Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, Микро-
скопическая теория сверхпроводимости в системах типа
 MgB_2 в магнитном поле: окрестность H_{c2} , *ТМФ*, 2008,
том 154, номер 1, 113–128

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6155>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.217.227

26 апреля 2023 г., 03:14:06

© 2008 г. В. А. Москаленко*, М. Е. Палистрант*, В. А. Урсу*

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ В СИСТЕМАХ ТИПА MgB_2 В МАГНИТНОМ ПОЛЕ: ОКРЕСТНОСТЬ H_{c2}

Вычислено верхнее критическое магнитное поле H_{c2} в рамках микроскопической теории сверхпроводимости, учитывающей наличие на поверхности Ферми двух энергетических зон различной размерности с топологией полостей, характерной для соединения MgB_2 (анизотропная система). Внешнее магнитное поле полагается направленным параллельно кристаллографической оси z . Получены аналитические формулы в области низких температур ($T/T_c \ll 1$), а также вблизи критической температуры ($(T - T_c)/T_c \ll 1$). Выполнено сравнение температурной зависимости величины H_{c2} для двухзонной анизотропной системы с значением H_{c2}^0 , соответствующим двухзонной изотропной системе (с полостями поверхности Ферми одинаковой топологии). Выявлены роль анизотропии зонной структуры, положительная кривизна верхнего критического поля вблизи критической температуры, существенная роль отношения скоростей на поверхности Ферми v_1/v_2 для определения H_{c2} . Определены также значения параметров Δ_1, Δ_2 вдоль линии критического магнитного поля.

Ключевые слова: двухзонная сверхпроводимость, верхнее критическое поле, анизотропия.

Посвящается 90-летию профессора Д. Н. Зубарева

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие сверхпроводимости соединения MgB_2 [1] привело к интенсивному исследованию физических свойств этого соединения. Такой интерес можно объяснить двумя основными факторами. Во-первых, этот материал можно считать высокотемпературным сверхпроводником ($T_c \sim 40$ К), ему присущи высокие критические магнитные поля и большие значения критических токов. Такие свойства благоприятны для практического применения этого соединения. Во-вторых, появилась надежда, что на примере тщательного изучения такого относительно простого вещества удастся понять механизм высокотемпературной сверхпроводимости в таких сложных соединениях, как оксидные металлы.

*Институт прикладной физики Академии наук Молдовы, Кишинев, Молдова.
E-mail: moskalen@theor.jinr.ru, mepalistrant@yandex.ru, ursu@hotmail.ru

Экспериментальные исследования показали, что соединение MgB_2 обладает большим количеством аномалий в поведении сверхпроводящих характеристик (см., например, [2], [3] и приведенную там литературу). Эти аномалии не находят объяснения в рамках теории сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера–Боголюбова–Элиашберга, которая хорошо описывает сверхпроводящие свойства изотропных систем. Однако соединение MgB_2 является сильно анизотропным сверхпроводником, и эта анизотропия проявляется главным образом в его зонной структуре.

В ряде работ (см., например, [4], [5]) было предложено использовать двухзонную модель [6], [7] для описания сверхпроводящих свойств соединения MgB_2 , поскольку согласно расчету зонной структуры [8] на поверхности Ферми этого вещества перекрываются несколько энергетических зон.

Теория термодинамических, магнитных и кинетических свойств двухзонных систем (чистых и примесных) была построена задолго до открытия высокотемпературной сверхпроводимости и, тем более, сверхпроводимости MgB_2 . Историю развития этой теории можно найти в работах [9], [10]. Двухзонная модель [6] позволяет получить высокие значения T_c , две энергетические щели Δ_1 и Δ_2 (выполняются условия $2\Delta_1/T_c > 3.5$ и $2\Delta_2/T_c < 3.5$), малые значения скачка электронной теплоемкости в точке $T = T_c$ (для MgB_2 этот скачок равен 0.8, в однозонном случае он равен 1.43), аномальную температурную зависимость теплоемкости в сверхпроводящей фазе, положительную кривизну верхнего критического поля H_{c2} и другие характеристики [11]. Отметим также, что теория двухзонной сверхпроводимости для систем с переменной плотностью носителей заряда [12], [13] применительно к MgB_2 [14] приводит к хорошему согласию термодинамических характеристик с экспериментальными данными при замещении атомов Mg и B другими элементами таблицы Менделеева.

Большой интерес в настоящее время вызывает проявление анизотропии магнитных свойств MgB_2 (см., например, [15]), в частности анизотропии электронного энергетического спектра.

В данной работе выполнены исследования верхнего критического поля H_{c2} в системе с анизотропной зонной структурой, включающей в себя две энергетические зоны на поверхности Ферми с различной топологией полостей поверхности Ферми этих зон. Такая задача решается с целью применения теории к описанию зависимости H_{c2} от температуры и выявления роли анизотропного характера поверхности Ферми в этой зависимости для соединения MgB_2 . В соответствии с зонной структурой этого вещества на его поверхности Ферми перекрываются трехмерная π -зона и двумерная σ -зона [8].

В отличие от других работ (см., например, [16], [17]), в которых развита квазиклассическая теория, наши исследования основываются на микроскопическом подходе в теории сверхпроводимости [18]–[20] для чистого сверхпроводника.

Работа организована следующим образом. В разделе 2 приведена система уравнений Гинзбурга–Ландау для двухзонного сверхпроводника в магнитном поле и выполнены преобразования и вычисления для случая магнитного поля, направленного параллельно кристаллографической оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$). При этом рассматривается магнит-

ное поле, близкое к значению верхнего критического поля H_{c2} . В разделе 3 получено уравнение для определения верхнего критического поля H_{c2} , а также найдены аналитические решения, позволяющие исследовать поведение величины $H_{c2}(T)$ в двух предельных случаях, а именно в области значений температур, близких к критической температуре $(T_c - T)/T_c \ll 1$, и вблизи нулевой температуры $(T/T_c \ll 1)$. В разделе 4 представлены аналитические формулы для отношения энергетических щелей Δ_1/Δ_2 вдоль линий верхнего критического поля H_{c2} . Приведены выражения для асимптотик этого отношения в области низких и высоких температур. В разделе 5 приведено уравнение для определения $H_{c2}^0(T)$ для двухзонной изотропной сверхпроводящей системы (со сферическими полостями поверхности Ферми) и найдены его асимптотические решения. Раздел 6 содержит численные расчеты, сравнение полученных результатов для анизотропной и изотропной двухзонных сверхпроводящих систем, описание магнитных свойств соединения MgB_2 в рамках предложенной теории и выводы.

2. ОСНОВНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ДВУХЗОННОГО СВЕРХПРОВОДНИКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Мы рассматриваем большие значения магнитных полей H (близкие к значению верхнего критического поля H_{c2}), т.е. субкритическую область вблизи неустойчивого нормального состояния. В этой области система уравнений для параметров порядка Δ_m^* двухзонного сверхпроводника ($m = 1, 2$) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta_m^*(\vec{r}) = & \frac{1}{\beta} \sum_{\omega} \sum_n V_{nm} \int d\vec{r}' g_n(\vec{r}', \vec{r}, \omega) \Delta_n^*(\vec{r}') g_n(\vec{r}', \vec{r}, -\omega) - \\ & - \frac{1}{\beta} \sum_{\omega} \sum_n V_{nm} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 \Delta_n^*(\vec{r}_1) g_n(\vec{r}_1, \vec{r}, \omega) \Delta_n(\vec{r}_2) g_n(\vec{r}_1, \vec{r}_2, -\omega) \times \\ & \times \Delta_n^*(\vec{r}_3) g_n(\vec{r}_3, \vec{r}_1, \omega) g_n(\vec{r}_3, \vec{r}, -\omega), \end{aligned} \quad (1)$$

где V_{nm} – внутризонное ($n = m$) и межзонное ($n \neq m$) электрон-электронные взаимодействия. Электронная функция Грина g_n в присутствии магнитного поля определяется выражением [18]

$$g_n(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = e^{i\varphi(\vec{r}, \vec{r}')} g_n^0(\vec{r}, \vec{r}', \omega), \quad (2)$$

где g_n^0 – функция Грина в нормальном состоянии в отсутствие магнитного поля. Наличие магнитного поля учитывается фазовым множителем

$$\varphi(\vec{r}, \vec{r}') = \int_{\vec{r}'}^{\vec{r}} A(\vec{l}) d\vec{l}. \quad (3)$$

Система уравнений (1) получена на основании результатов работы [20] в диагональном приближении по индексам зон. Такое приближение учитывает процессы куперовского спаривания электронов внутри каждой энергетической зоны и их туннелирование как целое из одной зоны в другую.

При $H_z \rightarrow H_0 = H_{c2}$ параметры порядка $\Delta_m \rightarrow 0$ и в системе уравнений (1) можно ограничиться линейными по Δ_n членами. При этом получаем

$$\Delta_m^*(\vec{r}) = \frac{1}{\beta} \sum_n V_{mn} \sum_{\omega} \int d\vec{r}' g_n(\vec{r}', \vec{r}, \omega) \Delta_n^*(\vec{r}') g_n(\vec{r}', \vec{r}, -\omega). \quad (4)$$

Подставим в эту формулу определение (2), выполним разложение функции g_n^0 по блоховским функциям, затем усредним это уравнение по амплитудам функций Блоха. В результате имеем

$$\Delta_m^*(\vec{r}) = \sum_n V_{mn} \frac{1}{\beta} \sum_{\omega} \int d\vec{r}' \sum_{\vec{k}} \sum_{\vec{q}} g_n^0(\vec{k}, \omega) g_n^0(\vec{q} - \vec{k}, -\omega) \Delta_n^*(\vec{r}') e^{2i\varphi(\vec{r}', \vec{r})} e^{i\vec{q}(\vec{r}' - \vec{r})}, \quad (5)$$

где

$$g_n^0(\vec{k}, \omega) = [i\omega - \xi_n(\vec{k})]^{-1}, \quad (6)$$

$\omega = \pi T(2n + 1)$ – мацубаровская частота, ξ_n – энергия электрона в n -й зоне.

Положим $\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$, $H_z = H_0$. При этом в симметризованном виде можно выбрать $A_x = 0$, $A_y = H_0(x + x')/2$, $A_z = 0$ и на основании (3) получить

$$2\varphi(\vec{r}', \vec{r}) = e_{\text{эл}} H_0(x + x')(y' - y), \quad (7)$$

где $e_{\text{эл}}$ – заряд электрона. Будем рассматривать перекрывающиеся на поверхности Ферми энергетические зоны разной размерности: первая зона ($m, n = 1$) квазидвумерная, вторая зона ($n, m = 2$) трехмерная. Закон дисперсии для каждой из этих зон выбираем соответственно в виде

$$\xi_1(\vec{k}) = \frac{k_x^2 + k_y^2}{2m_1} - \mu, \quad \xi_2(\vec{k}) = \frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{2m_2} - \mu. \quad (8)$$

Подставим в (5) определение функции g_n^0 (6) и перейдем от суммирования по $\vec{k}$ к интегрированию по энергии в каждой энергетической зоне в соответствии с законом дисперсии (8) (по цилиндрическому и сферическому пространству). В результате этих операций уравнение (5) приобретает вид

$$\begin{aligned} \Delta_m^*(\vec{r}) = & -V_{m_1} \sum_{\omega} \int d\vec{r}' \Delta_1^*(\vec{r}_1) \frac{m_1 p_z^0}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \frac{\exp[i\vec{q}(\vec{r} - \vec{r}') + ie_{\text{эл}} H_0(x + x')(y' - y)]}{(i\omega - \xi_1)(i\omega + \xi_1 + v_{1x}q_x + v_{1y}q_y)} - \\ & - V_{m_2} \sum_{\omega} \int d\vec{r}' \Delta_2^*(\vec{r}') \frac{m_2 p_{F2}}{2\pi^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \times \\ & \times \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \frac{\exp[i\vec{q}(\vec{r} - \vec{r}') + iH_0(x + x')(y' - y)]}{(i\omega - \xi_2)(i\omega + \xi_2 + v_{2x}q_x + v_{2y}q_y + v_{2z}q_z)}, \quad (9) \end{aligned}$$

где p_z^0 – импульс обрезания в направлении оси z (высота цилиндра), v_{ix} , v_{iy} , v_{iz} – соответствующие проекции скорости электрона на i -й плоскости поверхности Ферми. В первой зоне $v_{1x} = v_1 \cos \varphi$, $v_{1y} = v_1 \sin \varphi$, во второй зоне $v_{2x} = v_2 \cos \theta$,

$v_{2y} = v_2 \sin \theta \cos \varphi$, $v_{2z} = v_2 \sin \theta \sin \varphi$. Будем полагать параметры порядка $\Delta_m^*(\vec{r})$ зависящими от x [18], [19]:

$$\Delta_m^*(\vec{r}) \rightarrow \Delta_m^*(x) = \Delta_m e^{-e_{\text{эл}} H_0 x^2}. \quad (10)$$

Учитывая соотношение (10), выполним в правой части системы уравнений (9) интегрирование по энергии ξ_n , частичное интегрирование по координатным переменным и по $\vec{q}$ и суммирование по ω и получим

$$\begin{aligned} \Delta_m^*(x) = & \lambda_{m1} \frac{T}{v_1} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \Delta_1^*(x') \times \\ & \times \int_1^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u^2 - 1}} \frac{\cos[(x^2 - x'^2)\sqrt{u^2 - 1} e_{\text{эл}} H_0]}{\text{sh}(2|x - x'| \pi u / (\beta v_1))} \theta(|x - x'| - \delta_1) + \\ & + \lambda_{m2} \frac{\pi T}{v_2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \Delta_2^*(x') \int_1^{\infty} \frac{du}{u} \frac{J_0[(x^2 - x'^2) e_{\text{эл}} H_0 \sqrt{u^2 - 1}]}{\text{sh}(2|x - x'| \pi u / (\beta v_2))} \theta(|x - x'| - \delta_2), \end{aligned} \quad (11)$$

где введены перенормированные константы двухзонной теории, связанные с сильной электрон-фононной связью и кулоновским электрон-электронным взаимодействием. В результате константы λ_{mn} приобретают вид [14]

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= \frac{\lambda_{11}^0 - \mu_{11}^*}{1 + \lambda_{11}^0 + \lambda_{12}^0}, & \lambda_{22} &= \frac{\lambda_{22}^0 - \mu_{22}^*}{1 + \lambda_{22}^0 + \lambda_{21}^0}, \\ \lambda_{12} &= \frac{\lambda_{12}^0 - \mu_{12}^*}{1 + \lambda_{11}^0 + \lambda_{12}^0}, & \lambda_{21} &= \frac{\lambda_{21}^0 - \mu_{21}^*}{1 + \lambda_{22}^0 + \lambda_{21}^0}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\lambda_{mn}^0 = V_{mn} N_n$, N_n – плотность электронных состояний в n -й энергетической зоне ($N_1 = m_1 p_z^0 / (2\pi)^2$, $N_2 = m_2 p_{2F} / (2\pi)^2$), μ_{mn}^* – кулоновское электрон-электронное взаимодействие. Величины δ_1 и δ_2 отвечают обрезанию взаимодействия в импульсном пространстве и введены для того, чтобы предотвратить расходимость интегралов, J_0 – функция Бесселя. Подставим в (11) соотношение (10), умножим полученное уравнение на $e^{-e_{\text{эл}} H_0 x^2}$ и выполним интегрирование по x в бесконечных пределах. Затем введем новые переменные $\xi = x(e_{\text{эл}} H_0)^{1/2}$ и $\xi' = x'(e_{\text{эл}} H_0)^{1/2}$. При этом уравнение (11) приводится к виду

$$\begin{aligned} \Delta_m^* = & \lambda_{m1} \frac{T}{v_1} \left(\frac{\pi e_{\text{эл}} H_0}{2} \right)^{-1/2} \Delta_1^* \int_1^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u^2 - 1}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' e^{-(\xi^2 + \xi'^2)} \theta(|\xi - \xi'| - \tilde{\delta}_1) \times \\ & \times \frac{\cos[(\xi^2 - \xi'^2)\sqrt{u^2 - 1}]}{\text{sh}(2|\xi - \xi'| \pi u / (\beta v_1 \sqrt{e_{\text{эл}} H_0}))} + \lambda_{m2} \frac{\pi T}{v_2} \left(\frac{\pi e_{\text{эл}} H_0}{2} \right)^{-1/2} \Delta_2^* \int_1^{\infty} \frac{du}{u} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \times \\ & \times \theta(|\xi - \xi'| - \tilde{\delta}_2) e^{-(\xi^2 + \xi'^2)} \frac{J_0[(\xi^2 - \xi'^2)\sqrt{u^2 - 1}]}{\text{sh}(2|\xi - \xi'| \pi u / (\beta v_2 \sqrt{e_{\text{эл}} H_0}))}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\tilde{\delta}_n = \delta_n (e_{\text{эл}} H_0)^{1/2}$. Определим величину $\rho_n^{1/2} = v_n (e_{\text{эл}} H_0)^{1/2} / (2\pi T)$ и введем новые переменные $\xi - \xi' = \zeta$, $\xi + \xi' = 2\eta$. Эти преобразования позволяют привести

систему уравнений (13) к виду

$$\begin{aligned} \Delta_m^* = & \lambda_{m1} \frac{\Delta_1^*}{\pi\sqrt{2\pi}} \rho_1^{-1/2} \int_1^\infty \frac{du}{\sqrt{u^2-1}} \int_{-\infty}^\infty d\zeta \theta(|\zeta| - \tilde{\delta}_1) \times \\ & \times \int_{-\infty}^\infty d\eta e^{-(\zeta^2+4\eta^2)/2} \frac{\cos[2\eta\zeta\sqrt{u^2-1}]}{\text{sh}(|\zeta|u/\rho_1^{1/2})} + \\ & + \lambda_{m2} \Delta_2^* \frac{\rho_2^{-1/2}}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_1^\infty \frac{du}{u} \int_{-\infty}^\infty d\zeta \theta(|\zeta| - \tilde{\delta}_2) \times \\ & \times \int_{-\infty}^\infty d\eta e^{-(\zeta^2+4\eta^2)/2} \frac{J_0(2\eta\zeta\sqrt{u^2-1})}{\text{sh}(u|\zeta|/\rho_2^{1/2})}. \end{aligned} \quad (14)$$

Выполнив, наконец, интегрирование по η и выделив логарифмическую особенность по температуре, приведем последнюю систему уравнений к виду

$$\begin{aligned} \Delta_1^* = & \lambda_{11} \xi_c^{(1)} \Delta_1^* + \lambda_{11} \left[\ln\left(\frac{T_c}{T}\right)^{1/2} - f_1(\rho_1) \right] \Delta_1^* + \lambda_{12} \xi_c^{(2)} \Delta_2^* + \lambda_{12} \left[\ln\frac{T_c}{T} - f_2(\rho_2) \right] \Delta_2^*, \\ \Delta_2^* = & \lambda_{21} \xi_c^{(1)} \Delta_1^* + \lambda_{21} \left[\ln\left(\frac{T_c}{T}\right)^{1/2} - f_1(\rho_1) \right] \Delta_1^* + \lambda_{22} \xi_c^{(2)} \Delta_2^* + \lambda_{22} \left[\ln\frac{T_c}{T} - f_2(\rho_2) \right] \Delta_2^*, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\xi_c^{(1)} = \ln \frac{2\omega_1\gamma}{\pi T_c} = \ln \left(\frac{v_1}{2\pi T_c \delta_1} \right)^{1/2}, \quad \xi_c^{(2)} = \ln \frac{2\omega_2\gamma}{\pi T_c} = \ln \frac{v_2}{\pi T_c \delta_2 e}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} f_1(\rho_1) = & \frac{\rho_1^{-1/2}}{\pi} \int_1^\infty \frac{du}{\sqrt{u^2-1}} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{\text{sh}(\zeta u/\sqrt{\rho_1})} \times \\ & \times \left[1 - e^{-\zeta^2 u^2/2} \left(1 - \text{Re} \phi \left(\frac{i\zeta\sqrt{u^2-1}}{\sqrt{2}} \right) \right) \right], \\ f_2(\rho_2) = & \rho_2^{-1/2} \int_1^\infty \frac{du}{u} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{\text{sh}(\zeta u/\sqrt{\rho_2})} \times \\ & \times \left[1 - e^{-\zeta^2/4} (u^2+1) I_0 \left(\frac{\zeta^2(u^2-1)}{4} \right) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

ω_n – характерная частота обрезания для каждой зоны, соотношения (16) определяют параметры обрезания δ_1 и δ_2 в координатном пространстве, $\phi(ix)$ – интеграл вероятности, I_0 – функция Бесселя мнимого аргумента.

Дополним систему (15) уравнениями для температуры сверхпроводящего перехода двухзонного сверхпроводника:

$$a \xi_c^{(1)} \xi_c^{(2)} - \lambda_{11} \xi_c^{(1)} - \lambda_{21} \xi_c^{(2)} + 1 = 0, \quad a = \lambda_{11} \lambda_{22} - \lambda_{12} \lambda_{21}. \quad (18)$$

Для упрощения расчета в дальнейшем будем полагать $\omega_1 = \omega_2 = \omega_D$, $\xi_c^{(1)} = \xi_c^{(2)} = \xi_c$. При этом уравнение (18) дает решение

$$\xi_c = \frac{\lambda_{11} + \lambda_{22} \pm \sqrt{(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2 + 4\lambda_{12}\lambda_{21}}}{2a}. \quad (19)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ H_{c2} . АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Равенство нулю определителя системы (15) соответствует наличию отличных от нуля решений, т.е. зарождению куперовских пар. Магнитное поле, при котором возникают такие решения, и есть верхнее критическое поле H_{c2} .

Таким образом, уравнение для определения $H_0 = H_{c2}$ легко получить на основании системы (15) и соотношения (18), определяющего температуру сверхпроводящего перехода двухзонного сверхпроводника. Это уравнение имеет вид

$$a\tilde{f}_1(\rho_1)\tilde{f}_2(\rho_2) + (\lambda_{11} - a\xi_c)\tilde{f}_1(\rho_1) + (\lambda_{22} - a\xi_c)\tilde{f}_2(\rho_2) = 0, \quad (20)$$

где

$$\tilde{f}_1(\rho_1) = f_1(\rho_1) - \ln\left(\frac{T_c}{T}\right)^{1/2}, \quad \tilde{f}_2(\rho_2) = f_2(\rho_2) - \ln\frac{T_c}{T}. \quad (21)$$

Определения (17) функций $f_1(\rho_1)$ и $f_2(\rho_2)$ позволяют получить асимптотики для этих функций в области малых и больших значений аргументов ($\rho_n \ll 1$ и $\rho_n \gg 1$ соответственно).

А. Вблизи температуры сверхпроводящего перехода ($T_c - T \ll T_c$), $\rho_n \ll 1$: имеем

$$\begin{aligned} f_1(\rho_1) &= \frac{7}{8}\zeta(3)\rho_1 - \rho_1^2 \frac{31 \times 3}{32}\zeta(5) + \dots, \\ f_2(\rho_2) &= \frac{7}{6}\zeta(3)\rho_2 - \rho_2^2 \frac{31}{10}\zeta(5) + \dots, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\zeta(z)$ – дзета-функция Римана.

Б. Вблизи нулевой температуры ($T \ll T_c$), $\rho_n \gg 1$: асимптотики функций $f_n(\rho_n)$ имеют вид

$$\begin{aligned} f_1(\rho_1) &= \frac{1}{4}\ln(2\gamma\rho_1) + \frac{1}{\rho_1} \frac{3}{2\pi^2}\zeta(2) - \frac{1}{\rho_1^2} \frac{9}{4\pi^4}\zeta(4), \\ f_2(\rho_2) &= \ln\left[\frac{2(\gamma\rho_2)^{1/2}}{e}\right] - \frac{1}{\pi^2\rho_2} \left[\zeta'(2) + \frac{\zeta(2)}{2}\ln\left(\frac{2}{\pi^2\gamma\rho_2}\right)\right], \end{aligned} \quad (23)$$

где $C = \ln \gamma$ – постоянная Эйлера.

Рассмотрим по отдельности приведенные выше случаи.

Случай А: $\rho_n \ll 1$. Если коэффициент a в уравнении (20) мал ($a \ll 1$), то при $\rho_n \ll 1$ это уравнение упрощается и может быть приведено к виду

$$(\lambda_{11} - a\xi_c)f_1(\rho_1) + (\lambda_{22} - a\xi_c)f_2(\rho_2) + c_0 = 0, \quad (24)$$

где

$$c_0 = \left[-\left(\frac{1}{2}\lambda_{11} + \lambda_{22}\right) + \frac{3}{2}a\xi_c\right] \ln\frac{T_c}{T}. \quad (25)$$

Подставим (22) в (24) и используем (19). Введем определения

$$\eta_1 = \frac{1}{2}(1 + \eta), \quad \eta_2 = \frac{1}{2}(1 - \eta), \quad \eta = (\lambda_{11} - \lambda_{22})[(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2 + 4\lambda_{12}\lambda_{21}]^{-1/2}. \quad (26)$$

В результате (24) приводится к виду

$$\tilde{a}_1 \rho_1^2 - \tilde{b}_1 \rho_1 + \frac{1}{2}(\eta_1 + 2\eta_2) \left(\theta + \frac{\theta^2}{2} \right) = 0, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1 &= \frac{31 \times 3}{32} \zeta(5) \eta_1 + \frac{31}{10} \frac{v_2^4}{v_1^4} \zeta(5) \eta_2, \\ \tilde{b}_1 &= \frac{7}{8} \zeta(3) \eta_1 + \frac{7}{6} \frac{v_2^2}{v_1^2} \zeta(3) \eta_2, \quad \theta = 1 - \frac{T}{T_c} \ll 1. \end{aligned} \quad (28)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\rho_1(T) = \frac{v_1^2 e_{\text{эл}} H_0(T)}{2\pi T_c^2} = \alpha_1 \theta + \alpha_2 \theta^2, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\eta_1 + 2\eta_2}{7\zeta(3)} \left[\frac{\eta_1}{4} + \frac{\eta_2}{3} \frac{v_2^2}{v_1^2} \right]^{-1}, \\ \alpha_2 &= \alpha_1 \left\{ \left[\frac{31 \times 3}{16} \eta_1 + \frac{31}{5} \frac{v_2^4}{v_1^4} \eta_2 \right] \left[\frac{1}{4} \eta_1 + \frac{1}{3} \frac{v_2^2}{v_1^2} \eta_2 \right]^{-1} \frac{\zeta(5) \alpha_1}{7\zeta(3)} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Случай Б: $\rho_n \gg 1$, $T \ll T_c$. Подставим в уравнение (20) определения (21) и асимптотические формулы (23), справедливые в области низких температур. Эти операции позволяют исключить логарифмические особенности при $T = 0$ и выделить члены, зависящие от температуры. Получаем уравнение

$$\tilde{f}_1(\rho_{1c}) \tilde{f}_2(\rho_{2c}) + \nu(1) \eta_1 \tilde{f}_1(\rho_{1c}) + \nu(1) \eta_2 \tilde{f}_2(\rho_{2c}) + F(T) = 0, \quad (31)$$

$$\tilde{f}_1(\rho_{1c}) = \frac{1}{4} \ln(2\gamma \rho_{1c}), \quad \tilde{f}_2(\rho_{2c}) = \ln \left[\frac{2}{e} \left(\frac{2\gamma}{\lambda} \rho_{1c} \right)^{1/2} \right], \quad (32)$$

$$\rho_{1c} = \rho_{1c}(T) = \frac{v_1^2 e_{\text{эл}} H_0(T)}{(2\pi T_c)^2}, \quad \lambda = \frac{v_1}{v_2},$$

$$\nu(1) = \sqrt{\eta_-^2 + 4\lambda_{12}\lambda_{21}/a^2}, \quad \eta_- = \frac{\lambda_{11} - \lambda_{22}}{a},$$

$$\begin{aligned} F(T) &= \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \left\{ \frac{3}{2\pi^2} \zeta(2) \frac{1}{\rho_{1c}^0} [\nu(1) \eta_1 + \tilde{f}_2(\rho_{2c})] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\pi^2 \rho_{2c}^0} \left[\zeta'(2) + \zeta(2) \ln \left(\frac{2T_c}{\pi^2 \gamma \rho_{2c}^0 T} \right) \right] [\nu(1) \eta_2 + \tilde{f}_1(\rho_{1c}^0)] \right\}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\rho_{1c}^0 = \lambda \rho_c^0, \quad \rho_{2c}^0 = \frac{1}{\lambda} \rho_c^0, \quad \rho_c^0 = \frac{v_1 v_2 e_{\text{эл}} H_0(0)}{(2\pi T_c)^2}. \quad (34)$$

При $T = 0$ уравнение (31) имеет решение

$$\rho_c^0 = \frac{e}{4\gamma} e^{\eta_- / 2 - 3\nu(1)/2 + \Omega(\lambda)}, \quad (35)$$

где

$$\Omega(\lambda) = \left\{ \left[-\ln \left(\frac{e\lambda}{2} \right) + \frac{3}{2} \eta_- - \frac{1}{2} \nu(1) \right]^2 + \frac{8\lambda_{12}\lambda_{21}}{a^2} \right\}^{1/2}. \quad (36)$$

При значениях T , близких к нулю, на основании (31) получаем

$$\rho_c(T) = \frac{v_1 v_2 e_{\text{эл}} H_0(T)}{(2\pi T_c)^2} = \frac{e}{4\gamma} e^{\eta_-/2 - 3\nu(1)/2 + \Omega(\lambda)} \left[1 - \frac{F(T)}{\Omega(\lambda)} \right], \quad (37)$$

$$\rho_{1c}(T) = \lambda \rho_c(T), \quad \rho_{2c}(T) = \frac{1}{\lambda} \rho_c(T).$$

В дальнейшем используем величину

$$\rho_0(T) = \frac{v_0^2 e_{\text{эл}} H_0(T)}{(2\pi T_c)^2}, \quad (38)$$

где v_0 – определенное значение скорости электрона на поверхности Ферми, введенной для удобства.

Выражение (38) может быть представлено в области высоких и низких температур соответственно формулами

$$\rho_0(T) = \frac{1}{v_1^2} \rho_1(T), \quad \rho_0(T) = \frac{\rho_c(T)}{\bar{v}_1 \bar{v}_2}, \quad (39)$$

где $\rho_1(T)$ определяется формулой (29), а $\rho_c(T)$ – выражением (37), $\bar{v}_n = v_n/v_0$.

Для оценки выражения (39) при $T = 0$, определяющего верхнее критическое поле, положим $\lambda_{11} > \lambda_{22} \gg \lambda_{12}$ и выполним переход $\lambda_{12}, \lambda_{21} \rightarrow 0$. Тогда выражение (39) при $T \ll T_c$ представится в виде

$$\rho_0(0) = \frac{e}{4\gamma \bar{v}_1 \bar{v}_2} e^{\eta_- + |-\ln(e\lambda/4) + \eta_-|}. \quad (40)$$

Как следует из этой формулы, значение верхнего критического поля в значительной степени определяется разностью $\eta_- - \ln(e\lambda/2)$ и при $\eta_- - \ln(e\lambda/2) > 0$ имеет вид

$$\rho_0(0) = \frac{1}{2\gamma \bar{v}_1^2}. \quad (41)$$

Следовательно, при $T = 0$ основной вклад в определение H_{c2} дает зона с большей энергетической щелью.

4. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТНОШЕНИЯ Δ_1/Δ_2 ВДОЛЬ ЛИНИИ ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ H_{c2}

Система уравнений (14) позволяет определить отношение энергетических щелей Δ_1/Δ_2 и исследовать его температурную зависимость при соответствующих значениях верхнего критического поля. Имеем

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\lambda_{12} [\xi_c - \tilde{f}_2(\rho_2)]}{1 - \lambda_{11} [\xi_c - \tilde{f}_1(\rho_1)]} = \frac{1 - \lambda_{22} [\xi_c - \tilde{f}_2(\rho_2)]}{\lambda_{21} [\xi_c - \tilde{f}_1(\rho_1)]}, \quad (42)$$

где функции $\tilde{f}_i(\rho_i)$ определяются формулами (17) и (21) во всем температурном интервале $T < T_c$. Вблизи критической температуры ($\rho_n \ll 1$) и вблизи нулевой

температуры ($\rho_n \gg 1$) можно воспользоваться асимптотиками (22) и (23) и соответствующими значениями верхнего критического поля (29) и (37).

При $\rho_n \gg 1$ имеем

$$\begin{aligned}\tilde{f}_1(\rho_1) &= \frac{1}{4} \ln(2\lambda\gamma\rho_c^0) + \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \frac{1}{\lambda\rho_c^0} \frac{3}{2\pi^2} \zeta(2), \\ \tilde{f}_2(\rho_2) &= \ln\left(\frac{2}{e} \sqrt{\frac{2\gamma\rho_c^0}{\lambda}}\right) - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \frac{\lambda}{\rho_c^0} \left[\zeta'(2) + \frac{\zeta'(2)}{2} \ln\left\{ \frac{2\lambda}{\pi^2\rho_c^0\gamma} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right\} \right].\end{aligned}\quad (43)$$

Подставляя эти формулы, а также значение ρ_c^0 (35) в (42), получаем зависимость отношения Δ_1/Δ_2 от температуры в области низких температур. При $T = 0$ это отношение имеет вид

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\lambda_{12} \left[\xi_c - \ln\left(\frac{2}{e} \sqrt{\frac{2\gamma\rho_c^0}{\lambda}}\right) \right]}{1 - \lambda_{11} \left[\xi_c - \frac{1}{4} \ln(2\lambda\gamma\rho_c^0) \right]} = \frac{1 - \lambda_{22} \left[\xi_c - \ln\left(\frac{2}{e} \sqrt{\frac{2\gamma\rho_c^0}{\lambda}}\right) \right]}{\lambda_{21} \left[\xi_c - \frac{1}{4} \ln(2\lambda\gamma\rho_c^0) \right]}. \quad (44)$$

Аналогичным образом на основании соотношений (22) и (29) в области температур, близких к T_c , отношение Δ_1/Δ_2 можно привести к виду

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_1}{\Delta_2} &= \frac{\lambda_{12} [\xi_c + (1 - A_2)\theta + (1/2 - B_2)\theta^2]}{1 - \lambda_{11} [\xi_c + \theta(1 - A_1) + (1/2 - B_1)\theta^2]} = \\ &= \frac{1 - \lambda_{22} [\xi_c + \theta(1 - A_2) + \theta^2(1/2 - B_2)]}{\lambda_{21} [\xi_c + \theta(1 - A_1) + \theta^2(1/2 - B_1)]},\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}A_1 &= \frac{7}{8} \zeta(3) \alpha_1, & B_1 &= \frac{7}{8} \zeta(3) \alpha_2 - \frac{31 \times 3}{32} \zeta(5) \alpha_1^2, \\ A_2 &= \frac{7}{6} \zeta(3) \frac{v_2^2}{v_1^2} \alpha_1, & B_2 &= \frac{7}{6} \zeta(3) \frac{v_2^2}{v_1^2} \alpha_2 - \frac{31}{10} \zeta(5) \frac{v_2^4}{v_1^4} \alpha_1^2.\end{aligned}\quad (45)$$

5. СЛУЧАЙ ИЗОТРОПНЫХ ПОЛОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ФЕРМИ

В двухзонной системе с трехмерными энергетическими зонами (полости поверхности Ферми сферические) уравнение для определения верхнего критического поля приводится к виду

$$a\tilde{f}(\rho_1^0)\tilde{f}(\rho_2^0) + (\lambda_{11} - a\xi_c)\tilde{f}(\rho_1^0) + (\lambda_{22} - a\xi_c)\tilde{f}(\rho_2^0) = 0, \quad (46)$$

где $\tilde{f}(\rho_n^0) = f(\rho_n^0) - \ln(T_c/T)$, $f(\rho_n^0) = f_2(\rho_n^0)$, а функция f_2 определена в (17). Здесь, как и в рассмотренном выше случае анизотропных зон, применяем обобщенную на двухзонный случай [21], [22] методику Маки и Тсузуки [19].

Аналитические решения уравнения (46) получаем в двух предельных случаях: 1) в области температур, близких к критической температуре сверхпроводящего перехода ($T_c - T \ll T_c$); 2) в области температур, близких к нулю ($T \ll T_c$). В первом случае имеем

$$\rho_1^0(T) = \frac{v_1^2 e_{\text{эл}} H_0^0(T)}{(2\pi T_c)^2} = \alpha'_1 \theta + \alpha'_2 \theta^2, \quad (47)$$

где

$$\alpha'_1 = \left[\eta_1 + \eta_2 \frac{v_2^2}{v_1^2} \right]^{-1} \frac{6}{7\zeta(3)}, \quad \alpha'_2 = \alpha'_1 \left[\frac{(\eta_1 + (v_2^4/v_1^4)\eta_2) \frac{31}{10}\zeta(5)}{(\eta_1 + (v_2^2/v_1^2)\eta_2)} \alpha'_1 - \frac{3}{2} \right]. \quad (48)$$

При этом для величины $\rho_0^0(T) = v_0^2 e_{\text{эл}} H_0^0(T) / (2\pi T_c)^2$ при $T \rightarrow T_c$ получаем

$$\rho_0^0(T) = \frac{1}{\bar{v}_1^2} \rho_1^0(T). \quad (49)$$

Во втором случае получаем для величины $\tilde{\rho}^0(T)$ выражение

$$\tilde{\rho}^0(T) = \frac{v_1 v_2 e_{\text{эл}} H_0^0(T)}{(2\pi T_c)^2} = e^{\nu(\lambda) - \nu(1)} \left[1 - \frac{\tilde{F}(T)}{v(\lambda)} \right], \quad (50)$$

где

$$\begin{aligned} \nu(\lambda) &= \frac{1}{a} \sqrt{(\lambda_{11} - \lambda_{22} - a \ln \lambda)^2 + 4\lambda_{12}\lambda_{21}}, \\ \tilde{F}(T) &= -\frac{1}{\pi^2} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \left\{ \frac{1}{\tilde{\rho}_{1c}^0} \left(\xi'(2) + \frac{\xi(2)}{2} \ln \left[\frac{2}{\pi^2 \gamma \tilde{\rho}_{1c}^0} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \right) [\tilde{f}(\tilde{\rho}_{2c}^0) + \nu(1)\eta_1] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\tilde{\rho}_{2c}^0} \left(\xi'(2) + \frac{\xi(2)}{2} \ln \left[\frac{2}{\pi^2 \gamma \tilde{\rho}_{2c}^0} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \right) [\tilde{f}(\tilde{\rho}_{1c}^0) + \nu(1)\eta_2] \right\}. \end{aligned} \quad (51)$$

Для величины $\rho_0^0(T)$ получаем

$$\rho_0^0(T) = \frac{e^2}{8\gamma \bar{v}_1 \bar{v}_2} e^{\nu(\lambda) - \nu(1)} \left[1 - \frac{\tilde{F}(T)}{\nu(\lambda)} \right]. \quad (52)$$

При этом $\rho_0^0(0)$ при $\lambda_{12} \rightarrow 0$ и $\eta_- - \ln \lambda > 0$ имеет вид

$$\rho_0^0 = \frac{e^2}{8\gamma \bar{v}_1^2}. \quad (53)$$

Сравним формулы (40) и (53), определяющие значение верхнего критического поля H_{c2} при $T = 0$ для двухзонной системы с различной топологией полостей поверхности Ферми и значение поля H_{c2}^0 с одинаковой топологией, полагая, что все другие параметры теории одинаковы в рассматриваемых системах. В этом упрощенном варианте ($\lambda_{12} \rightarrow 0$) получаем отношения критических полей $\gamma_H = H_{c2}(0)/H_{c2}^0(0) = 0.6$. Таким образом, анизотропия поверхности Ферми может служить одним из факторов значительного увеличения верхнего критического поля в двухзонных сверхпроводниках.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ К ОПИСАНИЮ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ H_{c2} ДЛЯ СОЕДИНЕНИЯ MgB_2

Мы рассмотрели сверхпроводник в магнитном поле, параллельном кристаллографической оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$). Рассмотренный сверхпроводник обладает анизотропией энергетического спектра, а именно: на поверхности Ферми перекрываются две энергетические зоны различной размерности. Первая зона, обозначаемая как зона 1,

является двумерной, а вторая зона, обозначаемая как зона 2, – трехмерной. Зоне 1 отвечает цилиндрическая полость поверхности Ферми, а зоне 2 – сферическая. В дальнейшем для краткости будем называть такой двухзонный сверхпроводник анизотропным. Такая зонная структура присуща высокотемпературному соединению MgB_2 , у которого на поверхности Ферми перекрываются несколько энергетических зон [8] и для описания свойств которого можно использовать двухзонную модель [6]. При этом под зоной 1 следует понимать двумерную σ -зону, а под зоной 2 – трехмерную π -зону.

Рассмотрим магнитное поле, близкое к значению верхнего критического поля, соответствующего зарождению сверхпроводящего состояния и, следовательно, малым значениям параметров порядка Δ_1 и Δ_2 . Используем подход Маки и Тсузуки [19], применяемый для исследования магнитных свойств обычных однозонных сверхпроводников, и адаптируем его для двухзонного случая с указанными выше особенностями электронного энергетического спектра. Уравнение (20) для определения верхнего критического поля H_{c2} , отвечающего зарождению сверхпроводящих пар, получаем из условия разрешимости системы уравнений (15). Решения этого уравнения в области значений температуры, близких к критической ($1 - T/T_c \ll 1$), и вблизи нулевой температуры представлены формулами (29) и (37) соответственно.

Отметим, что при построении теории в данной работе использовалось условие $\lambda_{11} > \lambda_{22} > \lambda_{12}, \lambda_{21}$. Это условие выполняется для соединения MgB_2 , в котором ответственной за сверхпроводимость в большей мере является σ -зона. Перенормированные константы электрон-фононного взаимодействия λ_{nm} (12) для MgB_2 были получены нами в работе [14] на основании теории термодинамических свойств двухзонных сверхпроводников из условия, что значения T_c , Δ_1 , Δ_2 , а также скачок теплоемкости в точке $T = T_c$ соответствуют экспериментальным данным, полученным для соединения MgB_2 . Мы получили следующие численные значения: $\lambda_{11} = 0.302$, $\lambda_{22} = 0.135$, $\lambda_{12} = 0.04$, $\lambda_{21} = 0.06$. Важную роль в теории играет отношение средних скоростей электронов на различных полостях поверхности Ферми ($\lambda = v_1/v_2$).

На рис. 1 представлена зависимость верхнего критического поля H_{c2} от температуры, полученная на основании изложенной теории с использованием приведенных выше параметров λ_{nm} , характерных для MgB_2 . Кривая 1 отвечает значениям $\bar{v}_1^2 = 2.17$, $\bar{v}_2^2 = 1.51$, $\lambda = 1.2$, $\bar{v}_i = v_i/v_0$, соответствующим средним значениям скорости электронов соединения MgB_2 в плоскости (ab) [23], [24], проявляющимся в рассматриваемом нами случае $\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$. Кривая 2 соответствует значениям $\bar{v}_1^2 = 0.966$, $\bar{v}_2^2 = 1.51$ ($\lambda = 0.8$) и приведена для демонстрации значимости параметра λ в предложенной теории.

Для выявления роли топологии поверхности Ферми при оценке значения H_{c2} в разделе 5 приведены результаты исследований температурной зависимости H_{c2}^0 в двухзонной системе со сферической полостью поверхности Ферми каждой зоны. Такой сверхпроводник будем называть изотропным. Нетрудно видеть из сравнения формул (29), (30) с (47), (48), что имеет место значительное различие коэффициентов в разложениях $H_{c2}(T)$ (в анизотропной системе) и $H_{c2}^0(T)$ (в изотропной систе-

Рис. 1. Зависимость верхнего критического поля H_{c2} (безразмерной величины ρ_0) от температуры при $\lambda = v_1/v_2 = 1.2$ (кривые 1 и 1') и при $\lambda = 0.8$ (кривые 2 и 2'). Кривые 1, 2 соответствуют двухзонной анизотропной системе, кривые 1', 2' – изотропной.

ме) по величине $\theta = 1 - T/T_c$. Различаются также выражения для $H_{c2}(T)$ и $H_{c2}^0(T)$ вблизи нулевой температуры (ср. (37) и (52)).

Кривые 1' и 2' на рис. 1 соответствуют поведению верхнего критического поля H_{c2}^0 как функции температуры в изотропной двухзонной системе при $\lambda = 1.2$ и $\lambda = 0.8$ соответственно.

Из рис. 1, а также из анализа аналитических формул можно сделать вывод о значительном уменьшении верхнего критического поля H_{c2} при $T = 0$ в анизотропной двухзонной системе по сравнению с двухзонной изотропной системой (в предположении, что другие параметры одинаковы). С ростом температуры это различие уменьшается и становится незначительным вблизи температуры сверхпроводящего перехода T_c . Таким образом, в области низких температур основной вклад в H_{c2} дает первая зона, определяемая большей энергетической щелью. При $T \rightarrow T_c$ тепловые возбуждения приводят к смешиванию состояний по всей поверхности Ферми, уменьшая анизотропию, и, следовательно, к более существенному вкладу второй зоны в H_{c2} , чем в случае $T \rightarrow 0$.

На рис. 2 представлено отношение $\gamma_H = H_{c2}(T)/H_{c2}^0(T)$ как функция температуры для двух значений $\lambda = 1.2, 0.8$. Этот коэффициент можно рассматривать как меру проявления анизотропии системы, связанной с зависимостью верхнего критического поля H_{c2} от температуры. Мы видим слабую зависимость коэффициента γ_H

Рис. 2. Зависимость коэффициента $\gamma_H = H_{c2}/H_{c2}^0$ от температуры для $\lambda = 1.2$ (кривая 1) и $\lambda = 0.8$ (кривая 2).

от температуры в области низких температур и вблизи T_c и существенную зависимость в остальной области.

Рис. 3. Зависимость отношения Δ_1/Δ_2 вдоль линий критического магнитного поля H_{c2} для MgB_2 при $\lambda = 1.2$ (кривая 1) и $\lambda = 0.8$ (кривая 2).

Представляет интерес, на наш взгляд, поведение отношения энергетических щелей $z(T) = \Delta_1(T)/\Delta_2(T)$ с изменением температуры вдоль линии верхнего критического поля H_{c2} (при значениях H_{c2} , соответствующих заданной температуре). Зависимость этого отношения от температуры для случая анизотропной двухзонной системы приведена на рис.3. Как следует из этого рисунка, отношение $z = \Delta_1/\Delta_2$ существенно зависит от температуры и от значения параметра λ . Из аналитических формул, а также из рис. 3 следует, что в случае анизотропной системы, используя параметры теории для MgB_2 , приведенные выше, получаем $z(0) = 2.74$ при $\lambda = 1.2$ и $z(0) = 2.96$ при $\lambda = 0.8$. Значение же $z(T_c)$, как и следовало ожидать, не зависит от величин H , λ и совпадает со значением при $H = 0$.

Отметим, что в отсутствие магнитного поля ранее нами были получены [14] для MgB_2 значения $z(0) = 2.63$, $z(T_c) = 3.1$, т.е. $z(T_c) > z(0)$.

Из полученных выше результатов можно сделать следующий вывод. При определении верхнего критического поля для двухзонного сверхпроводника типа MgB_2 значительную роль играет учет анизотропии энергетического спектра, определяемого размерностью энергетических зон, т.е. топологией полостей поверхности Ферми. В частности, в соединении MgB_2 реализуется цилиндрическая топология для σ -зоны и сферическая для π -зоны.

В области низких температур основной вклад в H_{c2} определяется анизотропной σ -зоной, что дает значение при $T = 0$ меньшее, чем в случае изотропных систем. С ростом температуры величина H_{c2} убывает и вблизи T_c достигает значений, близких к значениям, полученным в случае изотропных двухзонных сверхпроводников, благодаря смешиванию состояний электронов на обеих полостях поверхности Ферми и уменьшению анизотропии.

Важным параметром теории является отношение скоростей электронов на различных полостях поверхности Ферми $\lambda = v_1/v_2$. Значение $\lambda = 1.2$, отвечающее MgB_2 , дает при $T = 0$ отношение $H_{c2}/H_{c2}^0 \approx 0.6$. При $\lambda = 0.8$ имеем $H_{c2}/H_{c2}^0 = 0.57$.

Рис. 4. Проявление положительной кривизны в зависимости H_{c2} от температуры вблизи сверхпроводящего перехода в двухзонных анизотропных (кривые 1, 2) и изотропных (кривые 1' и 2') системах.

Перекрытие двух энергетических зон на поверхности Ферми при $v_1 \neq v_2$ может привести к изменению кривизны зависимости H_{c2} от температуры [11], [22] от отрицательной, наблюдаемой в обычных сверхпроводниках, к положительной вблизи температуры сверхпроводящего перехода. Положительная кривизна этой зависимости видна на рис. 4 как для анизотропной (кривые 1, 2 случай MgB_2), так и для изотропной (кривые 1', 2') двухзонной системы. Степень проявления этого изменения в существенной степени зависит от параметров теории [22].

Для полного понимания влияния анизотропии энергетического спектра электронов в системе на зависимость верхнего критического поля от температуры в соеди-

нении MgB_2 необходимо наряду с выполненными выше исследованиями определить $H_{c2}(T)$ при внешнем магнитном поле, направленном перпендикулярно кристаллографической оси ($\mathbf{H} \parallel ab$). Эти исследования предполагается выполнить в дальнейшем.

Список литературы

- [1] J. Nagamatsu, N. Nakagawa, T. Muranaka et al., *Nature*, **410** (2001), 63.
- [2] P. C. Confield, S. L. Bud'ko, D. K. Finemore, *Physica C*, **385** (2003), 1.
- [3] F. Bouquet, I. Wang, I. Sheikin et al., *Physica C*, **385** (2003), 192.
- [4] H. J. Choi, D. Roundy, H. Sun et al., *Phys. Rev. B*, **66** (2002), 020513; *Nature*, **418** (2002), 758.
- [5] A. J. Liu, I. I. Mazin, J. Kartus, *Phys. Rev. Lett.*, **87** (2001), 087005.
- [6] В. А. Москаленко, *ФММ*, **8** (1959), 503.
- [7] H. Suhl, B. T. Matthias, L. R. Walker, *Phys. Rev. Lett.*, **3** (1959), 552.
- [8] J. M. An, W. E. Pickett, *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001), 4366.
- [9] М. Е. Палистрант, *Moldav. J. Phys. Sci.*, **3** (2004), 133; [arXiv: cond-mat/0305496](#).
- [10] L. Z. Kon, *Some kinetic properties of the two-band superconductors*, [arXiv: cond-mat/0309707](#).
- [11] В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, *УФН*, **161:8** (1991), 155; [arXiv: cond-mat/0309671](#).
- [12] М. Е. Палистрант, Ф. Г. Кочорбе, *Physica C*, **194** (1992), 351.
- [13] М. Е. Палистрант, Ф. Г. Кочорбэ, *ФНТ*, **26:11** (2000), 1077.
- [14] М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, *ЖЭТФ*, **131:1** (2007), 59.
- [15] M. Angst, R. Puzniak, "Two band superconductivity in MgB_2 : basic anisotropic properties and phase diagram", Chapter 1, *Focus on Superconductivity*, ed. B. P. Martins, Nova Sci. Publ., Hauppauge, NY, 2004, 1; [arXiv: cond-mat/0305048](#).
- [16] T. Dahm, N. Schopohl, *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003), 017001.
- [17] P. Miranovic, K. Machida, V. G. Kogan, *J. Phys. Soc. Japan*, **72** (2003), 221.
- [18] Л. П. Горьков, *ЖЭТФ*, **37** (1959), 833; **36** (1959), 1918.
- [19] K. Maki, T. Tsuzuki, *Phys. Rev.*, **139** (1965), A868.
- [20] В. А. Москаленко, *ЖЭТФ*, **51** (1966), 1163.
- [21] М. Е. Палистрант, В. И. Дедю, *Исследования по квантовой теории систем многих частиц*, РИО АН МССР, Кишинев, 1969.
- [22] М. Е. Палистрант, V. A. Ursu, A. V. Palistrant, *Moldav. J. Phys. Sci.*, **4:1** (2005), 40.
- [23] Y. Kong, O. V. Dolgov, O. Jepsen, O. K. Anderson, *Phys. Rev. B*, **64** (2001), 020501.
- [24] V. H. Dao, M. E. Zhitomirsky, *Eur. Phys. J. B*, **44** (2005), 183; [arXiv: cond-mat/0504053](#).

Поступила в редакцию 24.05.2007