Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. К. Ойконому, Преобразование обращения температуры в моделях калибровочного бозона Хиггса, *ТМФ*, 2009, том 159, номер 1, 109–130

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6336>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.166.219.16

26 апреля 2023 г., 17:33:10

© 2009 г.

В. К. Ойконому*

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБРАЩЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МОДЕЛЯХ КАЛИБРОВОЧНОГО БОЗОНА ХИГГСА

Исследовано преобразование обращения температуры $R \rightarrow 1/T$ для эффективного потенциала при конечной температуре в $N = 1$ пятимерной суперсимметричной $SU(3)_c \times SU(3)_w$ -модели на орбифолде S^1/Z_2 . При значении параметра вильсоновской линии $\alpha = 1$ ($SU(2)_L$ при этом нарушена до $U'(1)$) показано, что эффективный потенциал содержит симметричную и антисимметричную части относительно преобразования $\xi \rightarrow 1/\xi$, $\xi = RT$. При $\alpha = 0$ (в этом случае симметрия $SU(2)_L$ сохраняется) найдено, что единственный вклад в эффективный потенциал, нарушающий симметрию обращения температуры, определяется фермионами в фундаментальном представлении калибровочной группы с Z_2 четностями $(+, +)$ или $(-, -)$. Этот результат представляет интерес, поскольку из него следует, что эффективный потенциал в объемлющем пространстве, отвечающий моделям с фундаментальными фермионами, локализованными в фиксированной орбифолдной точке (и моделям без фундаментальных фермионов в объемлющем пространстве), инвариантен относительно преобразования обращения температуры.

Ключевые слова: дополнительные размерности, симметрия обращения температуры, регуляризация с помощью дзета-функции, унификация, компактификация на орбифолды.

1. ВВЕДЕНИЕ

Дуальности имеют важное значение в квантовых теориях поля, особенно в эффективных теориях, поскольку выводы, следующие из дуальностей, выходят за рамки предсказаний, следующих из экспериментально доступной области или из теории возмущений. Симметрия обращения температуры, выражаемая преобразованием $R \rightarrow 1/T$, связывает вакуумную энергию при нулевой температуре с бозе-эйнштейновской свободной энергией. Поэтому исследование такой симметрии в моделях теории поля важно, так как она связывает между собой два концептуально различных предела одной и той же теории.

---

*Department of Theoretical Physics, Aristotle University of Thessaloniki, Thessaloniki, Greece. E-mail: voiko@physics.auth.gr

Как отмечено выше, симметрия обращения температуры задается преобразованием $R \rightarrow 1/T$. Название “симметрия обращения температуры” [1] не вполне корректно, но оно традиционно используется при описании систем, бoльцмановская свободная энергия которых (предел при бесконечной температуре) при преобразовании $R \rightarrow 1/T$ оказывается равной казимировской свободной энергии при нулевой температуре. Рассмотрим, например, четырехмерный суперсимметричный невзаимодействующий ансамбль периодических фермионов и антипериодических бозонов. При высокой температуре свободная энергия такой системы имеет вид

$$F = -\frac{T^4}{\pi^2} \left(\frac{\pi^4}{45} + \frac{7\pi^4}{360} \right), \quad (1)$$

в то время как казимировская энергия такого ансамбля равна

$$E_o = \frac{1}{R^4 \pi^2} \left(\frac{\pi^4}{45} + \frac{7\pi^4}{360} \right). \quad (2)$$

Применяя преобразование $R \rightarrow 1/T$, получаем, что $F = -E_o$, поскольку система оказывается антисимметричной относительно преобразования обращения температуры.

Отметим сходство этой симметрии с T -дуальностью замкнутой бозонной струны [2]. Квадрат полной массы бозонной струны равен

$$m^2 = \frac{n^2}{R^2} + \frac{w^2 R^2}{\alpha'^2} + \frac{2}{\alpha'} (N + \tilde{N} - 2), \quad (3)$$

где $\alpha'^{1/2}$ – радиус самодуальности. Отсюда видно, что квадрат полной массы инвариантен при преобразовании $R \rightarrow \alpha'/R$ с заменой $n \rightarrow w$. Это преобразование известно как T -дуальность бозонной струны и оно связывает пределы $R \rightarrow 0$ и $R \rightarrow \infty$ струнной теории (на самом деле оба этих предела описывают одну и ту же теорию). Это – внутреннее свойство теории струн. Квадрат полной массы содержит возмущения типа Калуцы–Клейна n^2/R^2 вместе с модами намоток $w^2 R^2/\alpha'^2$. Моды намоток отсутствуют в полевых теориях, поэтому T -дуальность не наблюдается в теоретико-полевых моделях (пределы $R \rightarrow \infty$ и $R \rightarrow 0$ не связаны друг с другом).

Тем не менее масса Калуцы–Клейна периодического бозона при конечной температуре в теории поля имеет вид (при компактифицированной размерности радиуса R)

$$m_{n,m}^2 = \frac{4\pi^2 n^2}{R^2} + 4\pi^2 m^2 T^2. \quad (4)$$

Моды намоток при этом отсутствуют, но возникают “температурные моды намоток” $\sim m^2 T^2$. В некотором роде симметрия обращения температуры может считаться T -дуальностью полевой теории. В самом деле, преобразование $R \rightarrow 1/T$ оставляет инвариантной массу Калуцы–Клейна.

Уместно отметить еще одно сходство. Свободная энергия замкнутой бозонной струны изменяется при преобразовании температурной дуальности [3] $T \rightarrow T_c^2/T$ (тесно связанном с T -дуальностью) следующим образом:

$$\mathcal{F}\left(\frac{T_c^2}{T}\right) = \left(\frac{T_c}{T}\right)^2 \mathcal{F}(T), \quad (5)$$

где

$$T_c = \frac{M_{\text{str}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\alpha'^{1/2}} \quad (6)$$

– температура самодуальности (температура Хагедорна), M_{str} – струнный масштаб. В силу температурной дуальности предел высокой температуры (много выше температуры Хагедорна) связан с пределом низкой температуры (много ниже температуры Хагедорна). Использование преобразования обращения температуры в случае теории поля не приводит ни к каким подобным результатам, поэтому связать высокотемпературные и низкотемпературные пределы не удастся. Отметим, однако, что имеет место некоторое сходство с симметрией обращения температуры. В теории поля масштабированная бозонная свободная энергия $f(\xi)$ при $\xi = RT$ ковариантна при преобразовании $\xi \rightarrow 1/\xi$ и удовлетворяет соотношению

$$f(\xi) = \xi^4 f\left(\frac{1}{\xi}\right). \quad (7)$$

В силу вышесказанного отметим, что симметрия обращения температуры есть подходящая комбинация струнного преобразования T -дуальности и температурной дуальности, проявляющейся в моделях теории поля в компактифицированных размерностях и при конечной температуре.

В общем случае при исследовании четырехмерных моделей с одной компактифицированной координатой получается, что масштабированный эффективный потенциал бозонной частицы при конечной температуре инвариантен относительно преобразования обращения температуры, а эффективный потенциал периодического фермиона и антипериодического бозона, где требуется периодичность граничных условий относительно компактифицированной координаты, оказывается антисимметричным. Более того, вакуумная энергия для периодических бозонов и антипериодических фермионов оказывается симметричной при $R \rightarrow 1/T$ [1].

Ясно, что граничные условия при компактификации на окружность оказывают влияние на результат преобразования $R \rightarrow 1/T$, т.е. делают ансамбль симметричным или антисимметричным.

В настоящей работе исследование симметрии обращения температуры расширяется на пятимерные орбифолдные модели. Показано, как орбифолдные граничные условия модифицируют преобразования эффективного потенциала относительно симметрии $R \rightarrow 1/T$.

Теоретико-полевые орбифолдные компактификации полезны со многих теоретических точек зрения, например в проблеме киральных фермионов в полевых теориях старших размерностей, которая может быть решена с помощью теоретико-полевой

орбифолдной компактификации [4]–[6], первоначально использованной для компактификаций в полевой теории струн. В описании орбифолдных компактификаций фермионы локализуются на четырехмерных гиперповерхностях, называемых бранами, которые отвечают фиксированным точкам орбифолда. Кривизна в этих точках сингулярна. Таким способом можно удовлетворить условиям киральности. Орбифолды широко применяются в теоретических исследованиях таких, как нарушение калибровочной симметрии [7]–[9] и нарушение суперсимметрий в старших размерностях [6], [7], [10]–[12]. Много альтернативных моделей в размерностях $d = 5$ и $d = 6$ было введено в основном с использованием структур орбифолдов S^1/Z_2 и $S^1/Z_2 \times Z'_2$ в качестве дополнительных измерений. Главная задача всех моделей старших размерностей состоит в описании Стандартной модели как низкоэнергетического предела. Одним из перспективных классов таких моделей оказываются так называемые унифицирующие модели калибровочного бозона Хиггса [13], [14], в которых поле Хиггса отождествляется с компонентой калибровочного поля, отвечающей дополнительной координате. В настоящей работе используется калибровочно-полевое описание бозона Хиггса с орбифолдной компактификацией типа S^1/Z_2 . Обычно в таких моделях отправной точкой является калибровочная теория в старших размерностях (пятимерная или шестимерная), которая может быть или не быть суперсимметричной для какой-либо простой калибровочной группы, т.е. эта теория не записывается в виде произведения групп, поэтому обладает единственной константой связи. Калибровочная симметрия нарушается введением орбифолдных граничных условий. Дальнейшее нарушение калибровочной симметрии достигается с помощью радиационных поправок с использованием механизма Хосотани [15] (наклон вильсоновской линии), поскольку вакуумное ожидание поля Хиггса пропорционально фазе вильсоновской кривой.

В настоящей работе исследуется эффективный потенциал в объемлющем пространстве для пятимерной $N = 1$ суперсимметричной $SU(3)_c \times SU(3)_w$ -унифицирующей калибровочной модели бозона Хиггса при конечной температуре [16]. В этой модели на поля налагаются орбифолдно компактифицирующие граничные условия типа S^1/Z_2 и исследуется симметрия обращения температуры [1] $R \rightarrow 1/T$ для эффективного потенциала в объемлющем пространстве. Применяется условие минимизации эффективного потенциала на вильсоновской линии $\alpha = 0, 1$ и метод фаз Шерка–Шварца для s-партонов. Далее, набор частиц теории должен совпадать с набором частиц $N = 1$, $d = 5$ векторного мультиплетета, который в размерности $d = 4$ эквивалентен набору частиц $N = 2$ суперсимметричного векторного мультиплетета [17], [18] (один векторный и один киральный четырехмерный мультиплеты). Кроме того, необходимо добавить поля материи в объемлющем пространстве с различными числами ароматов и представлениями групп, чтобы исследовать их влияние на преобразование обращения температуры в соответствующем эффективном потенциале (оригинальный метод вычисления эффективного функционала был предложен в работе [19]).

В разделе 2 дано краткое описание процедуры орбифолдной компактификации.

2. КРАТКИЙ ОБЗОР ОРБИФОЛДНОЙ ТЕХНИКИ

Использование орбифолдной компактификации представляет собой метод, возникший из теории струн, который был сначала применен в физике TeV-энергий для построения киральных фермионов из векторноподобных теорий в старших размерностях [4], [6], [11]. С помощью этого метода строились механизмы нарушения суперсимметрии и калибровочной симметрии в фиксированных точках орбифолдов [7], [8], [10], [12]. Орбифолды получаются при отождествлении относительно несвободного действия дискретной группы H на компактном многообразии C . При действии такой группы, описываемым отображением ζ_h , точка y компактного многообразия C отождествляется с точкой $\zeta_h(y)$, т.е.

$$y \sim \zeta_h(y). \quad (8)$$

Лагранжиан полевой теории должен быть при этом инвариантным относительно отождествления (8). Пусть $\phi(x, y)$ – поля теории, y – координата компактного пространства, разбиваемого на орбифолды. Тогда

$$L(\phi(x, y)) = L(\phi(x, \zeta_h(y))), \quad (9)$$

что в терминах полей принимает вид

$$\phi(x, \zeta_h(y)) = Z_h \phi(x, y). \quad (10)$$

Преобразование Z_h должно быть симметрией лагранжиана, а поля теории должны изменяться таким образом, чтобы эта симметрия имела место. Условие того, что действие группы H на C несвободно, означает, что преобразование ζ_h имеет фиксированные точки. Поэтому результирующее фактор-пространство $O \equiv C/H$ оказывается в фиксированных точках не многообразием, а сингулярным пространством, называемым орбифолдом. Следует отметить, что в случае, если $\phi(x, y)$ есть представление некоторой группы, то Z_h может быть нетривиальным представлением дискретной группы H . При этом калибровочная симметрия между компонентами калибровочного мультиплета может быть нарушена. В разделе 4 мы опишем пример орбифолда S^1/Z_2 , используемого в дальнейшем.

3. НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ ПО ШЕРКУ–ШВАРЦУ

В этом разделе описывается механизм Шерка–Шварца [20] и вводятся обозначения, используемые в настоящей работе. Механизм нарушения суперсимметрии по Шерку и Шварцу основан на наложении различных граничных условий на фермионные и бозонные моды при преобразовании $y \rightarrow y + 2\pi R$ [5]:

$$\Phi(x, y + 2\pi R) = e^{i2\pi\beta} \Phi(x, y). \quad (11)$$

С учетом этих граничных условий разложения Калуцы–Клейна для полей имеют вид

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{iy(n+\beta)/R} \Phi^n(x), \quad (12)$$

или, эквивалентно,

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{(n+\beta)y}{R}\right) \Phi^n(x), \quad (13)$$

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{(n+\beta)y}{R}\right) \Phi^n(x), \quad (14)$$

в случае общего орбифолда.

4. ОРБИФОЛД S^1/Z_2

Одним из наиболее часто применяемых в теории поля одномерных орбифолдов является орбифолд S^1/Z_2 . Он получается при отождествлении точки y на S^1 с точкой $-y$, т.е. применяется соотношение эквивалентности Z_2 [21]:

$$Z_2: y \rightarrow -y, \quad (15)$$

в котором координата на окружности S^1 есть $-\pi R < y \leq \pi R$, R – радиус окружности. Действие группы Z_2 имеет две фиксированные точки $y = 0$ и $y = \pi R$, называемые бранами в терминах пространства-времени $M^4 \times S^1/Z_2$. Фактор-пространство при отождествлении относительно действия Z_2 оказывается орбифолдом с координатой $0 \leq y \leq \pi R$. Квантовое поле, которое может служить представлением калибровочной группы, преобразуется под действием Z_2 следующим образом:

$$\phi(x, -y) = Z\phi(x, y). \quad (16)$$

Легко видеть, что $Z^2 = I$. Поэтому в пространстве полевых представлений группа Z диагонализует с собственными значениями ± 1 . Таким образом, Z может быть либо I , либо $-I$, либо смешанной диагональной матрицей P с собственными значениями ± 1 . В последнем случае Z можно применить для нарушения симметрии (см. ниже).

В дальнейшем орбифолды используются для нарушения калибровочной симметрии. Приведем пример, чтобы показать, как это получается. Рассмотрим чистую пятимерную модель $SU(3)$ с действием

$$S = \int dx^4 dy \left(-\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} \right), \quad (17)$$

где $M, N = 1, 2, 3, 4, 5$. Для того чтобы нарушить симметрию $SU(3)$, наложим следующие граничные условия на связность калибровочного поля A_M , принимающую значения в алгебре Ли $SU(3)$:

$$A_M(x, y) = \Lambda_M^N P A_N(x, -y) P^\dagger, \quad (18)$$

где

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

что следует из требования пятимерной лоренцевой инвариантности [17], и

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

В этом частном представлении P группы Z_2 (заметим, что $P^2 = 1$) поля $A_\mu^{1,2,3}$ и A_μ^8 четны, а поля $A_\mu^{4,5,6,7}$ нечетны. Таким образом, в фиксированных орбифолдных точках, т.е. на четырехмерном пространстве, группа $SU(3)$ нарушается до $SU(2) \times U(1)$, так как гармоники каждого из полей $A_\mu^{4,5,6,7}$ не содержат нулевой моды. Тем самым при энергиях много ниже масштаба компактификации спектр частиц распадается на $SU(2) \times U(1)$ -мультиплеты. Заметим, что исходная калибровочная симметрия ограничивается до централизатора представления P в $SU(3)$, или, эквивалентно, калибровочную симметрию нарушают как раз те полевые компоненты, для которых $[P, A_\mu^\alpha] \neq 0$. Отметим, что, кроме описанной выше, существует еще одна дискретная симметрия Z'_2 в случае одного дополнительного измерения. Эта дополнительная орбифолдизация использовалась для нарушения суперсимметрии и калибровочной симметрии в некоторых моделях [7], [12], [13].

5. МОДЕЛЬ УНИФИЦИРОВАННОГО КАЛИБРОВОЧНОГО БОЗОНА ХИГГСА НА S^1/Z_2

В этом разделе мы рассмотрим пятимерную $SU(N)$ -калибровочную теорию на пространстве $S^1/Z_2 \times M^4$ (используем обозначения из работы [9]). Калибровочные поля определены на объемлющем пространстве. Пусть y – пятая координата, заданная на окружности S^1 . Орбифолд S^1/Z_2 строится с помощью двух отождествлений координат: $y \rightarrow -y$ и $y - \pi R \rightarrow \pi R - y$, где R – радиус окружности S^1 .

Из формулировки калибровочной теории на S^1/Z_2 следует, что Z_2 должна быть симметрией лагранжиана. Из орбифолдного отождествления координат и из требования того, что Z_2 представляет собой симметрию лагранжиана, вытекают следующие законы преобразования полей под действием группы Z_2 :

$$A_\mu(x^\mu, -y) = P A_\mu(x^\mu, y) P^\dagger, \quad (21)$$

$$A_5(x^\mu, -y) = -P A_5(x^\mu, y) P^\dagger, \quad (22)$$

$$\phi(x^\mu, -y) = \eta T(P) \phi(x^\mu, y), \quad (23)$$

$$\psi(x^\mu, -y) = \eta' T(P) \gamma^5 \psi(x^\mu, y), \quad (24)$$

где A_μ и A_5 – калибровочные поля в четырехмерном пространстве и пятая компонента калибровочного поля соответственно. Величина вакуумного ожидания A_5 в дальнейшем играет роль поля Хиггса. Преобразования (23) и (24) описывают преобразования бозонов и фермионов, P представляет собой подходящее представление группы Z_2 на компонентах калибровочного поля, а $T(P)$ также задает подходящее представление. Например в случае, если ψ преобразуется по фундаментальному или присоединенному представлению, $T(P)\psi$ отвечает соответственно $P\psi$ и $P\psi P^\dagger$.

Наконец, η и η' принимают значения ± 1 . Таким же образом можно подставить P' вместо P и рассмотреть преобразование $y - \pi R \rightarrow \pi R - y$, при этом будут иметь место те же самые соотношения. В общем случае $P \neq P'$, но в настоящей работе рассматривается случай $P = P'$. В соответствии со знаками собственных значений P , P' , т.е. $(\pm 1, \pm 1)$, калибровочные поля, например, имеют следующие разложения по гармоникам:

$$\begin{aligned} A_\mu(x^\mu, y)_{(+,+)} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x^\mu)_{(+,+)} \cos\left(\frac{ny}{R}\right), \\ A_\mu(x^\mu, y)_{(+,-)} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x^\mu)_{(+,-)} \cos\left(\frac{(n+1/2)y}{R}\right), \\ A_\mu(x^\mu, y)_{(-,+)} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x^\mu)_{(-,+)} \sin\left(\frac{(n+1/2)y}{R}\right), \\ A_\mu(x^\mu, y)_{(-,-)} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x^\mu)_{(-,-)} \sin\left(\frac{(n+1)y}{R}\right). \end{aligned} \quad (25)$$

Оставшиеся поля имеют схожие разложения. Отметим, что только поля с четностями $(+, +)$ имеют нулевые моды, и тем самым только эти поля остаются безмассовыми частицами при энергиях много меньше энергии компактификации. В настоящей работе будем считать, что нулевые моды поля A_5 имеют ветви $(1, 2, 1/2)$ и $(1, 2, -1/2)$ относительно действия остаточной калибровочной группы $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (согласно работе [9]). Эти нулевые моды интерпретируются как дублеты Хиггса, что лежит в основе метода унификации калибровочного поля и бозона Хиггса. Особенно важно то, что с учетом радиационных поправок масса бозона Хиггса оказывается конечной. Это следует из калибровочной инвариантности в пятимерном пространстве и обеспечивает безмассовость компоненты A_5 . В случае пятимерной $N = 1$ суперсимметрии после компактификации компонента A_5 объединяется с присоединенным скалярным полем. $N = 1$ суперсимметрия в пятимерном пространстве отвечает $N = 2$ суперсимметрии в четырехмерном пространстве, в котором пятимерный векторный мультиплет состоит из четырехмерного векторного и четырехмерного скалярного мультиплетов, лежащих в присоединенном представлении калибровочной группы, т.е.

$$V_5 = (A^M, \lambda, \lambda', \sigma) \quad (26)$$

распадается на

$$V = (A^\mu, \lambda), \quad \Sigma(\sigma + iA_5, \lambda'), \quad (27)$$

присоединенное векторное и присоединенное четырехмерное киральное суперполя:

$$\begin{aligned} V &= -\theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu + i\bar{\theta}^2\theta\lambda - i\theta^2\bar{\theta}\bar{\lambda} + \frac{1}{2}\bar{\theta}^2\theta^2 D, \\ \Sigma &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma + iA_5) + \sqrt{2}\theta\lambda' + \theta^2 F. \end{aligned} \quad (28)$$

Орбифолдные граничные условия в суперсимметричном случае имеют вид

$$\begin{pmatrix} V(x^\mu, -y) \\ \Sigma(x^\mu, -y) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} V(x^\mu, y) \\ -\Sigma(x^\mu, y) \end{pmatrix} P^\dagger, \quad (29)$$

$$\begin{pmatrix} V(x^\mu, \pi R - y) \\ \Sigma(x^\mu, \pi R - y) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} V(x^\mu, \pi R + y) \\ -\Sigma(x^\mu, \pi R + y) \end{pmatrix} P^\dagger. \quad (30)$$

В настоящей работе согласно работе [9] мы добавляем вспомогательные поля материи в объемлющем пространстве (гипермультиплеты в терминах $N = 2$ суперсимметрии в размерности 4) в присоединенном и фундаментальном представлениях калибровочной группы, т.е. добавляем $N_f f$ фундаментальных гипермультиплетов и N_α присоединенных гипермультиплетов. В размерности 4 $N = 1$ пятимерные фундаментальный и присоединенный гипермультиплеты (обозначаемые соответственно Ψ и Ψ^α) отвечают четырем $N = 1$ киральным и антикиральным суперполям, т.е.

$$\Psi = (\phi, \phi^{c\dagger}, \tilde{\phi}, \tilde{\phi}^{c\dagger}) \quad (31)$$

распадается до кирального суперполя $\Phi = (\phi, \tilde{\phi})$ и антикирального суперполя $\Phi^c = (\phi^c, \tilde{\phi}^c)$. Также $\Psi^\alpha = (\phi^\alpha, \phi^{\alpha c\dagger}, \tilde{\phi}^\alpha, \tilde{\phi}^{\alpha c\dagger})$ распадается на киральное суперполе $\Phi = (\phi^\alpha, \tilde{\phi}^\alpha)$ и на антикиральное присоединенное суперполе $\Phi^{\alpha c} = (\phi^{\alpha c}, \tilde{\phi}^{\alpha c})$ в четырехмерном пространстве. Орбифолдные граничные условия для суперполей материи имеют вид

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Phi(x^\mu, -y) \\ \Phi^{c\dagger}(x^\mu, -y) \end{pmatrix} &= \eta P \begin{pmatrix} \Phi(x^\mu, y) \\ -\Phi^{c\dagger}(x^\mu, y) \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \Phi(x^\mu, \pi R - y) \\ \Phi^{c\dagger}(x^\mu, \pi R - y) \end{pmatrix} &= \eta' P' \begin{pmatrix} \Phi(x^\mu, \pi R + y) \\ -\Phi^{c\dagger}(x^\mu, \pi R + y) \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \Phi^\alpha(x^\mu, -y) \\ \Phi^{\alpha c\dagger}(x^\mu, -y) \end{pmatrix} &= \eta P \begin{pmatrix} \Phi^\alpha(x^\mu, y) \\ -\Phi^{\alpha c\dagger}(x^\mu, y) \end{pmatrix} P^\dagger, \\ \begin{pmatrix} \Phi^\alpha(x^\mu, \pi R - y) \\ \Phi^{\alpha c\dagger}(x^\mu, \pi R - y) \end{pmatrix} &= \eta' P' \begin{pmatrix} \Phi^\alpha(x^\mu, \pi R + y) \\ -\Phi^{\alpha c\dagger}(x^\mu, \pi R + y) \end{pmatrix} P'^\dagger. \end{aligned} \quad (32)$$

В разделах 6, 7 рассматриваются две суперсимметричные модели $SU(3)_c \times SU(3)_w$ и $SU(5)$ в случае $P = P'$.

6. КАЛИБРОВОЧНАЯ $SU(3)_c \times SU(3)_w$ -МОДЕЛЬ

Рассмотрим $SU(3)_c \times SU(3)_w$ -модель в пятимерном пространстве с представлениями Z_2 , P и P' , имеющими в базисе $SU(3)_w$ вид

$$P = P' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Компоненты V и Σ , описанные в разделе 5, после преобразований

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V(x^\mu, -y) \\ \Sigma(x^\mu, -y) \end{pmatrix} &= P \begin{pmatrix} V(x^\mu, y) \\ -\Sigma(x^\mu, -y) \end{pmatrix} P^\dagger, \\ \begin{pmatrix} V(x^\mu, \pi R - y) \\ \Sigma(x^\mu, \pi R - y) \end{pmatrix} &= P \begin{pmatrix} V(x^\mu, \pi R + y) \\ -\Sigma(x^\mu, \pi R + y) \end{pmatrix} P^\dagger \end{aligned} \quad (34)$$

принимают вид

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} (+, +) & (-, -) & (-, -) \\ (-, -) & (+, +) & (+, +) \\ (-, -) & (+, +) & (+, +) \end{pmatrix}, \\ \Sigma &= \begin{pmatrix} (-, -) & (+, +) & (+, +) \\ (+, +) & (-, -) & (-, -) \\ (+, +) & (-, -) & (-, -) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (35)$$

Отсюда видно, что симметрия $SU(3)_w$ нарушается до симметрии $SU(2)_L \times U(1)_Y$ нулевых мод в секторе $(+, +)$ калибровочного поля V . Кроме того, нулевые моды Σ обнаруживают структуру дублета Хиггса. Следует отметить, что в этом случае возникают два дублета Хиггса и симметрия $SU(3)_c$ не нарушается орбифолдными граничными условиями ($P = P' = I$ в базисе $SU(3)_c$). Теперь вакуумные ожидания скалярной части поля Σ оказываются дублетом, так что степени свободы вильсоновской линии, использующие остаточную калибровочную симметрию $SU(2)$, могут быть записаны в виде [19]

$$\langle \Sigma \rangle = \frac{1}{gR} \sum_{\alpha} \alpha_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

где g – константа связи пятимерной теории. Отметим существование ненулевого вакуумного среднего. Параметр α относится к фазе вильсоновской линии и задает дальнейшее нарушение калибровочной симметрии. В настоящей работе применяются два способа нарушения симметрии, определяемые величиной параметра α [16]:

1) $\alpha = 1$, при котором $SU(2)_L$ нарушается до $U'(1)$ и остаточная симметрия есть $U'(1) \times U(1)_Y$;

2) $\alpha = 0$, при котором $SU(2)_L$ остается ненарушенной.

Эти два значения соответствуют минимумам эффективного потенциала при нулевой температуре [9].

Помимо калибровочного мультиплетта, описанного выше, спектр элементарных частиц теории пополнен дополнительными полями материи, а именно вводятся N_{α} присоединенных и N_f фундаментальных киральных суперполей, описываемых после уравнения (30). Производится дальнейшее разложение полей на классы, т.е. N_{α} распадается на N_{α}^{+} и N_{α}^{-} , а N_f – на N_f^{+} и N_f^{-} в соответствии со знаком в произведении $\eta\eta'$ (см. уравнение (32) и ниже). N_f^{+} и N_{α}^{+} отвечают $\eta\eta' = 1$, а N_{α}^{-} и N_f^{-} соответствуют $\eta\eta' = -1$ (т.е. в первых двух классах полей оказываются поля с граничными условиями $(+, +)$ и $(-, -)$).

7. $SU(3)_C \times SU(3)_W$ -МОДЕЛЬ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В этом разделе строится эффективный потенциал при конечной температуре [16], [19] для каждого из мультиплетов, описанных в предыдущих разделах. Полный эффективный потенциал V_{tot} задается суммой всех вкладов от мультиплетов.

Рассмотрим калибровочный духовой потенциал гауино $V_{(+)}^g$ (индекс “+” отвечает значению $\eta\eta'$):

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^g = & -2 \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[(n - \alpha)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[(n - \alpha + \beta)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[(n + \beta)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \beta \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \quad (37)
 \end{aligned}$$

Здесь и в дальнейшем используется стандартное соглашение для полевых теорий при конечной температуре, т.е. бозоны предполагаются периодическими, а фермионы – антипериодическими полями (этот выбор согласован с симметрией Кубо–Мартинна–Швингера). В секторе гауино вводится фаза Шерка–Шварца β [19]. Вклад $N_f^{(+)}$ фермионов в фундаментальное представление при $\eta\eta' = 1$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^f = & -\frac{4N_f^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \beta \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[(n + \beta)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_f^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n + \frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \quad (38)
 \end{aligned}$$

Вклад $N_f^{(-)}$ фермионов при $\eta\eta' = -1$ равен:

$$\begin{aligned}
 V_{(-)}^f = & -\frac{4N_f^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} + \beta \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} + \beta \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_f^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \tag{39}
 \end{aligned}$$

Отметим различие этих двух вкладов, обусловленное орбифолдными граничными условиями и различными собственными значениями фаз вильсоновских линий. Эффективный потенциал для $N_\alpha^{(+)}$ присоединенных киральных мультиплетов полей материи при $\eta\eta' = 1$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^\alpha = & -\frac{4N_\alpha^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[(n - \alpha)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_\alpha^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[(n - \alpha + \beta)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[(n + \beta)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \beta \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \tag{40}
 \end{aligned}$$

Заметим, что при $N_\alpha^{(+)} = 1$ присоединенный киральный мультиплет в совокупности с калибровочным векторным мультиплетом отвечает $N = 2$ суперсимметричной

теории в четырехмерном пространстве. Наконец, вклад $N_\alpha^{(-)}$ присоединенных киральных полей при $\eta\eta' = -1$ записывается в виде

$$\begin{aligned}
 V_{(-)}^\alpha = & \frac{4N_\alpha^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n - \alpha + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] - \\
 & - \frac{4N_\alpha^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n - \alpha + \beta + \frac{1}{2} \right)^2 \times \right. \\
 & \times \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \left. \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n + \beta + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n - \frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right]. \tag{41}
 \end{aligned}$$

Полный эффективный потенциал для приведенного выше ансамбля частиц при конечной температуре имеет вид

$$V_{\text{tot}} = V_{(+)}^g + V_{(+)}^f + V_{(+)}^\alpha + V_{(-)}^\alpha + V_{(-)}^f. \tag{42}$$

7.1. Случай $\alpha = 1$, $\beta = 1/2$. Случай $\alpha = 1$, $\beta = 1/2$ представляет особенный интерес, поскольку остающаяся калибровочная симметрия $SU(2)$, “выживающая” при орбиформном нарушении симметрии, динамически нарушается до $U'(1)$ при введении фазы вильсоновской линии в минимуме $\alpha = 1$ [15], [16], [19]. Вклад в поля при этом равен

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^g = & -2 \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \tag{43}
 \end{aligned}$$

для калибровочного поля, духов и гаугино. Для $N_f^{(-)}$ фундаментальных фермионов при $\eta\eta' = -1$ имеем

$$\begin{aligned}
 V_{(-)}^f = & -\frac{4N_f^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_f^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right], \tag{44}
 \end{aligned}$$

а для $N_f^{(+)}$ фундаментальных фермионов при $\eta\eta' = 1$ получаем

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^f = & -\frac{4N_f^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_f^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \tag{45}
 \end{aligned}$$

Наконец, потенциал для $N_\alpha^{(+)}$ присоединенных киральных суперполей при $\eta' = 1$ запишется в виде

$$\begin{aligned}
 V_{(+)}^\alpha = & -\frac{4N_\alpha^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + \frac{4N_\alpha^{(+)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right], \tag{46}
 \end{aligned}$$

а для $N_\alpha^{(-)}$ присоединенных киральных суперполей при $\eta\eta' = -1$

$$\begin{aligned}
 V_{(-)}^\alpha = & \frac{4N_\alpha^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right] - \\
 & - \frac{4N_\alpha^{(-)}}{2} \int \frac{dp^{d-2}}{(2\pi)^{d-2}} \frac{T}{R} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} 2 \ln \left[n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right] + \\
 & + 2 \ln \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 + p^2 + (2\pi T)^2 m^2 \right]. \tag{47}
 \end{aligned}$$

Полный эффективный потенциал V_{tot} опять имеет вид

$$V_{\text{tot}} = V_{(+)}^g + V_{(+)}^f + V_{(+)}^\alpha + V_{(-)}^\alpha + V_{(-)}^f. \tag{48}$$

Применяя представление

$$\int \frac{dk^d}{(2\pi)^d} \ln(k^2 + a^2) = -\frac{\Gamma(-d/2)}{(4\pi)^{d/2}} a^d, \tag{49}$$

можно записать полный вклад в эффективный потенциал от полей материи N_α^+ , N_α^- , N_f^+ , N_f^- и от калибровочного гауино в виде

$$\begin{aligned}
 V_{\text{tot}} = & \frac{2T}{R} (N_f^- + N_f^+ + 2 + 2N_\alpha^- + 2N_\alpha^+) \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left((2\pi T)^2 m^2 + \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} - \right. \\
 & - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left((2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 + n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} \Big] + \\
 & + \frac{2T}{R} (N_f^- + N_f^+ + 2 + 2N_\alpha^- + 2N_\alpha^+) \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left((2\pi T)^2 m^2 + n^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} - \right. \\
 & - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left((2\pi T)^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{R} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} \Big]. \tag{50}
 \end{aligned}$$

Вводя безразмерный параметр $\xi = RT$, получаем

$$\begin{aligned}
 V_{\text{tot}} = & \frac{2T}{R} (N_{\text{f}}^- + N_{\text{f}}^+ + 2 + 2N_{\alpha}^- + 2N_{\alpha}^+) \left(\frac{2\pi}{R} \right)^{d-2} \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left(\xi^2 m^2 + \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} - \right. \\
 & \left. - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left(\xi^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 + n^2 \right)^{(d-2)/2} \right] + \\
 & + \frac{2T}{R} (N_{\text{f}}^- + N_{\text{f}}^+ + 2 + 2N_{\alpha}^- + 2N_{\alpha}^+) \left(\frac{2\pi}{R} \right)^{d-2} \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left(\xi^2 m^2 + n^2 \right)^{(d-2)/2} - \right. \\
 & \left. - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left(\xi^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \right)^{(d-2)/2} \right]. \tag{51}
 \end{aligned}$$

Воспользуемся двумерной дзета-функцией Эпштейна [22], [23]

$$Z_2 \begin{vmatrix} g_1 & g_2 \\ h_1 & h_2 \end{vmatrix} (a, a_1, a_2) = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} (a_1(n+g_1)^2 + a_2(m+g_2)^2)^{-a} e^{2\pi i(nh_1+mh_2)}.$$

Тогда (51) принимает вид

$$\begin{aligned}
 V_{\text{tot}} = & \frac{2T}{R} (N_{\text{f}}^- + N_{\text{f}}^+ + 2 + 2N_{\alpha}^- + 2N_{\alpha}^+) \left(\frac{2\pi}{R} \right)^{d-2} \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{2-d}{2}, \xi^2, 1 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{2-d}{2}, \xi^2, 1 \right) \right] + \\
 & + \frac{2T}{R} (N_{\text{f}}^- + N_{\text{f}}^+ + 2 + 2N_{\alpha}^- + 2N_{\alpha}^+) \left(\frac{2\pi}{R} \right)^{d-2} \frac{\Gamma((2-d)/2)}{(4\pi)^{(d-2)/2}} \times \\
 & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{2-d}{2}, \xi^2, 1 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{2-d}{2}, \xi^2, 1 \right) \right]. \tag{52}
 \end{aligned}$$

Чтобы аналитически продолжить двумерную дзета-функцию Эпштейна для значений $\text{Re } a < 1$, применяется функциональное уравнение

$$\begin{aligned}
 Z_2 \begin{vmatrix} g_1 & g_2 \\ h_1 & h_2 \end{vmatrix} (a, a_1, a_2) = \\
 = (a_1 a_2)^{-1/2} \pi^{2a-1} \frac{\Gamma(1-a)}{\Gamma(a)} \exp[-2\pi i(g_1 h_1 + g_2 h_2)] \times \\
 \times Z_2 \begin{vmatrix} h_1 & h_2 \\ -g_1 & -g_2 \end{vmatrix} \left(1-a, \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2} \right). \tag{53}
 \end{aligned}$$

После некоторых преобразований V_{tot} принимает вид

$$\begin{aligned} V_{\text{tot}} = & 2\pi^{-d/2}(N_f^- + N_f^+ + 2 + 2N_\alpha^- + 2N_\alpha^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right] + \\ & + 2\pi^{-d/2}(N_f^- + N_f^+ + 2 + 2N_\alpha^- + 2N_\alpha^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (54)$$

Теперь положим

$$f(\xi) = \xi^d \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right], \quad (55)$$

$$g(\xi) = \xi^d \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right]. \quad (56)$$

Имеем

$$f\left(\frac{1}{\xi}\right) = \frac{1}{\xi^d} \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \frac{1}{\xi^2} \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \frac{1}{\xi^2} \right) \right], \quad (57)$$

или, эквивалентно,

$$f\left(\frac{1}{\xi}\right) = Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, \xi^2, 1 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, \xi^2, 1 \right). \quad (58)$$

Из (58) вытекает, что

$$\begin{aligned} & Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, \xi^2, 1 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, \xi^2, 1 \right) = \\ & = \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (59)$$

Объединяя теперь уравнения (55), (57) и (59), получаем

$$f(\xi) = -\xi^d f\left(\frac{1}{\xi}\right) \quad (60)$$

и, аналогично,

$$g(\xi) = \xi^d f\left(\frac{1}{\xi}\right). \quad (61)$$

Таким образом, полный эффективный потенциал V_{tot} можно записать в виде

$$C_1 V_{\text{tot}} = f(\xi) + g(\xi), \quad (62)$$

где

$$C_1 = \frac{R^d}{2\pi^{-d/2}(N_f^- + N_f^+ + 2 + 2N_\alpha^- + 2N_\alpha^+)\Gamma(d/2)}. \quad (63)$$

Заметим, что в полном эффективном потенциале симметрия относительно обращения температуры теряется, и он содержит полностью симметричную составляющую $g(\xi)$ и полностью антисимметричную составляющую $f(\xi)$.

7.2. Случай $\alpha = 0$, $\beta = 1/2$. Рассмотрим теперь случай $\alpha = 0$, $\beta = 1/2$. Этот случай, однако, не столь интересен с феноменологической точки зрения, поскольку симметрия $SU(2)_L$ остается ненарушенной. Несмотря на это приведем здесь результаты, чтобы увидеть, сохраняется ли симметрия относительно обращения температуры в этом случае. С помощью метода, развитого в п. 7.1, получаем полный эффективный потенциал

$$\begin{aligned} V_{\text{tot}} = & 2\pi^{-d/2}(2N_f^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right] + \\ & + 2\pi^{-d/2}(2N_f^- + 4 + 4N_\alpha^- + 4N_\alpha^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (64)$$

Легко доказать, что потенциал

$$\begin{aligned} V_A = & 2\pi^{-d/2}(2N_f^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (65)$$

антисимметричен относительно инверсии температуры, а потенциал

$$\begin{aligned} V_S = & + 2\pi^{-d/2}(2N_f^- + 4 + 4N_\alpha^- + 4N_\alpha^+)\xi^d \frac{\Gamma(d/2)}{R^d} \times \\ & \times \left[Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) - Z_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \left(\frac{d}{2}, 1, \xi^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (66)$$

симметричен при инверсии температуры. Сравнивая случаи $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, можно видеть, что в первом случае только фундаментальные фермионы с четностями $(+, +)$ или $(-, -)$ нарушают симметрию обращения температуры, а во втором случае поля всех частиц содержат как симметричную, так и антисимметричную составляющую. Простой анализ показывает, что в силу орбифолдных граничных условий,

накладываемых на компоненты мультиплета фундаментальных фермионов, симметрия обращения температуры не выполняется в эффективном потенциале, если только он получает вклады от фермионов с четностями $(+, +)$ или $(-, -)$. Этот результат представляет интерес, поскольку в некоторых моделях с дополнительными измерениями все материальные фермионы (фермионы ароматов), т.е. лептоны и кварки локализируются в фиксированных точках орбифолдов и не содержат ни мод Калуды–Клейна, ни нулевых мод. Наш результат указывает на то, что в моделях с фундаментальными фермионами, локализованными в фиксированных точках орбифолдов, симметрия обращения температуры должна соблюдаться в эффективном потенциале в объемлющем пространстве (в этом случае в обозначениях из предыдущих вычислений $\alpha = 0$ и $\beta = 1/2$).

В заключение отметим, что наш выбор параметров α и β , т.е. $\alpha = 0, 1$, был наиболее естественным, так как при этих значениях полный эффективный потенциал V_{tot} достигает своего минимума, а калибровочная симметрия или нарушена (при $\alpha = 1$), или сохраняется (при $\alpha = 0$) [9]. Выбор $\beta = 1/2$ соответствует полной периодичности или полной антипериодичности при повороте $y \rightarrow y + 2\pi R$ [24]. Нас также интересовали прежде всего феноменологически значимые случаи (например, присваивание фазы Шерка–Шварца калибровочным бозонам было бы феноменологически неприемлемо).

Разумеется в моделях калибровочной унификации бозона Хиггса всегда возникает вопрос: какие значения α и β задают корректное нарушение симметрии электро-слабых взаимодействий. Значения, используемые в настоящей работе, не приводят к корректному нарушению этой симметрии. Численные расчеты, проделанные в работах [9], [16], дают вполне согласованные результаты. В наших исследованиях для нарушения калибровочной симметрии использовались наиболее очевидные величины параметров (минимальные значения эффективного потенциала), а для нарушения суперсимметрии – свойства периодичности и антипериодичности при вращениях $y \rightarrow y + 2\pi R$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дуальности играют важную роль, особенно в эффективных полевых теориях с предсказаниями, которые значимы при энергиях выше экспериментально достижимых в настоящее время или недоступны исследованиям в рамках теории возмущений. В настоящей работе исследовалась дуальность относительно преобразования обращения температуры $R \rightarrow 1/T$ [1], которая связывает между собой больцмановскую свободную энергию с вакуумной энергией системы при нулевой температуре. Анализ проводился для суперсимметричной пятимерной $SU(3)_w \times SU(3)_c$ -модели калибровочной унификации бозона Хиггса. Используемое значение фазы Шерка–Шварца, нарушающей симметрию, было выбрано равным $\beta = 1/2$, а значение фазы вильсоновской линии было выбрано равным $\alpha = 0, 1$. Выбранное значение β отвечает периодичности или антипериодичности полей при преобразовании $y \rightarrow y + 2\pi R$ [5], а значения $\alpha = 0, 1$ отвечают минимумам эффективного потенциала при нулевой

температуре [9]. При $\alpha = 1$ найдено, что независимо от числа гипермультиплетов полный эффективный потенциал V_{tot} содержит как антисимметричную составляющую при преобразовании $R \rightarrow 1/T$ (или, эквивалентно, $\xi \rightarrow 1/\xi$ при $\xi = RT$), выражаемую в терминах $f(\xi)$ следующим образом:

$$f(\xi) = -\xi^d f\left(\frac{1}{\xi}\right), \quad (67)$$

так и симметричную составляющую

$$g(\xi) = \xi^d f\left(\frac{1}{\xi}\right). \quad (68)$$

При этом

$$C_1 V_{\text{tot}} = f(\xi) + g(\xi), \quad (69)$$

где C_1 – константа. В этих формулах $\xi = RT$, где R и T – радиус компактификации и температура системы соответственно. В случае $\alpha = 1$ остающаяся после орби-фолдной компактификации калибровочная симметрия $SU(2)_L$ нарушена до $U'(1)$. Случай $\alpha = 0$ отвечает ненарушенной калибровочной симметрии $SU(2)_L$. В этом случае было обнаружено интересное явление. Было показано, что вклад фермионов в фундаментальное представление калибровочной группы с Z_2 четностями $(+, +)$ или $(-, -)$ оказывается единственным вкладом в эффективный потенциал, который не инвариантен при инверсии температуры. Таким образом, в моделях с фундаментальными фермионами, локализованными в фиксированных точках орби-фолдов (т.е. в отсутствие фермионов в объемлющем пространстве), эффективный потенциал в объемлющем пространстве оказывается инвариантным при преобразовании обращения температуры. Этот вывод был проверен для всех возможных случаев, в том числе и в случае, когда фундаментальным s -частицам присваивался ненулевой параметр Шерка–Шварца. Он оказался справедливым во всех этих случаях.

Отметим, наконец, что правильное нарушение электрослабой симметрии требует, чтобы параметр α принимал дробные значения. Исследование таких систем было проведено в работах [9], [16]. Однако при таких значениях симметрия полностью нарушается.

Представляется вполне вероятным, что орби-фолдизация оказывает влияние на свойства симметрии эффективного потенциала при преобразованиях обращения температуры, приводя к теоретико-полевой системе, квантуемой на орби-фолде. Можно ожидать, что это же свойство будет справедливо для любого ансамбля, квантуемого на многообразии произведения с твистованными граничными условиями. Тем самым специфика граничных условий определяет будет выполнена симметрия или нет.

Благодарности. Автор выражает благодарность Н. Тракасу, С. Массену, Х. Му-стакидису и Д. Яковиду.

Список литературы

- [1] C. Wotzasek, *J. Phys. A*, **23**:9 (1990), 1627–1632; F. C. Santos, A. C. Tort, *Phys. Lett. B*, **482**:1–3 (2000), 323–328; *Duality transformations and temperature inversion symmetry*, [arXiv: hep-th/0110012](#); A. C. Aguiar Pinto, T. M. Britto, F. Pascoal, F. S. S. da Rosa, *Phys. Rev. D*, **67**:10 (2003), 107701; F. Ravndal, D. Tollefsen, *Phys. Rev. D*, **40**:12 (1989), 4191–4192; A. Gundersen, F. Ravndal, *Ann. Phys.*, **182**:1 (1988), 90–111; L. S. Brown, G. J. Maclay, *Phys. Rev. D*, **184**:5 (1969), 1272–1279; V. K. Oikonomou, *J. Phys. A*, **40**:21 (2007), 5725–5731; J. S. Dowker, *Class. Quant. Grav.*, **20**:8 (2003), L105–L113.
- [2] J. Polchinski, *String Theory*, V. 1, 2, Cambridge Monogr. Math. Phys., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998; S. Chaudhuri, *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001), 1943–1946; E. Alvarez, M. A. R. Osorio, *Phys. Rev. D*, **40** (1989), 1150–1152.
- [3] K. R. Dienes, M. Lennek, *Phys. Rev. D*, **70**:12 (2004), 126005.
- [4] M. Quiros, *Introduction to extra dimensions*, [arXiv: hep-ph/0606153](#); *New ideas in symmetry breaking*, [arXiv: hep-ph/0302189](#); *Finite temperature field theory and phase transitions*, [arXiv: hep-ph/9901312](#).
- [5] I. Antoniadis, S. Dimopoulos, A. Pomarol, M. Quirós, *Nucl. Phys. B*, **544**:3 (1999), 503–519.
- [6] A. Delgado, A. Pomarol, M. Quirós, *Phys. Rev. D*, **60**:9 (1999), 095008.
- [7] A. Hebecker, J. M. Russell, *Nucl. Phys. B*, **625**:1–2 (2002), 128–150.
- [8] A. Hebecker, J. M. Russell, *Nucl. Phys. B*, **613**:1–2 (2001), 3–16.
- [9] N. Haba, Y. Hosotani, Y. Kawamura, *Progr. Theoret. Phys.*, **111**:2 (2004), 265–289; N. Haba, M. Harada, Y. Hosotani, Y. Kawamura, *Nucl. Phys. B*, **657**:1–3 (2003), 169–213.
- [10] Y. Kawamura, *Progr. Theoret. Phys.*, **105**:4 (2001), 691–696.
- [11] A. Pomarol, M. Quirós, *Phys. Lett. B*, **438**:3–4 (1998), 255–260.
- [12] R. Barbieri, L. J. Hall, Y. Nomura, *Phys. Rev. D*, **63**:10 (2001), 105007.
- [13] L. J. Hall, Y. Nomura, D. R. Smith, *Nucl. Phys. B*, **639**:1–2 (2002), 307–330; G. Burdman, Y. Nomura, *Nucl. Phys. B*, **656**:1–2 (2003), 3–22.
- [14] N. Haba, Y. Hosotani, Y. Kawamura, T. Yamashita, *Phys. Rev. D*, **70**:1 (2004), 015010; Y. Hosotani, S. Noda, K. Takenaga, *Phys. Lett. B*, **607**:3–4 (2005), 276–285; N. Haba, K. Takenaga, T. Yamashita, *Phys. Rev. D*, **71**:2 (2005), 025006; N. Maru, K. Takenaga, *Phys. Rev. D*, **72**:4 (2005), 046003; M. Sakamoto, K. Takenaga, *Phys. Rev. D*, **76** (2007), 085016; [arXiv: 0706.0071](#); C. A. Scrucca, M. Serone, L. Silvestrini, *Nucl. Phys. B*, **669**:1–2 (2003), 128–158; C. A. Scrucca, M. Serone, A. Wulzer, L. Silvestrini, *JHEP*, **02** (2004), 049; G. Panico, M. Serone, *JHEP*, **05** (2005), 024; “The electroweak phase transition in models with gauge-Higgs unification”, [arXiv: hep-ph/0511348](#); G. Panico, M. Serone, A. Wulzer, *Nucl. Phys. B*, **739**:1–2 (2006), 186–207; M. Serone, “The Higgs boson as a Gauge field in extra dimensions”, *17th Italian Meeting on High Energy Physics*, AIP Conf. Proc., **794**, no. 1, eds. A. Tricomi, S. Albergo, and M. Chiorboli, Amer. Inst. Phys., Melville, N. Y., 2005, 139–142; [arXiv: hep-ph/0508019](#); C. A. Scrucca, M. Serone, L. Silvestrini, F. Zwirner, *Phys. Lett. B*, **525**:1–2 (2002), 169–174; C. Biggio, M. Quirós, *Nucl. Phys. B*, **703**:1–2 (2004), 199–216.
- [15] Y. Hosotani, *Phys. Lett. B*, **126**:5 (1983), 309–313; *Ann. Physics*, **190**:2 (1989), 233–253.
- [16] N. Maru, K. Takenaga, *Phys. Rev. D*, **74**:1 (2006), 015017; N. Maru, K. Takenaga, *Phys. Lett. B*, **637**:4–5 (2006), 287–294.
- [17] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, J. G. Wacker, *JHEP*, **03** (2002), 055; [arXiv: hep-th/0101233](#).
- [18] L. Alvarez-Gaumé, S. F. Hassan, *Fortschr. Phys.*, **45**:3–4 (1997), 159–236; [arXiv: hep-th/9701069](#).
- [19] N. Haba, T. Yamashita, *JHEP*, **02** (2004), 059; [arXiv: hep-ph/0401185](#).
- [20] J. Scherk, J. H. Schwarz, *Phys. Lett. B*, **82**:1 (1979), 60–64; *Nucl. Phys. B*, **153**:1–2 (1979), 61–88.

- [21] K. Hwang, J. E. Kim, *Orbifold Compactification and Related Phenomenology*, [arXiv: hep-ph/0411286](#).
- [22] E. Elizalde, A. Romeo, *Rev. Math. Phys.*, **01**:1 (1989), 113–128; E. Elizalde, *J. Phys. A*, **39**:21 (2006), 6299–6307; *Ten Physical Applications of Spectral Zeta Functions*, Lecture Notes in Phys. New Ser. Monogr., **35**, Springer, Berlin, 1995; *J. Math. Phys.*, **35**:11 (1994), 6100–6122.
- [23] Yu. P. Goncharov, A. A. Bytsenko, *Nucl. Phys. B*, **271**:3–4 (1986), 726–748.
- [24] I. Antoniadis, C. Muñoz, M. Quirós, *Nucl. Phys. B*, **397**:3 (1993), 515–538.

Поступила в редакцию 30.06.2008