Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Маслов, Сжижение газа, подчиняющегося микроканоническому распределению, *ТМФ*, 2009, том 160, номер 2, 331–332

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6401>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 10:53:06

© 2009 г.

В. П. Маслов*

СЖИЖЕНИЕ ГАЗА, ПОДЧИНЯЮЩЕГОСЯ МИКРОКАНОНИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

На основе микроскопического распределения для идеального газа выводятся точные соотношения, приводящие к фазовому переходу первого рода.

Ключевые слова: бозе-конденсат, димеры, кластеры, перколяция.

Как известно, для невзаимодействующих частиц газа имеет место микроканоническое распределение вида

$$\varepsilon_1 \sum_{i=1}^s i^l N_i = \mathcal{E}, \quad \sum_{i=1}^s N_i = N, \quad (1)$$

где ε_1 – некоторая элементарная энергия (глубина потенциальной ямы в модели Леннарда-Джонса). При условии, что все варианты, отвечающие условию (1), равновероятны и $M = \mathcal{E}/\varepsilon_1$ – целое число, эта задача рассматривается в рамках теории распределений в аналитической теории чисел, так как $N \rightarrow \infty$, $s \rightarrow \infty$, $M \rightarrow \infty$ и $l = \text{const}$. Однако, насколько известно автору, даже при $l = 1$, $s = \infty$ в теории чисел она не была полностью решена. Пусть

$$c_\gamma = \int_0^\infty \left(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{e^\xi - 1} \right) d\xi^\gamma, \quad b_\gamma = \int \frac{\xi d\xi^\gamma}{e^\xi - 1}, \quad a_\gamma = \int \frac{d\xi^\gamma}{e^\xi - 1},$$

где $\gamma = \alpha/l$, а фрактальная коразмерность α зависит от s и определяется из соотношения

$$\alpha = l \lim \left(\frac{\ln(s/N)}{\ln(M/N)} \right), \quad (2)$$

где s , N , M стремятся к бесконечности.

Между величинами s , l , M и N возникают некоторые критические соотношения, в том числе величина N_{cr} , определяющая переход в конденсатное состояние, для

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: v.p.maslov@mail.ru

различных фрактальных коразмерностей γ имеет следующий вид:

$$N_{\text{cr}}(\gamma) = \begin{cases} c_{\gamma}^{1/\gamma} b_{\gamma}^{-\gamma} M^{1/(1+\gamma)}, & \gamma < 1, \\ \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sqrt{M} \ln N_{\text{cr}}, & \gamma = 1, \\ b_{\gamma} a_{\gamma}^{-1} M^{1+1/\gamma}, & \gamma > 1. \end{cases} \quad (3)$$

При $N > N_{\text{cr}}$ возникают димеры, тримеры и кластеры, образующие фрактал.

Рассмотрим случай, когда $l = 2$, $\alpha = 3$. Пусть $\kappa = 0$. Тогда фактор сжимаемости [1] Z равен 0.53. Предположим далее, что N превысило N_{cr} на 14%. Это можно сделать, например, немного понизив температуру. Тогда образуется 7% димеров (критерий Кало). Это означает, что появились вкрапления, уменьшившие общий объем V на 7%. В результате фрактальная коразмерность α уменьшается, $\alpha < 3$, а с ней уменьшается и $N_{\text{cr}}(\alpha)$ (3) (см. [2]). Следовательно, появляются еще кластеры, и фрактальная коразмерность еще уменьшается, и так до коразмерности 2 включительно (т.е. до кластера фрактальной размерности, равной единице) идет лавинообразный процесс (цепная реакция) вплоть до $Z \approx \pi/6 \ln N_{\text{cr}}(2) \approx 0.03$.

При увеличении давления и дальнейшем уменьшении размерности ($\alpha < 2$) величина $N_{\text{cr}}(\alpha)$ лишь возрастает [3], а следовательно, плотность $\rho = N/V$ остается неизменной. Тем самым фактор сжимаемости увеличивается пропорционально увеличению давления. Следовательно, возникает фазовый переход первого рода (без метастабильных состояний) – перколяция от кластеров в газе мономеров к газовым нанопорам в жидкости.

Для реальных газов $\kappa \sim \text{const} \cdot \frac{\ln N}{N}$. Ситуация идентичная, однако минимальное значение фактора сжимаемости возрастает до 0.2.

Каноническое распределение, отвечающее (1), определено в работе [4], если положить $H(p) = \xi^l$, $dp = d\xi^{\gamma}$, а $\varphi(x) = \varphi(\xi^l)$.

Для объяснения фазовых переходов жидкость–твердое тело и газ–твердое тело идеальный газ мономеров определим как газ точек ($l = 2$, $\alpha = 3$), идеальную жидкость – как вращающиеся димеры (несжимаемая жидкость) ($l = 2$, $\alpha = 2$), идеальное твердое тело – как осциллирующие димеры ($l = 1$, $\alpha = 3$). Поскольку часть энергии мономеров отдается димерам, размерность α уменьшается, и переход мономеров в конденсатное состояние можно рассматривать как переход поступательной энергии во вращательную и колебательную (см. [3]).

Фрактальная размерность смеси идеальной жидкости и идеального газа возрастает при увеличении давления до значения $\alpha = 6$.

Список литературы

- [1] А. И. Бурштейн, *Молекулярная физика*, Наука, Новосибирск, 1986.
- [2] В. П. Маслов, В. Е. Назайкинский, *Матем. заметки*, **83:2** (2008), 232–263.
- [3] V. P. Maslov, *Threshold levels in Economics*, arXiv: q-fin/ST0903.4783.
- [4] В. П. Маслов, *ТМФ*, **159:2** (2009), 318–320.