Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Кумар, Эволюционное уравнение для импульсов длительностью несколько циклов или менее чем один цикл в среде с кубической нелинейностью, *ТМФ*, 2009, том 160, номер 1, 112–121

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6383>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.81.55.215

26 апреля 2023 г., 16:57:38

© 2009 г.

Аджит Кумар*

ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ИМПУЛЬСОВ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НЕСКОЛЬКО ЦИКЛОВ ИЛИ МЕНЕЕ ЧЕМ ОДИН ЦИКЛ В СРЕДЕ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Из нелинейного волнового уравнения для среды с кубичной нелинейностью выведено эволюционное уравнение для импульсов длительностью несколько циклов или менее чем один полный цикл. Для вещественного электрического поля получено модельное уравнение, которое использовано для анализа характеристик распространения в одномерном пространстве импульсов длительностью один цикл с длиной волны 0.8 мкм.

Ключевые слова: эволюционное уравнение для импульсов длительностью один цикл, керровская среда, нелинейная оптика.

1. ВВЕДЕНИЕ

Нескольким группам исследователей удалось успешно генерировать и стабилизировать ультракороткие импульсы, которые затем нашли свое применение в разнообразных областях физики и техники. Некоторыми авторами подчеркивалось, что нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) непригодно для исследования характеристик распространения таких импульсов в случае, когда длительность импульса составляет один цикл и, тем более, менее чем один полный цикл. Это послужило мотивацией для поиска новых модельных уравнений, которые могут точнее описывать динамику ультракоротких импульсов в линейных и нелинейных средах [1]–[5]. Было выполнено несколько работ, авторы которых или переопределяли саму концепцию огибающей для столь коротких импульсов, или рассматривали отдельные аппроксимации для функции восприимчивости. Например, в работе [1] получено обобщенное НУШ, включающее дисперсию третьего порядка и самопроизвольное увеличение крутизны (self-steepening), а также рамановский член. В работе [2] использовалась концепция огибающей для импульсов длительностью один или несколько циклов в терминах инвариантности центральной частоты импульса при сдвиге фазы электрического поля. Исходя из этого исследователи получили эволюционное уравнение

*Department of Physics, Indian Institute of Technology, New Delhi, India.
E-mail: ajitk@physics.iitd.ac.in

для нелинейных импульсов, представляющее собой обобщение НУШ. Затем в работе [3] было получено уравнение коротких импульсов, выведенное путем аппроксимации функции восприимчивости $\chi(\omega)$ в интервале частот импульса вдали от частоты материального резонанса и много бóльших ее. Недавно в работе [5] было выведено параксиальное эволюционное уравнение для импульсов длительностью несколько циклов или менее одного полного цикла в линейной среде без использования концепции огибающей импульса. В данной работе мы обобщим это уравнение для вещественного электрического поля на случай среды с кубичной нелинейностью, не предполагая никаких ограничений на функцию восприимчивости. Это эволюционное уравнение будет затем использовано для изучения характеристик распространения импульсов длительностью один цикл с длиной волны 0.8 мкм.

Для диспергирующей и нелинейной среды с кубичной нелинейностью уравнения Максвелла приводят к нелинейному волновому уравнению

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^\infty \varepsilon(t') \mathbf{E}(t - t') dt' = \frac{\chi_3}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} ((\mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{E}(t)) \mathbf{E}(t)), \quad (1)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – вектор электрического поля импульса, ε – линейная проницаемость среды, c – скорость света в вакууме, χ_3 – нелинейная восприимчивость третьего порядка в среде.

Поскольку концепция огибающей перестает работать для импульсов длительностью менее одного полного цикла, соответствующие характерные масштабы времени и длины, связанные с несущей частотой и несущим волновым вектором, отсутствуют. Поэтому мы сделаем волновое уравнение безразмерным, вводя величины $\bar{r} = \mathbf{r}/l_0$, $\bar{t} = t/t_0$, $\bar{E} = \mathbf{E}/E_0$, где l_0 , t_0 и E_0 – константы, имеющие размерность длины, времени и электрического поля соответственно. Конкретные физические характеристики среды, соответствующие этим параметрам, будут выбраны ниже, когда мы представим результаты численного анализа для импульсов длительностью один цикл. В результате получаем волновое уравнение

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} \int_0^\infty \bar{\varepsilon}(\bar{t}') \bar{E}(\bar{r}, \bar{t}') d\bar{t}' + \frac{\bar{\chi}_3}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} ([\bar{E}(\bar{r}, \bar{t}) \cdot \bar{E}(\bar{r}, \bar{t})] \bar{E}(\bar{r}, \bar{t})), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \frac{t_0 c}{l_0}, & \bar{\omega} &= t_0 \omega, & \bar{\chi}_3 &= E_0^2 \chi_3, \\ \bar{\varepsilon}(\bar{t}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \bar{\varepsilon}(\bar{\omega}) e^{-i\bar{\omega}\bar{t}} d\bar{\omega}. \end{aligned} \quad (3)$$

Далее мы будем предполагать, что для импульсов длительностью менее одного полного цикла можно обеспечить локализацию спектра импульса вблизи частоты $\bar{\omega} = 0$ [6]. С учетом этого выполним последовательно преобразование Фурье интегрального члена в правой части уравнения (2) по временной координате, разложение Тейлора для $\bar{k}(\bar{\omega})$ вблизи $\bar{\omega} = 0$ и обратное преобразование Фурье. В результате получим следующее безразмерное волновое уравнение для импульса, распространяющегося в z -направлении:

$$\left(\bar{\nabla}_\perp^2 + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} \right) \bar{E}(\bar{r}_\perp, \bar{z}, \bar{t}) = - \left[\sum_{n=0}^\infty \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n \bar{k}}{\partial \bar{\omega}^n} \right)_{\bar{\omega}=0} \left(i \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \right)^n \right]^2 \bar{E}(\bar{r}_\perp, \bar{z}, \bar{t}) +$$

$$+ \frac{\bar{\chi}_3}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} ([\bar{E}(\bar{r}_\perp, \bar{z}, \bar{t}) \cdot \bar{E}(\bar{r}_\perp, \bar{z}, \bar{t})] \bar{E}(\bar{r}_\perp, \bar{z}, \bar{t})), \quad (4)$$

где $\bar{k} = l_0 k$, $\bar{x} = x/l_0$, $\bar{y} = y/l_0$, $\bar{z} = z/l_0$ и $\bar{\nabla}_\perp^2 = \partial^2/\partial \bar{x}^2 + \partial^2/\partial \bar{y}^2$.

Чтобы самосогласованным образом учесть эффекты дисперсии, дифракции и диссипации в зависимости от физической ситуации в каждой задаче, введем новые переменные $R_\perp = \epsilon^a \bar{r}_\perp$, $z' = \epsilon \bar{z}$, $\bar{T} = \epsilon \bar{t}$, где a – число, $\epsilon \ll 1$ – малый (скейлинговый) параметр, а $R_\perp = (\epsilon^a x/l_0, \epsilon^a y/l_0)$. Как мы увидим ниже, эта процедура позволяет различать режимы распространения импульсов с различными относительными величинами дисперсии, дифракции, диссипации и нелинейности в терминах степеней малого параметра ϵ . В результате получаем

$$\begin{aligned} \left(\epsilon^{2a} \bar{\nabla}_\perp^2 + \epsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \right) \bar{E}(\bar{R}_\perp, z', \bar{T}) = & - \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n \bar{k}}{\partial \bar{\omega}^n} \right)_{\bar{\omega}=0} \left(i\epsilon \frac{\partial}{\partial \bar{T}} \right)^n \right]^2 \bar{E}(\bar{R}_\perp, z', \bar{T}) + \\ & + \epsilon^2 \frac{\bar{\chi}_3}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{T}^2} ([\bar{E}(\bar{R}_\perp, z', \bar{T}) \cdot \bar{E}(\bar{R}_\perp, z', \bar{T})] \bar{E}(\bar{R}_\perp, z', \bar{T})). \end{aligned} \quad (5)$$

Теперь, поскольку справедливо условие, что амплитуда электрического поля $\bar{E}$ в приведенном выше волновом уравнении вещественна, заключаем, что $\text{Re } \bar{\varepsilon}$ является четной функцией $\bar{\omega}$, а $\text{Im } \bar{\varepsilon}$ – нечетной функцией $\bar{\omega}$. Выделим в комплексном волновом числе $\bar{k}$ вещественную и мнимую части:

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \bar{\beta}(\bar{\omega}) + \frac{i}{2} \bar{\alpha}(\bar{\omega}), \quad \bar{\beta}(\bar{\omega}) = \text{Re} \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{c}} \bar{\varepsilon} \right) = \frac{\bar{\omega}}{\bar{c}} \sqrt{|\bar{\varepsilon}|} \cos \frac{\phi}{2}, \\ \bar{\alpha}(\bar{\omega}) &= \text{Im} \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{c}} \bar{\varepsilon} \right) = \frac{\bar{\omega}}{\bar{c}} \sqrt{|\bar{\varepsilon}|} \sin \frac{\phi}{2}, \quad \frac{\phi}{2} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{Im } \bar{\varepsilon}}{\text{Re } \bar{\varepsilon}} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что $\phi(\bar{\omega})$ является нечетной функцией $\bar{\omega}$. Тогда заключаем, что $\bar{\beta}(\bar{\omega})$ – нечетная функция $\bar{\omega}$, а $\bar{\alpha}(\bar{\omega})$ – четная функция $\bar{\omega}$. Поэтому производные четного порядка функции $\bar{\beta}(\bar{\omega})$ по $\bar{\omega}$ обращаются в нуль, а также обращаются в нуль производные нечетного порядка функции $\bar{\alpha}(\bar{\omega})$ по $\bar{\omega}$:

$$\bar{\beta}_0^{(2m)} \equiv \left(\frac{d^{2m} \bar{\beta}}{d\bar{\omega}^{2m}} \right)_{\bar{\omega}=0} = 0, \quad \bar{\alpha}_0^{(2m+1)} \equiv \left(\frac{d^{2m+1} \bar{\alpha}}{d\bar{\omega}^{2m+1}} \right)_{\bar{\omega}=0} = 0 \quad (7)$$

при $m = 0, 1, 2, \dots$ и $\bar{\beta}(\bar{\omega})_{\omega=0} = 0$, $\bar{\alpha}(\bar{\omega})_{\omega=0} = 0$. В результате имеем

$$- \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n \bar{k}}{\partial \bar{\omega}^n} \right)_{\bar{\omega}=0} \left(i\epsilon \frac{\partial}{\partial \bar{T}} \right)^n \right]^2 = - \left(-\epsilon^2 (\bar{\beta}_0^{(1)})^2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{T}^2} + 2i\epsilon \bar{\beta}_0^{(1)} \hat{D}(\partial_{\bar{T}}) \frac{\partial}{\partial \bar{T}} + \hat{D}^2(\partial_{\bar{T}}) \right), \quad (8)$$

где оператор $\hat{D}$ имеет вид

$$\hat{D}(\partial_{\bar{T}}) = \sum_{m=0}^{\infty} i^{2m+3} \left[\epsilon^{2m+3} \frac{\bar{\beta}_0^{(2m+3)}}{(2m+3)!} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{T}} \right)^{2m+3} + \epsilon^{2m+2} \frac{\bar{\alpha}_0^{(2m+2)}}{2(2m+2)!} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{T}} \right)^{2m+2} \right]. \quad (9)$$

Перейдем теперь к движущейся системе отсчета, вводя для этого новые переменные [7] $\tau = \bar{T} - \bar{\beta}_0^{(1)} z' = \bar{T} - z'/v_g$, $\xi = \epsilon^\gamma z'$, где v_g – групповая скорость (которая

тождественна фазовой скорости при $\bar{\omega} = 0$), а γ – константа, и получим

$$\begin{aligned} \epsilon^{2a} \bar{\nabla}_{R_\perp}^2 \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) - 2\bar{\beta}_0^{(1)} \epsilon^{2+\gamma} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) + \epsilon^{2+2\gamma} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) + \\ + 2i\epsilon^3 \bar{\beta}_0^{(1)} \partial_\tau \bar{D}(\partial_\tau) \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) - \epsilon^4 \bar{D}^2 \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) = \\ = \epsilon^2 \frac{\bar{\chi}_3}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} [\bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) \cdot \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau) \bar{E}(\bar{R}_\perp, \xi, \tau)], \end{aligned} \quad (10)$$

где оператор $\bar{D}$ имеет вид

$$\bar{D}(\partial_\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} i^{2m+3} \left[\epsilon^{2m+1} \frac{\bar{\beta}_0^{(2m+3)}}{(2m+3)!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^{2m+3} + \epsilon^{2m} \frac{\bar{\alpha}_0^{(2m+2)}}{2(2m+2)!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^{2m+2} \right]. \quad (11)$$

Рассмотрим случай, когда дифракция и дисперсия сравнимы в главном порядке по ϵ при $m = 0$. Это дает $a = \gamma = 2$. Далее, для слабой нелинейности в слабо диссипативной среде будем считать, что эффект диссипации имеет порядок ϵ , а нелинейные эффекты имеют порядок ϵ^2 . Тогда масштабное преобразование соответствующих коэффициентов $\bar{\alpha}_0^{(2)} = \epsilon \bar{\alpha}_0^{(2)}$, $\bar{\chi}_3 = \epsilon^2 \bar{\chi}_3$ дает эволюционное уравнение

$$\bar{\nabla}_\perp^2 \bar{E} - 2\bar{\beta}_0^{(1)} \left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \tau \partial \xi} - \frac{\bar{\beta}_0^{(3)}}{6} \frac{\partial^4 \bar{E}}{\partial \tau^4} - \frac{\bar{\alpha}_0^{(2)}}{4} \frac{\partial^3 \bar{E}}{\partial \tau^3} \right) = \frac{\bar{\chi}_3}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (\bar{E}^2 \bar{E}). \quad (12)$$

Приведенное дифференциальное уравнение в частных производных описывает пространственно-временную эволюцию электромагнитных импульсов длительно-стью в несколько циклов и менее одного полного цикла в керровской нелинейной среде с дисперсией, диссипацией и дифракцией. Ясно, что эффект дисперсии возникает из-за присутствия производной четвертого порядка электрического поля с коэффициентом, являющимся производной третьего порядка вещественной части k по ω . Эффект диссипации обусловлен наличием в уравнении производной второго порядка электрического поля с коэффициентом, являющимся производной второго порядка k по ω . Заметим, что мы не налагали никаких ограничений на закон дисперсии в рассматриваемой среде (задаваемый как $\bar{\epsilon}(\bar{\omega})$), или что эквивалентно, как $\bar{\chi}(\bar{\omega})$.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ ОДИН ЦИКЛ

Теперь представим результаты численного моделирования одномерного распространения импульса длительно-стью один цикл с длиной волны 0.8 мкм в среде с кубической нелинейностью. Уравнение распространения имеет вид

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \tau \partial \xi} = \frac{\bar{\beta}_0^{(3)}}{6} \frac{\partial^4 \bar{E}}{\partial \tau^4} + \frac{\bar{\alpha}_0^{(2)}}{4} \frac{\partial^3 \bar{E}}{\partial \tau^3} - \frac{\bar{\chi}_3}{2\bar{\beta}_0^{(1)} \bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (\bar{E}^2 \bar{E}). \quad (13)$$

Мы проинтегрировали это уравнение численно при различных значениях параметра $\bar{\chi}_3$. Результаты приведены для значения $\bar{\chi}_3 = 0.05$. Использовались следующие физические параметры: $t_0 = 10^{-14}$ с, $\bar{\beta}_0^{(3)} = 0.0041125$. Это соответствует дисперсионному коэффициенту третьего порядка $\beta^{(3)} = 0.0274$ фс³/мкм [8], $\bar{\alpha}_0^{(2)} = 0.05391$,

Рис. 1. Безразмерное электрическое поле $\bar{E}$ импульса длительностью один цикл при $\lambda = 0.8$ мкм как функция безразмерного времени $\bar{t}$.

т.е. дисперсионному коэффициенту второго порядка $\beta^{(2)} = 0.03592$ фс²/мкм [8] и $\chi^{(3)} = 2.234 \cdot 10^{-22}$ м²/В², что соответствует $n_2 = 0.6052 \cdot 10^{-22}$ м²/В². Характерное электрическое поле E_0 , использованное выше для получения безразмерной величины, взято равным $E_0 = 1.46 \cdot 10^{10.5}$ В/м. При заданном значении дисперсионного коэффициента третьего порядка характерная длина дисперсии для импульса с полной шириной на половине максимума, равной 2.67 фс, что соответствует импульсу длительностью один цикл с длиной волны 0.8 мкм, оказывается равной $l_d \approx 150.0 \cdot 10^{-6}$ м, что мы и принимаем за характерную длину l_0 , используемую при определении безразмерной величины. Далее, если вычислить характерное расстояние самопроизвольного увеличения крутизны как $z_s = \sqrt{\epsilon/2} L_{nl} \omega_0 T_0$ [8], где L_{nl} – характерная длина нелинейности, то для заданных параметров волокна оно получается равным $z_s \approx 14.45$ мкм.

Безразмерное электрическое поле входного импульса, соответствующее импульсу длительностью один цикл с длиной волны 0.8 мкм, имеет вид

$$\bar{E}(\tau) = \exp\left(\left(-\frac{\tau}{\tau_p/1.67}\right)^2\right) \cos(\bar{\omega}_0 \tau), \quad (14)$$

где τ_p – полная ширина на половине максимума. Это электрическое поле показано на рис. 1.

Рис. 2. Безразмерное электрическое поле $\bar{E}$ импульса длительностью один цикл при $\lambda = 0.8$ мкм как функция безразмерного времени $\bar{t}$ после прохождения 13.5 мкм при учете только нелинейности.

Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при учете и нелинейности, и дисперсии.

Рис. 4. Безразмерная интенсивность $|\bar{E}(\bar{\omega})|^2$ импульса длительностью один цикл при $\lambda = 0.8$ мкм после прохождения 13.5 мкм как функция безразмерной частоты $\bar{\omega} - \bar{\omega}_0$ при учете и нелинейности, и дисперсии.

На рис. 2 и 3 показано безразмерное электрическое поле $\bar{E}$ импульса как функция безразмерного времени $\bar{t}$ после прохождения импульсом расстояния 13.5 мкм, что близко к характерной длине самопроизвольного увеличения крутизны ($z_s \approx 14.45$ мкм). Рис. 2 соответствует случаю, когда учитывается только нелинейность, а рис. 3 – случаю, когда присутствуют и нелинейность, и дисперсия.

Как видно, в обоих случаях импульс претерпевает самопроизвольное увеличение крутизны, из-за которого центр импульса сдвигается по направлению к заднему фронту. Эффект дисперсии проявляется на рис. 3 в генерируемых осцилляторных структурах. Эти осцилляторные структуры оказываются у заднего фронта плотнее, чем у переднего. Данная асимметрия обусловлена эффектом самопроизвольного увеличения крутизны. В отсутствие самопроизвольного увеличения крутизны эта осцилляторная структура должна была бы быть симметричной, поскольку дисперсия связана с производной четвертого порядка электрического поля [9]. На рис. 4 представлен спектр безразмерной интенсивности импульса после прохождения 13.5 мкм. Штриховая кривая соответствует входному импульсу, сплошная – выходному. Ясно видно, что нелинейность порождает новые частоты, из-за чего выходной импульс уширяется. На рис. 5 показано безразмерное электрическое поле

Рис. 5. Безразмерное электрическое поле $\bar{E}$ импульса длительностью один цикл при $\lambda = 0.8$ мкм как функция безразмерного времени $\bar{t}$ после прохождения 27.0 мкм при учете нелинейности и дисперсии.

Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но при учете нелинейности, дисперсии и диссипации.

импульса после прохождения 27.0 мкм в случае, когда учитываются и нелинейность, и дисперсия. Характер распространения импульса остается в целом тем же, за исключением того, что порождается все больше и больше осцилляторных структур. Амплитуда пика убывает вследствие того, что ширина импульса возрастает под действием доминирующих эффектов дисперсии.

Наконец, на рис. 6 приведено электрическое поле импульса после прохождения 13.5 мкм, когда вместе с нелинейностью и дисперсией в нашем численном решении учтен также член, описывающий затухание. Как видно, затухание приводит к значительному уменьшению амплитуды пика электрического поля импульса. Отметим еще уменьшение числа осцилляторных структур на краях, что может быть вызвано редукцией эффекта самопроизвольного возрастания крутизны при уменьшении интенсивности электрического поля.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы привели нелинейное уравнение эволюции для импульсов длительностью в несколько циклов и менее одного полного цикла, которое было выведено из нелинейного волнового уравнения для вещественного электрического поля импульса. Новизна предложенного уравнения состоит в том, что в главном порядке эффект дисперсии обусловлен наличием производной четвертого порядка электрического поля с коэффициентом, являющимся производной третьего порядка вещественной части k по ω . Эффект диссипации возникает благодаря производной второго порядка электрического поля с коэффициентом, являющимся производной второго порядка k по ω . Кроме того, мы выполнили численные расчеты для одномерного распространения импульса длительностью один цикл с длиной волны 0.8 мкм в среде с кубичной нелинейностью. Приведенное обсуждение полученных результатов позволяет заключить, что представленное модельное уравнение действительно описывает основные свойства распространения импульсов, обусловленные нелинейностью, дисперсией и диссипацией, а также показывает, что дисперсия и диссипация играют роль стабилизирующего эффекта, предохраняющего от самопроизвольного увеличения крутизны и развала импульса вблизи и после характерной длины самопроизвольного увеличения крутизны.

Благодарности. Я благодарен доктору Дж. Биндиону за его замечание в ходе моей лекции, которое помогло исправить ошибку в численном анализе и избавиться от ложного усиления пиковой амплитуды импульса. Я сердечно благодарен профессору Дж. П. Агравалу за плодотворные дискуссии во время его пребывания у нас на факультете. Я также благодарю В. Мишру за помощь в численных расчетах.

Список литературы

- [1] J. H. B. Nijhof, H. A. Ferverda, B. J. Hoenders, *Pure Appl. Opt.*, **4**:3 (1995), 199–218.
- [2] T. Brabec, F. Krausz, *Phys. Rev. Lett.*, **78**:17 (1997), 3282–3285.
- [3] V. G. Bespalov, S. A. Kozlov, Yu. A. Shpolyanskiy, I. A. Walmsley, *Phys. Rev. A*, **66**:1 (2002), 013811.
- [4] T. Schäfer, C. E. Wayne, *Physica D*, **196**:1–2 (2004), 90–105.
- [5] T. Tsurumi, *J. Phys. Soc. Japan*, **75**:2 (2006), 024002.

- [6] M. B. Johnston, D. M. Whittaker, A. Dowd, A. G. Davies, E. H. Linfield, X. Li, D. A. Ritchie, *Opt. Lett.*, **27**:21 (2002), 1935–1937.
- [7] T. Taniuti, C.-C. Wei, *J. Phys. Soc. Japan*, **24**:4 (1968), 941–946.
- [8] S. Diddams, J.-C. Diels, *J. Opt. Soc. Amer. B*, **13**:6 (1996), 1120–1129.
- [9] M. C. Stefanovic, A. S. Panajotovic, D. M. Milovic, “Pulse deformation due to fourth order dispersion and inband interference”, *Proc. 8th Internat. Conf. Telecomm. Modern Satellite, Cable and Broadcasting Serv.*, TELSIKS, 2007 (September 26–28, 2007, Niš, Serbia), Univ. Niš, Serbia, 2007, 609–612.