Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Марков, М. А. Маркова, Калибровочная инвариантность декремента нелинейного затухания Ландау бозе-возбуждений в кварк-глюонной плазме. II, *ТМФ*, 2000, том 124, номер 2, 292–309

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf640>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.12

26 апреля 2023 г., 12:26:27

КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ ДЕКРЕМЕНТА НЕЛИНЕЙНОГО ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ БОЗЕ-ВОЗБУЖДЕНИЙ В КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЕ. II

Проанализированы физические механизмы, определяющие нелинейное рассеяние плазмонов на частицах кварк-глюонной плазмы. Рассмотрен вопрос о связи декремента нелинейного затухания Ландау продольных колебаний с декрементом затухания, полученным на основе приближения жестких температурных петель. Показано, что зависящая от калибровочного параметра часть декремента нелинейного затухания Ландау на массовой поверхности равна нулю.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ НЕЛИНЕЙНОГО РАССЕЯНИЯ ВОЛН

В работе [1] было получено выражение декремента нелинейного затухания Ландау $\gamma^l(\mathbf{k})$ для бозе-возбуждений кварк-глюонной плазмы (КГП). Преобразуем теперь его к форме, позволяющей более четко выявить физический смысл членов, входящих в нелинейный декремент затухания. Впервые преобразование такого типа было использовано для электрон-ионной плазмы [2]. В работе [2] учитывался вклад только с продольным виртуальным колебанием. Здесь мы обобщаем преобразование подобного рода на случай, когда присутствует также вклад с поперечным виртуальным колебанием, что, как было показано в первой части нашей работы, важно для обеспечения калибровочной инвариантности $\gamma^l(\mathbf{k})$. Вследствие калибровочной инвариантности декремента нелинейного затухания Ландау мы выбираем для простоты A_0 -калибровку.

Как уже упоминалось в разделе 5 работы [1], выражение $\gamma^l(\mathbf{k})$ содержит вклады двух различных процессов. Первый известен как процесс индуцированного рассеяния продольных волн частицами КГП [2–4], его можно интерпретировать как процесс поглощения плазмона частицами с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$ с последующим излучением с частотой ω_1 и волновым вектором $\mathbf{k}_1$. Наличие спектральной плотности энергии продольных колебаний $W_{\mathbf{k}}^l$ в качестве общего множителя в правой части кинетического

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск, Россия. E-mail: markov@icc.ru

уравнения для волн (I.5.14) (ссылки на формулы работы [1] здесь и далее выделяются римской цифрой I) отражает тот факт, что процесс индуцированный. Этот процесс определяется вторым членом справа под знаком мнимой части в (I.6.1). Частоты и волновые векторы падающего плазмона и плазмона излучения удовлетворяют закону сохранения (I.5.13). Второй процесс представляет собой одновременное испускание (или поглощение) двух плазмонов с частотами ω, ω_1 и волновыми векторами $\mathbf{k}, \mathbf{k}_1$, для которых выполняется закон сохранения вида

$$\omega_{\mathbf{k}}^l + \omega_{\mathbf{k}_1}^l - \mathbf{v}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1) = 0. \quad (1.1)$$

Этот процесс определяется третьим членом под знаком мнимой части в (I.6.1). В отличие от предыдущего процесса рассеяния, данный процесс не сохраняет число плазмонов и идет с гораздо меньшей вероятностью. Первый член в (I.6.1), связанный с НТЛ-поправкой (НТЛ – жесткие температурные петли) к 4-глюонной вершине, включает в себя оба процесса. В дальнейшем все члены, пропорциональные δ -функции от (1.1), мы будем отбрасывать, оставляя только члены с (I.5.13).

Рассмотрим сначала выражение с $\delta\Gamma_4$. С учетом вышесказанного и в силу определения (I.6.2) вклад в $\gamma^l(\mathbf{k})$ от данного члена можно представить в виде

$$3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \int (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \frac{d\Omega}{4\pi} d\mathbf{k}_1, \quad (1.2)$$

где

$$w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = 2\pi N_c \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ \times \delta(\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l - \mathbf{v}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)) |\Lambda^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)|^2, \quad (1.3)$$

$$\Lambda^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \equiv \frac{g^2}{|\mathbf{k}| |\mathbf{k}_1|} \frac{1}{\omega_{\mathbf{k}}^l \omega_{\mathbf{k}_1}^l} \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})(\mathbf{k}_1\mathbf{v})}{\omega_{\mathbf{k}}^l - (\mathbf{k}\mathbf{v})}. \quad (1.4)$$

Для выяснения физического смысла вклада (1.2) удобно сопоставить его с соответствующим вкладом в теории абелевой плазмы, где, как показано в работе [3], он описывает томсоновское рассеяние волны ω на частицах КГП: волна ω заставляет колебаться частицы плазмы, а колеблющиеся частицы излучают дипольно волну ω_1 . Соответствующая функция $w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ представляет собой вероятность данного рассеяния. В КГП для мягких длинноволновых возбуждений все абелевы вклады подавляются по константе взаимодействия g в сравнении с неабелевыми и основной механизм рассеяния здесь качественно другой (далее мы кратко его опишем, отнеся детали вычисления в приложение).

Для выявления этого механизма используем классическую картину описания КГП [4, 5], в которой состояния частиц характеризуются не только координатами и импульсами, но и цветным вектором $\mathbf{Q} = (Q^a)$, $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$. Как было показано в [4], между классическими динамическими уравнениями и квазиклассическими (I.2.4) существует

тесная связь, поэтому использование чисто классических представлений в данном случае является оправданным.

Пусть действующее на цветную частицу КГП поле представляет собой набор продольных плоских волн

$$\tilde{A}_\mu^a(x) = - \int \left[\frac{\omega^2}{k^2} \tilde{Q}_{\mu\nu}(k) A_{\mathbf{k}}^{a\nu} \right] \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega_{\mathbf{k}}^l t} d\mathbf{k}. \quad (1.5)$$

Движение частицы в этом поле волн описывается системой уравнений

$$m \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = g Q^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \frac{dx_\nu}{d\tau}, \quad (1.6)$$

$$\frac{dQ^a}{d\tau} = -g f^{abc} \frac{dx^\mu}{d\tau} \tilde{A}_\mu^b Q^c. \quad (1.7)$$

Здесь τ – собственное время частицы. Уравнение (1.7) является известным уравнением Вонга [6]. Система (1.6), (1.7) решается методом последовательных приближений – разложением по амплитуде поля. Нулевое приближение описывает равномерное прямолинейное движение, а следующее – вынужденное колебание заряда в поле (1.5). Зная закон движения заряда, мы можем далее определить интенсивность излучаемых им продольных волн. При этом уравнение (1.6) определяет абелев вклад в излучение, а (1.7) – неабелев, причем интерференция этих двух вкладов равна нулю. Вычисленная таким путем вероятность рассеяния совпадает с найденной нами выше (1.3).

Таким образом, вклад (1.2) в $\gamma^l(\mathbf{k})$ обусловлен не пространственными колебаниями цветной частицы, как это имеет место в обычной плазме, а возникновением прецессии цветного вектора $\mathbf{Q}$ у частицы в поле продольной волны (1.5) ($Q^a Q^a = \text{const}$ в силу уравнения (1.7)).

Рассмотрим теперь более сложное слагаемое в (1.6.1), связанное с $^*\Gamma_3$ -функциями. В силу определения 3-глюонной вершины справедливо равенство

$$^*\Gamma^{\mu\nu\rho}(k, -k_1, -k_2) = -^*\Gamma^{\rho\mu\nu}(k_2, -k, k_1),$$

где здесь и далее $k_2 \equiv k - k_1$. Используя это соотношение, вклад в $\gamma^l(\mathbf{k})$ члена с продольным виртуальным колебанием мы можем представить в виде

$$\begin{aligned} & -2g^2 N_c \int d\mathbf{k}_1 \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \frac{1}{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ & \times \left[\frac{1}{(\omega \omega_1 \omega_2)^2} \text{Im}(k_2^2 \Delta^l(k_2) (^*\Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j k_2^l)^2) \right] \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}. \end{aligned}$$

Используем соотношение (для краткости опускаем аргументы у $^*\Gamma$ -функции)

$$\begin{aligned} \text{Im}(k_2^2 \Delta^l(k_2) (^*\Gamma^{ijl} k^i k_1^j k_2^l)^2) &= -\text{Im}(k_2^2 \Delta^l(k_2))^{-1} |k_2^2 \Delta^l(k_2) (^*\Gamma^{ijl} k^i k_1^j k_2^l)|^2 + \\ &+ 2(\text{Im} ^*\Gamma^{ijl} k^i k_1^j k_2^l) \text{Re}(k_2^2 \Delta^l(k_2) (^*\Gamma^{ijl} k^i k_1^j k_2^l)). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Учитывая, что

$$\mathrm{Im}(k_2^2 \Delta^l(k_2))^{-1} = 3\pi\omega_{\mathrm{pl}}^2 \frac{\omega_2}{\mathbf{k}_2^2} \int \frac{d\Omega}{4\pi} \delta(vk_2),$$

вклад в нелинейный декремент затухания от первого члена в правой части (1.8) запишем в виде

$$3 \left(\frac{\omega_{\mathrm{pl}}}{g} \right)^2 \int (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) w_{\mathbf{v}}^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \frac{d\Omega}{4\pi} d\mathbf{k}_1,$$

где

$$\begin{aligned} w_{\mathbf{v}}^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) &= 2\pi N_{\mathrm{c}} \left(\frac{\partial \mathrm{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \left(\frac{\partial \mathrm{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ &\quad \times \delta(\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l - \mathbf{v}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)) |\Lambda^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)|^2, \\ \Lambda^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) &= \frac{g^2}{|\mathbf{k}| |\mathbf{k}_1|} \frac{(\mathbf{k}_2 \mathbf{v})}{\mathbf{k}_2^2} \left(\frac{k_2^2 \Delta^l(k_2)}{\omega \omega_1 \omega_2^2} \delta \Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j k_2^l \right) \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

В амплитуду (1.9) входит только НТЛ-поправка $\delta\Gamma_3$. Вклад голой трехглюонной вершины здесь выпадает, т.к. в силу определения (I.6.4) $\Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j k_2^l \equiv 0$.

Величина $\Lambda^{\parallel}$ связана с рассеянием продольной волны на экранирующем поляризационном облаке частицы. Однако, в отличие от обычной плазмы, рассеяние происходит здесь в основном не за счет колебания экранирующего облака в результате взаимодействия с падающей волной, а за счет возникновения прецессии цветных векторов у частиц, образующих это облако в поле волны ω . Данный процесс рассеяния является коллективным эффектом. Для вычисления его вероятности $w_{\mathbf{v}}^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ необходимо решать кинетическое уравнение, описывающее движение зарядов в поляризационном облаке в поле, равном сумме полей падающей волны (1.5) и заряда, создающего экранирующее облако.

Рассмотрим теперь вклад с поперечным виртуальным колебанием. Используя связь проекторов

$$P_{\rho\alpha}(k_2) = g_{\rho\alpha} - u_{\rho} u_{\alpha} - \frac{\omega_2^2}{k_2^2} \tilde{Q}_{\rho\alpha}(k_2),$$

перепишем этот вклад в виде

$$\begin{aligned} &- 2g^2 N_{\mathrm{c}} \int d\mathbf{k}_1 \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \frac{1}{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}_1^2} \left(\frac{\partial \mathrm{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \left(\frac{\partial \mathrm{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ &\quad \times \left[\frac{1}{(\omega \omega_1)^2} \mathrm{Im} \left(\Delta^t(k_2)^* \Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j \Gamma^{i'j'l}(k, -k_1, -k_2) k^{i'} k_1^{j'} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{\mathbf{k}_2^2} \Delta^t(k_2) \left(\Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j \right)^2 \right) \right] \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Для того чтобы упростить данное выражение, разложим ${}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j$ по двум взаимно ортогональным векторам $\mathbf{k}_2$ и $[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]$, где $\mathbf{n} \equiv [\mathbf{k}\mathbf{k}_1]$,

$${}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j = ({}^*\Gamma^{ijs}k^ik_1^jk_2^s)\frac{k_2^l}{\mathbf{k}_2^2} + ({}^*\Gamma^{ijs}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^s)\frac{[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l}{\mathbf{n}^2\mathbf{k}_2^2}.$$

Подставив данное разложение в (1.10), вместо выражения в квадратных скобках найдем

$$\left[\frac{1}{(\omega\omega_1)^2} \frac{1}{\mathbf{n}^2\mathbf{k}_2^2} \operatorname{Im}(\Delta^t(k_2)({}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l)^2) \right] \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}.$$

Мнимую часть здесь преобразуем аналогично соотношению (1.8):

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(\Delta^t(k_2)({}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l)^2) &= -\operatorname{Im}(\Delta^{-1t}(k_2))|\Delta^t(k_2){}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l|^2 + \\ &+ 2(\operatorname{Im}{}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l) \operatorname{Re}(\Delta^t(k_2){}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Учитывая, что $\operatorname{Im}\Delta^{-1t}(k_2) = -(1/2)\operatorname{Im}\Delta^{-1l}(k_2)$, вклад в $\gamma^l(\mathbf{k})$ от первого члена в правой части (1.11) можно представить в виде

$$3\left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g}\right)^2 \int (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) w_{\mathbf{v}}^{\perp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}\right) \frac{d\Omega}{4\pi} d\mathbf{k}_1,$$

где вероятность $w_{\mathbf{v}}^{\perp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ получается из $w_{\mathbf{v}}^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ заменой $\Lambda^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ на

$$\Lambda^{\perp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = \frac{g^2}{|\mathbf{k}||\mathbf{k}_1|} \frac{([\mathbf{n}\mathbf{k}_2]\mathbf{v})}{\mathbf{n}^2\mathbf{k}_2^2} \left(\frac{\Delta^t(k_2)}{\omega\omega_1} {}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l \right) \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}. \quad (1.12)$$

В этом случае, в отличие от предыдущего, $\Lambda^{\perp}$ представляет собой сумму двух разных вкладов. Первый, определяемый голгой трехглюонной вершиной (I.6.4), связан с самодействием калибровочного поля и не имеет аналога в электрон-ионной плазме. Второй вклад связан с коллективным эффектом рассеяния на экранирующем облаке частицы.

Оставшиеся члены в правых частях (1.5) и (1.11) представляют собой интерференцию томсоновского рассеяния с рассеянием через продольную и поперечную виртуальные волны соответственно, в чем можно убедиться, используя соотношения

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(\delta\Gamma^{ijl}k^ik_1^jk_2^l) &= -3\pi\omega_{\text{pl}}^2\omega_2^2 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})(\mathbf{k}_1\mathbf{v})}{vk} \delta(vk_2), \\ \operatorname{Im}({}^*\Gamma^{ijl}k^ik_1^j[\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^l) &= -3\pi\omega_{\text{pl}}^2\omega_2^2 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})(\mathbf{k}_1\mathbf{v})}{vk} ([\mathbf{n}\mathbf{k}_2]\mathbf{v}) \delta(vk_2). \end{aligned}$$

Интерференция последних двух механизмов рассеяния отсутствует.

Таким образом, суммируя вышесказанное, вместо выражения (I.6.1) будем иметь

$$\gamma^l(\mathbf{k}) = 3\left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g}\right)^2 \int (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}\right) d\mathbf{k}_1, \quad (1.13)$$

где

$$Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = 2\pi N_c \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ \times \int \frac{d\Omega}{4\pi} \delta(\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l - \mathbf{v}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)) \left| \Lambda^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) + \Lambda^{\parallel}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) + \Lambda^{\perp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \right|^2. \quad (1.14)$$

Интерференционный член в (1.14) между $\Lambda^{\parallel}$ и $\Lambda^{\perp}$ равен нулю в силу соотношения

$$k_2^i [\mathbf{n}\mathbf{k}_2]^j \int \frac{d\Omega}{4\pi} v^i v^j \delta(vk_2) = 0.$$

Удобно интерпретировать члены, входящие в $\Lambda \equiv \Lambda^c + \Lambda^{\parallel} + \Lambda^{\perp}$, пользуясь квантовым языком. Член с Λ^c , связанный с томсоновским рассеянием, в этом случае можно представить как комптоновское рассеяние кванта колебания (плазмона) на частице КГП. Член $\Lambda^{\parallel}$ определяет рассеяние кванта (плазмона) через продольную виртуальную волну с пропагатором $\Delta^l(k_2)$, где вершина трехволнового взаимодействия порождается НТЛ-поправкой $\delta\Gamma_3$. Член $\Lambda^{\perp}$ определяет рассеяние кванта колебания через поперечную виртуальную волну с пропагатором $\Delta^t(k_2)$. При этом Λ играет роль амплитуды рассеяния.

2. СВЯЗЬ С НТЛ-ПРИБЛИЖЕНИЕМ

Ядро $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ обладает двумя важными свойствами. Из определения (1.14) вытекает неравенство

$$Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \geq 0. \quad (2.1)$$

Далее, из (1.4) следует, что $\Lambda^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = \Lambda^{*c}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k})$. Справедливость этого равенства обеспечивается законом сохранения (I.5.13). Для $\Lambda^{\parallel}$ и $\Lambda^{\perp}$ имеем аналогичные соотношения: $\Lambda^{\parallel, \perp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = (\Lambda^{\parallel, \perp}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}))^*$, доказательство которых вытекает из определений ${}^*\Gamma_3$ и $\Delta^{l, t}$. Следствием этих равенств является свойство симметричности ядра $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ относительно перестановки волновых векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_1$,

$$Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = Q(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}). \quad (2.2)$$

Из (1.13) следует, что в случае глобально равновесной плазмы вследствие неравенства (2.1) волны больших частот затухают, а меньших – возрастают. В частности, в пределе $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ из (1.13) получаем

$$\gamma^l(0) = 3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \int (\omega_{\text{pl}} - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) Q(0, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) d\mathbf{k}_1 < 0,$$

т.е. $(\mathbf{k} = 0)$ -мода не является затухающей, как было получено в работе [7].

Это говорит о том, что нельзя непосредственно отождествлять декремент нелинейного затухания Ландау (1.13) (который не является даже знакоопределенным) с глюонным декрементом затухания, вычисленным на основе техники ресуммирования Братена–Писарского. Фактически декремент $\gamma^l(\mathbf{k})$ определяет здесь два процесса: эффективное перекачивание энергии по спектру в сторону малых волновых чисел при полном сохранении энергии возбуждений и собственно нелинейное поглощение (диссипацию) продольных плазменных волн частицами КГП, причем определяющим является первый процесс. Чтобы увидеть это, перепишем кинетическое уравнение (I.5.14) в виде

$$\frac{\partial W_{\mathbf{k}}^l}{\partial t} = -3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \int (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l) \omega_{\mathbf{k}}^l Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left(\frac{W_{\mathbf{k}}^l}{\omega_{\mathbf{k}}^l} \right) \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) d\mathbf{k}_1. \quad (2.3)$$

Здесь и далее ограничимся пространственно-однородным случаем.

Сделаем замену $\omega_{\mathbf{k}}^l = (\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l)/2 + (\omega_{\mathbf{k}}^l + \omega_{\mathbf{k}_1}^l)/2$. Тогда последнее уравнение можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial W_{\mathbf{k}}^l}{\partial t} = - \int Q_{\text{S}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) W_{\mathbf{k}}^l W_{\mathbf{k}_1}^l d\mathbf{k}_1 - \int Q_{\text{A}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) W_{\mathbf{k}}^l W_{\mathbf{k}_1}^l d\mathbf{k}_1, \quad (2.4)$$

где мы ввели симметричное и антисимметричное ядра соответственно:

$$\begin{aligned} Q_{\text{S}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) &\equiv 3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \frac{(\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l)^2}{2\omega_{\mathbf{k}}^l \omega_{\mathbf{k}_1}^l} Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1), \\ Q_{\text{A}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) &\equiv 3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \frac{(\omega_{\mathbf{k}}^l)^2 - (\omega_{\mathbf{k}_1}^l)^2}{2\omega_{\mathbf{k}}^l \omega_{\mathbf{k}_1}^l} Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Проинтегрируем уравнение (2.4) по $d\mathbf{k}$ и введем полную энергию продольных возбуждений КГП $W_0^l = \int W_{\mathbf{k}}^l d\mathbf{k}$. Тогда в силу свойств ядер (2.5) получаем

$$\frac{\partial W_0^l}{\partial t} = - \int Q_{\text{S}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) W_{\mathbf{k}}^l W_{\mathbf{k}_1}^l d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 < 0,$$

т.е. истинное нелинейное поглощение возбуждений определяется только симметричной частью ядра Q_{S} . С декрементом затухания бозонных мод из НТЛ-приближения необходимо сравнивать только ту часть декремента нелинейного затухания Ландау, которая отвечает за нелинейное поглощение волн, а именно

$$\gamma_{\text{S}}^l(\mathbf{k}) \equiv 3 \left(\frac{\omega_{\text{pl}}}{g} \right)^2 \int \frac{(\omega_{\mathbf{k}}^l - \omega_{\mathbf{k}_1}^l)^2}{2\omega_{\mathbf{k}}^l \omega_{\mathbf{k}_1}^l} Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) W_{\mathbf{k}_1}^l d\mathbf{k}_1. \quad (2.6)$$

Функция $\gamma_{\text{S}}^l(\mathbf{k})$ положительна при любом значении волнового вектора $\mathbf{k}$ и, в частности, при $|\mathbf{k}| = 0$.

Антисимметричная часть ядра не связана с диссипативными явлениями, а определяет процесс перекачки энергии возбуждений по спектру. Это легко увидеть, рассмотрев

модельную задачу взаимодействия двух бесконечно узких пакетов [8]. Представим $W_{\mathbf{k}}^l$ в виде суммы двух слагаемых

$$W_{\mathbf{k}}^l(t) = W_1(t)\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) + W_2(t)\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2), \quad |\mathbf{k}_1| > |\mathbf{k}_2|.$$

Подставив последнее выражение в (2.4), приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial t} &= -(Q_S + Q_A)W_1W_2, & W_1(t_0) &= W_{10}, \\ \frac{\partial W_2}{\partial t} &= -(Q_S - Q_A)W_1W_2, & W_2(t_0) &= W_{20}. \end{aligned}$$

Здесь $Q_{S,A} \equiv Q_{S,A}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$. Общее решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} W_1(t) &= -W_{10}C \frac{e^{-C(t-t_0)}}{-(Q_S + Q_A)W_{20} + (Q_S - Q_A)W_{10}e^{-C(t-t_0)}}, \\ W_2(t) &= \frac{Q_S - Q_A}{Q_S + Q_A}W_1(t) - \frac{C}{Q_S + Q_A}, \quad C \equiv (Q_A - Q_S)W_{10} + (Q_A + Q_S)W_{20}. \end{aligned}$$

Для $|\mathbf{k}_1| > |\mathbf{k}_2|$ в силу определений (2.5) постоянная $C > 0$, и поэтому в пределе при $t \rightarrow \infty$ имеем

$$W_1(t) \rightarrow 0, \quad W_2(t) \rightarrow W_0 - \frac{2Q_S}{Q_S + Q_A}W_{10},$$

где $W_0 = W_{10} + W_{20}$ — полная начальная энергия пакетов. Таким образом, мы видим, что в результате нелинейного взаимодействия двух бесконечно узких пакетов происходит перекачка энергии из пакета с бóльшим волновым числом в пакет с меньшим волновым числом. В результате такой перекачки часть энергии возбуждений (пропорциональная Q_S) нелинейно поглощается частицами плазмы. Величина поглощения асимптотически стремится к значению

$$\Delta W = (\omega_{\mathbf{k}_1}^l - \omega_{\mathbf{k}_2}^l) \frac{W_{10}}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}.$$

Только процесс нелинейного рассеяния плазмонов на частицах КГП не приводит к полной их релаксации в однородной изотропной плазме. В самом деле, в силу кинетического уравнения (2.3) сохраняется полное число плазмонов

$$\frac{\partial N^l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int N_{\mathbf{k}}^l d\mathbf{k} = 0.$$

Отсюда следует, что если в момент времени $t = t_0$ в плазме возбуждается N_0^l плазмонов, то энергия возбуждения для любого $t \geq t_0$ не может стать меньше величины $\omega_{\text{pl}} N_0^l$ вследствие закона сохранения числа плазмонов. В однородной плазме полная диссипация энергии продольных возбуждений определяется более медленными процессами четырехволнового взаимодействия.

3. ОЦЕНКА $\gamma_S^l(0)$

Найдем явный вид декремента $\gamma_S^l(\mathbf{k})$ в пределе нулевого импульса падающего плазмона $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$. Будем исходить из представления $\gamma_S^l(\mathbf{k})$ в виде (2.6) с ядром (1.14). Введем систему координат [7], в которой ось OZ направлена вдоль вектора $\mathbf{k}_1$. Координаты векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{v}$ относительно этой системы равны $\mathbf{k} = (|\mathbf{k}|, \alpha, \beta)$, $\mathbf{v} = (1, \theta, \varphi)$ соответственно. Через Φ обозначим угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{k}$: $(\mathbf{v}\mathbf{k}) = |\mathbf{k}| \cos \Phi$. Связь угла Φ с α , β , θ и φ дается формулой

$$\cos \Phi = \sin \theta \sin \alpha \cos(\varphi - \beta) + \cos \theta \cos \alpha. \quad (3.1)$$

В пределе $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ ядро (1.14) преобразуется к виду

$$Q(0, \mathbf{k}_1) = \pi N_c \omega_{\text{pl}} \frac{v_{\mathbf{k}_1}^l ((\omega_{\mathbf{k}_1}^l)^2 - \mathbf{k}_1^2)}{3\omega_{\text{pl}}^2 - ((\omega_{\mathbf{k}_1}^l)^2 - \mathbf{k}_1^2)} \times \\ \times \int \frac{d\Omega}{4\pi} \delta(\cos \theta - \rho_{\mathbf{k}_1}^l) |\Lambda^c(0, \mathbf{k}_1) + \Lambda^{\parallel}(0, \mathbf{k}_1) + \Lambda^{\perp}(0, \mathbf{k}_1)|^2, \quad (3.2)$$

где

$$v_{\mathbf{k}_1}^l \equiv \frac{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}{|\mathbf{k}_1|}, \quad \rho_{\mathbf{k}_1}^l \equiv \frac{\omega_{\mathbf{k}_1}^l - \omega_{\text{pl}}}{|\mathbf{k}_1|} \geq 0, \quad d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi.$$

Используя определения (1.4), (1.9) и (1.12), найдем выражения $\Lambda^c(0, \mathbf{k}_1)$, $\Lambda^{\parallel}(0, \mathbf{k}_1)$ и $\Lambda^{\perp}(0, \mathbf{k}_1)$. Наиболее просто определяется первое из них. Устремляя $|\mathbf{k}|$ к нулю, имеем

$$\Lambda^c(0, \mathbf{k}_1) = \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{\cos \Phi \cos \theta}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}.$$

Более сложно вычислить $\Lambda^{\parallel}(0, \mathbf{k}_1)$. Из (1.9) получаем

$$\Lambda^{\parallel}(0, \mathbf{k}_1) = \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{\omega_{\text{pl}}}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \frac{(1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2)}{\mathbf{k}_1^2 \rho_{\mathbf{k}_1}^l} \times \\ \times \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{1}{|\mathbf{k}|} (\Delta^l(k_2) \delta \Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j k_2^l). \quad (3.3)$$

Используя определение НТЛ-поправки (I.6.5) к 3-глюонной вершине, находим

$$\lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{1}{|\mathbf{k}|} \delta \Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j k_2^l = \\ = -\cos \alpha \frac{\mathbf{k}_1^2}{\omega_{\text{pl}}} \frac{(\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^3}{1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2} \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \Delta^{-1l}(k_2) + 3|\mathbf{k}_1|^3 \cos \alpha \rho_{\mathbf{k}_1}^l v_{\mathbf{k}_1}^l. \quad (3.4)$$

В последнем равенстве использовано определение $\Delta^{-1l}(k)$ как функции $F(\omega/|\mathbf{k}|)$ (I.5.9). Подставляя (3.4) в (3.3), получаем

$$\Lambda^{\parallel}(0, \mathbf{k}_1) = - \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{(\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \cos \alpha + 3 \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \omega_{\text{pl}} (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2) \cos \alpha \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \Delta^l(k_2). \quad (3.5)$$

Рассмотрим теперь предел члена с поперечным виртуальным колебанием. Из (1.12) следует

$$\begin{aligned} \Lambda^\perp(0, \mathbf{k}_1) &= \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{\omega_{\text{pl}}}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \frac{\cos \Phi - \cos \theta \cos \alpha}{\mathbf{k}_1^2 \sin \alpha} \times \\ &\times \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{1}{|\mathbf{k}| |\mathbf{n}|} \Delta^t(k_2) (*\Gamma^{ijl} k^i k_1^j [\mathbf{n} \mathbf{k}_2]^l). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Используя определение ресуммированной трехглюонной вершины (1.6.3) и соотношение

$$(1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2)(1 - F(-\rho_{\mathbf{k}_1}^l)) = \frac{2}{3\omega_{\text{pl}}^2} \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \Delta^{-1t}(k_2) + 1 + \frac{2\mathbf{k}_1^2}{3\omega_{\text{pl}}^2} (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2),$$

находим

$$\begin{aligned} \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{1}{|\mathbf{k}| |\mathbf{n}|} * \Gamma^{ijl}(k, -k_1, -k_2) k^i k_1^j [\mathbf{n} \mathbf{k}_2]^l &= \\ &= -\frac{3}{2} \frac{\mathbf{k}_1^4}{\omega_{\text{pl}}} \sin \alpha (1 - v_{\mathbf{k}_1}^l \rho_{\mathbf{k}_1}^l) - \frac{\mathbf{k}_1^2 \rho_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\text{pl}}} \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \Delta^{-1t}(k_2) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.7) в (3.6) и учитывая соотношение (3.1), получаем искомый предел

$$\begin{aligned} \Lambda^\perp(0, \mathbf{k}_1) &= - \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{\rho_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}} \sin \theta \sin \alpha \cos(\varphi - \beta) - \\ &- \frac{3}{2} \left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 |\mathbf{k}_1| ((v_{\mathbf{k}_1}^l)^{-1} - \rho_{\mathbf{k}_1}^l) \sin \theta \sin \alpha \cos(\varphi - \beta) \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \Delta^t(k_2). \end{aligned} \quad (3.8)$$

В полной амплитуде Λ соберем сначала члены, не содержащие $\Delta^{l,t}$:

$$\left(\frac{g}{\omega_{\text{pl}}} \right)^2 \frac{1}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \{ \cos \Phi \cos \theta - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2 \cos \alpha - \rho_{\mathbf{k}_1}^l \sin \theta \sin \alpha \cos(\varphi - \beta) \}.$$

Из-за наличия δ -функции в формуле (3.2) выражение в фигурной скобке тождественно обращается в нуль. Таким образом, все члены в Λ , не содержащие факторов $\Delta^{l,t}$, взаимно сокращаются в пределе $(\mathbf{k} = 0)$ -моды.

Оставшиеся члены после подстановки в (3.2) и снятия интегрирования по телесному углу дают

$$\begin{aligned} Q(0, \mathbf{k}_1) &= \frac{9}{2} \pi g^4 \frac{N_c}{\omega_{\text{pl}}} \frac{k_1^2 (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2)}{(3\omega_{\text{pl}}^2 - k_1^2)} v_{\mathbf{k}_1}^l \theta (1 - \rho_{\mathbf{k}_1}^l) \times \\ &\times \left\{ (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2) \cos^2 \alpha \left| \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} (\Delta^l(k_2)) \right|^2 + \right. \\ &\left. + \frac{\mathbf{k}_1^2}{8\omega_{\text{pl}}^2} ((v_{\mathbf{k}_1}^l)^{-1} - \rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2 \sin^2 \alpha \left| \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} (\Delta^t(k_2)) \right|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Заметим, что данное выражение не зависит от угла β . Это позволяет представить меру интегрирования в правой части (2.6) в виде

$$\int d\mathbf{k}_1 = 2\pi \int_0^\infty k_1^2 d|\mathbf{k}_1| \int_1^{-1} d(\cos \alpha).$$

Предположим далее, что характерное время изотропизации колебаний много меньше, чем характерное время спектральной перекачки. Это позволяет считать спектральную плотность $W_{\mathbf{k}_1}^l$ функцией только $|\mathbf{k}_1|$. Введем спектральную функцию $W_{|\mathbf{k}_1|}^l \equiv 4\pi k_1^2 W_{\mathbf{k}_1}^l$ такую, что интеграл

$$\int_0^\infty W_{|\mathbf{k}_1|}^l d|\mathbf{k}_1| = W^l$$

есть полная энергия продольных возбуждений в КГП. Подставляя (3.9) в (2.6) (при $\mathbf{k} = 0$) и снимая интегрирование по углу α , находим наиболее удобную форму для оценки $\gamma_S^l(0)$:

$$\gamma_S^l(0) = \int_0^\infty Q(|\mathbf{k}_1|) W_{|\mathbf{k}_1|}^l d|\mathbf{k}_1|, \quad (3.10)$$

где ядро $Q(|\mathbf{k}_1|)$ имеет вид

$$\begin{aligned} Q(|\mathbf{k}_1|) = & \frac{9}{4} \pi g^2 N_c \frac{k_1^2 (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2)}{(3\omega_{\text{pl}}^2 - k_1^2)} |\mathbf{k}_1| (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2 \theta(1 - \rho_{\mathbf{k}_1}^l) \left\{ (1 - (\rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2) \left| \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} (\Delta^l(k_2)) \right|^2 + \right. \\ & \left. + \frac{k_1^2}{4\omega_{\text{pl}}^2} ((v_{\mathbf{k}_1}^l)^{-1} - \rho_{\mathbf{k}_1}^l)^2 \left| \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} (\Delta^t(k_2)) \right|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Для оценки порядка величины $\gamma_S^l(0)$ обрежем в (3.10) верхний предел интегрирования на характерной величине $|\mathbf{k}_1| \approx \omega_{\text{pl}}$ (выражение (1.6.1) справедливо только в длинноволновой части спектра). Аппроксимируем ядро $Q(|\mathbf{k}_1|)$, используя приближения

$$\omega_{\mathbf{k}_1}^l \approx \omega_{\text{pl}}, \quad \rho_{\mathbf{k}_1}^l \approx \frac{3|\mathbf{k}_1|}{10\omega_{\text{pl}}}, \quad v_{\mathbf{k}_1}^l \approx \frac{\omega_{\text{pl}}}{|\mathbf{k}_1|}, \quad \dots$$

Оставляя в разложении (3.11) главный по $|\mathbf{k}_1|$ член, находим

$$Q(|\mathbf{k}_1|) \approx \frac{9\pi}{800} N_c g^2 \left(\frac{|\mathbf{k}_1|}{\omega_{\text{pl}}^2} \right)^3. \quad (3.12)$$

Функцию $W_{\mathbf{k}_1}^l$ аппроксимируем, как и в работе [7], ее равновесным значением $W_{\mathbf{k}_1}^l \approx 4\pi T$. Поэтому

$$W_{|\mathbf{k}_1|}^l \approx 16\pi^2 k_1^2 T. \quad (3.13)$$

Подставляя (3.12) и (3.13) в (3.10), окончательно находим

$$\gamma_S^l(0) \approx +1.04 N_c g^2 T.$$

В нашем случае коэффициент перед $g^2 T$ на порядок превышает соответствующий коэффициент, вычисленный в работе [9].

4. ЗАВИСИМОСТЬ $\gamma^l(0)$ ОТ КАЛИБРОВОЧНОГО ПАРАМЕТРА

Оценим теперь соответствующий вклад в декремент нелинейного затухания Ландау от калибровочно-зависимого члена пропагатора в ковариантной калибровке (I.5.8)

$$\mathcal{D}_{\rho\alpha}^{\xi}(k_2) = \frac{\xi k_{2\rho} k_{2\alpha}}{[(\omega_2 + i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_2^2]^2}, \quad k_2 = k - k_1. \quad (4.1)$$

Используя тождества Уорда (I.6.9), калибровочно-зависимую часть в $\gamma^l(\mathbf{k})$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \gamma_{\xi}^l(\mathbf{k}) = & -2\xi g^2 N_c \operatorname{Im} \int d\mathbf{k}_1 \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \left[\left(\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)^{-1} \times \right. \\ & \times \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)^{-1} \frac{(\omega \omega_1 (\mathbf{k} \mathbf{k}_1) - \mathbf{k}^2 \mathbf{k}_1^2)^2}{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}_1^2 (k^2 k_1^2)^2} \times \\ & \left. \times (\Delta^{-1l}(k) - \Delta^{-1l}(k_1))^2 \frac{1}{[(\omega_2 + i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_2^2]^2} \right] \Big|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l, \omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Если учесть, что $\Delta^{-1l}(k)|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l} = \Delta^{-1l}(k_1)|_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \equiv 0$, то формально калибровочно-зависимая часть декремента нелинейного затухания Ландау равна нулю, как это уже отмечалось в разделе 7 первой части работы. Покажем, однако, что интеграл в правой части (4.2) является сингулярным на массовой поверхности. Рассмотрим для примера коэффициент перед $(\Delta^{-1l}(k))^2$. В пределе $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ этот коэффициент равен

$$\int \mathbf{k}_1^2 d|\mathbf{k}_1| \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \left(\frac{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}{k_1^2} \right)^2 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)^{-1}_{\omega_1=\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \operatorname{Im} \frac{1}{[(\omega_{\mathbf{k}_1}^l - \omega_{\mathbf{p}1} - i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_1^2]^2}$$

(числовые факторы опускаем). На нижнем пределе подынтегральное выражение (при $W_{\mathbf{k}_1}^l \simeq \text{const}$) ведет себя как

$$\int_{|\mathbf{k}_1| \simeq 0} \frac{d|\mathbf{k}_1|}{|\mathbf{k}_1|^2},$$

т.е. интеграл расходится степенным образом в инфракрасной области. Таким образом, калибровочный параметр в (4.2) умножается на неопределенность вида $0 \times \infty$. Изучим эту неопределенность, следуя рассуждениям работ [10, 11].

Для того чтобы оценить двойной полюс в (4.1), используем тождество

$$\begin{aligned} \frac{1}{[(\omega_2 + i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_2^2]^2} &= \lim_{m^2 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial m^2} \frac{1}{[(\omega_2 + i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_2^2 - m^2]} = \\ &= \lim_{m^2 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial m^2} \frac{1}{2\sqrt{\mathbf{k}_2^2 + m^2}} \left(\frac{1}{\omega_2 - \sqrt{\mathbf{k}_2^2 + m^2} + i\epsilon} - \frac{1}{\omega_2 + \sqrt{\mathbf{k}_2^2 + m^2} + i\epsilon} \right). \end{aligned} \quad (4.3)$$

При вычислении мы сначала полагаем $m^2 \rightarrow 0$, а затем переходим на эффективную массовую поверхность. Ограничимся далее определением γ_ξ^l для $(\mathbf{k} = 0)$ -моды.

Устремив в (4.2) $|\mathbf{k}|$ к нулю и учитывая (4.3), находим

$$\begin{aligned} \gamma_\xi^l(0) = & \frac{(2\pi)^2}{3} \xi g^2 N_c \frac{1}{\omega_{\text{pl}}} \lim_{m^2 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial m^2} \int_0^\infty \frac{\mathbf{k}_1^2 d|\mathbf{k}_1|}{\sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2}} \left(\frac{W_{\mathbf{k}_1}^l}{\omega_{\mathbf{k}_1}^l} \right) \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k_1)}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1 = \omega_{\mathbf{k}_1}^l}^{-1} \times \\ & \times \left(\frac{\omega_{\mathbf{k}_1}^l}{k_1^2} \right)^2 \left(\Delta^{-1l}(\omega, 0) - \Delta^{-1l}(\omega_{\mathbf{k}_1}^l, \mathbf{k}_1) \right)^2 \times \\ & \times \left\{ \delta \left(\omega - \omega_{\mathbf{k}_1}^l - \sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2} \right) - \delta \left(\omega - \omega_{\mathbf{k}_1}^l + \sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Без ограничения общности будем считать $\omega > \omega_{\text{pl}} + m$. Тогда из (4.4) получаем

$$\begin{aligned} \gamma_\xi^l(0) = & \frac{2\pi^2}{3} \xi g^2 N_c \frac{1}{\omega_{\text{pl}}} \lim_{m^2 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial m^2} \left[\left(\frac{k_{10}}{\sqrt{k_{10}^2 + m^2}} \right) \left(\frac{W_{k_{10}}}{\omega_{k_{10}}} \right) \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k_{10})}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1 = \omega_{\mathbf{k}_{10}}^l}^{-1} \times \right. \\ & \times \frac{(\omega_{k_{10}}^l)^2}{[(\omega_{k_{10}})^2 - k_{10}^2]^2} \left(\Delta^{-1l}(\omega, 0) - \Delta^{-1l}(\omega - \sqrt{k_{10}^2 + m^2}, k_{10}) \right)^2 \times \\ & \left. \times \left(\frac{\partial \sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2}}{\partial \mathbf{k}_1^2} + \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_1}^l}{\partial \mathbf{k}_1^2} \right)_{|\mathbf{k}_1| = k_{10}}^{-1} \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

где k_{10} – решение уравнения

$$\omega_{\mathbf{k}_1}^l = \omega - \sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2}.$$

Для того чтобы найти предел $m^2 \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \omega_{\text{pl}}$, заметим, что решение k_{10} ведет себя при $m^2 = 0$ как

$$k_{10} \simeq \omega - \omega_{\text{pl}} + O(k_{10}^2).$$

Вычисляя в (4.5) производную $\partial/\partial m^2$ и устремляя m^2 к нулю, найдем, что наиболее сингулярный член в пределе $k_{10} \rightarrow 0$ возникает от производной

$$\frac{\partial}{\partial m^2} \left(\frac{k_{10}}{\sqrt{k_{10}^2 + m^2}} \right) \rightarrow -\frac{1}{2k_{10}^2}.$$

Используя аппроксимацию $W_{\mathbf{k}_{10}}^l \approx 4\pi T$ и $\Delta^{-1l}(\omega, 0) - \Delta^{-1l}(\omega - k_{10}, k_{10}) \approx 2\omega_{\text{pl}} k_{10}$, окончательно находим

$$\gamma_\xi^l(0) \simeq -2 \frac{(2\pi)^3}{3} \xi g^2 N_c T \left(\frac{\omega - \omega_{\text{pl}}}{\omega_{\text{pl}}} \right). \quad (4.6)$$

Из последнего выражения видно, что при переходе на массовую поверхность калибровочно-зависимая часть декремента нелинейного затухания Ландау обращается в нуль.

Лишняя степень $(\omega - \omega_{\text{pl}})$ в числителе (4.6) возникает от функции

$$\left(\frac{\partial \sqrt{\mathbf{k}_1^2 + m^2}}{\partial \mathbf{k}_1^2} + \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_1}^l}{\partial \mathbf{k}_1^2} \right)^{-1}_{|\mathbf{k}_1|=k_{10}}$$

в выражении (4.5). В работах [10, 11] эта степень компенсируется сингулярностью от статистического фактора

$$\lim_{k_{10} \rightarrow 0} \lim_{m^2 \rightarrow 0} f_g \left(\sqrt{k_{10}^2 + m^2} \right) \simeq \frac{T}{(\omega - \omega_{\text{pl}})},$$

связанного со спектральным представлением голого пропагатора $1/(k^2 + m^2)$. В нашем случае такого компенсирующего фактора нет.

Можно прийти к результату (4.6) с несколько иной стороны. При выводе выражения для $\gamma^l(\mathbf{k})$ (I.5.15) нами было использовано представление спектральной плотности $I_{\omega, \mathbf{k}}^l$ в виде (I.5.10). Это представление справедливо, вообще говоря, только в линейном приближении, когда корреляции во времени (зависимость от ω) однозначно связаны с корреляциями в пространстве (зависимость от $\mathbf{k}$). Для слабонестационарного неоднородного движения плазмы, когда теряется строго однозначное соответствие между частотой возбуждений и их волновым числом, выражение для $I_{\omega, \mathbf{k}}^l$ будет отличаться от (I.5.10) небольшим “уширением” δ -функций, которое, следуя работам [12–15], можно представить формой Брейта–Вигнера

$$I_{\omega, \mathbf{k}}^l = \frac{1}{\pi} \left(I_{\mathbf{k}}^l \frac{\gamma^l}{(\omega - \omega_{\mathbf{k}}^l)^2 + (\gamma^l)^2} + I_{-\mathbf{k}}^l \frac{\gamma^l}{(\omega + \omega_{\mathbf{k}}^l)^2 + (\gamma^l)^2} \right). \quad (4.7)$$

Параметр γ^l , характеризующий уширение, интерпретируется как декремент затухания бозонных мод порядка $g^2 T$. Подчеркнем, что здесь речь идет о зависимости коррелятора $\langle A_\mu^a(x_1) A_\nu^b(x_2) \rangle$ от разности $x_1 - x_2$. Зависимость от $(x_1 + x_2)/2$ уже учтена нами в виде медленной зависимости от средней координаты и среднего времени в левой части кинетического уравнения (I.5.14) посредством оператора $\partial/\partial t + \mathbf{V}_{\mathbf{k}}^l \partial/\partial \mathbf{x}$.

Используя представление (4.7) и формулу

$$\frac{1}{[(\omega_1 - \omega_{\text{pl}} - i\epsilon)^2 - \mathbf{k}_1^2]^2} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}_1^2} \frac{1}{2|\mathbf{k}_1|} \left(\frac{1}{\omega_1 - \omega_{\text{pl}} - |\mathbf{k}_1| - i\epsilon} - \frac{1}{\omega_1 - \omega_{\text{pl}} + |\mathbf{k}_1| - i\epsilon} \right),$$

находим в этом случае вместо (4.5) выражение

$$\begin{aligned} \gamma_\xi^l(0) = & -\frac{\pi}{3} \xi g^2 N_c \frac{1}{\omega_{\text{pl}}^3} \int_0^\infty \mathbf{k}_1^2 d|\mathbf{k}_1| W_{\mathbf{k}_1}^l \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}_1^2} \left[\frac{1}{|\mathbf{k}_1|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 \frac{\gamma^l}{(\omega_1 - \omega_{\text{pl}})^2 + (\gamma^l)^2} \times \right. \\ & \left. \times (\Delta^{-1l}(\omega, 0) - \Delta^{-1l}(\omega_1, 0))^2 \{ \delta(\omega_1 - \omega_{\text{pl}} - |\mathbf{k}_1|) - \delta(\omega_1 - \omega_{\text{pl}} + |\mathbf{k}_1|) \} \right]. \end{aligned}$$

Интегрируя далее по $d\omega_1$ и дифференцируя по $|\mathbf{k}_1|^2$, получаем

$$\gamma_\xi^l(0) \simeq -4^2 \frac{(2\pi)^2}{3} \xi g^2 N_c T \left(\frac{\omega - \omega_{\text{pl}}}{\omega_{\text{pl}}} \right) \int_0^\infty \mathbf{k}_1^2 d|\mathbf{k}_1| \frac{\gamma^l}{[\mathbf{k}_1^2 + (\gamma^l)^2]^2},$$

откуда следует результат (4.6).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье показано, что нелинейное взаимодействие продольных волн приводит к эффективной перекачке энергии по спектру в сторону малых волновых чисел, следствием чего служит неравенство $\gamma^l(0) < 0$, т.е. $(\mathbf{k} = 0)$ -мода является нарастающей. Истинное нелинейное поглощение энергии плазменных волн частицами КГП не приводит к полной релаксации плазменных возбуждений.

Нарастание $(\mathbf{k} = 0)$ -моды есть следствие выбранного нами приближения. В области малых $|\mathbf{k}|$ вступают в силу эффекты, описываемые нелинейными членами в разложении цветного тока более высокого порядка по амплитуде поля. Один из таких возможных нелинейных эффектов известен из теории обычной плазмы [16–18, 2]. Он состоит в следующем.

В силу эффекта перекачки все плазмоны будут стремиться сосредоточиться вблизи малых импульсов $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_0| \rightarrow 0$. Однако фазовый объем, который они занимают и который пропорционален $|\mathbf{k}_0|^3$, будет также весьма малым, вследствие чего возникает интенсивное столкновение плазмонов. Это есть процесс

$$l + l_1 \leftrightarrow l' + l'_1,$$

который должен привести к разбрасыванию плазмонов из области малых величин $|\mathbf{k}_0|$ и, таким образом, к подавлению нарастания $(\mathbf{k} = 0)$ -моды. Вероятность этого четырех-плазмонного взаимодействия определяется изложенными выше методами из нелинейного тока четвертого порядка $j_\mu^{T(4)}$ при учете процесса итерации взаимодействия более высокого порядка по полю.

Подробное исследование данного процесса и его влияния на релаксацию плазменных возбуждений в КГП будет дано в одной из наших следующих работ. Здесь мы лишь отметим, что он является единственным процессом более высокого порядка по полю, вероятность которого определяется только с помощью 3-глюонной, 4-глюонной эффективных вершин и эффективного пропагатора, так же как вероятность изученного нами в данной статье процесса нелинейного рассеяния плазмонов на частицах КГП.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-16065).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Перепишем систему уравнений (1.6), (1.7) в координатном представлении. В A_0 -калибровке имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= \frac{g}{m} \sqrt{1 - \mathbf{v}^2} Q^a (\mathbf{E}^a - \mathbf{v}(\mathbf{v} \mathbf{E}^a)), \\ \frac{dQ^a}{dt} &= g f^{abc} (\mathbf{v} \mathbf{A}^b) Q^c, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где t – координатное время; $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$, $\mathbf{E}^a = -\partial \mathbf{A}^a / \partial t$ и

$$\mathbf{A}^a(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^a e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega_{\mathbf{k}}^l t} d\mathbf{k}, \quad \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^a = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} A_{\mathbf{k}}^a. \quad (\text{П.2})$$

Временная компонента уравнения (1.6) принимает вид тождества.

Если пренебречь действием волны, то цветной заряд будет двигаться равномерно и прямолинейно, а его цветной вектор будет фиксирован начальным условием $\mathbf{x}_0(t) = \mathbf{v}_0 t$, $Q^a = Q_0^a$. Чтобы найти возмущенные полем колебания цветной частицы, линейные по амплитуде поля, необходимо в правой части (П.1) пренебречь изменениями $\mathbf{v}$ и Q^a и положить вместо (П.2)

$$\mathbf{A}^a(\mathbf{x}, t) \simeq \mathbf{A}^a(\mathbf{v}_0 t, t) = \int \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^a e^{-i(\omega_{\mathbf{k}}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k})t} d\mathbf{k}.$$

В этом приближении система (П.1) легко интегрируется и ее решение имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{v}_0 t + \left(-\frac{g}{m}\right) Q_0^a \sqrt{1 - \mathbf{v}_0^2} \int \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^a - \mathbf{v}_0 (\mathbf{v}_0 \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^a)}{(\omega_{\mathbf{k}}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k})^2} e^{-i(\omega_{\mathbf{k}}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k})t} d\mathbf{k} \equiv \\ &\equiv \mathbf{x}_0(t) + \Delta \mathbf{x}(t), \\ Q^a(t) &= Q_0^a + igf^{abc} Q_0^c \int \frac{(\mathbf{v}_0 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^b)}{\omega_{\mathbf{k}}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k}} e^{-i(\omega_{\mathbf{k}}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k})t} d\mathbf{k} \equiv Q_0^a + \Delta Q^a(t). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Используя эти выражения, вычислим интенсивность продольной волны, излучаемой колеблющимся цветным зарядом. Она равна работе поля излучения над зарядом в единицу времени

$$\mathcal{W}^l = \int (\mathbf{E}_Q^a \mathbf{j}_Q^a) d\mathbf{x}, \quad (\text{П.4})$$

где $\mathbf{E}_Q^a$ — поле, создаваемое в КГП цветным током $\mathbf{j}_Q^a$ заряда Q^a . Знак в правой части (П.4) соответствует выбору знака перед током в уравнении Янга–Миллса (I.2.2).

Представим $\mathbf{E}_Q^a$ и $\mathbf{j}_Q^a$ в виде разложений

$$\mathbf{E}_Q^a(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega}^a e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega, \quad \mathbf{j}_Q^a(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega}^a e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega. \quad (\text{П.5})$$

Фурье-компонента поля $\mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega}^a = \mathbf{k} E_{\mathbf{k}, \omega}^a / |\mathbf{k}|$ связана с $\mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega}^a$ уравнением Янга–Миллса

$$E_{\mathbf{k}, \omega}^a = \frac{i}{\omega \varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})} \frac{(\mathbf{k} \mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega}^a)}{|\mathbf{k}|}. \quad (\text{П.6})$$

Подставляя (П.5) и (П.6) в (П.4) и учитывая вещественность $\mathcal{W}^l$, находим

$$\begin{aligned} \mathcal{W}^l &= \frac{(2\pi)^3}{2} \int i \left(\frac{1}{\omega' \varepsilon^l(\omega', \mathbf{k})} - \frac{1}{\omega \varepsilon^{*l}(\omega, \mathbf{k})} \right) \frac{k^i k^j}{\mathbf{k}^2} \times \\ &\times \langle j_{\mathbf{k}, \omega}^{*ai} j_{\mathbf{k}, \omega'}^{aj} \rangle e^{-i(\omega' - \omega)t} d\omega d\omega' d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Здесь в силу случайного характера фазы тока мы заменили произведение $j_{\mathbf{k}, \omega}^{*ai} j_{\mathbf{k}, \omega'}^{aj}$ его средним значением.

Цветной ток, создаваемый колеблющимся по закону (П.3) зарядом, есть

$$\mathbf{j}_Q^a(\mathbf{x}, t) = g\mathbf{v}(t)Q^a(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}(t)) = g\mathbf{v}(t)Q^a(t) \int e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{x}(t))} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \int \mathbf{j}_\mathbf{k}^a(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k},$$

где в линейном по полю приближении

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_\mathbf{k}^a(t) &\equiv \frac{g}{(2\pi)^3} \mathbf{v}(t) Q^a(t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}(t)} \simeq \\ &\simeq \frac{g}{(2\pi)^3} \mathbf{v}_0 Q_0^a e^{-i\mathbf{k}\mathbf{v}_0 t} + \\ &\quad + \frac{g}{(2\pi)^3} \{ Q_0^a [\Delta\mathbf{v}(t) - i\mathbf{v}_0(\mathbf{k}\Delta\mathbf{x}(t))] + \mathbf{v}_0 \Delta Q^a(t) \} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{v}_0 t}, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

а $\Delta\mathbf{x}(t)$, $\Delta\mathbf{v}(t)$ и ΔQ^a определены выражениями (П.3).

Первый член в правой части (П.8) связан с линейным затуханием Ландау, которое в КГП отсутствует. Член в фигурной скобке, пропорциональный Q_0^a , дает абелев вклад в излучение и связан с обычным пространственным колебанием цветной частицы. Член с ΔQ^a дает неабелеву часть излучения и обусловлен возникновением прецессии цветного вектора частицы в поле падающей волны. Как легко увидеть, интерференция этих двух вкладов равна нулю. Далее ограничимся рассмотрением второй части излучения, которая порождается неабелевой частью цветного тока

$$\begin{aligned} (\mathbf{j}_{\mathbf{k},\omega}^a)_{\text{non-abelian}} &= \int (\mathbf{j}_\mathbf{k}^a(t))_{\text{non-abelian}} e^{i\omega t} \frac{dt}{2\pi} = \\ &= \frac{ig^2}{(2\pi)^3} f^{abc} Q_0^c \int \frac{\mathbf{v}_0(\mathbf{v}_0 \mathbf{A}_{\mathbf{k}'}^b)}{\omega_{\mathbf{k}'}^l - \mathbf{v}_0 \mathbf{k}'} \delta(\omega - \omega_{\mathbf{k}'}^l + \mathbf{v}_0(\mathbf{k}' - \mathbf{k})) d\mathbf{k}'. \end{aligned}$$

Подставляя последнее выражение в (П.7), учитывая, что $\langle A_{\mathbf{k}'}^{*b} A_{\mathbf{k}''}^d \rangle = I_{\mathbf{k}'}^l \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}'') \delta^{bd}$, и снимая интегрирование по $d\omega$, $d\omega'$ и $d\mathbf{k}''$, получаем с заменой переменной $\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}_1$, что

$$(\mathcal{W}^l)_{\text{non-abelian}} = -\frac{g^4 N_c q^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}_1^2} \text{Im} \left(\frac{1}{\tilde{\omega}_{\mathbf{k}_1}^l \varepsilon^l(\tilde{\omega}_{\mathbf{k}_1}^l, \mathbf{k})} \right) \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})^2 (\mathbf{k}_1 \mathbf{v})^2}{(\omega_{\mathbf{k}_1}^l - \mathbf{v} \mathbf{k}_1)^2} I_{\mathbf{k}_1}^l. \quad (\text{П.9})$$

Здесь $q^2 \equiv Q_0^a Q_0^a$, $\tilde{\omega}_{\mathbf{k}_1}^l \equiv \omega_{\mathbf{k}_1}^l - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k})\mathbf{v}$ и опущен значок 0 у скорости.

Для мнимой части продольной диэлектрической проницаемости используем аппроксимацию, аналогичную использованной в работе [3],

$$\text{Im} \frac{1}{\varepsilon^l(\tilde{\omega}_{\mathbf{k}_1}^l, \mathbf{k})} \simeq -\pi \left(\frac{\partial \text{Re} \varepsilon^l(k)}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^l}^{-1} \delta(\omega_{\mathbf{k}}^l - \tilde{\omega}_{\mathbf{k}_1}^l).$$

Переходя далее от спектральной плотности $I_{\mathbf{k}_1}^l$ к плотности числа продольных колебаний $N_{\mathbf{k}_1}^l$ и полагая постоянную q^2 равной $2/(2\pi)^3$, приводим выражение (П.9) к окончательному виду

$$(\mathcal{W}^l)_{\text{non-abelian}} = \int w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) N_{\mathbf{k}_1}^l \omega_{\mathbf{k}}^l \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1}{(2\pi)^6}, \quad (\text{П.10})$$

где $w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ дается выражением (1.3). Величина (П.10) представляет собой интенсивность излучения отдельного цветного заряда, движущегося в КГП в направлении вектора $\mathbf{v}$ в поле продольной волны с частотой $\omega_{\mathbf{k}}^l$ и волновым вектором $\mathbf{k}$. Функция $w_{\mathbf{v}}^c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ есть вероятность рассеяния (переизлучения) этой волны в волну с частотой $\omega_{\mathbf{k}_1}^l$ и волновым вектором $\mathbf{k}_1$.

Список литературы

- [1] Ю. А. Марков, М. А. Маркова. ТМФ. 2000. Т. 124. № 1. С. 110.
- [2] В. Н. Цытович. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971.
- [3] В. Н. Цытович. Нелинейные эффекты в плазме. М.: Наука, 1967.
- [4] U. Heinz. Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 351.
- [5] U. Heinz. Ann. Phys. (N. Y.). 1985. V. 161. P. 48.
- [6] S. K. Wong. Nuovo Cimento A. 1970. V. 65. P. 689.
- [7] Z. Xiaofei, L. Jiarong. Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 964.
- [8] В. В. Пустовалов, В. П. Силин. Тр. ФИАН. 1972. Т. 61. С. 38.
- [9] E. Braaten, R. D. Pisarski. Phys. Rev. D. 1990. V. 42. P. 2156.
- [10] R. Baier, G. Kunstatter, D. Schiff. Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. R4381.
- [11] R. Baier, G. Kunstatter, D. Schiff. Nucl. Phys. B. 1992. V. 388. P. 287.
- [12] V. V. Lebedev, A. V. Smilga. Ann. Phys. (N. Y.). 1990. V. 202. P. 229.
- [13] V. V. Lebedev, A. V. Smilga. Physica A. 1992. V. 181. P. 187.
- [14] R. D. Pisarski. Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 5589.
- [15] А. В. Смилга. ЯФ. 1994. Т. 57. С. 550.
- [16] Л. М. Коврижных. ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 237.
- [17] В. А. Липеровский, В. Н. Цытович. Изв. высш. учебн. завед., радиофизика. 1966. Т. 9. С. 469.
- [18] В. А. Липеровский, В. Н. Цытович. Изв. высш. учебн. завед., радиофизика. 1969. Т. 12. С. 823.

Поступила в редакцию 12.VIII.1999 г.,
после доработки 5.XI.1999 г.