и (2), очевидно, связаны заменой $f = iq$. В случае вещественности конечнозонного решения q уравнения (1) потенциал u оператора Шредингера $L = -D^2 + u$ есть уже комплексная функция

$$u = -q^2 + iq_x.$$

Основным результатом настоящей работы является утверждение, что спектральная кривая такого оператора также вещественна, однако может иметь попарно комплексно-сопряженные точки ветвления:

$$\mu^2 = (\lambda_1 - \lambda)(\lambda_2 - \lambda) \cdot \dots \cdot (\lambda_k - \lambda)(\lambda_{k+1} - \lambda)(\bar{\lambda}_{k+1} - \lambda) \cdot \dots$$

Как уже отмечалось выше, один из способов построения конечнозонных решений уравнений КдФ и мКдФ связан с одевающей цепочкой оператора Шредингера, а именно оператор Шредингера L может быть факторизован следующим образом:

$$L = (f + D)(f - D) = -D^2 + f^2 + f_x = -D^2 + u. \quad (3)$$

Такая факторизация позволяет ввести другой оператор Шредингера

$$\hat{L} = (f - D)(f + D) + \alpha,$$

полученный перестановкой сомножителей в (3), который называется преобразованием Дарбу оператора L . Требование факторизации оператора $\hat{L}$ в виде (3) дает

$$\hat{L} = (\hat{f} + D)(\hat{f} - D) \implies (f + \hat{f})_x = f^2 - \hat{f}^2 + \alpha.$$

Композиция преобразований Дарбу приводит к одевающей цепочке

$$(f_j + f_{j+1})_x = f_j^2 - f_{j+1}^2 + \alpha_j. \quad (4)$$

Требование инвариантности потенциала оператора Шредингера относительно композиции преобразований Дарбу, т.е. наложение периодических граничных условий

$$f_{j+N} \equiv f_j, \quad \alpha_{j+N} \equiv \alpha_j, \quad N = 2n + 1, \quad n \in \mathbb{Z},$$

при условии $\sum_j \alpha_j = 0$ дает n -зонные решения уравнения (2) [1].

Так как мы рассматриваем вещественные конечнозонные решения уравнения (1), то функции f_j и параметры цепочки α_j , вообще говоря, комплексны. Наложив условие

$$f_1 = iq_1, \quad \text{Im}(q_1) = 0, \quad (5)$$

мы получим вещественное конечнозонное решение q_1 уравнения (1).

Система уравнений (4) при периодическом замыкании и наложении условия $\sum_j \alpha_j = 0$ является вполне интегрируемой по Лиувиллю системой. С помощью представления Лакса цепочки (4) могут быть найдены набор первых интегралов и набор коммутирующих потоков. Редукция (5) накладывает условия на первые интегралы и начальные данные системы (4). Условия редукции в терминах первых интегралов совпадают с условиями вещественности спектральной кривой

$$\mu^2 = w^2(\lambda),$$

а начальные данные удовлетворяют определенной системе алгебраических уравнений.

Статья построена следующим образом: в разделе 2 рассматриваются необходимые и достаточные условия редукции, в разделе 3 приводится пример построения однозонного решения, а также рассматривается солитонная редукция.

2. НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ РЕДУКЦИИ

Рассмотрим одевающую цепочку с периодическим замыканием при условии полной интегрируемости

$$(f_j + f_{j+1})_x = f_j^2 - f_{j+1}^2 + \alpha_j, \quad (6)$$

$$f_{j+N} = f_j, \quad \alpha_{j+N} = \alpha_j, \quad N = 2n + 1, \quad j = 1, \dots, N, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \sum_{j=1}^N \alpha_j = 0.$$

При этом предполагается, что $f_j(x) \in \mathbb{C}$, $\alpha_j \in \mathbb{C}$.

Представление Лакса цепочки (4) [1] на матрицах 2×2 , полиномиально зависящих от спектрального параметра λ , запишем в виде

$$F_j(\lambda) = \begin{pmatrix} f_j & 1 \\ f_j^2 - \lambda & f_j \end{pmatrix}, \quad U_j(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ u_j - \lambda & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx} F_j(\lambda) = U_j(\lambda) F_j(\lambda) - F_j(\lambda) U_{j+1}(\lambda + \alpha_j).$$

Матричный полином

$$F = F_1 \cdot \dots \cdot F_N$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dx} F = [U_1, F], \quad (8)$$

следовательно, след $F(\lambda)$ является производящей функцией первых интегралов цепочки (4):

$$\frac{d}{dx} \operatorname{tr} F = \frac{d}{dx} \operatorname{tr} [U_1, F] = 0, \quad (9)$$

$$\tau_N \equiv \operatorname{tr} F = (-\lambda)^n I_n + (-\lambda)^{n-1} I_{n-1} + \dots + I_0.$$

Напомним процедуру получения редуцированной системы уравнений [1]. Можно показать, что матричный элемент $F_{12}(\lambda)$ матрицы $F(\lambda)$ удовлетворяет уравнению

$$-\frac{1}{2} F_{12}'' F_{12} + \frac{1}{4} F_{12}'^2 + (u_1 - \lambda) F_{12}^2 = w_N^2(\lambda), \quad (10)$$

где

$$w_N^2(\lambda) = \frac{1}{4} \tau_N^2(\lambda) - \prod_{j=1}^N (\lambda + \sigma_{j-1}), \quad (11)$$

$$\sigma_j = \sum_{k=1}^j \alpha_k, \quad \sigma_0 = 0, \quad u_j = f_j^2 + f_j'.$$

Функция $F_{12}(\lambda)$ есть полином степени n по λ . Нули этого полинома

$$F_{12} = (\gamma_1 - \lambda) \cdot \dots \cdot (\gamma_n - \lambda)$$

являются новыми динамическими переменными редуцированной системы, а последняя есть не что иное, как уравнения Дубровина

$$\gamma_j'^2 \prod_{i \neq j} (\gamma_i - \gamma_j)^2 = 4w_N^2(\lambda). \quad (12)$$

Пусть теперь $\operatorname{Re} f_1 = 0$, $f_1 = iq_1$. Тогда имеет место следующая

ЛЕММА 1 (необходимые условия редукции). 1. Пусть $\{f_1, \dots, f_{2n+1}\}$ – решение системы (6), удовлетворяющее редукции (5). Тогда спектральная кривая оператора Шредингера

$$L = -D^2 + u_1, \quad u_1 = f_1^2 + f_{1,x} = -q_1^2 + iq_{1,x},$$

вещественна.

2. Если ψ есть решение уравнения Шредингера

$$L = -D^2 + u_1, \quad u_1 = -q_1^2 + iq_{1,x}, \quad L\psi = \lambda\psi,$$

то $\widehat{\psi} = -iq_1\overline{\psi} - \overline{\psi}_x$ есть также решение уравнения Шредингера

$$L\widehat{\psi} = \overline{\lambda}\widehat{\psi}.$$

Первое утверждение леммы является необходимым условием на первые интегралы и параметры цепочки (6), дающее исследуемую редукцию.

КРАТКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1. Пусть $\operatorname{Re} f_1 = 0$. Тогда функция

$$F_{12}(x, \lambda) = (-\lambda)^n + p_1(-\lambda)^{n-1} + \dots + p_n = P(x, \lambda) \quad (13)$$

удовлетворяет уравнению (10). В силу инвариантности цепочки относительно сдвига $j \longrightarrow j+1$ функция $\tilde{P}(x, \lambda) = \tilde{F}_{12}$, $\tilde{F} = F_2 F_3 \cdot \dots \cdot F_N F_1$, удовлетворяет уравнению

$$-\frac{1}{2}\tilde{P}''\tilde{P} + \frac{1}{4}\tilde{P}'^2 + (u_2 - \lambda - \alpha_1)\tilde{P}^2 = w_N^2(\lambda). \quad (14)$$

Но в силу уравнений цепочки

$$u_2 = u_1 - 2f_1' + \alpha_1 \implies u_2 = -q_1^2 - iq_1' + \alpha_1 = \overline{u}_1 + \alpha_1.$$

Следовательно,

$$-\frac{1}{2}\tilde{P}''\tilde{P} + \frac{1}{4}\tilde{P}'^2 + (\overline{u}_1 - \lambda)\tilde{P}^2 = w_N^2(\lambda). \quad (15)$$

Покажем теперь, что $\tilde{P}(x, \lambda) = \overline{P}(x, \lambda)$. Коэффициенты полиномов P и $\tilde{P}$ могут быть найдены рекуррентно:

$$\begin{aligned} p_{i+1} &= \frac{1}{2}[D^{-1}R](p_i) + c_i, & R &= \frac{1}{2}D^3 - u_1' - 2u_1D, \\ \tilde{p}_{i+1} &= \frac{1}{2}[D^{-1}\tilde{R}](\tilde{p}_i) + c_i, & \tilde{R} &= \frac{1}{2}D^3 - (u_2 - \alpha_1)' - 2(u_2 - \alpha_1)D = \overline{R}, \\ p_0 &= \tilde{p}_0 = 1. \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда легко показать, что $\tilde{P}(x, \lambda) = \overline{P}(x, \lambda)$. Итак, $P(x, \lambda)$ и $\overline{P}(x, \lambda)$ удовлетворяют уравнениям (10) и (15), откуда немедленно следует

$$\operatorname{Im}(w_N^2(\lambda)) = 0.$$

2. Рассмотрим вырожденное преобразование Дарбу

$$\begin{aligned} u_1 &= -q_1^2 + iq_{1,x}, \\ u_2 &= -q_1^2 - iq_{1,x} = \bar{u}_1. \end{aligned}$$

При этом

$$\psi_2 = (iq_1 - D)\psi_1 \implies (-D^2 + u_2)\psi_2 = \lambda\psi_2.$$

Из этого уравнения следует утверждение 2. Доказательство леммы закончено.

Отметим, что в силу утверждения 1 леммы 1 уравнения Дубровина допускают инволюцию

$$J : J(\gamma_j) = \overline{\gamma_j}.$$

Эта инволюция, очевидно, выражается в терминах f_k , а именно пусть инволюция J задается формулами (см., например, [3])

$$\begin{aligned} x &\longrightarrow -x, \\ J(f_1) &= f_1, \quad J(f_2) = f_{2n+1}, \quad \dots, \quad J(f_n) = f_{n+1}, \\ J(f_{n+1}) &= f_{n+2} - \frac{\alpha_{n+1}}{f_{n+1} + f_{n+2}}, \quad J(f_{n+2}) = f_{n+1} + \frac{\alpha_{n+1}}{f_{n+1} + f_{n+2}}, \\ J(\alpha_1) &= -\alpha_{2n+1}, \quad J(\alpha_2) = -\alpha_{2n}, \quad \dots, \quad J(\alpha_{n-1}) = -\alpha_{n+3}, \\ J(\alpha_n) &= -\alpha_{n+1} - \alpha_{n+2}, \quad J(\alpha_{n+1}) = \alpha_{n+1}, \quad J(\alpha_{n+2}) = -\alpha_{n+1} - \alpha_n, \\ J(\alpha_{n+3}) &= -\alpha_{n-1}, \quad \dots, \quad J(\alpha_{2n+1}) = -\alpha_1. \end{aligned} \tag{17}$$

Тогда легко видеть, что $J(w^2(\lambda)) = w^2(\lambda)$. С другой стороны, можно показать, что

$$J(P) = \overline{P},$$

если $\operatorname{Re} f_1 = 0$. Следовательно, мы получили второе доказательство леммы 1.

Итак, лемма 1 дает необходимые условия редукции $\operatorname{Re} f_1 = 0$ в терминах первых интегралов одевающей цепочки. Рассмотрим далее достаточные условия.

Действительно, полученные необходимые условия редукции фиксируют только кривую, но не начальные данные для фаз γ_j (или, что то же самое, для f_j) уравнений Дубровина. Последние можно определить при помощи инволюции (17).

ЛЕММА 2. Пусть

$$J(P(0, \lambda)) = \overline{P}(0, \lambda). \tag{18}$$

Тогда это соотношение выполняется при всех x в силу уравнений цепочки (4).

Действительно, из условия (18) вытекает $\operatorname{Im}(w^2(\lambda)) = 0$, и, следовательно, $\operatorname{Re} f_1 = 0$ при всех x .

Заметим, что условие (18) вместе с набором первых интегралов есть система $4n + 1$ алгебраических уравнений на начальные данные $\{f_1(0), \dots, f_{2n+1}(0)\}$.

Итак, доказана

ТЕОРЕМА. Для того чтобы решение $\{f_1, \dots, f_{2n+1}\}$ цепочки (4) допускало редукцию $\operatorname{Re} f_1 = 0$, необходимо и достаточно, чтобы

$$J(P) = \overline{P}.$$

Пример построения решений, удовлетворяющих редукции, рассматривается в следующем разделе.

3. СОЛИТОННАЯ РЕДУКЦИЯ. ПРИМЕРЫ

1. Рассмотрим однозонный случай $n = 1$. Тогда имеем уравнение Дубровина

$$\begin{aligned}\gamma'^2 &= 4w^2(\gamma), \\ w^2(\lambda) &= (\lambda_1 - \lambda)(\lambda_2 - \lambda)(\lambda_3 - \lambda).\end{aligned}$$

Для нулей λ_j полинома $w^2(\lambda)$ в силу теоремы получаем

$$\lambda_1 = -c_1^2, \quad \lambda_{2,3} = c_2 \pm id_2 \quad (19)$$

или

$$\lambda_1 = -c_1^2, \quad \lambda_2 = -c_2^2, \quad \lambda_3 = -c_3^2, \quad c_3 > c_2 > c_1. \quad (20)$$

Если выполняется (19), то функция $q^2(x) = 2 \operatorname{Re} \gamma - \sum_j \lambda_j$ удовлетворяет уравнению

$$q'^2 = -q^4 + (2c_1^2 - 4c_2^2)q^2 \pm 8c_1 \sqrt{c_2^2 + d_2^2} q + 4d_2^2 - 4c_1^2 c_2 - c_1^4.$$

Начальные данные, для которых $q(x)$ удовлетворяет условиям теоремы, находятся непосредственно из этого уравнения, а именно

$$q \in [Q_1, Q_2], \quad Q_{1,2} = c_1 \mp \sqrt{2 \left(\sqrt{c_2^2 + d_2^2} - c_2 \right)}.$$

Если справедливо (20), то

$$q \in [Q_1, Q_2] \cup [Q_3, Q_4],$$

а соответствующее уравнение на q запишется в виде

$$q'^2 = -(q - Q_1)(q - Q_2)(q - Q_3)(q - Q_4),$$

где

$$\begin{aligned}Q_1 &= \mp c_1 - c_2 - c_3, & Q_2 &= \pm c_1 + c_2 - c_3, \\ Q_3 &= \pm c_1 + c_3 - c_2, & Q_4 &= \mp c_1 + c_2 + c_3.\end{aligned}$$

Рассмотрим теперь солитонную редукцию. Очевидно, при солитонной редукции $Q_2 = Q_3$, т.е. $c_2 = c_3$. В этом случае имеем решение

$$q = 2c_2 \frac{c_1 \operatorname{ch}(2kx) - c_2}{c_2 \operatorname{ch}(2kx) - c_1} - c_1, \quad k^2 = c_2^2 - c_1^2. \quad (21)$$

Очевидно, при $k^2 < 0$ мы имеем также осциллирующее решение.

2. В общем случае солитонная редукция запишется в виде

$$f_2 = -\bar{f}_{2n+1}, \quad \dots, \quad f_n = -\bar{f}_{n+1}.$$

При этом все первые интегралы цепочки равны нулю. Таким решениям соответствует спектральная кривая оператора L_1 вида

$$\mu^2 = -\lambda \prod_{j=1}^n (\lambda - \lambda_j)^2.$$

Удобно записывать решение в терминах вронскианов [1, 4], такая запись, как отмечалось выше, есть другая формулировка одевающей цепочки [5]. Решение (6) дается формулами [6]

$$\begin{aligned} f_{n+1} &= D \ln \phi_1, \quad f_{n+2} = D \ln \frac{\langle \phi_1, \phi_2 \rangle}{\phi_1}, \quad \dots, \\ f_{2n+1} &= D \ln \frac{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \rangle}{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-1} \rangle}, \\ f_1 &= D \ln \frac{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \phi_{n+1} \rangle}{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \rangle} = D \ln \frac{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \rangle^*}{\langle \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \rangle}, \end{aligned}$$

где

$$\phi_j = e^{c_j x + 4c_j^3 t} + i e^{-c_j x - 4c_j^3 t}, \quad j = 1, \dots, n, \quad \phi_{n+1} = 1,$$

$\langle \dots, \dots, \dots \rangle$ обозначает вронскиан и параметры цепочки имеют вид

$$\alpha_{n+1} = c_2^2 - c_1^2, \quad \alpha_{n+2} = c_3^2 - c_2^2, \quad \dots$$

В силу теоремы на константы c_j накладываются следующие условия:

1) $\operatorname{Im} c_j = 0$, $j = 1, \dots, n$,

либо

2) $\operatorname{Im} c_j = 0$, $j = 1, \dots, k$, $c_{k+2} = \bar{c}_{k+1}$, $c_{k+4} = \bar{c}_{k+3}$, $\dots$, $c_{k+2n} = \bar{c}_{k+2n-1}$.

При этом функция f_1 удовлетворяет уравнению (2) при $\beta_1 = 0$. В случае 1 для одно-солитонного решения имеем

$$f_1 = \frac{2ic}{\operatorname{ch}(2c_1 x + 8c_1^3 t)},$$

а для двухсолитонного —

$$f_1 = 4i(c_1^2 - c_2^2) \frac{c_2 \operatorname{ch}(2y_1) - c_1 \operatorname{ch}(2y_2)}{(c_1 + c_2)^2 \operatorname{ch}(2(y_1 - y_2)) + (c_1 - c_2)^2 \operatorname{ch}(2(y_1 + y_2)) - 4c_1 c_2},$$

где $y_j = c_j x + 4c_j^3 t$. Случай 2 отвечает солитонно-бризерным решениям. Например, решение, соответствующее одному бризеру, дается формулой

$$f_1 = D \ln \frac{\langle \phi_1, \phi_2 \rangle^*}{\langle \phi_1, \phi_2 \rangle} = 4i\xi\eta \frac{\xi \operatorname{sh}(2y_1) \sin(2y_2) - \eta \operatorname{ch}(2y_1) \cos(2y_2)}{\xi^2 \sin^2(2y_2) + \eta^2 \operatorname{ch}^2(2y_1)},$$

где

$$y_1 = \xi x + 4(\xi^3 - 3\xi\eta^2)t, \quad y_2 = \eta x + 4(-\eta^3 + 3\xi^2\eta)t, \quad c_{1,2} = \xi \pm i\eta.$$

В случае $c_j = c_{j+1}$ (т.е. $\lambda_j = \lambda_{j+1}$) при некоторых j получаем вырожденные решения. Например, при $n = 2$ имеем

$$f_1 = 4ic_1 \frac{2y_1 \operatorname{sh}(2y_1) - \operatorname{ch}(2y_1)}{4y_1^2 + \operatorname{ch}^2(2y_1)}, \quad y_1 = c_1 x + 4c_1^3 t.$$

Такие решения имеют асимптотику $f_1 \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$ (при фиксированном t).

Положив

$$\begin{aligned} \phi_j &= c_{j+1} e^{k_j x + a_j t} + (ik_j - c_1) e^{-k_j x - a_j t}, \\ k_j^2 &= c_{j+1}^2 - c_1^2, \quad \operatorname{Im} c_1 = 0, \quad a_j = 2c_1^2 k_j + 4c_{j+1}^2 k_j, \\ \phi_{n+1} &= e^{-ic_1 x}, \end{aligned}$$

с теми же условиями на константы c_j , при $k_j^2 > 0$ для всех j получим решение, выходящее на константу, а при $k_j^2 < 0$ для некоторых j — осциллирующие решения. В этом случае первые интегралы цепочки уже не равны нулю, а соответствующая спектральная кривая имеет вид

$$\mu^2 = (\lambda + C_1^2) \prod_{j=1}^n (\lambda - \lambda_j)^2.$$

В односолитонном случае получаем решение (21). Солитонно-бризерные и вырожденные решения получаются при тех же условиях на константы c_j .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено построение вещественных конечнозонных решений фокусирующего уравнения мКдФ в терминах одевающей цепочки оператора Шредингера. Представленные результаты могут быть использованы в различных прикладных задачах, в которых возникает уравнение мКдФ или родственные ему уравнения. Так, например, выведенная в работе солитонная редукция была использована для построения мультисолитонных и бризерных решений уравнения Гарднера [7, 8], возникающего, в частности, при описании длинных внутренних гравитационных волн в стратифицированной жидкости.

Кроме этого следует отметить, что предложенное в работе представление решений в терминах вронскианов является наиболее удобным для задач теории возмущений, где требуется проанализировать “слабое” взаимодействие квазичастиц типа солитонов и бризеров, обусловленное неинтегрируемыми добавками в уравнение мКдФ. При этом,

как показано в работе [9], для уравнения КдФ даже в двухчастичной задаче правильный результат может быть получен при построении теории, базирующейся на точном двух-солитонном решении, а не рассмотрением суммы двух независимых солитонов с медленно меняющимися параметрами. Для возмущенной мКдФ-задачи, поскольку многообразие решений существенно возрастает (солитоны разной полярности, бризеры, вырожденные решения), особенно важно иметь представления решений, явно выделяющие каждую квазичастицу. Представления в терминах вронскианов решают эту задачу наиболее адекватно. В частности, найденное единое представление двухчастичного решения позволило нам проанализировать задачу о преобразовании пары разнополярных солитонов в бризер с переходом через вырожденное солитонное решение при наличии в уравнении мКдФ слабой неинтегрируемой добавки диссипативного типа [8].

В заключение следует отметить, что спектральная задача Шредингера оказывается неудобной для построения ограничений на дивизор в терминах цепочки. По-видимому, адекватной спектральной задачей в нашем случае является задача Захарова–Шабата [10], но это уже выходит за рамки данной работы.

Благодарности. Авторы выражают благодарность научным руководителям А.Б. Шабату и Г.М. Фрайману за полезные обсуждения и критику. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 98-02-17205).

Список литературы

- [1] А. П. Веселов, А. Б. Шабат. Функц. анализ и его прилож. 1993. Т. 27. С. 1.
- [2] Б. А. Дубровин, В. Б. Матвеев, С. П. Новиков. УМН. 1976. Т. 31. № 1. С. 187.
- [3] В. Э. Адлер. Функц. анализ и его прилож. 1993. Т. 27. С. 79.
- [4] В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский. Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.
- [5] A. B. Shabat. Inverse Problems. 1992. V. 8. P. 303.
- [6] М. Ю. Куликов, Г. М. Фрайман. N-солитонные решения модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза. Препринт № 404. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1996.
- [7] Е. Н. Пелиновский, А. В. Слюняев. Письма в ЖЭТФ. 1998. Т. 67. № 9. С. 628.
- [8] А. В. Слюняев, Е. Н. Пелиновский. ЖЭТФ. 1999. Т. 116. С. 318.
- [9] Д. Н. Иваницhev, Г. М. Фрайман. ТМФ. 1997. Т. 110. С. 254.
- [10] А. Б. Шабат. ТМФ. 1999. Т. 121. № 1. С. 165.

Поступила в редакцию 16.IX.1999 г.