Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Маслов, Новая концепция процесса нуклеации,
ТМФ, 2008, том 156, номер 1, 159–160

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6237>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.207.199.55

26 апреля 2023 г., 17:51:15

© 2008 г.

В. П. Маслов*

НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ ПРОЦЕССА НУКЛЕАЦИИ

Современные эксперименты по однородной нуклеации аргона демонстрируют резкое расхождение с теоретическими данными, предсказанными на основе классической теории. Предлагается новый подход к этой проблеме.

Ключевые слова: перенасыщенный газ, кластеры, фазовый переход, распределение Бозе–Эйнштейна.

Пусть имеется сосуд объема V , наполненный газом. Если сделать замедленный снимок, то движущаяся частица оставит после себя некоторый “хвост”, длина которого пропорциональна скорости ее движения. По такому снимку можно определить, сколько частиц движется в определенном интервале скоростей. При этом не важно, какая частица находится на каком месте и какой из частиц соответствует данная скорость. Выведем формулы распределения частиц по скоростям, а именно, формулы, определяющие, в каком диапазоне вероятнее всего встречаются частицы, двигающиеся со скоростями, попадающими в заданный интервал.

Пусть E_0 – энергия, отвечающая средней поступательной скорости максимального кластера (зародыша). Предполагается, что эта скорость много меньше средней скорости молекул газа. Пусть $N \rightarrow \infty$ – число невзаимодействующих частиц с гамильтонианом $p^2/2m$ в объеме V , $p = (p_x, p_y, p_z)$, P – достаточно высокое давление газа в сосуде, которому отвечает энергия газа $\mathcal{E}$. Разобьем пространство импульсов p на конечное число областей

$$E_l \leq \frac{p^2}{2m} \leq E_{l+1}, \quad l = 0, \dots, s-1, \quad E_0 > 0, \quad E_s = E \rightarrow \infty, \quad p \in \mathbb{R}^3. \quad (1)$$

Тогда $E_l = E_0(l+1)$. Пусть N_l – неупорядоченная выборка с возвращением в ячейку $E_{l+1} - E_l$. Иными словами, неупорядоченная выборка с возвращением из N шаров по ячейкам (“энергетическим ящикам”)

$$V \int_{E_l}^{E_{l+1}} \frac{p^2}{2m} dp = \frac{2}{5} (2m)^{3/2} (E_{l+1}^{5/2} - E_l^{5/2}) V \quad (2)$$

приводит к соотношению $\sum_{l=1}^s N_l E_l q_l \leq \mathcal{E}$, $q_l \cong [l^{1/2}]$, $\mathcal{E} \rightarrow \infty$, $s \rightarrow \infty$. Это значит, что для “кратностей вида $[l^{1/2}]$ ” для “чисел заполнения” N_l выполняется теорема 1 работы [1], уточненная в [2], [3].

---

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: v.p.maslov@mail.ru

Положим $\Delta N_l = N_0^{\alpha_l + \varepsilon}$, где ε – достаточно малое положительное число, величины α_l , $1/2 < \alpha_l < 2/3$, зависят от l и вычисляются для вышеприведенного неравенства с помощью известного метода тригонометрических сумм [4], [5], а N_0 – число частиц в перенасыщенном газе (см. ниже). Существуют такие постоянные C_k , $k = 1, 2, \dots$, что для любого $l \in \mathbb{Z}_+$ справедлива оценка

$$P\left(\left|\sum_{j=l}^s (N_j - \bar{N}_j)\right| > \Delta N_l\right) \leq C_k N_0^{-k}, \quad (3)$$

где P – вероятность, $\bar{N}_l = q_l(e^{bl} - 1)^{-1}$, $l = 1, 2, \dots$ (в нашем случае $q_l = [l^{1/2}]$).

Поскольку плотность $\rho_{E_l} = \sum_{j=l}^s N_j / N_0$, то после применения формул Эйлера–Маклорена к ряду $\sum_{j=l}^s \bar{N}_j = \sum_{j=l}^s q_j(e^{bj} - 1)^{-1}$ получим, что $\sum_{j=l}^s q_j(e^{bj} - 1)^{-1} \sim \int_l^\infty x^{1/2}(e^{bx} - 1)^{-1} dx$. Сделав замену $x = p^2/2m$ и поделив (3) на N_0 , получим следующую теорему.

ТЕОРЕМА. *Имеет место соотношение*

$$P\left(\left|\rho_{E_l} - \int_{p^2/2m \geq E_l} (e^{bp^2/2m} - 1)^{-1} dp \right| \geq N_0^{\alpha_l - 1}\right) = O(N_0^{-k}), \quad (4)$$

где $N_0 = (mE_0)^{-3/2} \int (e^{-bp^2/2m} - 1)^{-1} dp$, k – любое целое число, $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малое число, и при $E_l \sim E_0 N_0^{\gamma_l}$, $1/2 < \gamma_l \leq 2/3$, имеем $\alpha_l = 2/3 - \gamma_l/4$. Здесь P есть лебегова мера фазового объема, определенного в скобках в (4), относительно всего объема.

Можно интерпретировать N_0 как число частиц в максимально перенасыщенном паре. Пусть мы добавили в сосуд $N > N_0$ частиц, N больше N_0 настолько, что $N - N_0 \cong N_0^{(1/2+\kappa)}$, где $\kappa < 1/6$, тогда “лишние” частицы будут иметь скорости, не превышающие $E_l \sim E_0 N^{\gamma_l}$, $\gamma_l = 4(1/6 - \kappa)$. Ниже этих скоростей распределение (4) (типа Бозе–Эйнштейна) несправедливо.

“Лишние” частицы $N - N_0$ можно интерпретировать как число зародышей, около которых начинают расти капли, если у газа существует жидкая фаза, а если жидкой фазы нет, то возникают кристаллы. В результате получается фазовый переход первого рода. Действительно, только те частицы, которые движутся со скоростью, превышающей скорость “лишних” частиц, можно с уверенностью считать частицами “чистого” газа (пара), а остальные, возможно, сконденсировались или перемешались со сконденсированными.

Список литературы

- [1] V. P. Maslov, *Russ. J. Math. Phys.*, **14**:1 (2007), 66–95.
- [2] В. П. Маслов, *ТМФ*, **154**:1 (2008), 207–208.
- [3] В. П. Маслов, В. Е. Назайкинский, *Матем. заметки*, **83**:2 (2008), 232–263.
- [4] А. А. Карацуба, *Основы аналитической теории чисел*, Наука, М., 1975.
- [5] К. Чандрасекхаран, *Арифметические функции*, Наука, М., 1975.