Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ли Гу-Цян, Термодинамические величины в окрестности дилатонной черной дыры Гиббонса–Маеды, *ТМФ*, 2008, том 157, номер 1, 154–160

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6271>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.5.30

26 апреля 2023 г., 10:07:47

© 2008 г.

Ли Гу-Цян*

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ В ОКРЕСТНОСТИ ДИЛАТОННОЙ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ГИББОНСА–МАЕДЫ

Для исследования термодинамических величин в окрестности заряженной дилатонной черной дыры использован метод рассмотрения по элементарным ячейкам. Показано, что все термодинамические величины содержат два члена: первый имеет в точности тот же вид, что и в плоском пространстве-времени, а второй явно зависит от спина полей, и поэтому им нельзя пренебрегать.

Ключевые слова: термодинамические величины, метод рассмотрения по элементарным ячейкам, вакуумное состояние Булвера, заряженная дилатонная черная дыра.

В течение последних нескольких лет поправки за счет квантовых полей к энтропии Бекенштейна–Хокинга широко изучались [1] с помощью метода рассмотрения по элементарным ячейкам [2]. Было показано, что квантовые поправки состоят из квадратично расходящегося члена, а также логарифмически расходящегося члена, который при изучении квантовых флуктуаций поля материи на фоне черной дыры не пропорционален площади горизонта. Однако квадратичную расходимость можно рассматривать как перенормировку гравитационной постоянной, определяемой как $1/G_{\text{ren}} = 1/G + \lambda\omega/12\pi\eta^2$, где η – ультрафиолетовое обрезание, ω – степень вырождения, $\lambda = 1$ для бозонных полей и $\lambda = 7/2$ для фермионных полей, а логарифмическую расходимость можно преодолеть путем переопределения радиуса горизонта за счет квантовых поправок [3]. Таким образом, полная энтропия, являющаяся суммой классической энтропии Бекенштейна–Хокинга и квантовой поправки, пропорциональна площади горизонта с учетом квантовых поправок. Сомнения относительно применимости метода рассмотрения по элементарным ячейкам выражались в [4], но в работе [5] было показано, что эти возражения преодолеваются, если правильно отождествляется основное состояние, и что локальное описание статистической механики эквивалентно описанию квантованного поля на искривленном фоне, определяемого глобально с состоянием Булвера в качестве основного состояния [6]. Недавно [7] процедура квантования, использующая вакуумное состояние Булвера и время Киллинга t , была применена для исследования термодинамических величин в окрестности шварцшильдовской черной дыры и черной дыры

*Department of Physics, Zhanjiang Normal University, Zhanjiang, Guangdong, China.
E-mail: zsgqli@hotmail.com

Райсснера–Нордстрёма и было обнаружено, что выражения для величин сильно отличаются от случая плоского пространства-времени. В данной работе этот метод применен в случае заряженной дилатонной черной дыры и исследовано влияние спина на термодинамические величины с помощью метода рассмотрения по элементарным ячейкам.

Метрика заряженной дилатонной черной дыры имеет вид [8]

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(1-a^2)/(1+a^2)} dt^2 - \\
 & - \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1-a^2)/(1+a^2)} dr^2 - \\
 & - r^2 \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{2a^2/(1+a^2)} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где r_H и r_- – горизонт событий и внутренний горизонт, a – коэффициент взаимодействия ($0 \leq a \leq 1$). Масса и заряд заряженной дилатонной черной дыры определяются выражениями

$$M = \frac{r_H}{2} + \frac{1-a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{2}, \quad Q^2 = \frac{r_H r_-}{1+a^2}. \tag{2}$$

Чтобы выразить полевые уравнения в пространстве-времени (1) в формализме Ньюмана–Пенроуза [9], введем тетрадные нуль-векторы

$$\begin{aligned}
 l^\mu &= \left(\left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(a^2-1)/(1+a^2)}, 1, 0, 0 \right), \\
 n^\mu &= \frac{1}{2} \left(1, - \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(1-a^2)/(1+a^2)}, 0, 0 \right), \\
 m^\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}r} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-a^2/(1+a^2)} \left(0, 0, 1, \frac{i}{\sin \theta} \right).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Тогда, используя формулу Ньюмана–Пенроуза, можно получить не обращающиеся в нуль спиновые коэффициенты и единственную ненулевую компоненту тензора Вейля:

$$\begin{aligned}
 \alpha = -\beta &= -\frac{1}{2\sqrt{2}r} = \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-a^2/(1+a^2)} \operatorname{ctg} \theta, \\
 \rho &= -\frac{1}{r} - \frac{a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-1}, \\
 \mu &= -\frac{1}{2r} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-a^2/(1+a^2)} \left(1 - \frac{1}{1+a^2} \frac{r_-}{r}\right), \\
 \gamma &= \frac{r_H}{4r^2} = \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(1-a^2)/(1+a^2)} + \frac{r_-}{4r^2} \frac{1-a^2}{1+a^2} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2a^2/(1+a^2)},
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\Psi_2 = & \frac{1}{2} \frac{a^4}{(1+a^2)} \frac{r_-^2}{r^4} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1+3a^2)/(1+a^2)} - \\ & - \frac{r_H}{2r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(1-a^2)/(1+a^2)} - \frac{1}{2} \frac{a^2}{1+a^2} \frac{r_H r_-}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2a^2/(1+a^2)} - \\ & - \frac{1}{2} \frac{1-a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2a^2/(1+a^2)}.\end{aligned}$$

Из соотношений (4) следует, что метрика (1) является метрикой Петрова типа D.

Используя результат Тюкольского, полевые уравнения для вейлевского нейтрино ($s = 1/2$), электромагнитного ($s = 1$) и гравитационного ($s = 2$) полей в случае без источников можно скомбинировать следующим образом:

$$\begin{aligned}& \{[D - (2p+1)\rho](\Delta - 2p\gamma + \mu) - \\ & - [\delta + 2(p-1)\alpha](\bar{\delta} - 2s\alpha) - (2s-1)(s-1)\Psi_2\}\Omega_q = 0, \\ & \{[\Delta - 2(p+1)\gamma + (1-2p)\mu](D - \rho) - \\ & - [\bar{\delta} - 2(p+1)\alpha](\delta - 2s\alpha) - (2s-1)(s-1)\Psi_2\}\Omega_q = 0,\end{aligned}\tag{5}$$

где D , Δ и δ – производные по направлениям, задаваемые как $D = l^\mu \partial_\mu$, $\Delta = n^\mu \partial_\mu$ и $\delta = m^\mu \partial_\mu$, Ω_q – модовая функция, а q представляет собой набор квантовых чисел. Первое уравнение записано для спиновых состояний $p = s$, а второе – для состояний $p = -s$.

В процедуре квантования, использующей вакуумное состояние Булвера и время Киллинга t , модовые функции этих полей в окрестности заряженной дилатонной черной дыры можно записать как

$$\Omega_q = \Omega_{Elmp} = r^{p-s} {}_p R_{lE}(r) {}_p Y_{lm}(\theta, \varphi) e^{-iEt},$$

что позволяет разделить уравнения (5) на радиальное уравнение

$$\begin{aligned}& \left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \left[\frac{2(p+1)}{r} + \left(p-1 + \frac{3}{1+a^2} \right) \frac{r_-}{r} + (p+1) \left(1 - \frac{r_H}{r} \right)^{-1} \frac{r_H}{r^2} \right] \frac{d}{dr} + \right. \\ & + E^2 \left(1 - \frac{r_H}{r} \right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2(1-a^2)/(1+a^2)} + iEC(r) + \\ & \left. + B(r) - \frac{\lambda^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_H}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-1} \right\} {}_p R_{lE}(r) = 0,\end{aligned}\tag{6}$$

где

$$\begin{aligned}B(r) = & (2p+1) \frac{a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(3-a^2)/(1+a^2)} + \\ & + (2p^2 + p - 2) \frac{a^2(1-a^2)}{(1+a^2)^2} \frac{r_-}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2} + \\ & + \frac{2p}{r^2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2(1-a^2)/(1+a^2)} + p(2p-1) \frac{a^4}{(1+a^2)^2} \frac{r_-^2}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2} +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + p \frac{r_H}{r^3} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} + \frac{p(2p+1) - (2p^2 - p + 1)a^2}{1 + a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-1} + \\
& + \frac{4pa^2}{1 + a^2} \frac{r_H r_-}{r^4} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-1}, \quad (7) \\
C(r) = & \frac{p(1 - a^2)}{1 + a^2} \frac{r_-}{r^2} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2/(1+a^2)} - \\
& - p \frac{r_H}{r^2} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1-a^2)/(1+a^2)} + \\
& + \frac{2p+1}{r} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1-a^2)/(1+a^2)} + \\
& + \frac{(2p+1)a^2}{1 + a^2} \frac{r_-}{r^2} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2/(1+a^2)},
\end{aligned}$$

и угловое уравнение

$$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta) \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{2ip \cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} - p^2 \operatorname{ctg}^2 \theta - p + \lambda^2 \right] {}_p Y_{lm}(\theta, \varphi) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) показывает, что ${}_p Y_{lm}(\theta, \varphi)$ является сферической гармоникой со спиновым весом, константа разделения λ удовлетворяет равенству $\lambda^2 = (l-p)(l+p+1)$, а l, m – целые числа, удовлетворяющие неравенствам $l \geq s$ и $-l \leq m \leq l$.

Применяя в нашем случае приближение ВКБ, запишем

$${}_p R_{lE}(r) = e^{iS(r,p,l,E)}. \quad (9)$$

Уравнение (6) тогда дает радиальное волновое число $k(r, p, l, E) \equiv \partial_r S(r, p, l, E)$:

$$\begin{aligned}
k^2 = & E^2 \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2(1-a^2)/(1+a^2)} + B(r) - \\
& - \frac{(l-p)(l+p+1)}{r^2} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-1}. \quad (10)
\end{aligned}$$

Согласно правилу квазиклассического квантования для волнового числа получаем

$$\int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} k(r, p, l, E) dr = n\pi, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (11)$$

где ε – расстояние ячеек от горизонта, а L – толщина. Положим $0 < \varepsilon \ll r_H$ и $0 < L \ll r_H$; тогда число собственных состояний с энергией, меньшей E , записывается в виде

$$\begin{aligned}
g(E) = & \sum_p \sum_l (2l+1)n = \frac{1}{\pi} \sum_p \int_s^{l_{\max}} (2l+1) dl \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} k dr = \\
= & \frac{2}{3\pi} \sum_p \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2(1-2a^2)/(1+a^2)} \times
\end{aligned}$$

$$\times \left[E^2 + \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right)^2 \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{2/(1+a^2)} B(r) + \right. \\ \left. + (p-s) \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right) \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{(1-3a^2)/(1+a^2)} \right]^{3/2} dr, \quad (12)$$

где l_{max} определяется уравнением (10). Свободная энергия системы имеет вид

$$-\beta_{\text{H}} F = \pm \sum_{\alpha} \ln(1 \pm e^{-\beta_{\text{H}} E_{\alpha}}), \quad (13)$$

где знак плюс соответствует фермиевскому случаю, а знак минус – бозевскому. Основной вклад в свободную энергию имеет вид

$$F = \mp \frac{1}{\beta_{\text{H}}} \int_0^{\infty} dE \frac{dg(E)}{dE} \ln(1 \pm e^{-\beta_{\text{H}} E}) = \\ = -\frac{15 + (-1)^{2s}}{16} \frac{2\omega\pi^3}{45\beta_{\text{H}}^4} \int_{r_{\text{H}}+\varepsilon}^{r_{\text{H}}+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2(1-2a^2)/(1+a^2)} dr - \\ - \frac{3 + (-1)^{2s}}{4} \frac{\pi}{6\beta_{\text{H}}^2} \int_{r_{\text{H}}+\varepsilon}^{r_{\text{H}}+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(1-3a^2)/(1+a^2)} f(r) dr, \quad (14)$$

где $\omega = \sum_p 1 = 2$ – вырождение вследствие наличия спина у рассматриваемых полей и

$$f(r) = \sum_p \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right) \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{(1-a^2)/(1+a^2)} B(r) - \frac{2s}{r^2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2a^2/(1+a^2)} = \\ = 4s^2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right) \left[\frac{a^2(1-a^2)}{(1+a^2)^2} \frac{r_-}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(1+3a^2)/(1+a^2)} + \right. \\ \left. + \frac{a^4}{(1+a^2)^2} \frac{r_-^2}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(1+3a^2)/(1+a^2)} + \right. \\ \left. + \frac{1-a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2a^2/(1+a^2)} \right] - \frac{2s}{r^2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2a^2/(1+a^2)} + \\ + 2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right) \left[\frac{a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2/(1+a^2)} + \right. \\ \left. + \frac{a^2(1-a^2)}{(1+a^2)^2} \frac{r_-}{r^4} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(1+3a^2)/(1+a^2)} - \right. \\ \left. - \frac{a^2}{1+a^2} \frac{r_-}{r^3} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2a^2/(1+a^2)} \right]. \quad (15)$$

Используя формулы $S = \beta_{\text{H}} \partial F / \partial \beta_{\text{H}}$ и $U = \partial(\beta_{\text{H}} F) / \partial \beta_{\text{H}}$, получим энтропию и энергию:

$$S = \frac{15 + (-1)^{2s}}{16} \frac{8\omega\pi^3}{45\beta_{\text{H}}^3} \int_{r_{\text{H}}+\varepsilon}^{r_{\text{H}}+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-2(1-2a^2)/(1+a^2)} dr + \\ + \frac{3 + (-1)^{2s}}{4} \frac{\pi}{3\beta_{\text{H}}} \int_{r_{\text{H}}+\varepsilon}^{r_{\text{H}}+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_{\text{H}}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r} \right)^{-(1-3a^2)/(1+a^2)} f(r) dr, \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{15 + (-1)^{2s}}{16} \frac{2\omega\pi^3}{15\beta_H^4} \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-2(1-2a^2)/(1+a^2)} dr + \\
 & + \frac{3 + (-1)^{2s}}{4} \frac{\pi}{6\beta_H^2} \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} r^2 \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1-3a^2)/(1+a^2)} f(r) dr. \quad (17)
 \end{aligned}$$

С другой стороны, полная энтропия и энергия имеют вид

$$\begin{aligned}
 S = & \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} \sigma(r) \frac{A(r) dr}{\sqrt{g_{tt}}} = \\
 = & 4\pi \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} \sigma(r) r^2 \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{(5a^2-1)/(2(1+a^2))} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1/2} dr, \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$U = \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} \rho(r) A(r) dr = 4\pi \int_{r_H+\varepsilon}^{r_H+\varepsilon+L} \rho(r) r^2 \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{2a^2/(1+a^2)} dr, \quad (19)$$

где в качестве элемента объема выбран сферический слой, а $A(r)$ – площадь искривленной поверхности в случайной точке вне горизонта в пространстве-времени (1), т.е.

$$A(r) = \int \sqrt{g_{\theta\theta} g_{\varphi\varphi}} d\theta d\varphi = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{2a^2/(1+a^2)}. \quad (20)$$

Множитель $1/\sqrt{g_{tt}}$ не возникает в интеграле для полной энергии тепловых возмущений [10]. Сравнивая уравнения (18) и (19) с уравнениями (16) и (17), получаем выражения для плотности энтропии и энергии:

$$\sigma(r) = \frac{15 + (-1)^{2s}}{360} \omega \pi^2 T^3(r) + \frac{3 + (-1)^{2s}}{48} f(r) T(r), \quad (21)$$

$$\rho(r) = \frac{15 + (-1)^{2s}}{480} \omega \pi^2 T^4(r) + \frac{3 + (-1)^{2s}}{96} f(r) T^2(r), \quad (22)$$

где $T(r)$ – локальная температура, определяемая соотношением Толмана [11]

$$T(r) = \frac{1}{\beta_H \sqrt{g_{tt}}} = \frac{1}{\beta_H} \left(1 - \frac{r_H}{r}\right)^{-1/2} \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{-(1-a^2)/(2(1+a^2))}. \quad (23)$$

Давление имеет вид [12]

$$P(r) = \sigma(r) T(r) - \rho(r). \quad (24)$$

Подставляя уравнения (21) и (22) в (24), находим давление:

$$P(r) = \frac{15 + (-1)^{2s}}{1440} \omega \pi^2 T^4(r) + \frac{3 + (-1)^{2s}}{96} f(r) T^2(r). \quad (25)$$

Уравнение состояния имеет вид

$$\rho(r) - 3P(r) = -\frac{3 + (-1)^{2s}}{48} f(r) T^2(r). \quad (26)$$

Итак, мы вычислили плотность энтропии (21), плотность энергии (22) и давление (25) для идеальных релятивистских газов безмассовых частиц со спинами $s = 1/2, 1, 2$ в окрестности заряженной дилатонной черной дыры в приближении

ВКБ. Наши результаты показывают, что все эти величины для спиновых полей содержат дополнительный, зависящий от спина член, которым нельзя пренебрегать при достаточно низкой температуре, например в окрестности почти экстремальной черной дыры, а общепринятый результат, состоящий в том, что плотность энтропии, плотность энергии и давление имеют тот же вид, что и в плоском пространстве-времени, выполнен только для главного члена по степеням температуры. Между тем существование дополнительных членов делает уравнение состояния (26) для спиновых полей также зависящим от спина и ненулевым. Разумеется, когда r достаточно велико, пространство-время становится пространством-временем Минковского, зависящие от спина члены в равенствах (21), (22), (25) и (26) быстро убывают, поэтому ими можно пренебречь, и результат согласуется с тем, который имеет место для пространства-времени Минковского. С другой стороны, как следует из (15), следующие за главным членом в равенствах (21), (22), (25) и (26) содержат не только квадратичное и линейное по спинам слагаемые, но и независимый от спина член. Поэтому структура следующих за главным членом для заряженной дилатонной черной дыры сильно отличается от соответствующей структуры для шварцшильдовской черной дыры и черной дыры Райсснера–Нордстрёма, для которых независимый от спина член обращается в нуль [7].

Список литературы

- [1] Z.-H. Li, *Phys. Rev. D*, **62** (2000), 024001; *Modern Phys. Lett. A*, **17**:14 (2002), 887–897; J. L. Jing, M. L. Yan, *Phys. Rev. D*, **64**:6 (2001), 064015; **69**:2 (2004), 024011; G.-Q. Li, *Acta Phys. Sinica*, **52**:6 (2003), 1346–1349; *Chinese J. Phys.*, **14** (2005), 468–471.
- [2] G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B*, **256**:4 (1985), 727–745.
- [3] S. N. Solodukhin, *Phys. Rev. D*, **51**:2 (1995), 618–621; [arXiv: hep-th/9408068](#); D. V. Fursaev, S. N. Solodukhin, *Phys. Lett. B*, **365**:1–4 (1996), 51–55; [arXiv: hep-th/9412020](#); J.-G. Demers, R. Lafrance, R. C. Myers, *Black hole entropy and renormalization*, [arXiv: gr-qc/9507042](#); J. Jiliang, *Chinese Phys. Lett.*, **14**:7 (1997), 495–498; M. Lu, J. Jiliang, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **39**:5 (2000), 1331–1337; G.-Q. Li, *J. Statist. Phys.*, **125**:3 (2006), 749–756.
- [4] F. Belgiorno, S. Liberati, *Phys. Rev. D*, **53**:6 (1996), 3172–3177; L. Susskind, J. Uglum, *Phys. Rev. D*, **50**:4 (1994), 2700–2711.
- [5] S. Mukohyama, W. Israel, *Phys. Rev. D*, **58**:10 (1998), 104005.
- [6] D. G. Boulware, *Phys. Rev. D*, **11**:6 (1975), 1404–1423.
- [7] Z.-H. Li, *Classical Quantum Gravity*, **21**:4 (2004), 1181–1185; *Chinese Phys. Lett.*, **22**:6 (2005), 1321–1324.
- [8] D. Garfinkle, G. T. Horowitz, A. Strominger, *Phys. Rev. D*, **43**:10 (1991), 3140–3143; J. H. Horne, G. T. Horowitz, *Phys. Rev. D*, **46**:4 (1992), 1340–1346; X.-H. Ge, Y.-G. Shen, *Chinese Phys. Lett.*, **21**:8 (2004), 1413–1416.
- [9] E. Newman, R. Penrose, *J. Math. Phys.*, **3** (1962), 566–578.
- [10] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, W. H. Freeman, San Francisco, 1973.
- [11] R. C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, Internat. Ser. Monogr. Phys., Clarendon Press, Oxford, 1934.
- [12] W. G. Unruh, R. M. Wald, *Phys. Rev. D*, **25**:4 (1982), 942–958.