Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. П. Выблый, Несимметричный тензорный потенциал в релятивистской теории гравитации, *ТМФ*, 2000, том 123, номер 3, 521–528

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf621>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.87.193.239

26 апреля 2023 г., 14:37:44

НЕСИММЕТРИЧНЫЙ ТЕНЗОРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Предложена теория несимметричного тензорного поля в пространстве Минковского, которая обобщает релятивистскую теорию гравитации с симметричным потенциалом, сохраняя ее основные постулаты. Связность эффективного пространства-времени, в котором могут быть представлены уравнения гравитационного поля, обладает кручением и неметричностью.

1. Релятивистская теория гравитации (РТГ) [1] может рассматриваться как калибровочная теория группы вариаций Ли динамических переменных. Соответствующие преобразования являются вариациями формы функции для общековариантных координатных преобразований и образуют группу внутренней симметрии. Требование инвариантности действия для этой группы при преобразовании только динамических переменных приводит к необходимости замены в лагранжиане материи “нединамической” плотности метрики Минковского

$$\tilde{\gamma}^{ik} = \sqrt{-\gamma} \gamma^{ik}$$

на

$$\tilde{g}^{ik} = \sqrt{-g} g^{ik} = \sqrt{-\gamma} (\gamma^{ik} + k \psi^{ik}),$$

где $\gamma = \det \gamma_{ik}$, $g = \det g_{ik}$, k^2 – постоянная Эйнштейна, и к введению, таким образом, калибровочного гравитационного потенциала ψ^{ik} . Величина g^{ik} интерпретируется при этом как метрика эффективного пространства-времени, из которой единственным образом может быть построена связность – скобка Кристоффеля. С другой стороны, калибровочная инвариантность допускает более общий вид эффективной метрики

$$\sqrt{-g} g^{ik} = \sqrt{-\gamma} (\gamma^{ik} + k h^{ik}), \quad (1)$$

где h^{ik} – несимметричный потенциал. В соответствии с этим сделаем предположение о том, что гравитационное поле описывается несимметричным тензорным потенциалом. В данной работе строится теория такого поля, обобщающая РТГ, и исследуется структура возникающего при этом эффективного пространства-времени. Несимметричная метрика использовалась, как известно, еще Эйнштейном в его попытках построить единую

*Институт физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь. E-mail: vyblyi@dragon.bas.net.by

теорию гравитации и электромагнетизма. В рамках геометрического описания чисто гравитационного взаимодействия она была введена в рассмотрение в теории Моффата [2]. Наше рассмотрение близко к последнему варианту этой теории [3], однако полевые уравнения у нас и в работе [3] различны. Хотя существующий в настоящее время экспериментальный базис гравитационных теорий не дает прямых указаний на необходимость обобщения римановой геометрии, такие теоретические схемы начиная с теории Эйнштейна–Картана широко исследуются в литературе. Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, при описании гравитационного взаимодействия в пространстве Минковского в рамках тензорной теории и сохранении основных постулатов РТГ единственным способом выхода за пределы эффективной римановой геометрии как раз и является введение несимметричного потенциала.

2. Будем строить теорию нелинейного поля h^{ik} исходя из постулатов, принятых в РТГ:

- 1) теория безмассового поля должна быть калибровочно-инвариантной;
- 2) уравнения поля должны иметь вид уравнений с линейной тождественно сохраняющейся левой частью и нелинейным универсальным источником;
- 3) поле должно описываться состояниями со спиральностями два и нуль;
- 4) взаимодействие гравитационного поля с материей должно быть минимальным, что означает отсутствие эффективной связности в лагранжиане материи.

В силу требования калибровочной инвариантности лагранжиан материи L^M будет иметь вид

$$L^M(\tilde{h}^{ik}, \tilde{\gamma}^{ik}, Q^A) = L^M(\tilde{g}^{ik}, Q^A), \quad (2)$$

где Q^A – динамические переменные материи. Из (1) и (2) следует, что в уравнениях поля $\delta L / \delta \tilde{h}^{ik} = 0$ источником поля, связанным с материей, является величина

$$\tilde{A}_{ik}^M = - \left. \frac{\delta L^M}{\delta \tilde{f}^{ik}} \right|_{f^{ik} = \gamma^{ik}}. \quad (3)$$

Здесь f^{ik} – метрика Минковского, которая при варьировании считается несимметричной и полагается равной γ^{ik} после варьирования. В дальнейшем для упрощения записи будем опускать в соответствующих формулах обозначение перехода от f^{ik} к γ^{ik} . Для того чтобы при переходе к симметричному потенциалу получить уравнения РТГ, нужно перейти к линейной комбинации этих уравнений так, чтобы источником выступала величина

$$A_{ik}^M = - \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta L^M}{\delta f_{ik}}, \quad (4)$$

где f_{ik} – тензор, обратный f^{ik} . Полагая теперь, как и в РТГ, что полный источник материи и гравитационного поля является универсальным, находим его вид

$$A^{ik} = - \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta L}{\delta f_{ik}}, \quad (5)$$

где $L = L^g + L^M$ – лагранжиан всей системы. Симметричная часть источника A^{ik} является тензором энергии-импульса Гильберта

$$A^{(ik)} = t^{ik} = - \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta L}{\delta \gamma_{ik}}, \quad (6)$$

а антисимметричная может быть представлена как

$$A^{[ik]} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\partial L}{\partial f_{ik}} + (S^{ikl} + S^{kli} + S^{lik}) \Big|_l. \quad (7)$$

В (7) вертикальная черта обозначает ковариантное дифференцирование по метрике Минковского, S^{ikl} – тензор спинного момента, который выражается через генераторы общековариантных преобразований Ω_{iA}^{kB} для величины Q_A при бесконечно малом смещении ξ^i ($\delta Q_A = \Omega_{iA}^{kB} Q_B \xi_{,k}^i$) и имеет вид

$$S^{ikl} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\partial L}{\partial Q_{|i}^A} \Omega_B^{[kl]A} Q^B. \quad (8)$$

Используя определение (8), выражение для ковариантной производной

$$Q_{|i}^A = Q_{,i}^A - \Omega_{kB}^{lA} \ddot{\Gamma}_{li}^k Q^B \quad (9)$$

и выражение для связности в пространстве Минковского, которое при замене γ_{ik} на f_{ik} принимает вид

$$\ddot{\Gamma}_{li}^k = \frac{1}{2} f^{kn} (f_{ni,l} + f_{ln,i} + f_{li,n}),$$

нетрудно убедиться в справедливости (7).

Поскольку лагранжиан материи не содержит координатную связность, полностью антисимметризованный спинный момент в (7) будет входить только в источник, обусловленный самим гравитационным полем.

Согласно второму постулату будем искать уравнения свободного безмассового поля в виде

$$\begin{aligned} L^{il} &= h^{il} {}_m^m - h^{im} {}_m^l - h^{ml} {}_m^i + h^{rs} {}_{|rs} \gamma^{il} = k A^{il}, \\ L_{|l}^{il} &= L_{|i}^{il} = 0, \quad L^{ik}(h) = J^{ik}(\psi) + F^{ik}(\phi). \end{aligned} \quad (10)$$

Система (10) разбивается теперь на следующие уравнения для симметричного ψ^{ik} и антисимметричного ϕ^{ik} полей:

$$J^{ik}(\psi) = \psi^{ik} {}_m^m - \psi^{im} {}_m^k - \psi^{mk} {}_m^i + \psi^{rs} {}_{|rs} \gamma^{ik} = k t^{ik}(h), \quad (11)$$

$$F^{ik}(\phi) = \phi^{ik} {}_m^m - \phi^{im} {}_m^k - \phi^{mk} {}_m^i = k A^{[ik]}(h). \quad (12)$$

Уравнение (11) имеет такой же вид, как и в РТГ, с тем отличием, что источником выступает тензор Гильберта всего поля. Уравнение (12) является нелинейным обобщением уравнения для антисимметричного тензорного поля, которое впервые было рассмотрено в работе [4]. Объект со спиральностью, равной нулю, был назван там “нотифом” (фотоном наоборот).

Отметим, что если источник симметричного поля сохраняется на уравнениях для любого общековариантного лагранжиана, то источник $A^{[ik]}$ будет сохраняться только благодаря тождеству $F^{ik}{}_{|k} = 0$. Это обстоятельство связано с отсутствием антисимметричного нетеровского тока калибровочной группы.

Лагранжиан свободного поля с первыми производными, безмассовая часть которого является калибровочно-инвариантной, в общем виде можно представить как

$$L^g = \frac{1}{k^2} [\tilde{R}(g, \Gamma) - \text{div}] + L^{Q^N} + L^m, \quad (13)$$

где $\tilde{R} = \sqrt{-g}R$ – плотность скалярной кривизны, построенная из метрики и связности Γ_{kn}^i , а

$$R = g^{ik} R_{ik} = g^{ik} (\Gamma_{ik,l}^l - \Gamma_{il,k}^l + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{mk}^l). \quad (14)$$

Связность может обладать кручением Q_{kn}^i и неметричностью $\tilde{N}_i^{kn}$,

$$Q_{kn}^i = \Gamma_{[kn]}^i, \quad \tilde{N}_i^{kn} = \nabla_i \tilde{g}^{kn} = \tilde{g}_{,i}^{kn} + \Gamma_{ri}^k \tilde{g}^{rn} + \Gamma_{ri}^n \tilde{g}^{kr} - \Gamma_{ir}^r \tilde{g}^{kn}. \quad (15)$$

Лагранжиан L^{Q^N} может быть построен из различных комбинаций тензоров кручения и неметричности. Наконец, лагранжиан L^m , описывающий массу поля m и нарушающий калибровочную инвариантность, как и в РТГ, имеет вид

$$L^m = -\frac{m^2}{k^2} \left(\frac{1}{2} \gamma_{ik} \tilde{g}^{ik} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma} \right). \quad (16)$$

В лагранжиане (16) антисимметричная часть поля содержится только в слагаемом $\sqrt{-g}$, поэтому в уравнениях поля линейный член $k^{-1}m^2\phi^{ik}$ будет входить в источник $A^{[ik]}$.

Отметим, что в более общем виде часть лагранжиана, связанную с кривизной, можно представить как

$$L_1^g = \frac{1}{k^2} (a \tilde{g}^{ik} + b \tilde{g}^{ki}) R_{ik}, \quad (17)$$

где a и b – коэффициенты, удовлетворяющие условию $a + b = 1$. Однако легко видеть, что лагранжианы L^g и L_1^g являются эквивалентными, поскольку переход между ними связан просто с переопределением потенциала ϕ^{ik} .

Отбрасывая из $\tilde{R}$ скалярную плотность, образующую дивергенцию и содержащую вторые производные, получим лагранжиан с первыми производными, выраженный через тензор аффинной деформации $D_{ik}^l = \Gamma_{ik}^l - \tilde{\Gamma}_{ik}^l$,

$$L^g = \frac{1}{k^2} [\tilde{g}^{ik} (D_{im}^l D_{kl}^m - D_{ik}^l D_{lm}^m) + D_{il}^l \tilde{N}_k^{ik} - D_{ik}^l \tilde{N}_l^{ik}] + L^{Q^N} + L^m. \quad (18)$$

Перейдем к рассмотрению уравнений поля. Метрику (потенциал) и связность будем считать независимыми величинами, а связь между ними должна вытекать из уравнений поля $\delta L / \delta \Gamma_{ik}^l = 0$. Такой подход соответствует известному методу Палатини в общей теории относительности, где он эквивалентен обычному формализму римановой геометрии, когда скобка Кристоффеля задается в лагранжиане до варьирования. В случае несимметричной метрики связь между этой скобкой и связностью нельзя разрешить явным образом относительно связности, поэтому использование формализма первого порядка становится здесь необходимым. Важно подчеркнуть, что в силу минимальности взаимодействия поля с материей связь между метрикой и связностью является универсальной, т.е. не зависящей от материи, которая создает гравитационное поле. Эта связь, кроме того, должна быть дифференциальной, иначе в уравнения поля вообще не войдут

производные от гравитационных потенциалов. Поэтому для получения уравнений связи нужно использовать не лагранжиан (18), а лагранжиан L^R , содержащий вторые производные,

$$L^R = \frac{1}{k^2} \tilde{R}(g, \Gamma) + L^{QN} + L^m. \quad (19)$$

С другой стороны, для получения уравнений в форме (10) необходимо использовать лагранжиан L^g с первыми производными, поскольку для лагранжиана (19) источник в силу уравнений поля оказывается равным нулю.

Рассмотрим вариационную производную $\delta L^g / \delta f_{ik}$. Метрика Минковского входит в лагранжиан (18) неявно посредством метрики $\tilde{g}^{ik}$ и явно через координатную связность $\tilde{\Gamma}_{ik}^l$. Следовательно,

$$\frac{\delta L^g}{\delta f_{ik}} = \frac{\delta^* L^g}{\delta f_{ik}} + \frac{\delta L^g}{\delta \tilde{g}^{rs}} \frac{\partial \tilde{g}^{rs}}{\partial f_{ik}}, \quad (20)$$

где символ δ^* означает варьирование по величине f_{ik} , входящей в координатную связность. В силу соотношения (20) и уравнений поля $\delta L^g / \delta \tilde{g}^{rs} = 0$ последние принимают вид

$$-\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta^* L^g}{\delta f_{ik}} = A^{ik}. \quad (21)$$

Таким образом, если лагранжиан выбран так, что

$$-\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta^* L^g}{\delta f_{ik}} \equiv L^{ik} - m^2 \psi^{ik}, \quad (22)$$

уравнения для потенциала h^{ik} примут искомую форму (10). Для того чтобы поле ϕ^{ik} описывало в линейном приближении только состояние со спиральностью нуль, необходимо [4] выполнение условия

$$\phi^{ik}|_k = 0. \quad (23)$$

Будем требовать выполнения этого условия и для точных решений. Тогда простейшим лагранжианом, приводящим одновременно к тождеству (22) и условию (23), является сумма плотности скалярной кривизны и массового члена.

Чтобы показать это, найдем связь между метрикой и связностью, вытекающую из полевых уравнений $\delta L^R / \delta \Gamma_{ik}^l = 0$. Эта связь имеет вид

$$\nabla_l \tilde{g}^{ik} = 2Q_{ml}^k \tilde{g}^{im} - \frac{2}{3} Q_m \tilde{g}^{im} \delta_l^k. \quad (24)$$

Из (24) следуют соотношения

$$\nabla_l \tilde{g}^{il} = -\frac{2}{3} Q_l \tilde{g}^{il}, \quad \nabla_l \tilde{g}^{li} = 2Q_{mn}^i \tilde{g}^{nm} - \frac{2}{3} Q_l \tilde{g}^{il}. \quad (25)$$

Комбинируя равенства (25), получаем условие (23).

Подставив связь (25) в лагранжиан (18) (при $L^{QN} = 0$), получим

$$L^g = \frac{1}{k^2} \tilde{g}^{ik} (D_{im}^l D_{lk}^m - D_{ik}^l D_{lm}^m + 2D_{ik}^l Q_k) + L^m. \quad (26)$$

Отметим, что подстановка части уравнений поля в лагранжиан в данном случае возможна, поскольку Γ_{ik}^l и f_{ik} — независимые величины и f_{ik} не является полевой переменной.

Проварьируем соотношение (26) по метрике f_{ik} . Переходя после варьирования к декартовым координатам и используя соотношения

$$\frac{\partial \ddot{\Gamma}_{nm}^l}{\partial f_{ik}} = 0, \quad \frac{\partial \ddot{\Gamma}_{nm}^l}{\partial f_{ik,s}} = \frac{1}{2}(\gamma^{li}\delta_n^s\delta_m^k + \gamma^{lk}\delta_n^i\delta_m^s - \gamma^{ls}\delta_n^i\delta_m^k), \quad (27)$$

приходим с учетом (23) к уравнениям поля

$$L^{ik} - m^2\psi^{ik} = kA^{ik}. \quad (28)$$

Учтем теперь, что связь (24) обладает дополнительной инвариантностью относительно преобразования связности

$${}'\Gamma_{ik}^l = \Gamma_{ik}^l + \delta_i^l v_k, \quad (29)$$

где v_k — произвольное векторное поле. Благодаря наличию этой инвариантности след кручения Q_k остается произвольным. С другой стороны, в линейном приближении уравнения поля определяются однозначно, а из возможности проведения итерационной процедуры для получения последующих приближений следует, что точные уравнения также не будут содержать произвольных величин. Поскольку уравнение поля $\delta\tilde{R}/\delta\tilde{g}^{ik} = 0$ также инвариантно относительно преобразования (29), когда калибровочный параметр является градиентом, калибровочное условие для следа кручения, совместное с этим уравнением, должно иметь вид $Q_k = q_{,k}$, где q — произвольный скаляр. Будем в дальнейшем использовать калибровку $Q_k = 0$, полностью нарушающую указанную инвариантность.

Анализ всевозможных скалярных плотностей L^{QN} показывает, что существует единственный лагранжиан с отличной от нуля плотностью

$$L^{QN} = -Q_i\nabla_k\tilde{g}^{ik} - \frac{1}{3}\tilde{g}^{ik}Q_iQ_k, \quad (30)$$

который приводит к условию (23) и к связи, инвариантной относительно калибровочного преобразования более общего вида

$${}'\Gamma_{ik}^l = \Gamma_{ik}^l + \delta_i^l v_k - \delta_k^l v_i. \quad (31)$$

При условии $Q_n = 0$ получаем полевые уравнения в форме (21), которые, однако, совпадают с уравнениями для лагранжиана, построенного из скалярной кривизны.

Таким образом, окончательно получаем, что лагранжиан

$$L^R = \frac{1}{k^2}\tilde{R} + L^m + L^M \quad (32)$$

приводит к следующим уравнениям поля в эффективном пространстве с несимметричной метрикой g^{ik} и связностью Γ_{ik}^l :

$$R_{ik}(g, \Gamma) - \frac{1}{2}m^2(g_{ik} - \gamma_{ik}) = -k^2 \frac{\delta L^M}{\delta \tilde{g}^{ik}}, \quad (33)$$

$$\nabla_k \tilde{g}^{mn} = 2Q_{lk}^n \tilde{g}^{ml}, \quad (34)$$

$$Q_n = 0. \quad (35)$$

Следствием уравнений (33)–(35) являются условия

$$\tilde{g}_{|k}^{(ik)} = \tilde{g}_{|k}^{[ik]} = 0. \quad (36)$$

В пространстве Минковского уравнения (33)–(35) и условия (36) принимают форму

$$\square \psi^{ik} - m^2 \psi^{ik} = k t^{ik}, \quad (37)$$

$$\square \phi^{ik} = k A^{[ik]}, \quad (38)$$

$$\psi^{ik}|_k = \phi^{ik}|_k = 0, \quad (39)$$

где $\square$ – оператор Даламбера в пространстве Минковского.

3. Рассмотрим некоторые материальные системы, взаимодействующие с гравитационным полем. Вследствие минимальности взаимодействия связность эффективного пространства-времени, в котором происходит движение материи, будет определяться только метрикой. Рассматривая материю как источник поля, нетрудно видеть, что поле ϕ^{ik} для материальных систем с источником A_M^{ik} , равным нулю, отлично от нуля начиная с первого нелинейного приближения. К таким системам относится сосредоточенная масса, которая может быть заряженной и обладать “врожденными” дипольными моментами, а также скалярное поле. В нелинейных приближениях источником антисимметричного поля для таких систем являются поля ψ^{ik} и ϕ^{ik} . В то же время для вращающейся частицы и электромагнитного поля источник A_M^{ik} отличен от нуля и антисимметричное поле появится уже в линейном приближении.

Для пробной частицы без моментов с массой m , движущейся во внешнем поле, действие имеет вид

$$S = -mc \int \sqrt{g_{ik} dx^i dx^k}, \quad (40)$$

откуда следует, что частица будет двигаться в эффективном римановом пространстве, определяемом симметричной частью метрики g_{ik} . Таким образом, в линейном приближении частица не будет взаимодействовать с антисимметричным полем.

Очевидно, что скалярное поле с лагранжианом

$$L = \phi_{,i} \phi_{,k} \tilde{g}^{ik} - m^2 \phi^2 \quad (41)$$

вообще не взаимодействует с антисимметричной частью внешнего поля.

В лагранжиан спинорного поля входит только симметричная часть метрики, поскольку тетрадные коэффициенты h_a^i , с помощью которых определяется спинорная связность, находятся из условия

$$h_a^i h_b^k \eta^{ab} = g^{ik}, \quad \eta^{ab} = \text{diag}(1, -1, -1, -1). \quad (42)$$

Как и в случае пробной частицы, уравнения спинорного поля будут задаваться в эффективном римановом пространстве с метрикой g_{ik} , а взаимодействие с антисимметричным гравитационным полем появится начиная с первого нелинейного приближения.

Для электромагнитного поля ситуация оказывается иной, т.к. в лагранжиан

$$L = -\frac{1}{4}F_{ik}F_{mn}(\tilde{g}^{(im)}g^{(kn)} + \tilde{g}^{[im]}g^{[kn]}), \quad F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k}, \quad (43)$$

входит антисимметричная часть метрики. Уравнение для векторного потенциала A_k

$$(F_{ik}\tilde{g}^{im}g^{kn})_{,n} = 0 \quad (44)$$

отличается от соответствующего уравнения РТГ уже в линейном приближении. Это приведет, в частности, к тому, что в слабом поле h^{ik} свет не будет распространяться по изотропным геодезическим риманова пространства с метрикой $g^{(ik)}$.

Сравнивая развитую выше теорию с геометрическими обобщениями общей теории относительности, укажем на их принципиальное различие при описании геометрических характеристик пространства-времени. В геометрических теориях кручение и неметричность являются новыми потенциалами поля и связаны со своими источниками алгебраически. В данной теории эти величины выступают как “напряженности” поля ϕ^{ik} , что меняет их физический смысл. Поле ϕ^{ik} и кручение не исчезают, вообще говоря, в вакууме, в то время как, например, в теории Эйнштейна–Картана кручение отлично от нуля только в присутствии спинирующей материи [5, 6]. В несимметричной теории Моффата кручение и неметричность также определяются производными от метрики, но лагранжиан теории отличен от лагранжиана (32) и уравнениям поля нельзя придать вид уравнений с универсальным источником в пространстве Минковского.

В заключение отметим, что постулированное дополнительное взаимодействие, осуществляемое антисимметричным тензорным полем, может быть задано различными способами, поскольку симметричный и антисимметричный тензоры являются неприводимыми представлениями как общековариантной, так и лоренцевой групп. Однако требования калибровочной инвариантности, минимальности взаимодействия и универсальности источника поля приводят именно к лагранжиану (32) и эффективному пространству с несимметричной метрикой, кручением и неметричностью.

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность академику А. А. Логунову и С. С. Герштейну за поддержку и многочисленные полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989.
- [2] J. W. Moffat. Phys. Rev. D. 1978. V. 13. P. 3554.
- [3] J. W. Moffat. J. Math. Phys. 1995. V. 36. P. 3722.
- [4] В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов. ЯФ. 1966. Т. 4. С. 216.
- [5] В. Н. Пономарев, А. О. Барвинская, Ю. Н. Обухов. Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий. М.: Энергоатомиздат, 1985.
- [6] Д. Д. Иваненко, П. И. Пронин, Г. А. Сарданашвили. Калибровочная теория гравитации. М.: Изд-во МГУ, 1985.

Поступила в редакцию 29.VI.1999 г.,
после доработки 15.IX.1999 г.