Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Б. Пименов, К. В. Степаньянц, Двухпетлевая функция Гелл-Манна–Лоу $N = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, *ТМФ*, 2008, том 155, номер 3, 398–414

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6219>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 13:11:26

© 2008 г.

А. Б. Пименов*, К. В. Степаньянц*

ДВУХПЕТЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ ГЕЛЛ-МАННА–ЛОУ $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ ЯНГА–МИЛЛСА, РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ ВЫСШИМИ КОВАРИАНТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Вычислена двухпетлевая функция Гелл-Манна–Лоу для $N = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными. Показано, что интегралы, которые определяют эту функцию, сводятся к полным производным и могут быть легко вычислены аналитически.

Ключевые слова: суперсимметрия, высшие ковариантные производные, диаграммы Фейнмана, уравнения Швингера–Дайсона, тождества Славнова–Тейлора.

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что суперсимметрия существенно улучшает ультрафиолетовое поведение теории. В частности, даже в теориях с нерасширенной суперсимметрией можно сделать предположение о виде β -функции во всех порядках теории возмущений. Впервые такое предположение было сделано в работе [1] на основе исследования структуры инстантонных вкладов. В случае $N = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса такая β -функция (которая называется точной β -функцией Новикова–Шифмана–Вайнштейна–Захарова (НШВЗ)) имеет вид

$$\beta(\alpha) = -\frac{3C_2\alpha^2}{2\pi(1 - C_2\alpha/(2\pi))}. \quad (1)$$

При использовании регуляризации с помощью размерной редукции и при специальном выборе перенормировочного предписания это выражение совпадает с результатом явного вычисления величины

$$b(\alpha) = \frac{d\alpha}{d\ln\mu} \quad (2)$$

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: pimenov.phys.msu@mail.ru, stepan@phys.msu.ru

вплоть до четырехпетлевого приближения [2]–[5] (здесь α – перенормированная константа связи, а μ – точка нормировки). Однако величина (2) является схемно-зависимой. Физическая β -функция получается из нее, только если производящий функционал не зависит от точки нормировки и наложены некоторые специальные граничные условия, которые требуют знания конечных частей функций Грина. В размерной редукции, как правило, вычисляется только расходящаяся часть эффективного действия в $\overline{MS}$ -схеме. Отметим также, что двухпетлевая β -функция вычислялась и при использовании дифференциальной перенормировки [6].

Анализ $N = 1$ суперсимметричной электродинамики (вплоть до четырехпетлевого приближения) [7]–[10] показывает, что точная β -функция совпадает с функцией Гелл-Манна-Лоу. Такая функция является схемно-независимой и, вообще говоря, ее можно вычислить, используя произвольную регуляризацию. Однако наиболее удобной оказывается регуляризация с помощью высших производных [11], [12]. Дело в том, что при использовании регуляризации высшими производными все интегралы, возникающие при вычислении функции Гелл-Манна-Лоу, сводятся к интегралам от полных производных (впервые это было замечено в работе [9]). Поэтому, на самом деле, их вычисление существенной сложности не представляет.

В электродинамике эту закономерность частично можно объяснить, применяя метод, основанный на подстановке решений тождеств Уорда или Славнова-Тейлора в уравнения Швингера-Дайсона [13]. Однако для полного доказательства оказывается необходимым предположить существование некоторого дополнительного тождества для функций Грина, причина происхождения которого пока остается неясной [14].

При вычислении вклада полей материи в неабелевой теории также возникает аналогичное тождество [15], и этот факт во многом связан с тем, что интегралы, определяющие двухточечную функцию Грина, сводятся к полным производным. Тем не менее проверка этого утверждения в неабелевом случае еще не выполнялась. Мы полагаем, что двухпетлевое вычисление функции Гелл-Манна-Лоу с помощью метода высших ковариантных производных, которое проводится в настоящей работе, позволит выяснить, имеет ли место аналогичная закономерность в неабелевом случае.

Заметим, что использование регуляризации высшими ковариантными производными в неабелевых теориях оказывается технически сложным. Поэтому такая регуляризация была применена лишь однажды: при однопетлевом вычислении в (несуперсимметричной) теории Янга-Миллса [16]. С учетом замечаний, сделанных в последующих работах [17]–[19], результат вычисления совпал со стандартным выражением для однопетлевой β -функции (хотя в исходной работе [16] и утверждалось, что это не так). Как мы уже упомянули, целью настоящей работы является вычисление функции Гелл-Манна-Лоу в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса в двухпетлевом приближении при использовании регуляризации высшими производными. Эта функция определяется следующим образом. В силу тождеств Славнова-Тейлора в рамках метода фонового поля вклад в перенормированное эффективное действие, который соответствует двухточечной функции Грина

калибровочного поля, имеет вид

$$-\frac{1}{8\pi} \text{tr} \int d^4\theta \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathbf{V}(-p) \partial^2 \Pi_{1/2} \mathbf{V}(p) d^{-1}(\alpha, \mu/p), \quad (3)$$

где $\mathbf{V}$ – фоновое поле, а $\partial^2 \Pi_{1/2}$ – суперсимметричный поперечный проектор. Тогда функция Гелл-Манна–Лоу определяется равенством

$$\beta(d(\alpha, \mu/p)) = \frac{\partial}{\partial \ln p} d(\alpha, \mu/p). \quad (4)$$

Статья построена следующим образом. В разделе 2 мы напоминаем основные сведения о $N = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, методе фонового поля и регуляризации с помощью высших ковариантных производных. В разделе 3 мы вычисляем двухпетлевой вклад в функцию Гелл-Манна–Лоу, а в разделе 4 рассчитываем диаграммы с контрчленными вставками точно во всех порядках теории возмущений. Полученные результаты кратко обсуждаются в заключении.

2. $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ ТЕОРИЯ ЯНГА–МИЛЛСА, МЕТОД ФОНОВОГО ПОЛЯ И РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ ВЫСШИХ КОВАРИАНТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

$N = 1$ суперсимметричная теория Янга–Миллса в суперпространстве описывается следующим действием:

$$S = \frac{1}{2e^2} \text{Re tr} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b. \quad (5)$$

При этом суперполе W_a представляет собой суперсимметричный аналог тензора напряженности калибровочного поля и определяется как

$$W_a = \frac{1}{32} \bar{D}(1 - \gamma_5) D [e^{-2V} (1 + \gamma_5) D_a e^{2V}], \quad (6)$$

где V – вещественное скалярное суперполе, которое в качестве одной из компонент содержит калибровочное поле A_μ , а

$$D = \frac{\partial}{\partial \theta} - i\gamma^\mu \theta \partial_\mu \quad (7)$$

– суперсимметричная ковариантная производная. В наших обозначениях калибровочное суперполе V разлагается по генераторам калибровочной группы t^a как $V = eV^a t^a$, где e – константа связи. При этом генераторы мы будем нормировать условием

$$\text{tr}(t^a t^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}. \quad (8)$$

Действие (5) инвариантно относительно калибровочных преобразований

$$e^{2V} \rightarrow e^{i\Lambda^+} e^{2V} e^{-i\Lambda}, \quad (9)$$

где Λ – произвольное киральное суперполе.

Для квантования этой модели удобно использовать метод фонового поля. Это связано с тем, что данный метод позволяет проводить вычисление эффективного действия, не нарушая явно калибровочную инвариантность. В применении к суперсимметричному случаю метод фонового поля может быть сформулирован следующим образом [20], [21]. Осуществим в действии (5) замену

$$e^{2V} \rightarrow e^{2V'} \equiv e^{\Omega^+} e^{2V} e^{\Omega}, \quad (10)$$

где Ω – фоновое скалярное суперполе. Выражение для V' является сложной нелинейной функцией от V , Ω и Ω^+ , конкретный вид которой нас не интересует:

$$V' = V'[V, \Omega] \quad (11)$$

(для краткости обозначений зависимость от Ω^+ здесь и далее мы явно выписывать не будем). Получившаяся теория будет инвариантна относительно фоновых калибровочных преобразований

$$V \rightarrow e^{iK} V e^{-iK}, \quad e^{\Omega} \rightarrow e^{iK} e^{\Omega} e^{-i\Lambda}, \quad e^{\Omega^+} \rightarrow e^{i\Lambda^+} e^{\Omega^+} e^{-iK}, \quad (12)$$

где K – произвольное вещественное суперполе.

Построим фоновые киральные ковариантные производные

$$\mathbf{D} \equiv e^{-\Omega^+} \frac{1 + \gamma_5}{2} D e^{\Omega^+}, \quad \bar{\mathbf{D}} \equiv e^{\Omega} \frac{1 - \gamma_5}{2} D e^{-\Omega}. \quad (13)$$

При действии на некоторое поле X , которое преобразуется по закону $X \rightarrow e^{iK} X$, эти ковариантные производные будут меняться по такому же закону. Можно определить и фоновую ковариантную производную с лоренцевым индексом

$$\mathbf{D}_\mu \equiv -\frac{i}{4} (C\gamma^\mu)^{ab} \{\mathbf{D}_a, \bar{\mathbf{D}}_b\}, \quad (14)$$

которая будет иметь точно такое же свойство. Несложно убедиться, что после замены (10) действие (5) перейдет в

$$S = \frac{1}{2e^2} \text{tr Re} \int d^4x d^2\theta \mathbf{W}^a \mathbf{W}_a - \frac{1}{64e^2} \text{tr Re} \int d^4x d^4\theta [16(e^{-2V} \mathbf{D}^a e^{2V}) \mathbf{W}_a + \\ + (e^{-2V} \mathbf{D}^a e^{2V}) \bar{\mathbf{D}}^2 (e^{-2V} \mathbf{D}_a e^{2V})], \quad (15)$$

где

$$\mathbf{W}_a = \frac{1}{32} e^{\Omega} \bar{\mathbf{D}} (1 - \gamma_5) D (e^{-\Omega} e^{-\Omega^+} (1 + \gamma_5) D_a e^{\Omega^+} e^{\Omega}) e^{-\Omega} \quad (16)$$

и использованы обозначения

$$\mathbf{D}^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}} (1 + \gamma_5) \mathbf{D}, \quad \bar{\mathbf{D}}^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}} (1 - \gamma_5) \mathbf{D}, \\ \mathbf{D}^a \equiv \left[\frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}} (1 + \gamma_5) \right]^a, \quad \mathbf{D}_a \equiv \left[\frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \mathbf{D} \right]_a, \\ \bar{\mathbf{D}}^a \equiv \left[\frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}} (1 - \gamma_5) \right]^a, \quad \bar{\mathbf{D}}_a \equiv \left[\frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \mathbf{D} \right]_a. \quad (17)$$

При этом действие фоновых ковариантных производных на поле V , лежащее в присоединенном представлении, определяется стандартным образом.

Заметим, что действие (15) также является инвариантным относительно квантовых преобразований

$$e^{2V} \rightarrow e^{-\lambda^+} e^{2V} e^{-\lambda}, \quad \Omega \rightarrow \Omega, \quad \Omega^+ \rightarrow \Omega^+, \quad (18)$$

где λ – произвольное фоново-киральное суперполе, которое удовлетворяет условию $\overline{D}\lambda = 0$. Такое суперполе может быть представлено в виде $\lambda = e^\Omega \Lambda e^{-\Omega}$, где Λ – обычное киральное суперполе.

Удобно выбрать регуляризацию и фиксацию калибровки так, чтобы не нарушать инвариантность относительно преобразований (12). Вначале мы проведем фиксацию калибровки с помощью добавления в действие слагаемых

$$S_{\text{gf}} = -\frac{1}{32e^2} \text{tr} \int d^4x d^4\theta (V D^2 \overline{D}^2 V + V \overline{D}^2 D^2 V). \quad (19)$$

В этом случае слагаемые, квадратичные по суперполю V , будут иметь наиболее простой вид

$$\frac{1}{2e^2} \text{tr Re} \int d^4x d^4\theta V D_\mu^2 V. \quad (20)$$

Соответствующее действие духов Фаддеева–Попова S_c записывается как

$$S_c = i \text{tr} \int d^4x d^4\theta \{ (\bar{c} + \bar{c}^+) V [(c + c^+) + \text{cth } V (c - c^+)] \}, \quad (21)$$

причем суперполе V в этом выражении разлагается по генераторам присоединенного представления калибровочной группы, а поля c и $\bar{c}$ являются антикоммутирующими фоново-киральными полями.

Кроме того (см. монографию [20]), процедура квантования также требует добавления действия для духов Нильсена–Каллош

$$S_B = \frac{1}{4e^2} \text{tr} \int d^4x d^4\theta B^+ e^{\Omega^+} e^\Omega B, \quad (22)$$

где B – антикоммутирующее киральное суперполе, причем фоновое поле необходимо разложить по генераторам присоединенного представления калибровочной группы. Поскольку поля B и B^+ не взаимодействуют с квантовым калибровочным полем, они дают вклад только в однопетлевые (в том числе контрчленные) диаграммы. При этом важно отметить, что в действии (22) стоит такой же множитель $1/e^2$, как и в действии для членов, фиксирующих калибровку (19).

При фиксации калибровки нарушается инвариантность действия относительно квантовых калибровочных преобразований (18), но существует остаточная инвариантность относительно БРСТ-преобразований. БРСТ-инвариантность приводит к тождествам Славнова–Тейлора, которые связывают между собой вершинные функции квантового калибровочного поля и духов. Однако все эти поля распространяются только по петлям. Далее мы будем вводить регуляризацию так, чтобы она

нарушала БРСТ-инвариантность, но при этом фоновая инвариантность (12) оставалась бы ненарушенной. Тогда результат вычисления заведомо будет являться калибровочно-инвариантным (в смысле инвариантности относительно фоновых калибровочных преобразований). Несколько более сложным является вопрос о возможности построения перенормированного эффективного действия, которое удовлетворяет тождествам Славнова–Тейлора. Исследования неинвариантных регуляризаций, проведенные в работах [22]–[25], показывают, что для построения эффективного действия, удовлетворяющего тождествам Славнова–Тейлора, необходимо использовать специальную схему вычитаний, которая в каждом порядке теории возмущений уничтожает неинвариантные слагаемые. При использовании метода фонового поля такая схема несколько упрощается, поскольку фоновая калибровочная инвариантность гарантирует, например, поперечность двухточечной функции Грина калибровочного поля. Тем не менее дополнительные вычитания должны по-прежнему присутствовать в функциях Грина, содержащих духовые поля.

Необходимо выяснить, не влияет ли применение такой регуляризации на результат вычисления функции Гелл-Манна–Лоу, которая исследуется в данной работе. Отвечая на этот вопрос, в качестве исходной точки мы будем использовать следующее утверждение: если зафиксировать точку нормировки $\mu \ll \Lambda$ и задать граничное условие для перенормированной двухточечной функции Грина $d(p/\mu)$ при $p/\mu = 1$, то двухточечная функция Грина будет однозначно определена и не будет зависеть ни от способа перенормировки, ни от используемой регуляризации. Например, в случае использования двух различных регуляризаций имеем

$$d_1\left(\alpha_1(\mu), \frac{p}{\mu}\right) = d_2\left(\alpha_2(\mu), \frac{p}{\mu}\right), \quad (23)$$

где $\alpha_i(\mu)$ – перенормированная константа связи на масштабе μ и d_i – перенормированная двухточечная функция Грина, полученная в i -й регуляризации, $i = 1, 2$. Полагая в равенстве (23) $p = \mu$, можно определить зависимость $\alpha_1(\alpha_2)$. Поэтому две различные регуляризации будут отличаться конечной перенормировкой константы связи. Заметим, что такая перенормировка, вообще говоря, может быть калибровочно-зависимой и может приводить в достаточно большом порядке теории возмущений к калибровочной зависимости расходящейся части эффективного действия. Однако функция Гелл-Манна–Лоу, которую мы будем вычислять далее в этой работе, от такой конечной перенормировки не зависит, поскольку

$$\beta_1(d_1(\alpha_1, x)) = \frac{\partial}{\partial x} d_1(\alpha_1, x) = \frac{\partial}{\partial x} d_2(\alpha_2, x) = \beta_2(d_2(\alpha_2, x)) = \beta_2(d_1(\alpha_1, x)), \quad (24)$$

где $x \equiv \ln(p/\mu)$. Следовательно, функция Гелл-Манна–Лоу не зависит от того, какая регуляризация используется. В частности, регуляризация может нарушать БРСТ-инвариантность при условии, что перенормированное действие получается с помощью вычитаний, восстанавливающих тождества Славнова–Тейлора. При этом калибровочная зависимость функции Гелл-Манна–Лоу будет отсутствовать, поскольку зависимость правой части от калибровки принимает вид калибровочной

зависимости аргумента β -функции. Таким образом, применение регуляризации, нарушающей БРСТ-инвариантность, оказывается возможным. Мы будем использовать следующий метод: добавим к действию (15) слагаемое

$$S_\Lambda = \frac{1}{2e^2} \text{tr Re} \int d^4x d^4\theta V \frac{(\mathbf{D}_\mu^2)^{n+1}}{\Lambda^{2n}} V. \quad (25)$$

Предлагаемый способ регуляризации и фиксации калибровки сохраняет как инвариантность относительно преобразований суперсимметрии, так и инвариантность относительно преобразований (12). Как следствие, эффективное действие, вычисленное с помощью метода фонового поля, будет инвариантно относительно преобразований суперсимметрии и относительно фоновых калибровочных преобразований.

Заметим, что описанный способ регуляризации несколько отличается от метода, предложенного в работе [26]. Отличие заключается в форме слагаемого, которое содержит высшие ковариантные производные. В рассматриваемом здесь методе это слагаемое нарушает БРСТ-инвариантность, но обеспечивает более простой вид членов, квадратичных по квантовому суперполю V . Это слегка упрощает вычисления, в то же время все характерные особенности регуляризации высшими производными в обоих случаях одинаковы. Однако следует помнить о том, что, поскольку слагаемое с высшими производными нарушает БРСТ-инвариантность, необходимо использовать специальную схему вычитаний, которая в каждом порядке теории возмущений устраняет неинвариантные слагаемые и обеспечивает выполнение тождеств Славнова–Тейлора. Более подробно эта схема будет обсуждаться в разделе 4.

Зададим производящий функционал в виде

$$Z[J, \Omega] = \int D\mu \exp \left\{ iS + iS_\Lambda + iS_{\text{gf}} + iS_{\text{gh}} + \right. \\ \left. + i \int d^4x d^4\theta (J + J[\Omega]) (V'[V, \Omega] - \mathbf{V}) \right\}, \quad (26)$$

где суперполе $\mathbf{V}$ определяется равенством

$$e^{2\mathbf{V}} \equiv e^{\Omega^+} e^\Omega, \quad (27)$$

а $J[\Omega]$ – некоторый пока не определенный функционал, смысл введения которого будет понятен далее; S_{gf} – члены (19), фиксирующие калибровку, $S_{\text{gh}} = S_c + S_B$ – действие для духов Фаддеева–Попова и Нильсена–Каллош. Мера функционального интегрирования записывается в виде

$$D\mu = DV D\bar{c} Dc DB. \quad (28)$$

Мы будем предполагать, что во всех выражениях константа связи e заменена на голую константу связи e_0 .

Для того чтобы понять, каким образом производящий функционал (26) связан с обычным эффективным действием, совершим замену переменной $V \rightarrow V'$. Тогда получим, что

$$Z[J, \Omega] = \exp \left\{ -i \int d^4x d^4\theta (J + J[\Omega]) \mathbf{V} \right\} Z_0[J + J[\Omega], \Omega], \quad (29)$$

где

$$Z_0[J, \Omega] = \int D\mu \exp \left\{ iS + iS_\Lambda + iS_{\text{gf}} + iS_{\text{gh}} + i \int d^4x d^4\theta JV \right\}. \quad (30)$$

Если зависимость величин S , S_Λ , S_{gf} и S_{gh} от аргументов V , Ω и Ω^+ может быть записана как зависимость от переменной V' , то Z_0 не зависит от Ω и Ω^+ и совпадает с обычным производящим функционалом. Это действительно имеет место для действия (5). Однако в слагаемом с высшими производными, в членах, фиксирующих калибровку, и в духовом лагранжиане такая факторизация не происходит. Поэтому Z_0 отличается от обычного производящего функционала.

С помощью функционала $Z[J, \Omega]$ можно построить производящий функционал для связанных функций Грина,

$$W[J, \Omega] = -i \ln Z[J, \Omega] = - \int d^4x d^4\theta (J + J[\Omega]) \mathbf{V} + W_0[J + J[\Omega], \Omega], \quad (31)$$

и определить соответствующее эффективное действие

$$\Gamma[V, \Omega] = - \int d^4x d^4\theta (J\mathbf{V} + J[\Omega]\mathbf{V}) + W_0[J + J[\Omega], \Omega] - \int d^4x d^4\theta JV, \quad (32)$$

где источники должны быть выражены через поля с помощью соотношений

$$V = \frac{\delta}{\delta J} W[J, \Omega] = -\mathbf{V} + \frac{\delta}{\delta J} W_0[J + J[\Omega], \Omega]. \quad (33)$$

Подставляя эти выражения в формулу (32), перепишем эффективное действие следующим образом:

$$\Gamma[V, \Omega] = W_0[J + J[\Omega], \Omega] - \int d^4x d^4\theta \left(J[\Omega]\mathbf{V} + J \frac{\delta}{\delta J} W_0[J + J[\Omega], \Omega] \right). \quad (34)$$

Положим теперь $V = 0$, тогда

$$\mathbf{V} = \frac{\delta}{\delta J} W_0[J + J[\Omega], \Omega]. \quad (35)$$

Учтем, что условие инвариантности относительно фоновых калибровочных преобразований (12) существенно ограничивает возможную форму эффективного действия. Если квантовое поле V в эффективном действии положить равным нулю, то суперполе K будет влиять нетривиальным образом только на закон калибровочного преобразования полей Ω и Ω^+ , а единственной инвариантной комбинацией окажется выражение (27) (оно инвариантно в том смысле, что в соответствующем законе калибровочного преобразования будет отсутствовать суперполе K). Это означает, что в окончательном выражении для эффективного действия можно положить

$$\Omega = \Omega^+ = \mathbf{V}. \quad (36)$$

Тогда эффективное действие станет равным

$$\Gamma[0, \mathbf{V}] = W_0[J + J[\mathbf{V}], \mathbf{V}] - \int d^4x d^4\theta (J + J[\mathbf{V}]) \frac{\delta}{\delta J} W_0[J + J[\mathbf{V}], \mathbf{V}]. \quad (37)$$

Заметим, что это выражение не зависит от конкретного вида функционала $J[\Omega]$. В частности, $J[\Omega]$ можно выбрать так, что в формуле (26) исчезнут слагаемые, линейные по полю V . Такой выбор очень удобен для дальнейших рассуждений.

Если бы члены, фиксирующие калибровку, духи и члены с высшими ковариантными производными зависели только от V' , то выражение (37) совпало бы с обычным эффективным действием. Однако, как мы уже указывали выше, в предлагаемом нами способе регуляризации и фиксации калибровки зависимость от V , Ω и Ω^+ не превращается в зависимость от V' . В соответствии с результатами работ [27], [28] инвариантный заряд (а следовательно, и функция Гелл-Манна–Лоу) является калибровочно-независимым, а зависимость эффективного действия от калибровки может быть ликвидирована путем перенормировки волновых функций калибровочного поля, духов и полей материи. Поэтому для вычисления функции Гелл-Манна–Лоу мы можем использовать описанную выше фоновую калибровку. Заметим, что при использовании такой калибровки благодаря инвариантности действия относительно преобразований (12) константа перенормировки калибровочного поля A_μ оказывается равной единице. Использование регуляризации, нарушающей БРСТ-инвариантность, как мы уже говорили ранее, не будет приводить к изменению функции Гелл-Манна–Лоу.

Тем не менее производящий функционал (26) построен пока еще не полностью. Дело в том, что введение слагаемого с высшими производными не устраняет расходимости в однопетлевых диаграммах. Для их регуляризации необходимо вставить в производящий функционал детерминанты полей Паули–Вилларса [12]. Поля Паули–Вилларса необходимо вводить для квантового калибровочного поля и духов (в том числе для духов Нильсена–Каллош). При их построении мы будем сразу использовать условие (36).

Итак, вставляем в производящий функционал множители

$$\prod_i (\det \text{PV}(V, \mathbf{V}, M_i))^{c_i}, \quad (38)$$

в которых детерминанты Паули–Вилларса определяются формулой

$$(\det \text{PV}(V, \mathbf{V}, M))^{-1} = \int DV_{\text{PV}} D\bar{c}_{\text{PV}} Dc_{\text{PV}} DB_{\text{PV}} e^{iS_{\text{PV}}}, \quad (39)$$

а действие полей Паули–Вилларса имеет вид

$$\begin{aligned} S_{\text{PV}} \equiv & \text{tr Re} \int d^4x d^4\theta V_{\text{PV}} \left[\frac{1}{2e_0^2} \mathbf{D}_\mu^2 \left(1 + \frac{\mathbf{D}_\mu^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) - \frac{1}{e_0^2} \mathbf{W}^a \mathbf{D}_a + \frac{1}{e^2} M_V^2 \right] V_{\text{PV}} + \\ & + \frac{1}{4} \text{tr} \int d^4x d^4\theta (\bar{c}_{\text{PV}} + \bar{c}_{\text{PV}}^+) V [(c_{\text{PV}} + c_{\text{PV}}^+) + \text{cth } V (c_{\text{PV}} - c_{\text{PV}}^+)] + \\ & + \left(\frac{1}{2} M_c \text{tr} \int d^4x d^2\theta \bar{c}_{\text{PV}} c_{\text{PV}} + \text{э.с.} \right) + \frac{1}{4e_0^2} \text{tr} \int d^4x d^4\theta B_{\text{PV}}^+ e^{2\mathbf{V}} B_{\text{PV}} + \\ & + \text{tr} \left(\frac{1}{2e^2} \int d^4x d^2\theta M_B B_{\text{PV}}^2 + \text{э.с.} \right), \end{aligned} \quad (40)$$

причем грассманова четность полей Паули–Вилларса противоположна грассмановой четности соответствующих им обычных полей. Коэффициенты c_i в формуле (38) удовлетворяют условиям

$$\sum_i c_i = 1, \quad \sum_i c_i M_i^2 = 0. \quad (41)$$

Далее мы будем предполагать, что $M_i = a_i \Lambda$, где a_i – некоторые постоянные. Вставка детерминантов Паули–Вилларса позволяет сократить остаточные расходимости во всех однопетлевых диаграммах, в том числе в диаграммах, содержащих контр-членные вставки. Это следует из того, что перед массами калибровочного поля и духов Нильсена–Каллош стоят перенормированные константы связи, а перед остальными членами – голые константы связи. Данный вопрос будет более подробно обсуждаться далее.

3. ДВУХПЕТЛЕВОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ

Результат однопетлевого вычисления β -функции с использованием метода фонового поля хорошо известен [20]. Использование регуляризации высшими ковариантными производными существенно не меняет ни способ вычисления, ни его результат [19]. Отметим некоторые характерные особенности. Квантовое суперполе V не дает вклада в однопетлевые диаграммы, поскольку в соответствующих диаграммах количество спинорных производных D , действующих на пропагаторы, оказывается меньше четырех. Действительно, результат вычисления любой двухточечной диаграммы пропорционален $\delta_{xy}^8 \hat{P} \delta_{xy}^8$, где x и y – точки, к которым прикреплены внешние линии. При этом отличный от нуля результат получается, только если оператор $\hat{P}$ содержит четыре спинорных производных. Однако в двух вершинах имеется не более двух спинорных производных, а пропагаторы калибровочного поля спинорных производных не содержат. Поэтому все однопетлевые двухточечные диаграммы автоматически оказываются равными нулю. По той же причине равными нулю оказываются однопетлевые диаграммы с полями Паули–Вилларса, соответствующие калибровочному полю. Поскольку наличие высших производных не меняет числа спинорных производных в вершинах, в регуляризованной теории однопетлевой вклад квантового поля также будет равен нулю.

Таким образом, однопетлевая двухточечная функция Грина калибровочного поля полностью определяется вкладами духов Фаддеева–Попова и духов Нильсена–Каллош. Если мы используем описанный выше способ регуляризации и фиксацию калибровки, то лагранжианы для духовых полей не зависят от слагаемых с высшими производными. В силу антикоммутационных соотношений вклады каждого из духовых полей отличаются по знаку от вклада кирального скалярного суперполя в присоединенном представлении калибровочной группы. Поэтому в однопетлевом приближении функция Гелл-Манна–Лоу имеет вид

$$\beta(\alpha) = -\frac{3C_2\alpha^2}{2\pi} + O(\alpha^3). \quad (42)$$

Вычисление эффективного действия в двухпетлевом приближении производится стандартным образом. При этом вклад дают диаграммы, схематично показанные

на рисунке. Обычные диаграммы получаются из них после добавления всеми возможными способами двух внешних линий фонового калибровочного поля. На рисунке пропагатор квантового поля V обозначен волнистой линией, пропагатор духов Фаддеева–Попова – штриховой линией, а пропагатор духов Нильсена–Каллош – пунктиром. Заметим, что поскольку духи Нильсена–Каллош взаимодействуют только с фоновым полем, они дают вклад только в однопетлевом приближении.

Диаграммы, дающие вклады в двухпетлевую β -функцию $N = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса.

Наличие регуляризации высшими производными приводит к пропагатору квантового поля вида

$$\frac{1}{q^2(1 + q^{2n}/\Lambda^{2n})} \quad (43)$$

(в евклидовом пространстве после поворота Вика), а также к изменению правил Фейнмана для вершин, которые содержат две линии квантового поля V . В частности, для вершины с одной линией фонового суперполя $\mathbf{V}$ (это суперполе мы будем обозначать жирной волнистой линией), импульс которого равен p ,

$$\text{wavy line with dot} \sim \frac{1}{4}(2k+p)_\mu \bar{D}\gamma^\mu \gamma_5 D \mathbf{V} \left(1 + \frac{(k+p)^{2n+2} - k^{2n+2}}{\Lambda^{2n}((k+p)^2 - k^2)} \right), \quad (44)$$

а для вершины с двумя линиями фонового суперполя $\mathbf{V}$ с импульсами p и $-p$

$$\begin{aligned} \text{two wavy lines with dots} &\sim (4\mathbf{V}\partial^2\Pi_{1/2}\mathbf{V} + p^2\mathbf{V}^2) \left(1 + (n+1)\frac{k^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) + \frac{1}{\Lambda^{2n}} \times \\ &\times ((2k+p)^2\mathbf{V}\partial^2\Pi_{1/2}\mathbf{V} + \mathbf{V}^2((k+p)^2 - k^2)^2) \times \\ &\times \left(\frac{(k+p)^{2n+2} - k^{2n+2}}{((k+p)^2 - k^2)^2} - \frac{(n+1)k^{2n}}{(k+p)^2 - k^2} \right) - 4\mathbf{V}\partial^2\Pi_{1/2}\mathbf{V}. \end{aligned} \quad (45)$$

Проведенные вычисления показали, что двухпетлевой вклад духов Фаддеева–Попова в функцию Гелл-Манна–Лоу равен нулю, что согласуется, например, с результатами работы [29] (интегралы, которые определяют двухточечную функцию Грина, для духов оказываются равными некоторым конечным постоянным).

Как уже отмечалось, полный двухпетлевой вклад двухточечных диаграмм в эффективное действие в силу тождества Славнова–Тейлора может быть представлен

в виде (3). Для того чтобы найти функцию d^{-1} с точностью до несущественной постоянной, продифференцируем ее по $\ln \Lambda$, а затем положим внешний импульс p равным нулю (возможность выполнить такую операцию связана существенным образом с использованием регуляризации высшими ковариантными производными). Далее мы увидим, что в результате производная оказывается равной некоторой конечной постоянной:

$$\frac{d}{d \ln \Lambda} d^{-1} \left(\alpha, \frac{\Lambda}{p} \right) \Big|_{p=0} = d_2. \quad (46)$$

Как следствие, функция d^{-1} логарифмически зависит от импульса:

$$d^{-1} \left(\alpha, \frac{\Lambda}{p} \right) = d_2 \ln \frac{\Lambda}{p} + \text{const}. \quad (47)$$

Проводя явное вычисление двухпетлевых диаграмм, показанных на рисунке (пока без учета диаграмм с контрчленными вставками), дифференцируя результат по $\ln \Lambda$, а затем полагая $p = 0$, получаем, что (в евклидовом пространстве после поворота Вика)

$$d_2 = 8\pi \cdot 6\pi\alpha_0 \frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (q^2(1 + q^{2n}/\Lambda^{2n}))^{-1} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \frac{d}{dk^2} \left\{ \left((q+k)^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(1 + \frac{(q+k)^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) \right)^{-1} \left[2(n+1) \left(1 + \frac{k^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right)^{-1} - 2n \left(1 + \frac{k^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right)^{-2} \right] \right\}. \quad (48)$$

При этом важно заметить, что переход к пределу $p \rightarrow 0$ является достаточно нетривиальным, поскольку в окончательном результате могут присутствовать слагаемые, пропорциональные p или p^2 и содержащие инфракрасные расходимости, или слагаемые, пропорциональные p , но дающие конечный вклад в d_2 . Однако вычисление показало, что все такие слагаемые взаимно уничтожаются. Кроме того, сумма диаграмм, как оказалось, представляет собой полную производную по модулю петлевого импульса, что позволяет легко вычислить интеграл по $d^4 k$, который содержится в формуле (48). Действительно, в четырехмерных сферических координатах

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \frac{d}{dk^2} f(k^2) = \frac{1}{16\pi^2} (f(\infty) - f(0)). \quad (49)$$

При этом в (48) подстановка в верхнем пределе оказывается равной нулю благодаря наличию регуляризации высшими производными, и нетривиальный вклад дает только подстановка в нижнем пределе. Используя эту формулу, получаем, что

$$d_2 = -6\alpha_0 \frac{d}{d \ln \Lambda} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left(q^2 \left(1 + \frac{q^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) \right)^{-2}. \quad (50)$$

Такой интеграл также может быть легко вычислен в четырехмерных сферических координатах:

$$d_2 = \frac{12\alpha_0}{\pi} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^4} q^2 \frac{d}{dq^2} \left(1 + \frac{q^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right)^{-2} = \frac{3\alpha_0}{4\pi^3} \left(1 + \frac{q^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right)^{-2} \Big|_0^\infty = -\frac{3\alpha_0}{4\pi^2} \quad (51)$$

(заметим, что полученный при этом результат не зависит от параметра регуляризации n). Поэтому в двухпетлевом приближении

$$d^{-1}\left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p}\right) = \frac{1}{\alpha_0} - \frac{3C_2}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{p} - \frac{3\alpha_0 C_2^2}{(2\pi)^2} \ln \frac{\Lambda}{p} + \text{const} + O(\alpha_0^2). \quad (52)$$

Как следствие, функция Гелл-Манна–Лоу, определяемая формулой (4), в двухпетлевом приближении оказывается равной

$$\beta(\alpha) = -\frac{3C_2\alpha^2}{2\pi} - \frac{3\alpha^3 C_2^2}{(2\pi)^2} + O(\alpha^4) \quad (53)$$

и совпадает с разложением точной β -функции НШВЗ в рассматриваемом приближении. Заметим, что этот результат не зависит от наличия конечной постоянной в формуле (52).

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИАГРАММ С КОНТРЧЛЕННЫМИ ВСТАВКАМИ

При вычислении квантовых поправок необходимо также учитывать диаграммы с контрчленными вставками. Обычно добавление контрчленов эквивалентно разделению голой константы связи на перенормированную константу связи и некоторый бесконечный добавок. Однако при использовании неинвариантных регуляризаций (в частности, рассматриваемой здесь регуляризации, которая нарушает БРСТ-инвариантность) необходимо добавить дополнительные контрчлены, которые восстанавливают тождества Славнова–Тейлора в каждом порядке теории возмущений [22], [23], и, вообще говоря, провести анализ таких контрчленов. В рассматриваемом нами случае ситуация несколько упрощается. Действительно, однопетлевая двухточечная функция Грина для духов Фаддеева–Попова является конечной и не зависит от регуляризации. Взаимодействие духов с фоновым полем фиксируется фоновой калибровочной инвариантностью, которая в рассматриваемой регуляризации не нарушается. Поэтому в двухпетлевом приближении дополнительные контрчлены не будут вносить вклад в контрчленные диаграммы, содержащие петлю духов Фаддеева–Попова. Кроме того, слагаемые с духами Фаддеева–Попова, очевидно, не зависят от того, какая константа связи, голая или перенормированная, стоит в действии, фиксирующем калибровку. Как следствие, их вклады также не зависят от того, как голая константа связи разделяется на перенормированную константу и контрчлены.

При квантовании теории в членах, фиксирующих калибровку, мы также пишем голую константу связи e_0 . Поэтому квадратичная по квантовому полю часть действия записывается в виде

$$\frac{1}{2e_0^2} \text{tr Re} \int d^4x d^4\theta V \left[\mathbf{D}_\mu^2 \left(1 + \frac{\mathbf{D}_\mu^{2n}}{\Lambda^{2n}} \right) + 2W^a \mathbf{D}_a \right] V. \quad (54)$$

Кроме того, нарушение инвариантности относительно БРСТ-преобразований может привести к необходимости добавления дополнительных контрчленов, пропорциональных

$$\text{tr} \int d^4x d^4\theta V D_\mu^2 V \quad (55)$$

(в случае нулевого фонового поля об этом см. в работах [24], [25]; слагаемые, которые содержат фоновое поле, восстанавливаются благодаря существованию фоновой калибровочной инвариантности). Но это означает, что все однопетлевые диаграммы, включая диаграммы с контрчленными вставками (возникающими как за счет перенормировки константы связи, **так и за счет дополнительных контрчленов**), в которых по петле распространяется квантовое поле V , оказываются равными нулю, поскольку в них может быть не более двух спинорных производных.

Перейдем к рассмотрению диаграмм, которые содержат петлю духов Нильсена–Каллош. Поскольку духи Нильсена–Каллош присутствуют только в однопетлевом приближении, дополнительных контрчленов, связанных с неинвариантностью регуляризации относительно БРСТ-преобразований, в таких диаграммах не возникает. Однако перенормировка константы связи приводит к существенному вкладу контрчленных диаграмм. Действительно, коэффициент в действии духов Нильсена–Каллош должен быть таким же, как и в членах, фиксирующих калибровку. Поэтому в нем с необходимостью присутствует голая константа связи:

$$S_B = \frac{1}{4e_0^2} \text{tr} \int d^8x B^+ e^{2V} B. \quad (56)$$

Для того чтобы регуляризовать диаграммы с контрчленными вставками и петлей духов Нильсена–Каллош, действие для соответствующих полей Паули–Вилларса должно записываться в виде

$$\text{tr} \int d^4x \left(\frac{1}{4e_0^2} \int d^4\theta B_{\text{PV}}^+ e^{2V} B_{\text{PV}} + \frac{M_B}{2e^2} \int d^2\theta B_{\text{PV}}^2 + \frac{M_B}{2e^2} \int d^2\theta (B_{\text{PV}}^+)^2 \right), \quad (57)$$

где также присутствует голая константа связи e_0 , а M_B пропорциональна параметру регуляризации Λ . Действительно, зададим голую константу связи равенством $1/e_0^2 = Z_3/e^2$, где e – перенормированная константа связи, а Z_3 – константа перенормировки. Тогда, разлагая детерминант Паули–Вилларса для духов Нильсена–Каллош по степеням $Z_3 - 1$, получаем слагаемые, которые регуляризуют диаграммы с контрчленными вставками. Однако добавление такого детерминанта приводит к тому, что в производящем функционале появляется зависимость от точки нормировки при фиксированной голой константе связи e_0 , поскольку от μ зависит перенормированная константа связи e .

Вычисление расходимостей для действия, аналогичного (57), в абелевом случае было выполнено, например, в работе [7]. В рассматриваемом нами случае также необходимо учесть дополнительный множитель $-C_2/2$, который возникает из-за того, что духи Нильсена–Каллош антикоммутируют и лежат в присоединенном представлении калибровочной группы (в абелевом случае имеется два суперполя материи, а в нашем – только одно.) Кроме того, константу перенормировки поля

материи Z необходимо заменить на константу Z_3 . С учетом этих замечаний результат работы [7] можно переформулировать следующим образом. Вклад контрчленных диаграмм для духов Нильсена–Каллош в $1/\alpha$ может быть записан в виде $(C_2/2\pi) \ln Z_3$. Для того чтобы найти этот вклад в двухпетлевом приближении, мы учтем, что после проведения однопетлевой перенормировки константа перенормировки оказывается равной

$$Z_3 = 1 + \frac{3C_2\alpha}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu} + O(\alpha^2). \quad (58)$$

Поэтому вклад диаграмм с контрчленными вставками в двухпетлевом приближении записывается как

$$\frac{3\alpha C_2^2}{(2\pi)^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu}. \quad (59)$$

Этот вклад в точности сокращает двухпетлевую расходимость, и в результате после проведения однопетлевой перенормировки имеем

$$d^{-1} \left(\alpha, \frac{\mu}{p} \right) = \frac{1}{\alpha} - \frac{3C_2}{2\pi} \ln \frac{\mu}{p} - \frac{3\alpha C_2^2}{(2\pi)^2} \ln \frac{\mu}{p} + O(\alpha^2). \quad (60)$$

Для произвольного порядка теории возмущений разумно предположить, что двухточечная функции Грина калибровочного поля имеет вид

$$\frac{1}{d(\alpha, \mu/p)} = \frac{1}{\alpha_0} - \frac{1}{2\pi} C_2 \ln d \left(\alpha_0, \frac{\Lambda}{p} \right) + \frac{1}{2\pi} C_2 \ln Z_3 \left(\alpha, \frac{\Lambda}{\mu} \right) - \frac{3}{2\pi} C_2 \ln \frac{\Lambda}{p}. \quad (61)$$

Действительно, можно легко убедиться, что при дифференцировании этого равенства по $\ln p$ получается точная β -функция НШВЗ, а слагаемое, пропорциональное $\ln Z_3$, получается из вкладов диаграмм с контрчленными вставками. В двухпетлевом приближении эта формула согласуется с (52), если учесть вклад диаграмм с контрчленными вставками.

Из формулы (61) следует, что расходимости присутствуют только в однопетлевом приближении. Действительно, поскольку величина

$$\frac{1}{d(\alpha, \mu/p)} = \frac{1}{d(\alpha_0(\alpha, \Lambda/\mu), \Lambda/p)} Z_3(\alpha, \Lambda/\mu) \quad (62)$$

является конечной, необходимо скомпенсировать только однопетлевую расходимость. Для этого голая константа связи представляется следующим образом:

$$\frac{1}{\alpha_0} = \frac{1}{\alpha} + \frac{3}{2\pi} C_2 \ln \frac{\Lambda}{\mu}. \quad (63)$$

Заметим, что наличие расходимостей только в однопетлевом приближении в данном случае совсем не означает, что физическая β -функция однопетлевая. Действительно, физическая β -функция представляет собой производную по логарифму импульса от двухточечной функции Грина при надлежащих граничных условиях. Такая величина, как мы уже видели, будет иметь поправки во всех петлях. При этом связь

между расходимостями и физической β -функцией нарушается вследствие выбора такого способа регуляризации диаграмм с контрчленными вставками, который приводит к зависимости производящего функционала от точки нормировки при фиксированной голой константе связи [30].

Таким образом, если справедлива формула (61), то функция Гелл-Манна-Лоу совпадает с точной β -функцией НШВЗ, а расходимости в двухточечной функции Грина присутствуют только в однопетлевом приближении.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в данной работе исследование свидетельствует о том, что регуляризацию с помощью высших ковариантных производных можно достаточно легко применить для вычисления квантовых поправок в суперсимметричной теории Янга-Миллса. Использование такой регуляризации позволяет дифференцировать по параметру регуляризации Λ и полагать внешний импульс равным нулю. В результате можно получить выражение для функции Гелл-Манна-Лоу, которое в рассматриваемом приближении совпадает с разложением точной β -функции НШВЗ. Еще раз заметим, что функция Гелл-Манна-Лоу от выбора схемы перенормировки не зависит. При этом очень интересно, что применение регуляризации высшими ковариантными производными в суперсимметричных теориях позволяет аналитически вычислить все интегралы, поскольку сумма их подынтегральных выражений сводится к полной производной. Точно такая же особенность была отмечена и в абелевом случае в работе [9].

Мы показали, что при использовании регуляризации высшими производными расходимости в двухточечной функции Грина присутствуют только в однопетлевом приближении. Заметим, что расходящаяся часть двухточечной функции Грина не есть физическая величина, физической величиной является функция Гелл-Манна-Лоу, вклады в которую дают все порядки теории возмущений. Полученный результат в значительной степени подтверждает рассуждения, сделанные в работе [31], в которой предполагалось, что действие Вильсона S_W является чисто однопетлевым, а эффективное действие Γ имеет поправки во всех петлях. В данном случае роль S_W играет обычное перенормированное действие. Как и в электродинамике, функция Гелл-Манна-Лоу не совпадает с функцией $b(\alpha)$, определенной по расходящейся части эффективного действия, вследствие аномалии масштабирования [32], которая приводит к тому, что определенный стандартным образом производящий функционал зависит от точки нормировки.

Заметим, что использование регуляризации высшими ковариантными производными может позволить вывести выражение для точной β -функции НШВЗ путем непосредственного суммирования диаграмм Фейнмана точно во всех порядках теории возмущений аналогично случаю суперсимметричной электродинамики. В настоящее время эта работа находится в стадии исследования.

Благодарности. Работа была поддержана РФФИ (грант № 05-01-00541).

Список литературы

- [1] V. Novikov, M. Shifman, A. Vainstein, V. Zakharov, *Phys. Lett. B*, **166**:3 (1986), 329–333.
- [2] L. V. Avdeev, O. V. Tarasov, *Phys. Lett. B*, **112** (1982), 356–358.
- [3] I. Jack, D. R. T. Jones, C. G. North, *Nuclear. Phys. B*, **473** (1996), 308–322.
- [4] I. Jack, D. R. T. Jones, C. G. North, *Phys. Lett. B*, **386** (1996), 138–140.
- [5] I. Jack, D. R. T. Jones, *Regularisation of supersymmetric theories*, [arXiv: hep-ph/9707278](#).
- [6] J. Mas, M. Perez-Victoria, C. Seijas, *JHEP*, **03** (2002), 049.
- [7] A. Soloshenko, K. Stepanyantz, *Two-loop renormalization of $N = 1$ supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives*, [arXiv: hep-th/0203118](#).
- [8] А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **134**:3 (2003), 430–446.
- [9] A. A. Soloshenko, K. V. Stepanyantz, *Three-loop β -function for $N = 1$ supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives*, [arXiv: hep-th/0304083](#); А. А. Солошенко, К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **140**:3 (2004), 437–459.
- [10] А. Б. Пименов, К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **147**:2 (2006), 290–302.
- [11] А. А. Славнов, *ТМФ*, **23**:1 (1975), 3–10.
- [12] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей*, Наука, М., 1988.
- [13] К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **142**:1 (2005), 37–57.
- [14] К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **146**:3 (2006), 385–401.
- [15] К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **150**:3 (2007), 441–460.
- [16] C. Martin, F. Ruiz Ruiz, *Nuclear. Phys. B*, **436** (1995), 545–581.
- [17] M. Asorey, F. Falceto, *Phys. Rev. D*, **54** (1996), 5290–5301.
- [18] T. Bakeyev, A. Slavnov, *Mod. Phys. Lett. A*, **11**:19 (1996), 1539–1554.
- [19] P. Pronin, K. Stepanyantz, *Phys. Lett. B*, **414** (1997), 117–122.
- [20] П. Уэст, *Введение в суперсимметрию и супергравитацию*, Мир, М., 1989.
- [21] S. J. Gates Jr., M. Grisaru, M. Roček, W. Siegel, *Superspace, or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry*, Front. Phys., **58**, Benjamin/Cummings, Reading, MA, 1983.
- [22] А. А. Славнов, *Phys. Lett. B*, **518** (2001), 195–200.
- [23] А. А. Славнов, *ТМФ*, **130**:1 (2002), 3–14.
- [24] А. А. Славнов, К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **135**:2 (2003), 265–279.
- [25] А. А. Славнов, К. В. Степаньянц, *ТМФ*, **139**:2 (2003), 179–191.
- [26] P. West, *Nuclear. Phys. B*, **268** (1986), 113–124.
- [27] H. Kluberg-Stern, J. B. Zuber, *Phys. Rev. D*, **12** (1975), 467–481.
- [28] H. Kluberg-Stern, J. B. Zuber, *Phys. Rev. D*, **12** (1975), 482–488.
- [29] L. F. Abbott, M. T. Grisary, D. Zanon, *Nuclear Phys. B*, **244** (1984), 454–468.
- [30] К. Степаньянц, *ТМФ*, **140**:1 (2004), 53–77.
- [31] M. Shifman, A. Vainstein, *Nuclear Phys. B*, **277** (1986), 456–486.
- [32] N. Arkani-Hamed, H. Mirayama, *JHEP*, **06** (2000), 030.

Поступила в редакцию 27.03.2007,
после доработки 17.05.2007