Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, П. Б. Медведев, Та-
хионное решение в кубической полевой теории струны
Невё–Шварца, *ТМФ*, 2009, том 158, номер 3, 378–390

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6321>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.209.52.79

26 апреля 2023 г., 17:13:30

© 2009 г. И. Я. Арефьева*, Р. В. Горбачев*, П. Б. Медведев†

ТАХИОННОЕ РЕШЕНИЕ В КУБИЧЕСКОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ СТРУНЫ НЕВЁ–ШВАРЦА

Найден класс аналитических решений в модифицированной кубической теории фермионной струны, включающей $GSO(-)$ -сектор. В этот класс входит решение, содержащее тахионное поле из $GSO(-)$ -сектора и воспроизводящее правильное значение натяжение nonBPS D-браны.

Ключевые слова: струнная теория поля, суперструна, конденсация тахиона.

1. ВВЕДЕНИЕ

Решения, описывающие конденсацию тахиона [1], [2] и роллинг тахиона [3], [4], привлекли в последние годы значительное внимание, в частности в контексте космологических приложений [5]. Эти эффекты существенно непертурбативны, поэтому для их исследования естественно использовать струнную теорию поля (СТП) [6].

Важное свойство фермионной струны состоит в том, что тахион лежит в $GSO(-)$ -секторе, а это значит, что для исследования тахионных решений следует расширить теорию, включив в нее и $GSO(-)$ -сектор [7], [8]. Это относится как к кубической [9], [10], так и к неполиномиальной суперструнной теории поля (ССТП) [11].

Конденсация тахиона в кубической бозонной СТП изучалась методом обрезания по уровням [12] в многочисленных публикациях [2], [13]–[15], и гипотеза Сена [1] была подтверждена с высокой степенью точности. Тем же методом в работах [8], [16] изучалась конденсация тахиона в кубической фермионной ССТП, и гипотеза Сена была подтверждена на первых нескольких уровнях. Конденсация некоторых вспомогательных полей в кубической ССТП [9], [10] (т.е. в теории, содержащей только $GSO(+)$ -сектор) была рассмотрена в работе [17], где такое решение интерпретировалось как решение, нарушающее суперсимметрию.

В последние годы предпринимались многочисленные попытки найти аналитические решения в СТП. В 2005 г. Шнаблом было построено в явном виде аналитическое решение в виттеновской теории открытой бозонной струны и непосредственно проверен факт конденсации тахиона [18]. Как само решение, так и связанные с

---

*Математический институт им. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: arefeva@mi.ras.ru, rgorbachev@mi.ras.ru

†Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия

ним задачи обсуждались в ряде недавних работ и, в частности, была детально исследована алгебраическая структура решения Шнабла [19]–[25]. Также предметом сегодняшних исследований является поиск решений, отвечающих D-бранам низших размерностей, и аналитическое доказательство правильной связи между натяжениями D-бран.

Цель настоящей работы – построить аналитическое решение в кубической ССТП струны Невё–Шварца [8], [10]. Важное свойство этого решения – наличие тахионного поля, лежащего в $GSO(-)$ -секторе. Оказывается, что только часть построенного решения вносит вклад в действие кубической теории, и эта часть совпадает с решением, полученным недавно Эрлером [26] в кубической ССТП в $GSO(+)$ -секторе для струны Невё–Шварца. Этот факт объясняет, почему $GSO(+)$ -решение, не содержащее никакого тахионного поля, воспроизводит правильное значение натяжения nonBPS-браны.

Работа организована следующим образом. В разделе 2 мы напоминаем обозначения. В разделе 3 мы выводим решение типа чистой калибровки методом теории возмущений. В разделе 4 мы получаем тахионное решение и обсуждаем его с точки зрения алгебраического подхода. В разделе 5 мы вычисляем действие на построенном решении.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Единственное (с точностью до перемасштабирования полей) калибровочно-инвариантное действие, объединяющее $GSO(+)$ - и $GSO(-)$ -секторы, есть [8]

$$S[\Phi, \Psi] = -\frac{1}{g_0^2} \left[\frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi, Q\Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi, \Phi, \Phi \rangle + \frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Psi, Q\Psi \rangle - \langle Y_{-2} | \Phi, \Psi, \Psi \rangle \right], \quad (1)$$

где Φ и Ψ – струнные поля из $GSO(+)$ - и $GSO(-)$ -секторов соответственно, Q – BRST-заряд, Y_{-2} – оператор смены картины, $\langle \dots \rangle$ означает среднее (более подробные обозначения см. в обзоре [27]). Здесь коэффициенты перед корреляторами с нечетным числом полей фиксируются условиями калибровочной инвариантности. Для дальнейшего важно, что Φ – грассманово нечетное поле, а Ψ – грассманово четное поле. Варьируя действие по полям Φ , Ψ , получаем следующие уравнения движения (мы предполагаем, что левые части равны нулю по модулю ядра оператора Y_{-2} , подробности см. в [28]):

$$Q\Phi + \Phi \star \Phi - \Psi \star \Psi = 0, \quad (2)$$

$$Q\Psi + \Phi \star \Psi - \Psi \star \Phi = 0. \quad (3)$$

Заметим, что эта система уравнений очевидно допускает решение, полностью лежащее в $GSO(+)$ -секторе: $\Psi = 0$, $\Phi = \Phi_+$ является решением уравнения

$$Q\Phi_+ + \Phi_+ \star \Phi_+ = 0. \quad (4)$$

Решение именно этого уравнения движения было найдено в работе [26]. Однако, если мы возьмем решение, полностью лежащее в $GSO(-)$ -секторе, т.е. положим $\Phi = 0$, то в этом случае для $\Psi = \Psi_-$ мы имеем два уравнения $Q\Psi_- = 0$ и $\Psi_- \star \Psi_- = 0$.

3. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ ТИПА ЧИСТОЙ КАЛИБРОВКИ

3.1. Нулевая кривизна и решения типа чистой калибровки. Напомним, что как в бозонной СТП, так и в кубической фермионной СТП уравнения движения имеют вид условия нулевой кривизны, и поэтому формальное решение уравнения (4) может быть найдено в виде чистой калибровки:

$$\Phi_+ = \Omega^{-1} \star Q\Omega. \quad (5)$$

В частности, можно положить

$$\Phi_+ = Q\omega \frac{1}{1 - \omega} \quad (6)$$

(здесь, а также в некоторых последующих формулах мы опускаем знак $\star$ умножения между струнными полями). Эту конструкцию можно проверить непосредственно.

3.2. Построение решений типа чистой калибровки. Будем искать решение уравнений движения (2), (3) в виде разложения по вспомогательному параметру λ :

$$\Phi_\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \phi_n, \quad \Psi_\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \psi_n, \quad (7)$$

тогда уравнения (2), (3) запишутся в виде ($n = 1, 2, \dots$)

$$Q\phi_n + \sum_{p+q=n} (\phi_p \star \phi_q - \psi_p \star \psi_q) = 0, \quad Q\psi_n + \sum_{p+q=n} (\phi_p \star \psi_q - \psi_p \star \phi_q) = 0. \quad (8)$$

В первом порядке по λ имеем

$$Q\phi_1 = 0, \quad Q\psi_1 = 0. \quad (9)$$

Выберем частные решения последних уравнений в виде

$$\phi_1 = Q\phi, \quad \psi_1 = Q\psi. \quad (10)$$

Во втором порядке по λ

$$Q\phi_2 + \phi_1 \star \phi_1 - \psi_1 \star \psi_1 = 0. \quad (11)$$

Для ϕ_1, ψ_1 , заданных в (10), получаем, учитывая грассмановы четности, следующие соотношения:

$$\begin{aligned} Q\phi_2 + Q\phi \star Q\phi - Q\psi \star Q\psi &= Q\phi_2 - Q(Q\phi \star \phi) - Q(Q\psi \star \psi) = \\ &= Q(\phi_2 - Q\phi \star \phi - Q\psi \star \psi) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы решить это уравнение, мы положим

$$\phi_2 - Q\phi \star \phi - Q\psi \star \psi = 0. \quad (13)$$

Продолжая данную процедуру, получим ϕ_2 и ψ_2 :

$$\phi_2 = Q\phi \star \phi + Q\psi \star \psi, \quad \psi_2 = Q\phi \star \psi + Q\psi \star \phi. \quad (14)$$

В третьем порядке по λ находим

$$\begin{aligned}\phi_3 &= Q\phi \star (\phi^2 + \psi^2) + Q\psi \star (\phi \star \psi + \psi \star \phi), \\ \psi_3 &= Q\psi \star (\phi^2 + \psi^2) + Q\phi \star (\phi \star \psi + \psi \star \phi).\end{aligned}\quad (15)$$

Удобно ввести следующие обозначения

$$\begin{aligned}A_i &= \phi_i + \psi_i, & B_i &= \phi_i - \psi_i, \\ a &= \phi + \psi, & b &= \phi - \psi,\end{aligned}\quad (16)$$

тогда

$$\begin{aligned}A_1 &= \phi_1 + \psi_1 = Q\phi + Q\psi = Qa, \\ A_2 &= \phi_2 + \psi_2 = Q\phi \star (\phi + \psi) + Q\psi \star (\phi + \psi) = Qa \star a, \\ A_3 &= \phi_3 + \psi_3 = Q\phi \star (\phi + \psi)^2 + Q\psi \star (\phi + \psi)^2 = Qa \star a^2, \\ A_4 &= \phi_4 + \psi_4 = Q\phi \star (\phi + \psi)^3 + Q\psi \star (\phi + \psi)^3 = Qa \star a^3\end{aligned}\quad (17)$$

и т.д. Таким образом, поле A_n записывается в виде

$$\phi_n + \psi_n = A_n = Qa \star a^{n-1}. \quad (18)$$

Если мы положим $A_\lambda \equiv \Phi_\lambda + \Psi_\lambda$, то получим

$$A_\lambda = \Phi_\lambda + \Psi_\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n (\phi_n + \psi_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n A_n = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n Qa \star a^{n-1} = \lambda Qa \star \frac{1}{1 - \lambda a}. \quad (19)$$

Подобным образом, положив

$$\begin{aligned}B_1 &= \phi_1 - \psi_1 = Q\phi - Q\psi = Qb, \\ B_2 &= \phi_2 - \psi_2 = Q\phi \star (\phi - \psi) - Q\psi \star (\phi - \psi) = Qb \star b, \\ B_3 &= \phi_3 - \psi_3 = Q\phi \star (\phi - \psi)^2 - Q\psi \star (\phi - \psi)^2 = Qb \star b^2, \\ B_4 &= \phi_4 - \psi_4 = Q\phi \star (\phi - \psi)^3 - Q\psi \star (\phi - \psi)^3 = Qb \star b^3,\end{aligned}\quad (20)$$

мы получим, что

$$\phi_i - \psi_i = B_i = Qb \star b^{i-1}, \quad (21)$$

и это дает

$$B_\lambda \equiv \Phi_\lambda - \Psi_\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n (\phi_n - \psi_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n B_n = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n Qb \star b^{n-1} = \lambda Qb \star \frac{1}{1 - \lambda b}. \quad (22)$$

Уравнения движения (2), (3) в терминах A_λ и B_λ принимают следующую форму:

$$QA_\lambda + B_\lambda \star A_\lambda = 0, \quad QB_\lambda + A_\lambda \star B_\lambda = 0, \quad (23)$$

а их решения суть

$$A_\lambda = \lambda Qa \star \frac{1}{1 - \lambda a}, \quad B_\lambda = \lambda Qb \star \frac{1}{1 - \lambda b}. \quad (24)$$

Прямой проверкой устанавливается, что такие A_λ и B_λ удовлетворяют уравнениям (23). Действительно, так как

$$Q \frac{1}{1-\lambda b} = \lambda \frac{1}{1-\lambda a} Qb \frac{1}{1-\lambda b}, \quad Q \frac{1}{1-\lambda a} = \lambda \frac{1}{1-\lambda b} Qa \frac{1}{1-\lambda a}, \quad (25)$$

для QA_λ и QB_λ при A_λ и B_λ , заданных в (19) и (22), можно записать следующие уравнения:

$$\begin{aligned} QA_\lambda &= \lambda Q \left(Qa \frac{1}{1-\lambda a} \right) = -\lambda^2 Qb \frac{1}{1-\lambda b} Qa \frac{1}{1-\lambda a} = -B_\lambda \star A_\lambda, \\ QB_\lambda &= \lambda Q \left(Qb \frac{1}{1-\lambda b} \right) = -\lambda^2 Qa \frac{1}{1-\lambda a} Qb \frac{1}{1-\lambda b} = -A_\lambda \star B_\lambda. \end{aligned} \quad (26)$$

Вернувшись к первоначальным переменным, мы получаем решение

$$\begin{aligned} \Phi_\lambda &= \frac{\lambda}{2} Q(\phi + \psi) \frac{1}{1-\lambda(\phi + \psi)} + \frac{\lambda}{2} Q(\phi - \psi) \frac{1}{1-\lambda(\phi - \psi)}, \\ \Psi_\lambda &= \frac{\lambda}{2} Q(\phi + \psi) \frac{1}{1-\lambda(\phi + \psi)} - \frac{\lambda}{2} Q(\phi - \psi) \frac{1}{1-\lambda(\phi - \psi)}, \end{aligned} \quad (27)$$

которое параметризуется набором из двух струнных полей $\{\phi, \psi\}$.

Полезно рассмотреть два частных случая.

- Пусть $\psi = 0$. В этом случае $a = b$ и

$$A_\lambda = \lambda Q\phi \frac{1}{1-\lambda\phi} = B_\lambda, \quad (28)$$

что дает

$$\Phi_\lambda = \frac{1}{2} (A_\lambda + B_\lambda) = A_\lambda, \quad \Psi_\lambda = \frac{1}{2} (A_\lambda - B_\lambda) = 0, \quad (29)$$

и мы имеем решение уравнений движения (2), (3), соответствующее $\Psi = 0$, т.е. чисто бозонной форме уравнения (2) $Q\Phi + \Phi^2 = 0$. Решение этого уравнения было получено в работе [26] с начальным полем $\phi = B_1^T c_1 |0\rangle$, где $B_1^T c_1$ есть линейная комбинация мод духовых полей $b(z)$, $c(z)$.

- Пусть $\phi = 0$. В этом случае

$$A_\lambda = \lambda Q\psi \frac{1}{1-\lambda\psi}, \quad B_\lambda = -\lambda Q\psi \frac{1}{1+\lambda\psi} \quad (30)$$

и, таким образом,

$$\Phi_\lambda = \lambda^2 Q\psi \star \frac{\psi}{1-\lambda^2\psi^2}, \quad \Psi_\lambda = \lambda Q\psi \star \frac{1}{1-\lambda^2\psi^2}. \quad (31)$$

4. РЕШЕНИЕ, ОПИСЫВАЮЩЕЕ КОНДЕНСАЦИЮ ТАХИОНА

4.1. Алгебраическое построение решений. Исходными формулами для решений, описывающих конденсацию тахиона, служат равенства (27). Выберем конкретные ϕ и ψ . Из вычислений, сделанных методом обрезания по уровням, мы знаем [8], что струнное поле, описывающее конденсацию тахиона в феминонной струне,

начинается с тахионной компоненты $|\text{fermion tachyon}\rangle = \gamma_{1/2}|0\rangle$. Аналогично решение, описывающее конденсацию тахиона в бозонной струне, начинается с тахионной компоненты $|\text{boson tachyon}\rangle = c_1|0\rangle$. Решение Шнабла в бозонной струне начинается с $\phi_{\text{boson}} = B_1^L c_1|0\rangle$ [18], [19]. Выберем в качестве полей ϕ и ψ следующие:

$$\phi = B_1^L c_1|0\rangle, \quad \psi = B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle. \quad (32)$$

Чтобы построить решение по формулам (27), удобно использовать следующее эквивалентное (27) представление:

$$\Phi_\lambda = \frac{\lambda}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n (Qa \star a^n + Qb \star b^n), \quad \Psi_\lambda = \frac{\lambda}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n (Qa \star a^n - Qb \star b^n). \quad (33)$$

Далее, используя это представление и стартовые поля (32), мы найдем явный вид для Φ_λ и Ψ_λ .

Вычислим сначала Qa и Qb :

$$\begin{aligned} Qa &= Q(\phi + \psi) = Q(B_1^L c_1|0\rangle + B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle) = \\ &= Q(|0\rangle - B_1^R c_1|0\rangle - B_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle) = -QB_1^R c_1|0\rangle - QB_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= -K_1^R c_1|0\rangle + B_1^R Qc_1|0\rangle - K_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle + B_1^R Q\gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= -K_1^R (c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R (c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle + B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} Qb &= Q(\phi - \psi) = Q(B_1^L c_1|0\rangle - B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle) = \\ &= Q(|0\rangle - B_1^R c_1|0\rangle + B_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle) = -QB_1^R c_1|0\rangle + QB_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= -K_1^R c_1|0\rangle + B_1^R Qc_1|0\rangle + K_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle - B_1^R Q\gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= -K_1^R (c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R (c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle; \end{aligned} \quad (35)$$

здесь мы использовали формулы из приложения. Теперь можно вычислить a^n , b^n . Начнем с того, что вычислим a^2 и b^2 :

$$a^2 = \phi^2 + \psi^2 + \phi\psi + \psi\phi, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \phi^2 &= B_1^L c_1|0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = (1 - B_1^R c_1)|0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = \\ &= |0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle - B_1^R c_1|0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = \\ &= |0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle - c_1|0\rangle \star B_1^L B_1^L c_1|0\rangle = |0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = |0\rangle \star \phi, \\ \psi^2 &= B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = -B_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= -\gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = 0, \\ \phi\psi &= B_1^L c_1|0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = (1 - B_1^R c_1)|0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= |0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle - B_1^R c_1|0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= |0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle - c_1|0\rangle \star B_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = |0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = |0\rangle \star \psi, \\ \psi\phi &= B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = -B_1^R \gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L c_1|0\rangle = \\ &= -\gamma_{1/2}|0\rangle \star B_1^L B_1^L c_1|0\rangle = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

В результате получаем

$$a^2 = |0\rangle \star \phi + |0\rangle \star \psi = |0\rangle \star a \quad (38)$$

и аналогично

$$b^2 = |0\rangle \star \phi - |0\rangle \star \psi = |0\rangle \star b. \quad (39)$$

Таким образом, в силу ассоциативности звездочного произведения мы имеем (здесь $n > 0$)

$$\begin{aligned} a^n &= \underbrace{|0\rangle \star |0\rangle \star \cdots \star |0\rangle}_{n-1} \star a = |n\rangle \star a = |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle + |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle, \\ b^n &= \underbrace{|0\rangle \star |0\rangle \star \cdots \star |0\rangle}_{n-1} \star b = |n\rangle \star b = |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle - |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \end{aligned} \quad (40)$$

Прямая подстановка дает

$$\begin{aligned} Qa \star a^n &= Qa \star |n\rangle \star a = Qa \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle + Qa \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= \left(-K_1^R(c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R(c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle + \right. \\ &\quad \left. + B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle \right) \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle + \\ &\quad + \left(-K_1^R(c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R(c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle + \right. \\ &\quad \left. + B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle \right) \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= -K_1^R(c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle - \\ &\quad - K_1^R(c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= (c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 |0\rangle + \\ &\quad + (c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \end{aligned} \quad (41)$$

и

$$\begin{aligned} Qb \star b^n &= Qb \star |n\rangle \star b = Qb \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle - Qb \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= \left(-K_1^R(c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R(c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle - \right. \\ &\quad \left. - B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle \right) \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle - \\ &\quad - \left(-K_1^R(c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle - B_1^R(c_0 c_1 + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2})|0\rangle - \right. \\ &\quad \left. - B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) |0\rangle \right) \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= -K_1^R(c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle + \\ &\quad + K_1^R(c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle = \\ &= (c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 |0\rangle - \\ &\quad - (c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \end{aligned} \quad (42)$$

Следовательно, при $n > 0$

$$\begin{aligned} Qa \star a^n + Qb \star b^n &= (c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle + \\ &+ (c_1 + \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle + \\ &+ (c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle - \\ &- (c_1 - \gamma_{1/2})|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle = \\ &= 2c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle + 2\gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle. \end{aligned} \quad (43)$$

Отметим, что правая часть (43) допускает определение при непрерывном положительном значении n . В этом смысле понимаются все встречающиеся в дальнейшем производные по параметру n , например $\phi'_n \equiv \frac{d}{dn} \phi_n|_{\mu=n}$. В итоге для поля Φ из $GSO(+)$ -сектора получаем

$$\Phi_\lambda = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \phi'_n, \quad (44)$$

где

$$\phi'_0 = (-K_1^R c_1 - B_1^R(c_0 c_1 + \gamma_{1/2}^2))|0\rangle, \quad (45)$$

$$\phi'_n = c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle + \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle, \quad n > 0. \quad (46)$$

Сделав совершенно аналогичные вычисления для поля Ψ из $GSO(-)$ -сектора, получим

$$\Psi_\lambda = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \psi'_n, \quad (47)$$

где

$$\psi'_0 = \left(-K_1^R \gamma_{1/2} + B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) \right) |0\rangle, \quad (48)$$

$$\psi'_n = \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle + c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle, \quad n > 0. \quad (49)$$

Заметим, что слагаемые нулевого порядка (45) и (48) могут быть получены как предел при $n \rightarrow 0$ из соответствующих членов (46) и (49) при $n > 0$ [19]. Интересно отметить, что только первое слагаемое в формуле (46) совпадает с соответствующим слагаемым в решении, полностью лежащем в $GSO(+)$ -секторе [26].

4.2. Явная проверка формул (44) и (47). Здесь мы приведем несколько шагов доказательства того, что поля, заданные формулами (44)–(46) и (47)–(49), удовлетворяют уравнениям движения. Это доказательство аналогично вычислениям Окавы для бозонной струны [19] и основано на формулах, приведенных в приложении. Мы подробно рассмотрим вычисления для поля (44). Имеем

$$\begin{aligned} Q\phi'_n &= -c_0 c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle - c_1|0\rangle \star |n\rangle \star (K_1^L)^2 c_1|0\rangle - \\ &- c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_0 c_1|0\rangle - \gamma_{1/2} \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1|0\rangle - \\ &- c_1|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} \gamma_{1/2}|0\rangle + c_1 \gamma_{-1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle - \\ &- \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2}|0\rangle + \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star (K_1^L)^2 \gamma_{1/2}|0\rangle - \\ &- \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 \gamma_{-1/2}|0\rangle + \frac{1}{2} \gamma_{1/2}|0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_0 \gamma_{1/2}|0\rangle; \end{aligned} \quad (50)$$

далее,

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{n-1} \phi'_m \phi'_{n-m} = & -K_1^R c_1 |0\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle + \\ & + K_1^R c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle - \\ & - \sum_{m=1}^{n-1} (K_1^R c_1 |0\rangle \star |m+1\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n-m\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle + \\ & + K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |m\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n-m+1\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle), \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \phi'_0 \star \phi'_n = & c_1 |0\rangle \star |n+1\rangle \star (K_1^L)^2 c_1 |0\rangle + \\ & + K_1^R c_1 |0\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle - \\ & - K_1^R c_1 |0\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle + \\ & + c_0 c_1 |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L K_1^L c_1 |0\rangle + \\ & + \gamma_{1/2} \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L K_1^L c_1 |0\rangle, \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \phi'_n \star \phi'_0 = & -K_1^R c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle + \\ & + c_1 |0\rangle \star |n+1\rangle \star K_1^L B_1^L c_0 c_1 |0\rangle + \\ & + c_1 |0\rangle \star |n+1\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} \gamma_{1/2} |0\rangle - \\ & - K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle, \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{n-1} \psi'_m \psi'_{n-m} = & -K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle + \\ & + K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle - \\ & - \sum_{m=1}^{n-1} (K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |m+1\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |n-m\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle + \\ & + K_1^R c_1 |0\rangle \star |m\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n-m+1\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle), \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \psi'_0 \star \psi'_n = & K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star B_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L c_1 |0\rangle - \\ & - K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star B_1^R c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle + \\ & + c_1 \gamma_{-1/2} |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle - \\ & - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle, \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \psi'_n \star \psi'_0 = & -K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle + \\ & + K_1^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L c_1 \gamma_{-1/2} |0\rangle - \\ & - \frac{1}{2} K^R \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n+1\rangle \star B_1^L c_0 \gamma_{1/2} |0\rangle - \\ & - K_1^R c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle \star K_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \end{aligned} \quad (56)$$

Собираем все ответы вместе и получаем равенство

$$Q \phi'_{n+1} = - \sum_{m=0}^n \phi'_m \star \phi'_{n-m} + \sum_{m=0}^n \psi'_m \star \psi'_{n-m}, \quad (57)$$

справедливое для любых $n \geq 0$. Проверка для поля (47) делается так же.

4.3. Решения в полуструнном формализме. Формулы (44) и (47) в полуструнном формализме [19], [23] можно записать как

$$\begin{aligned}\Phi &= Fc \frac{KB}{1-F^2} cF + F\gamma \frac{KB}{1-F^2} \gamma F, \\ \Psi &= Fc \frac{KB}{1-F^2} \gamma F + F\gamma \frac{KB}{1-F^2} cF.\end{aligned}\quad (58)$$

Поля, участвующие в этих формулах, удовлетворяют следующим алгебраическим соотношениям:

$$\begin{aligned}[B, K] &= 0, & [B, \gamma^2] &= 0, & [B, \gamma] &= 0, & [c, \gamma^2] &= 0, & [c, \gamma] &= 0, \\ \{B, c\} &= 1, & B^2 &= c^2 &= 0.\end{aligned}$$

Действие $d \equiv Q$ на c, γ, γ^2 задается формулами

$$dc = cKc - \gamma^2, \quad d\gamma = cK\gamma - \frac{1}{2}\gamma Kc, \quad d\gamma^2 = cK\gamma^2 - \gamma^2 Kc.$$

В соотношениях (58) F – это квадратный корень из $SL(2, \mathbb{R})$ -инвариантного вакуума, $F \equiv e^{\pi K/4} = \Omega^{1/2}$.

4.4. Сингулярные части. Интерпретируя результаты работ [19], [22], [26], можно сказать, что для вычисления значения действия на решении необходимо обеспечить выполнение уравнений движения в сильном смысле. Иными словами, полученное сингулярное решение нуждается в регуляризации. Можно использовать регуляризацию, подобную той, что была применена в работе [26] для чистого $GSO(+)$ -сектора:

$$\frac{K}{1-F^2} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^N K F^{2n} - \left(1 + \frac{1}{2}K\right) F^{2N} \right]. \quad (59)$$

Это дает

$$\begin{aligned}\Phi &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^N \varphi'_n - \varphi_N - \frac{1}{2} \varphi'_N \right] + \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^N \chi'_n - \chi_N - \frac{1}{2} \chi'_N \right], \\ \Psi &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^N \xi'_n - \xi_N - \frac{1}{2} \xi'_N \right],\end{aligned}\quad (60)$$

где

$$\begin{aligned}\varphi_n &= FcF^{2n}BcF, & \varphi'_n &= \frac{1}{2} \frac{d}{dn} \varphi_n, \\ \chi_n &= F\gamma F^{2n}B\gamma F, & \chi'_n &= \frac{1}{2} \frac{d}{dn} \chi_n, \\ \xi_n &= F(cF^{2n}B\gamma + \gamma F^{2n}B)F, & \xi'_n &= \frac{1}{2} \frac{d}{dn} \xi_n.\end{aligned}\quad (61)$$

5. ДЕЙСТВИЕ

Для доказательства гипотезы Сена надо вычислить значение действия на классическом решении. Прежде всего заметим, что Ψ не вносит явного вклада в действие. Действительно, подставим $Q\Psi$ из второго уравнения движения в действие (1), получим

$$S[\Phi, \Psi] = -\frac{1}{g_0^2} \left[\frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi, Q\Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi, \Phi, \Phi \rangle \right]; \quad (62)$$

здесь мы воспользовались свойством цикличности:

$$\langle Y_{-2} | \Phi, \Psi, \Psi \rangle = -\langle Y_{-2} | \Psi, \Phi, \Psi \rangle = \langle Y_{-2} | \Psi, \Psi, \Phi \rangle. \quad (63)$$

Итак, $GSO(-)$ -компонента решения не вносит вклада в действие, как и должно быть для чисто квадратичного действия. Заметим, что $GSO(+)$ -компоненту решения уравнения (2) можно представить в виде

$$\Phi = \Phi_+ + \Phi', \quad (64)$$

где Φ_+ есть решение уравнения (4) а Φ' – решение уравнения

$$Q\Phi' + \Phi' \star \Phi' + \Phi_+ \star \Phi' + \Phi' \star \Phi_+ - \Psi \star \Psi = 0. \quad (65)$$

Подставляя это разложение в (62), мы получаем

$$\begin{aligned} -g_0^2 S[\Phi_+ + \Phi', \Psi] &= \frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi_+, Q\Phi_+ \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi_+, \Phi_+, \Phi_+ \rangle + \\ &+ \langle Y_{-2} | \Phi', Q\Phi_+ \rangle + \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi_+, \Phi_+ \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi', Q\Phi' \rangle + \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi_+ \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi' \rangle. \end{aligned} \quad (66)$$

Используя уравнение движения (4), имеем

$$\begin{aligned} -g_0^2 S[\Phi_+ + \Phi', \Psi] &= \frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi_+, Q\Phi_+ \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi_+, \Phi_+, \Phi_+ \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi', Q\Phi' \rangle + \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi_+ \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi' \rangle. \end{aligned} \quad (67)$$

Формула (44) соответствует представлению (64), где Φ_+ есть решение Эрлера [26],

$$\Phi_+ = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 |0\rangle + \lambda B_1^L \gamma_{1/2} \gamma_{1/2} |0\rangle, \quad (68)$$

$$\Phi' = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n+1} \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \quad (69)$$

Поскольку действие $S[\Phi_+]$ правильно воспроизводит натяжение D-браны, для проверки гипотезы Сена надо убедиться в том, что вклад Φ' равен нулю, т.е.

$$\frac{1}{2} \langle Y_{-2} | \Phi', Q\Phi' \rangle + \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi_+ \rangle + \frac{1}{3} \langle Y_{-2} | \Phi', \Phi', \Phi' \rangle = 0. \quad (70)$$

Слагаемые в (69) имеют вторую степень по γ , поэтому они не вносят вклад в действие, и мы видим, что вклад в действие вносит только первый член в разложении (64) струнного поля Φ .

ПРИЛОЖЕНИЕ

В приложении мы собрали все алгебраические формулы, использованные в тексте. Приведем формулы, которые содержат существенные свойства BRST-заряда Q , оператора K соответствующих духов b и c , а также виттеновской операции умножения $\star$ (определения см. в [19]):

$$\begin{aligned} Q(\phi_1 \star \phi_2) &= (Q\phi_1) \star \phi_2 + (-1)^{\phi_1} \phi_1 \star (Q\phi_2), & Q^2 &= 0, \\ Q|0\rangle &= 0, & Qc_1|0\rangle &= -c_0c_1|0\rangle - \gamma_{1/2}\gamma_{1/2}|0\rangle, & Q\gamma_{1/2}|0\rangle &= c_1\gamma_{-1/2}|0\rangle - \frac{1}{2}c_0\gamma_{1/2}|0\rangle, \\ K_1 &\equiv L_1 + L_{-1}, & B_1 &\equiv b_1 + b_{-1} = B_1^R + B_1^L, \\ [B_1, \gamma_{1/2}] &= 0, & (B_1^R \phi_1) \star \phi_2 &= -(-1)^{\phi_1} \phi_1 \star (B_1^L \phi_2), \\ (B_1^L)^2 &= (B_1^R)^2 = 0, & (B_1^L + B_1^R)|0\rangle &= 0, & (B_1^L + B_1^R)c_1|0\rangle &= |0\rangle, \\ (K_1^R \phi_1) \star \phi_2 &= -\phi_1 \star (K_1^L \phi_2), & (K_1^L + K_1^R)|0\rangle &= 0, \\ \{Q, B_1^L\} &= K_1^L, & \{Q, B_1^R\} &= K_1^R, & [Q, K_1^L] &= 0, & [B_1^L, K_1^L] &= 0 \end{aligned}$$

для любых струнных полей ϕ_1 и ϕ_2 . Здесь индексы L (R) обозначают левую (правую) половину соответствующего заряда. Кроме того,

$$B_1^L|0\rangle \star |0\rangle = |0\rangle \star B_1^L|0\rangle, \quad K_1^L|0\rangle \star |0\rangle = |0\rangle \star K_1^L|0\rangle.$$

Для веджевских состояний имеем

$$|\phi\rangle \star |n\rangle = e^{-\frac{\pi(n-1)}{2}K_1^R}|\phi\rangle, \quad |n\rangle \star |\phi\rangle = e^{\frac{\pi(n-1)}{2}K_1^L}|\phi\rangle.$$

Благодарности. Авторы благодарны А. С. Кошелеву за полезные обсуждения. И. Я. Арефьева хотела бы выразить благодарность Н. Мюллеру и И. Сахсу – организаторам конференции “Струнная теория поля и связанные аспекты” (Мюнхен, Германия, 25–28 марта, 2008 г.), где была представлена алгебраическая часть этой работы. Авторы также благодарны Т. Эрлеру за указание на пропущенный нами множитель $1/2$ в нескольких формулах первой версии этой работы. Работа частично поддержана РФФИ (грант № 08-01-00798) и Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-795.2008.1). Работа И. Я. Арефьевой частично поддержана INTAS (грант № 03-51-6346).

Список литературы

- [1] A. Sen, *JHEP*, **12** (1999), 027; [arXiv: hep-th/9911116](#).
- [2] A. Sen, B. Zwiebach, *JHEP*, **3** (2000), 002; [arXiv: hep-th/9912249](#).
- [3] N. Moeller, B. Zwiebach, *JHEP*, **10** (2002), 034; [arXiv: hep-th/0207107](#).
- [4] I. Ya. Aref'eva, L. V. Joukovskaya, A. S. Koshelev, *JHEP*, **9** (2003), 012; [arXiv: hep-th/0301137](#).
- [5] I. Ya. Aref'eva, “Nonlocal string tachyon as a model for cosmological dark energy”, *p-Adic Mathematical Physics*, AIP Conf. Proc., **826**, eds. A. Yu. Khrennikov, Z. Rakic, I. V. Volovich, Amer. Inst. Phys., Melville, NY, 2006, 301–311; [arXiv: astro-ph/0410443](#); “String models of cosmological dark energy”, *Particles String, and Cosmology*, AIP Conf. Proc., **957**, eds. A. Rajantie, C. Contaldi, P. Dauncey, H. Stoica, Amer. Inst. Phys., Melville, NY, 2007, 297–300; [arXiv: 0710.3017](#); I. Ya. Aref'eva, A. S. Koshelev, *JHEP*,

- 2** (2007), 041; [arXiv: hep-th/0605085](#); L. V. Joukovskaya, *Phys. Rev. D*, **76**:10 (2007), 105007; [arXiv: 0707.1545](#); I. Ya. Aref'eva, A. S. Koshelev, S. Yu. Vernov, *Phys. Lett. B*, **628**:1–2 (2005), 1–10; [arXiv: astro-ph/0505605](#); *Phys. Rev. D*, **72**:6 (2005), 064017; [arXiv: astro-ph/0507067](#); И. Я. Арефьева, А. С. Кошелев, С. Ю. Вернов, *ТМФ*, **148**:1 (2006), 23–41; [arXiv: astro-ph/0412619](#); С. Ю. Вернов, *ТМФ*, **155**:1 (2008), 47–61; [arXiv: astro-ph/0612487](#); G. Calcagni, *JHEP*, **5** (2006), 012; [arXiv: hep-th/0512259](#); G. Calcagni, M. Montobbio, G. Nardelli, *Phys. Rev. D*, **76**:12 (2007), 126001; [arXiv: 0705.3043](#); N. Barnaby, N. Kamran, *JHEP*, **2** (2008), 008; [arXiv: 0709.3968](#); N. Barnaby, J. M. Cline, *JCAP*, **7** (2007), 017; [arXiv: 0704.3426](#); I. Ya. Aref'eva, L. V. Joukovskaya, S. Yu. Vernov, *JHEP*, **7** (2007), 087; [arXiv: hep-th/0701184](#); L. V. Joukovskaya, *Rolling solution for tachyon condensation in open string field theory*, [arXiv: 0803.3484](#).
- [6] E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **268**:2 (1986), 253–294.
- [7] N. Berkovits, A. Sen, B. Zwiebach, *Nucl. Phys. B*, **587**:1–3 (2000), 147–178; [arXiv: hep-th/0002211](#).
- [8] I. Ya. Aref'eva, A. S. Koshelev, D. M. Belov, P. B. Medvedev, *Nucl. Phys. B*, **638**:1–2 (2002), 3–20; [arXiv: hep-th/0011117](#).
- [9] I. Ya. Aref'eva, P. B. Medvedev, A. P. Zubarev, *Phys. Lett. B*, **240**:3–4 (1990), 356–362; *Nucl. Phys. B*, **341**:2 (1990), 464–498.
- [10] C. R. Preitschopf, C. B. Thorn, S. A. Yost, *Nucl. Phys. B*, **337**:2 (1990), 363–433.
- [11] N. Berkovits, *Nucl. Phys. B*, **459**:1–2 (1996), 439–451; [arXiv: hep-th/9503099](#).
- [12] V. A. Kostelecký, S. Samuel, *Phys. Lett. B*, **207**:2 (1988), 169–173; *Nucl. Phys. B*, **336**:2 (1990), 263–296.
- [13] N. Moeller, W. Taylor, *Nucl. Phys. B*, **583**:1–2 (2000), 105–144; [arXiv: hep-th/0002237](#).
- [14] W. Taylor, *JHEP*, **3** (2003), 029; [arXiv: hep-th/0208149](#).
- [15] D. Gaiotto, L. Rastelli, *JHEP*, **8** (2003), 048; [arXiv: hep-th/0211012](#).
- [16] K. Ohmori, *Level-expansion analysis in NS superstring field theory revisited*, [arXiv: hep-th/0305103](#).
- [17] I. Ya. Aref'eva, P. B. Medvedev, A. P. Zubarev, *Modern Phys. Lett. A*, **6**:11 (1991), 949–958.
- [18] M. Schnabl, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **10**:4 (2006), 433–501; [arXiv: hep-th/0511286](#).
- [19] Y. Okawa, *JHEP*, **4** (2006), 055; [arXiv: hep-th/0603159](#).
- [20] I. Ellwood, M. Schnabl, *JHEP*, **2** (2007), 096; [arXiv: hep-th/0606142](#).
- [21] E. Fuchs, M. Kroyter, *JHEP*, **11** (2007), 005; [arXiv: 0706.0717](#).
- [22] E. Fuchs, M. Kroyter, *JHEP*, **5** (2006), 006; [arXiv: hep-th/0603195](#).
- [23] T. Erler, *JHEP*, **5** (2007), 083; [arXiv: hep-th/0611200](#); 084; [arXiv: hep-th/0612050](#).
- [24] M. Schnabl, *Phys. Lett. B*, **654**:5–6 (2007), 194–199; [arXiv: hep-th/0701248](#).
- [25] M. Kiermaier, Y. Okawa, L. Rastelli, B. Zwiebach, *JHEP*, **1** (2008), 028; [arXiv: hep-th/0701249](#).
- [26] T. Erler, *JHEP*, **1** (2008), 013; [arXiv: 0707.4591](#).
- [27] I. Y. Aref'eva, D. M. Belov, A. A. Giriyavets, A. S. Koshelev, P. B. Medvedev, *Noncommutative field theories and (super)string field theories*, [arXiv: hep-th/0111208](#).
- [28] I. Y. Aref'eva, P. B. Medvedev, *Phys. Lett. B*, **212**:3 (1988), 299–308.

Поступила в редакцию 3.06.2008