Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Е. Тареева, Т. И. Щелкачёва, Н. М. Щелкачёв, Состояние типа спинового стекла в сложных немагнитных системах, *ТМФ*, 2009, том 160, номер 2, 385–400

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6405>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 17:46:13

© 2009 г. Е. Е. Тареева*, Т. И. Щелкачева*, Н. М. Щелкачев*[†]

СОСТОЯНИЕ ТИПА СПИНОВОГО СТЕКЛА В СЛОЖНЫХ НЕМАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ

Дан краткий обзор работ авторов по обобщенным моделям спинового стекла, описывающим широкий класс стекол (мультипольные системы, реальные стекла кластеров и др.). Представлены некоторые новые модели и обсуждены вопросы зависимости сценария перехода в стекло от различных факторов. Предложена классификация поведения сложных спиновых стекол в зависимости от свойств симметрии систем.

Ключевые слова: спиновые стекла, ориентационные стекла, репличная симметрия, отражательная симметрия.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе, посвященной памяти Николая Николаевича Боголюбова, мы даем краткий обзор некоторых результатов, полученных нами в последнее время по теории систем, подобных сложным спиновым стеклам. Кроме того, мы представим новые результаты (разделы 4 и 5), носящие отчасти классификационный характер, по исследованию подобных систем в общем случае. Необходимо подчеркнуть, что теория спиновых стекол является одним из важных разделов современной статистической механики, где, как и в других областях, наиболее важным для понимания сути является представление о квазисредних Н. Н. Боголюбова [1] (см. подробнее в монографии [2], раздел 12).

Теория спиновых стекол появилась как попытка описать неупорядоченное замерзание спинов в реальных разбавленных магнитных системах с беспорядком и фрустрацией. Эта задача вскоре была принципиально решена (см., например, [3]), а именно в рамках равновесного подхода была получена фаза спинового стекла [4]–[6] с качественно правильными границами, а также был объяснен удивительный ход магнитной восприимчивости в зависимости от температуры [7], [8]. В дальнейшем теория спиновых стекол развивалась по двум направлениям, не связанным непосредственно с магнитными спиновыми системами. Одно направление – это использование динамической теории спиновых стекол в качестве модели поведения реальных

*Институт физики высоких давлений РАН, г. Троицк, Московская обл., Россия.
E-mail: etare@ms2.inr.ac.ru

[†]Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, Московская обл., Россия

стекол (начиная с работ [9]), а второе, к которому принадлежит и настоящая работа, – исследование более сложных систем с фрустрацией и беспорядком, ведущих себя подобно спиновым стеклам, в частности ориентационных стекол, в которых, упрощенно говоря, роль спина играет, например, мультипольный момент молекулы. Расширение класса моделей позволяет рассмотреть роль различных факторов в сценариях возникновения состояния типа спинового стекла.

Как хорошо известно, важную роль в характеристике фазовых переходов в регулярных среднеполевых моделях без беспорядка играет отражательная симметрия. Наличие кубических членов в разложении свободной энергии приводит к переходу первого рода, а отсутствие их дает переход второго рода. При изучении систем со случайным взаимодействием в приближении среднего поля в ряде работ также отмечается важная роль кубических членов и делаются попытки сформулировать свойства универсальности (см., например, [9]–[11], а также [12], [13] и приведенные там ссылки).

Особенности систем с фрустрацией и беспорядком в случае нарушенной отражательной симметрии проявляются при их изучении уже в приближении симметричных реплик (RS). Беспорядок размывает фазовый переход первого рода настолько, что вместо перехода появляется плавное нарастание параметров порядка (как стекольного, так и регулярного) при понижении температуры. У нелинейного интегрального уравнения для обобщенной намагниченности просто нет тривиального решения ни при каких температурах в силу несимметричности подынтегральной функции из-за наличия кубических членов в разложении свободной энергии.

Особенный интерес представляет изучение решений с нарушенной репличной симметрией (RSB), а именно исследование характера их возникновения и устойчивости разных этапов RSB по Паризи. В настоящей работе мы показываем, в частности, что отражательная симметрия не является единственным фактором, определяющим характер возникновения неэргодического состояния типа спинового стекла в сложных системах (см. раздел 5).

2. СМЕШАННЫЕ МОЛЕКУЛЯРНЫЕ КРИСТАЛЛЫ

В этом разделе мы прежде всего напомним некоторые наши результаты по мультипольным стеклам. Такие стекла реализуются в смешанных молекулярных кристаллах, одна из составляющих которых несет мультипольный момент.

При изучении стекол мы рассматриваем систему частиц, расположенных в узлах i, j решетки, с гамильтонианом типа гамильтониана Шеррингтона–Киркпатрика (ШК) [5]

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} J_{ij} \hat{U}_i \hat{U}_j, \quad (1)$$

где операторы U имеют различный смысл в зависимости от рассматриваемой задачи, а взаимодействия J_{ij} распределены по Гауссу с вероятностью

$$P(J_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi J}} \exp \left[-\frac{(J_{ij} - J_0)^2}{2J^2} \right]. \quad (2)$$

Для обеспечения правильного термодинамического предела в модели, рассматриваемой как среднеполевой, как обычно, считаем, что $J = \tilde{J}/\sqrt{N}$, $J_0 = \tilde{J}_0/N$.

Метод реплик позволяет провести усреднение свободной энергии по беспорядку взаимодействий и получить стандартным для теории спиновых стекол образом условия для седловой точки в виде уравнений для параметров порядка: регулярного термодинамического среднего для квадрупольного момента $x = \langle \langle U_\alpha \rangle_T \rangle_J$, усредненного по беспорядку, и стекольного – такого же среднего для межрепличного перекрывания $q = \langle \langle U_\alpha U_\beta \rangle_T \rangle_J$.

Выражение для свободной энергии для модели общего вида (1) при $J_0 = 0$ в приближении симметричных реплик имеет вид

$$F_{\text{RS}} = -NT \left\{ -t^2 \frac{q^2}{4} - t^2 \frac{p^2}{4} + \overline{\ln \text{Tr} e^{\hat{\theta}_{\text{RS}}}} \right\}, \quad (3)$$

где $t = \tilde{J}/(kT)$,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{\text{RS}} &= zt\sqrt{q}\hat{U} + t^2 \frac{p-q}{2} \hat{U}^2, \\ \overline{(\dots)} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} (\dots) e^{-z^2/2} \equiv \int dz^G (\dots). \end{aligned}$$

Используя условия экстремума для свободной энергии, мы получаем уравнения для параметров порядка x , q , p , где p – дополнительный параметр порядка:

$$q = \overline{\langle \hat{U} \rangle_{\theta_{\text{RS}}}^2}, \quad (4)$$

$$x = \overline{\langle \hat{U} \rangle_{\theta_{\text{RS}}}}, \quad (5)$$

$$p = \overline{\langle \hat{U}^2 \rangle_{\theta_{\text{RS}}}}, \quad (6)$$

$$\langle \dots \rangle_\theta = \frac{\text{Tr}((\dots)e^{\hat{\theta}})}{\text{Tr} e^{\hat{\theta}}}. \quad (7)$$

Хорошо известным примером ориентационных стекол являются квадрупольные стекла в смесях водородов и смеси $\text{Ag} - \text{N}_2$. В наших работах [14] была предложена модель, подобная модели ШК, но с заменой изинговского спина на аксиальный квадрупольный момент молекулы. Это значит, что в (1)

$$\hat{U} = \hat{Q} = 3J_z^2 - 2 \quad (8)$$

– квадрупольный момент молекулы с $J = 1$, $J_z = 0, \pm 1$.

В этом случае параметр p не является независимым и, поскольку $\hat{Q}^2 = 2 - \hat{Q}$, мы имеем $p = 2 - x$. Запишем нелинейные уравнения (4), (5) в явном виде, чтобы проследить аналогию с моделью ШК:

$$x = 2 \int dz^G \frac{e^\Theta - e^{-2\Theta}}{2e^\Theta + e^{-2\Theta}}, \quad (9)$$

$$q = 4 \int dz^G \left(\frac{e^\Theta - e^{-2\Theta}}{2e^\Theta + e^{-2\Theta}} \right)^2, \quad (10)$$

где $\Theta = tq^{1/2} + (t^2/2)(q + x - 2)$, $t = \tilde{J}/(kT)$.

Эти нелинейные уравнения для параметров порядка в RS-приближении не имеют нулевого решения ни при каких температурах. Ответвление RSB-решения происходит непрерывно и плавно. Нарушение репличной симметрии дает переход в неэргодическую фазу квадрупольного стекла [12]. Результаты, полученные по непрерывному нарастанию параметров порядка при понижении температуры, находятся в хорошем согласии с экспериментами, проведенными на смеси $\text{Ag} - \text{N}_2$ [15]. Позднее исследование этой модели было продолжено в наших работах, работах [16], [17] и работах Москаленко с соавторами (см. монографию [2] и приведенные там ссылки).

Важным развитием модели явилось исследование квадрупольной системы для случая $J = 2$, а также квадрупольных моделей с многочастичным взаимодействием [18], подобных предложенной в работе [19] для спиновых систем. При этом оказалось возможным описать фазу ориентационного стекла, наблюдаемую при высоком давлении в твердом молекулярном орто- D_2 и пара- H_2 [20]. Возможность наблюдения ориентационных переходов в таких системах, состоящих из первоначально сферически-симметричных молекул с $J = 0$, возникает благодаря тому, что вероятность перехода $J = 0 \rightarrow J = 2$ быстро растет при увеличении давления.

При $J = 2$ и $J_z = 0, \pm 1, \pm 2$ аксиальный квадрупольный момент молекулы имеет вид

$$\hat{Q}_{(2)} = \frac{1}{3} (3J_z^2 - 6). \quad (11)$$

Выражения для свободной энергии и параметров порядка в RS-приближении дают формулы (3)–(6) с $\hat{U} = \hat{Q}_{(2)}$. Результаты вычислений показывают, что, как и в предыдущем примере, имеет место сосуществование стекольного состояния и дальнего ориентационного порядка, что соответствует эксперименту [20].

Кроме того, для описания квадрупольного стекла с $J = 2$ в [18] была предложена и другая модель – обобщение модели p -спинового стекла. Возможно, ее следует считать более адекватной в случае высоких давлений, когда взаимодействия более чем двух частиц могут играть важную роль. Перейдем к описанию p -частичных моделей.

3. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ p -СПИНОВОГО СТЕКЛА

Рассмотрим обобщение известной p -спиновой модели изинговых спинов [19] на случай произвольных операторов. Гамильтониан имеет вид

$$H = - \sum_{i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_l} J_{i_1 \dots i_l} \hat{U}_{i_1} \hat{U}_{i_2} \dots \hat{U}_{i_l}, \quad (12)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, l – число взаимодействующих частиц, $\hat{U}$ – произвольный диагональный оператор такой, что $\text{Tr} \hat{U} = 0$. Мы пока не конкретизируем его вид, чтобы использовать в дальнейшем общие формулы. Независимые взаимодействия распределены по Гауссу:

$$P(J_{i_1 \dots i_l}) = \frac{\sqrt{N^{(l-1)}}}{\sqrt{l! \pi \tilde{J}}} \exp \left[- \frac{(J_{i_1 \dots i_l})^2 N^{(l-1)}}{l! \tilde{J}^2} \right]. \quad (13)$$

Используя репличный подход, запишем свободную энергию, усредненную по беспорядку, в виде

$$\frac{\langle F \rangle_J}{NkT} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \max \left[-\frac{t^2}{4} \sum_{\alpha} (p^{\alpha})^l + \sum_{\alpha} \mu^{\alpha} (p^{\alpha}) - \frac{t^2}{4} \sum_{\alpha \neq \beta} (q^{\alpha\beta})^l + \sum_{\alpha \neq \beta} \lambda^{\alpha\beta} q^{\alpha\beta} - \ln \text{Tr}_{\{U^{\alpha}\}} e^{\hat{\theta}} \right], \quad (14)$$

где

$$\hat{\theta} = \sum_{\alpha \neq \beta} \lambda^{\alpha\beta} \hat{U}^{\alpha} \hat{U}^{\beta} + \sum_{\alpha} \mu^{\alpha} (\hat{U}^{\alpha})^2, \quad t = \frac{\tilde{J}}{kT}.$$

Экстремум в (14) берется по физическим параметрам порядка и по соответствующим множителям Лагранжа $\lambda^{\alpha\beta}$ и μ^{α} . Стандартные условия для седловой точки приводят к выражениям для параметра порядка стекла q и регулярного параметра порядка x (средний квадрупольный момент):

$$q^{\alpha\beta} = \langle \hat{Q}^{\alpha} \hat{Q}^{\beta} \rangle_{\theta}, \quad x^{\alpha} = \langle \hat{Q}^{\alpha} \rangle_{\theta}, \quad (15)$$

а также для вспомогательного параметра порядка $p^{\alpha} = \langle (\hat{Q}^{\alpha})^2 \rangle_{\theta}$ и параметров

$$\lambda^{\alpha\beta} = \frac{t^2}{4} l (q^{\alpha\beta})^{(l-1)}, \quad \mu^{\alpha} = \frac{t^2}{4} l (p^{\alpha})^{(l-1)}.$$

Для удобства запишем выражение (14) в виде

$$\frac{\langle F \rangle_J}{NkT} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \max \left[(l-1) \frac{t^2}{4} \sum_{\alpha} (p^{\alpha})^l + (l-1) \frac{t^2}{2} \sum_{\alpha > \beta} (q^{\alpha\beta})^l - \ln \text{Tr}_{\{U^{\alpha}\}} e^{\hat{\theta}} \right], \quad (16)$$

где

$$\hat{\theta} = l \frac{t^2}{2} \sum_{\alpha > \beta} (q^{\alpha\beta})^{(l-1)} \hat{U}^{\alpha} \hat{U}^{\beta} + l \frac{t^2}{4} \sum_{\alpha} (p^{\alpha})^{(l-1)} (\hat{U}^{\alpha})^2. \quad (17)$$

Используя стандартную процедуру (см., например, [3]), проведем первое нарушение симметрии реплик (1RSB) по Паризи (n реплик делятся на n/m_1 групп по m_1 реплик в каждой) и получим выражение для свободной энергии

$$F_{1\text{RSB}} = -NkT \left[m_1 t^2 (l-1) \frac{r_1^l}{4} + (1-m_1)(l-1) t^2 \frac{(r_1+v_1)^l}{4} - t^2 (l-1) \frac{p_1^l}{4} + \frac{1}{m_1} \int dz^G \ln \int ds^G (\text{Tr } e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1} \right], \quad (18)$$

где $q^{\alpha\beta} = r_1$, если α и β принадлежат разным группам, $q^{\alpha\beta} = r_1 + v_1$, если α и β принадлежат одной и той же группе,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{1\text{RSB}} = & zt \sqrt{\frac{lr_1^{(l-1)}}{2}} \hat{U} + st \sqrt{\frac{l[(r_1+v_1)^{(l-1)} - r_1^{(l-1)}]}{2}} \hat{U} + \\ & + t^2 \frac{l[p_1^{(l-1)} - (r_1+v_1)^{(l-1)}]}{4} \hat{U}^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Соответствующие выражения для RS-приближения легко получить из предыдущих формул, полагая $v_1 = 0$.

Симметрия реплик может нарушиться при температуре T_0 , определяемой уравнением $\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} = 0$, где

$$\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} = 1 - t^2 \frac{l(l-1)q^{(l-2)}}{2} \int dz^G \left\{ \frac{\text{Tr}(\widehat{U}^2 e^{\hat{\theta}_{\text{RS}}})}{\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{\text{RS}}}} - \left[\frac{\text{Tr}(\widehat{U} e^{\hat{\theta}_{\text{RS}}})}{\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{\text{RS}}}} \right]^2 \right\}^2. \quad (20)$$

Условие (20) получено как условие ветвления уравнения (22) (см. ниже), т.е. условие возможного появления малого решения $v_1 \rightarrow 0$ с нарушенной репличной симметрией.

Условия экстремума для $F_{1\text{RSB}}$ приводят к уравнениям для параметров порядка стекла r_1 и v_1 , вспомогательного параметра порядка p_1 и параметра m_1 . В общем случае (для произвольного числа l и произвольного оператора U) они имеют вид

$$r_1 = \int dz^G \left[\frac{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{(m_1-1)} \text{Tr}(\widehat{U} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})}{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1}} \right]^2, \quad (21)$$

$$v_1 = \int dz^G \frac{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{(m_1-2)} (\text{Tr}(\widehat{U} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}}))^2}{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1}} - \int dz^G \left[\frac{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{(m_1-1)} \text{Tr}(\widehat{U} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})}{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1}} \right]^2, \quad (22)$$

$$p_1 = \int dz^G \frac{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{(m_1-1)} \text{Tr}(\widehat{U}^2 e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})}{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1}}, \quad (23)$$

$$m_1 \frac{t^2}{4} (l-1)[(r_1 + v_1)^l - (r_1)^l] = -\frac{1}{m_1} \int dz^G \ln \int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1} + \int dz^G \frac{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1} \ln \text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}}}{\int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1}}. \quad (24)$$

Приведем также соответствующие выражения для энтропии S и ориентационной части теплоемкости C :

$$S_{1\text{RSB}} = Nk \left[m_1 t^2 \frac{(l+1)r_1^l}{4} + (1-m_1)t^2 \frac{(l+1)(r_1 + v_1)^l}{4} - t^2 \frac{(l+1)p^l}{4} + \frac{1}{m_1} \int dz^G \int ds^G (\text{Tr} e^{\hat{\theta}_{1\text{RSB}}})^{m_1} \right], \quad (25)$$

$$\frac{C_{v(1\text{RSB})}}{kN} = \frac{d}{d(1/t)} \left[t \frac{m_1 r_1^l + (1-m_1)(r_1 + v_1)^l - p^l}{2} \right]. \quad (26)$$

В работе [18] мы подробно исследовали случай квадрупольного стекла с $J = 2$ и $\widehat{U} = \widehat{Q}_{(2)}$ (11) и привели решения уравнений (21)–(23) для числа взаимодействующих частиц $l = 3$. Как и в случае двухчастичного взаимодействия, имеет место сосуществование состояния стекла с дальним ориентационным порядком. Однако в этом случае условие $\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} = 0$ не определяет физического решения в окрестности точки ветвления T_0 : происходит переход на нефизическую ветвь свободной

энергии. Фактически же переход от RS к 1RSB-решению происходит скачком в точке $T_1 < T_0$, определяемой условием $m_1 = 1$. В этой точке $F_{RS} = F_{1RSB}$. Появляется скачок и в теплоемкости. Очень важным свойством модели является тот факт, что существует область устойчивости 1RSB-решения относительно дальнейшего нарушения репличной симметрии, т.е. область, где положительно собственное значение

$$\begin{aligned} \lambda_{(1RS)repl} = 1 - t^2 \frac{l(l-1)(r_1 + v_1)^{(l-2)}}{2} \times \\ \times \int dz^G \int ds^G (\text{Tr } e^{\hat{\theta}_{1RSB}})^{m_1} \left\{ \frac{\text{Tr}(\hat{U}^2 e^{\hat{\theta}_{1RSB}})}{\text{Tr } e^{\hat{\theta}_{1RSB}}} - \left[\frac{\text{Tr}(\hat{U} e^{\hat{\theta}_{1RSB}})}{\text{Tr } e^{\hat{\theta}_{1RSB}}} \right]^2 \right\}^2 \times \\ \times \left\{ \int ds^G (\text{Tr } e^{\hat{\theta}_{1RSB}})^{m_1} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Нарушим репличную симметрию еще раз и получим соответствующие выражения для свободной энергии и параметров порядка. Условие появления нетривиального малого решения для 2RSB-параметра порядка стекла $v_2 \rightarrow 0$ приводит к условию бифуркации $\lambda_{(1RS)repl} = 0$, которое определяет температуру $T = T_2$. Это уравнение всегда имеет решение при $v_1 = 0$, которое определяет точку T_0 и совпадает с решением уравнения (20) $\lambda_{(RS)repl} = 0$. Но кроме точки T_0 при $v_1 \neq 0$ может существовать еще одна точка бифуркации, в которой возможно появление 2RSB-решения.

Зависимость параметров порядка от температуры для квадрупольного стекла ($J = 1$) с трехчастичными взаимодействиями. Симметрия реплик нарушается при температуре, соответствующей условию $\lambda_{(RS)repl} = 0$.

Приведем теперь еще один пример. Рассмотрим случай квадрупольного стекла с $J = 1$ (8) и трехчастичным взаимодействием. Оказывается, что этот случай, так же как и рассмотренный ранее в работе [18], дает небольшую область устойчивости 1RSB-решения. В этом случае мы действуем так же, как и в предыдущем примере. По-прежнему справедливы общие уравнения (21)–(23). Их решение дает общую картину, подобную получившейся для $J = 2$. На рисунке приведены результаты для параметров порядка и значения λ для RS- и RSB-решений. На вставке в увеличенном масштабе показано поведение $\lambda_{1\text{RSB}}$. При положительном $\lambda_{1\text{RSB}}$ 1RSB-решение устойчиво.

4. ОРИЕНТАЦИОННОЕ СТЕКЛО В СИСТЕМАХ КЛАСТЕРОВ

Рассмотрим теперь более сложные системы, в которых имеются состояния, подобные спиновым стеклам. В работах [21], [22] предложена и исследована модель для описания низкотемпературного перехода в состояние ориентационного стекла в твердом молекулярном C_{60} в духе теории спиновых стекол. Как известно, такие молекулы имеют форму, близкую к сферической, и связаны между собой достаточно слабыми силами типа Ван-дер-Ваальса. Тем не менее ориентационные степени свободы играют определяющую роль в ряде структурных и физических свойств твердого фуллерита (см., например, обзоры [23], [24]). В частности, при понижении температуры до 90 К в нем происходит переход в состояние ориентационного стекла.

Основная физическая проблема, которая возникает в этом случае, заключается в следующем: как описать состояние, обладающее спином или моментом (как орто-молекулы в H_2), и состояние при отсутствии спина или момента (как пара-молекулы), в случае одинаковых молекул C_{60} . Оказывается возможным проследить аналогию со смесями, основываясь на изучении роли различных типов взаимных ориентаций молекул. В результате такого рассмотрения строится модель, в которой роль спинов играют определенные комбинации сферических гармоник.

Главное наше физическое предположение заключается в том, что мы ограничиваемся рассмотрением конечного числа разрешенных ориентаций молекул, вместо непрерывных вращений вокруг узлов кристаллической решетки. Эта аппроксимация является следствием наличия двух ярко выраженных минимумов энергии межмолекулярного взаимодействия, зависящей от углов, которые лежат много ниже, чем остальные значения энергии. Соответствующие этим минимумам состояния – это Р-состояние, когда пентагон одной молекулы направлен на двойную связь с другой, и Н-состояние (гексагон против двойной связи). Как показывает эксперимент, при понижении температуры до величин порядка комнатной свободное вращение молекул сменяется быстрыми скачками между этими состояниями. На этом факте и основана наша дискретизированная модель.

Мы показали, что в рассматриваемой системе при низких температурах присутствуют фрустрация и беспорядок, считающиеся главными характерными чертами спиновых стекол. Теперь построим модель ориентационного стекла в C_{60} . Это может быть сделано в полной аналогии с тем, как в пионерских работах по теории спиновых стекол [4], [5] обычная модель Изинга преобразуется в модель ШК. В разделе 2 были рассмотрены модели, получаемые с помощью замены изинговского

спина на квадрупольный момент, в этом разделе мы рассматриваем стекла, в которых оператор U заменен непрерывными функциями углов. При этом все формулы из раздела 3 остаются в силе при условии, что оператор Tr по набору дискретных состояний заменяется на интеграл по угловым переменным. Итак, в случае C_{60} мы заменяем спин следующей линейной комбинацией гармоник:

$$\hat{U}_i = c [K_8^i(\tilde{\omega}) + K_9^i(\tilde{\omega}) + K_{10}^i(\tilde{\omega})] + d [K_{11}^i(\tilde{\omega}) + K_{12}^i(\tilde{\omega}) + K_{13}^i(\tilde{\omega})],$$

где функции $K_m = K_{6,m}$, $m = 1, 2, \dots, 13$, – кубические гармоники (мы используем обозначения работы [25]), а отношение постоянных $d/c = -0.914$ (см. подробнее [21], [22]).

Применяя хорошо известные методы теории спиновых стекол к предложенной модели, мы получаем результаты, находящиеся в согласии с экспериментальными данными: сосуществование стекла и дальнего ориентационного порядка и наличие широкого максимума на кривой для ориентационной части теплоемкости. Кроме того, предложенная модель позволяет рассмотреть зависимость ориентационного перехода от давления при небольших давлениях.

Перейдем теперь к обсуждению простой кластерной модели перехода жидкость–стекло [26], [27]. Несмотря на возрастающий интерес к физическим свойствам жидкостей и стекол, природа реальных структурных стекол до сих пор остается загадкой. Одним из перспективных путей для теоретического исследования структурных стекол представляется использование аналогии между фазовыми переходами в спиновых стеклах и переходом жидкость–стекло. В определенной степени основанием для этого является тот факт, что структура динамических уравнений для соответствующих корреляционных функций для переохлажденных жидкостей и для ряда моделей спинового стекла одна и та же в приближении среднего поля [9], [28]. Это позволяет надеяться, что модели спиновых стекол могут, по крайней мере качественно, описывать свойства реальных структурных стекол. Главным препятствием на этом пути является отсутствие замороженного беспорядка в реальных стеклах (в противоположность спиновым стеклам). В силу этого на первый взгляд кажется, что спиновые стекла микроскопически имеют очень мало общего с жидкостями и совершенно не подходят для использования при описании процесса перехода простой жидкости в стекло. Однако можно предложить сценарий, по которому аналог замороженного беспорядка возникает в системе частиц с центральным потенциалом Леннарда-Джонса естественным образом. Важную роль в нашем подходе играют представление о локальной структуре переохлажденных жидкостей и стекол и анализ ориентационной части межкластерного взаимодействия, основанный на работах [29], [30].

В работах [26], [27] показано, что учет анизотропии локальной структуры жидкости в виде поправки к изотропной бинарной функции распределения $\delta g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ приводит к поправке в свободной энергии

$$\frac{\Delta F}{kT} = -\frac{1}{2} \int \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}'_2) \delta g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \delta g(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (28)$$

которая может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F(r_s)}{k_T} &= -\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2l+1} \Gamma_l(r_s, r_s) \int \sum_{l=-m}^l Y_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}^*(\Omega_2) f(\Omega_1) f(\Omega_2) r_s^4 d\Omega_1 d\Omega_2 = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} J_l(r_s) \sum_{l=-m}^l |f_{lm}|^2, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$J_l(r_s) = \frac{4\pi}{2l+1} r_s^4 \Gamma_l(r_s, r_s), \quad \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2l+1} \Gamma_l(r, r') \sum_{l=-m}^l Y_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}^*(\Omega_2),$$

а функция $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2)$ относится к изотропной жидкости и выражается через суммы неприводимых диаграмм Майера.

Величину $\Delta F(r_s)$ можно интерпретировать как энергию ориентационного взаимодействия системы кластеров радиуса r_s в приближении среднего поля. Полную энергию можно получить, интегрируя это выражение и учитывая, что вероятности значений радиусов кластеров определяются радиальной функцией распределения жидкости вблизи ее первого пика, т.е. при интегрировании надо учитывать весовой множитель $r^2 g(r)$.

В работах [26], [27] было показано, что существует область плотностей и температур, в которой это взаимодействие как функция радиуса кластера меняет знак, и, таким образом, в системе имеется фрустрация. На этом основании предложена модель взаимодействующих кластеров разной симметрии. Это соответствует использованию гамильтониана (1) с различными функциями U . Теперь функции $\hat{U} \equiv U(\varphi, \theta)$ являются линейными комбинациями сферических гармоник, соответствующих симметриям куба ($l = 4, m = 0, \pm 4$ или $l = 6, m = 0, \pm 4$) и икосаэдра ($l = 6, m = 0, \pm 5$). Например, для икосаэдра

$$\hat{U} = U_i(\varphi, \theta) = \frac{5}{\sqrt{11}} \left[Y_{60}(\varphi, \theta) + \sqrt{\frac{7}{11}} (Y_{65}(\varphi, \theta) + Y_{65}(-\varphi, \theta)) \right].$$

Модель взаимодействующих кубических и икосаэдрических кластеров была решена в RS-приближении среднего поля и была исследована устойчивость RS-решения. В силу отсутствия отражательной симметрии параметр порядка стекла в этом приближении плавно нарастает при понижении температуры. Температуру перехода жидкость–стекло мы отождествили с температурой нарушения устойчивости репликосимметричного решения. Мы показали, что при охлаждении системы частиц с потенциалом Леннарда-Джонса сначала замерзают икосаэдрические кластеры, организуя ориентационный порядок связей, а затем, при дальнейшем понижении температуры, замерзает система кубических кластеров, образуя ориентационное стекло.

5. РОЛЬ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Во всех моделях, рассмотренных в разделах 2, 3 и 4 есть много общего. Все они являются моделями с кубическими членами в свободной энергии регулярной неслучайной задачи, и поведение их, безусловно, отлично от поведения моделей без кубических членов [13].

Некоторые отличительные черты удобно проследить на следующей модели. Рассмотрим систему N квадруполов, имеющих как аксиальную, так и неаксиальную компоненты и расположенных в узлах решетки i, j . Пусть их взаимодействие описывается гамильтонианом (1) при $\hat{U}_i = Q_i + \eta V_i$, где $Q = 3J_z^2 - 2$, $V = \sqrt{3}(J_x^2 - J_y^2)$, $\mathbf{J} = 1$, $J_z = 1, 0, -1$, $Q^2 = 2 - Q$, $V^2 = 2 + Q$, $QV = VQ = V$, параметр η может изменяться от 0 до 1. Константы взаимодействия распределены по Гауссу (2). Заметим, что из алгебры операторов следует

$$(Q + \eta V)^2 = 2(1 + \eta^2) + 2\eta V - (1 - \eta^2)Q. \quad (30)$$

Соответствующий эффективный гамильтониан, записанный в терминах флуктуационных полей φ_i , можно получить, применяя преобразование Стратановича–Хаббарда, в виде

$$\begin{aligned} \beta H_{\text{eff}} = & \frac{1}{2} \sum_{i,j} \varphi_i (\beta J)_{ij}^{-1} \varphi_j - N \ln 3 - \\ & - N \sum_i \left[\varphi_i^2 (1 + \eta^2) + \varphi_i^3 \left(\eta^2 - \frac{1}{3} \right) + \varphi_i^4 \frac{(1 + \eta^2)^2}{4} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Используя формулы из раздела 3, легко показать, что поведение рассматриваемой системы принципиально различается для случаев $\eta = 1/\sqrt{3}$ и $\eta \neq 1/\sqrt{3}$.

Сначала рассмотрим регулярный случай без беспорядка ($\tilde{J} = 0$, $\tilde{J}_0 \neq 0$). В этом случае $q = x^2$, нетривиальное решение появляется при $kT_c^r/\tilde{J}_0$. Разложив решение в окрестности T_c^r по τ , $\tau = kT_c^r/\tilde{J} - kT_c^r/\tilde{J}_0$, получаем следующие выражения для x :

$$x = \begin{cases} \frac{16}{3} \sqrt{\tau}, & 3\eta^2 = 1, \\ -\frac{8\tau(1 + \eta^2)^3}{3\eta^2 - 1}, & 3\eta^2 \neq 1. \end{cases}$$

В случае $\eta = 1/\sqrt{3}$ мы имеем переход второго рода, так же как для ферромагнетика со спином, равным единице. Если же $3\eta^2 - 1 \neq 0$, то наблюдается переход первого рода, аналогичный возникновению дальнего квадрупольного порядка ($\eta = 0$).

Для системы со случайным взаимодействием ($\tilde{J} \neq 0$, $\tilde{J}_0 = 0$) высокотемпературное разложение уравнений для параметров порядка дает тривиальные решения в случае $\eta = 1/\sqrt{3}$. При этом задача становится полностью аналогичной случаю спинового стекла с $S = 1$ [31]. В противном случае тривиального решения уравнений для параметров порядка не существует, они непрерывно возрастают при понижении температуры. Эта ситуация аналогична квадрупольному стеклу с двумя внутренними полями. Рассмотренный пример демонстрирует роль отражательной симметрии в RS-приближении для спиновых стекол.

Сделаем некоторые обобщающие выводы. В случае отсутствия кубических членов они вполне строгие (см. также [32]). Ниже мы покажем, что в этом случае при любых операторах U имеет место бесконечное нарушение репличной симметрии по Паризи. Наши заключения о случае с отличным от нуля кубическим членом нельзя сформулировать таким законченным однозначным образом. Важно, что в этом случае при некоторых дополнительных условиях существует область устойчивости первого этапа нарушенной репличной симметрии. Для простых моделей, не являющихся сферическими, это показано, по-видимому, впервые в нашей работе [18]. Что

касается более сложных моделей с несколькими взаимодействиями, то этот факт был установлен для модели Поттса с тремя состояниями в работе [33] и для более сложных моделей с двумя взаимодействиями в работах [34].

Действительно, рассмотрим нашу модель (1) в случае, если имеет место отражательная симметрия,

$$\mathrm{Tr} \widehat{U}^{(2k+1)} = 0 \quad (32)$$

для любых целых k . Тогда уравнение (4) всегда имеет тривиальное решение $q_{\mathrm{RS}} = 0$ для параметра порядка стекла. Нетривиальное решение возникает в точке T_c , которая определяется условием бифуркации для уравнения (4):

$$1 - T_c^2 p^2(T_c) = 0. \quad (33)$$

Таким образом, в случае (32) условие $\lambda_{(\mathrm{RS})_{\mathrm{rep1}}} = 0$ совпадает с уравнением (33) благодаря тому, что ветвление происходит от тривиального решения. Произведя первое нарушение симметрии реплик 1RSB, затем 2RSB, 3RSB и т.д., мы видим, что уравнения для параметров порядка стекла всегда содержат величину $\mathrm{Tr}(\widehat{U} e^{\theta_{n\mathrm{RSB}}}) / \mathrm{Tr} e^{\theta_{n\mathrm{RSB}}}$. Таким образом, на каждой стадии RSB одно из решений является тривиальным, и можно рассматривать появление $n\mathrm{RSB}$ -решения как бифуркацию от тривиального $(n-1)\mathrm{RSB}$ -решения. При этом уравнение $\lambda_{n\mathrm{RSB}} = 0$ совпадает с соответствующим условием ветвления (33).

Это означает, что $n\mathrm{RSB}$ -решения различных стадий нарушения симметрии во всяком случае могут существовать при температуре $T < T_c$, определяемой условием (33), что и позволяет нам искать решение с полным нарушением репличной симметрии (FRSB) [7], [8].

Предполагая возможность FRSB-схемы, мы действуем следующим образом [7], [8]. Разлагаем по малым $\delta q^{\alpha\beta}$ (до четвертого порядка включительно) выражение для свободной энергии (16) с $l = 2$ в окрестности T_c . Используя правила Паризи, перепишем его в виде функции от непрерывного параметра x . Из условия экстремума свободной энергии по отношению к $q(x)$ получаем в главном приближении $q(x) = cx$, $c = 2\langle U^2 \rangle^5 / [3\langle U^2 \rangle^2 - \langle U^4 \rangle]^2$, где использованы обозначения (7) при $\theta_0 = (t^2 p/2) \sum (\widehat{U}^\alpha)$.

Таким же способом может быть получено и уравнение Паризи [7]

$$\dot{\phi}(x, y) = -\frac{\dot{q}(x)}{2} [\phi''(x, y) + x(\phi'(x, y))^2] \quad (34)$$

с граничным условием

$$\phi(1, y) = \ln \mathrm{Tr} \left\{ \exp \left[ty \widehat{U} + \frac{t^2}{2} (p - q(1)) \widehat{U}^2 \right] \right\}; \quad (35)$$

в (34) производная по x обозначена точкой, а по y – штрихом. При получении (34), (35) условие $\mathrm{Tr} \widehat{U}^{(2k+1)} = 0$ не использовалось. Однако мы предполагали, что FRSB-решение существует и $q(0) = 0$.

Итак, мы показали, что FRSB-схема Паризи пригодна не только для модели ШК, но для любой модели с отражательной симметрией. Такими являются, например, спиновые стекла произвольного спина. Однако этого нельзя сказать в случае отсутствия отражательной симметрии. Более того, как было показано выше, в этом слу-

чае имеется ряд примеров, когда вблизи точки неустойчивости RS-решения устойчивым оказывается уже первый этап RSB.

Приведем теперь некоторые результаты, справедливые в обоих указанных случаях. Они касаются общей формы выражений, определяющих устойчивость решений разных этапов. В работе [6] было показано, что условие $\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} > 0$ является условием устойчивости для RS-состояния изинговского спинового стекла. Покажем, что этот результат справедлив и для нашей обобщенной модели (12). Для этого используем выражения (16), (17). Положим $q^{\alpha\beta} = q_{\text{RS}} + \delta q^{\alpha\beta}$ и $p = p_{\text{RS}} + \rho$, т.е. при любых значениях температуры t мы рассматриваем отклонения от RS-решения, при этом имеющие 1RSB-нарушенную симметрию реплик, и предполагаем, что отклонения эти малы. Полученные результаты легко обобщаются на более высокие степени нарушения репличной симметрии. Обозначим $\delta q^{\alpha\beta}$ через r , если α и β принадлежат разным группами, и через $(r + v_1)$, если они принадлежат одинаковым группам (n реплик делятся на n/m_1 групп по m_1 реплик в каждой). Тогда отклонение ΔF свободной энергии от ее репликосимметричной части F_{RS} с учетом только квадратичных членов разложения имеет вид

$$\frac{\Delta F}{NkT} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \left\{ \frac{t^2}{4} \frac{l(l-1)}{2} q_{\text{RS}}^{(l-2)} \sum_{\alpha \neq \beta} (\delta q^{\alpha\beta})^2 - \frac{1}{2} \frac{\text{Tr}(\hat{A}^2 e^{\hat{\Xi}})}{\text{Tr} e^{\hat{\Xi}}} + \frac{1}{2} \left[\frac{\text{Tr}(\hat{A} e^{\hat{\Xi}})}{\text{Tr} e^{\hat{\Xi}}} \right]^2 + \dots \right\}, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{t^2}{4} l \sum_{\alpha \neq \beta} [C_{l-1}^1 q_{\text{RS}}^{(l-2)} \delta q^{\alpha\beta} + C_{l-1}^2 q_{\text{RS}}^{(l-3)} (\delta q^{\alpha\beta})^2] \hat{U}^\alpha \hat{U}^\beta + \\ &+ \frac{t^2}{4} l \sum_{\alpha} [C_{l-1}^1 p_{\text{RS}}^{(l-2)} + C_{l-1}^2 p_{\text{RS}}^{(l-3)} \rho^2] (\hat{U}^\alpha)^2, \\ \hat{\Xi} &= \frac{t^2}{4} l p_{\text{RS}}^{(l-1)} \sum_{\alpha} (\hat{U}^\alpha)^2 + \frac{t^2}{4} l q_{\text{RS}}^{(l-1)} \sum_{\alpha \neq \beta} \hat{U}^\alpha \hat{U}^\beta, \end{aligned}$$

C_l^k – биномиальные коэффициенты.

Единственными отличными от нуля являются суммы

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum'_{\alpha, \beta} (\delta q^{\alpha\beta})^2 = -[r - (m_1 - 1)v_1]^2 - m_1(1 - m_1)v_1^2, \quad (37)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum'_{\alpha, \beta, \delta} \delta q^{\alpha\beta} \delta q^{\alpha\delta} = [r - (m_1 - 1)v_1]^2, \quad (38)$$

где штрих у знака суммы $\sum'$ означает, что обязательно различны только индексы, принадлежащие одному и тому же δq .

Используя формулы (37), (38) и условие $\partial F_{1\text{RSB}}/\partial \rho = 0$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F}{NkT} &= -\frac{t^2}{4} \frac{l(l-1)}{2} q_{\text{RS}}^{(l-2)} \lambda_{(\text{RS})\text{repl}} \{ [r - (m_1 - 1)v_1]^2 + v^2 m_1(1 - m_1) \} - \\ &- \frac{t^4}{2} L[r - (m_1 - 1)v_1]^2 - \frac{t^6}{4} \left[\frac{l(l-1)}{2} \right]^3 q_{\text{RS}}^{2(l-2)} p_{\text{RS}}^{(l-2)} \times \\ &\times [-\langle \hat{U}_1^2 \hat{U}_2 \hat{U}_3 \rangle + \langle \hat{U}_1^3 \hat{U}_2 \rangle]^2 K^{-1} [r - (m_1 - 1)v_1]^2, \end{aligned} \quad (39)$$

где

$$K = 1 + \frac{t^2}{2} \frac{l(l-1)}{2} p_{\text{RS}}^{(l-2)} [\langle \hat{U}_1^2 \hat{U}_2^2 \rangle - \langle \hat{U}_1^4 \rangle],$$

$$L = \left[\frac{l(l-1)}{2} q_{\text{RS}}^{(l-2)} \right]^2 [\langle \hat{U}_1^2 \hat{U}_2 \hat{U}_3 \rangle - \langle \hat{U}_1 \hat{U}_2 \hat{U}_3 \hat{U}_4 \rangle],$$

$$\langle \hat{U}_\gamma^k \hat{U}_\delta^n \dots \rangle = \frac{\text{Tr}(\hat{U}_\gamma^k \hat{U}_\delta^n \dots e^\Xi)}{\text{Tr} e^\Xi}.$$

Итак, для произвольных $\hat{U}$ условие $\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} > 0$, аналогичное тому, которое имело место в случае изингового спинового стекла, определяет устойчивость RS-решения по отношению к небольшим отклонениям от него. Действительно, при $L > 0$, $K > 0$ и тех значениях температуры, при которых $\lambda_{(\text{RS})\text{repl}} > 0$, получаем $\Delta F < 0$. Поскольку по Паризи всегда

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum'_{\alpha, \beta} (\delta q^{\alpha\beta})^2 < 0, \quad \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum'_{\alpha, \beta, \delta} \delta q^{\alpha\beta} \delta q^{\alpha\delta} > 0,$$

для последующих нарушений симметрии реплик получается тот же результат.

Заметим, что, продолжая разложение свободной энергии в ряд по $\delta q^{\alpha\beta}$ до более высоких порядков, можно получить аналитические выражения для 1RSB-параметров порядка в окрестности точки ветвления [18], [21], [22].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы рассмотрели ряд примеров поведения сложных систем типа спинового стекла. Набор физических систем, описываемых обобщенными моделями такого рода, оказался очень широким. С другой стороны, все они могут быть разделены на два класса в зависимости от наличия или отсутствия отражательной симметрии.

Мы показали, что для систем с отражательной симметрией имеет место бесконечное FRSB по Паризи в самой точке нарушения устойчивости RS-решения. Такое поведение хорошо известно для модели ШК. Наш результат означает, в частности, что магнитные системы произвольного спина с взаимодействием z -компонент ведут себя таким же образом.

При отсутствии отражательной симметрии ситуация может быть совершенно другой. Важным фактором при исследовании таких систем является отсутствие тривиального RS-решения. В этом случае FRSB по Паризи достигается, возможно, в результате ряда последовательных переходов при понижающейся температуре. Во всяком случае, имеются примеры, когда 1RSB-решение устойчиво в некоторой области вблизи точки нарушения устойчивости RS-решения.

Благодарности. Авторы выражают благодарность В. Н. Рыжову за полезные обсуждения. Работа была выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 08-02-00781), фонда “Династия”, Программы Президиума РАН.

Список литературы

- [1] Н. Н. Боголюбов, *Квазисредние в задачах статистической механики*, Препринт № Д-781, ОИЯИ, Дубна, 1963; “Квазисредние в задачах статистической механики”, *Избранные труды*, Т. 3, Наукова думка, Киев, 1971, 174–243.
- [2] В. А. Москаленко, М. И. Владимир, С. П. Кожухарь, *Метод самосогласованного поля в теории стекольного состояния спиновых и квадрупольных систем*, ред. М. Е. Палистрант, Штинница, Кишинев, 1990.
- [3] M. Mézard, G. Parisi, M. Virasoro, *Spin Glass Theory and Beyond*, Lecture Notes in Phys., **9**, World Sci., Singapore, 1987.
- [4] S. F. Edwards, P. W. Anderson, *J. Phys. F*, **5**:5 (1975), 965–974.
- [5] D. Sherrington, S. Kirkpatrick, *Phys. Rev. Lett.*, **35**:26 (1975), 1972–1796; S. Kirkpatrick, D. Sherrington, *Phys. Rev. B*, **17**:11 (1978), 4384–4403.
- [6] J. R. L. Almeida, D. J. Thouless, *J. Phys. A*, **11**:5 (1978), 983–990.
- [7] G. Parisi, *J. Phys. A*, **13**:4 (1980), L115–L121.
- [8] G. Parisi, *J. Phys. A*, **13**:5 (1980), 1887–1895.
- [9] T. R. Kirkpatrick, D. Thirumalai, *Phys. Rev. B*, **36**:10 (1987), 5388–5397; **37**:10 (1988), 5342–5350; T. R. Kirkpatrick, P. G. Wolynes, *Phys. Rev. B*, **36**:16 (1987), 8552–8564.
- [10] P. Goldbart, D. Elderfield, *J. Phys. C*, **18**:9 (1985), L229–L233.
- [11] M. Campellone, B. Coluzzi, G. Parisi, *Phys. Rev. B*, **58**:18 (1998), 12081–12089.
- [12] Н. В. Грибова, Е. Е. Тареева, *ТМФ*, **131**:3 (2002), 479–490.
- [13] N. V. Gribova, V. N. Ryzhov, T. I. Schelkacheva, E. E. Tareyeva, *Phys. Lett. A*, **315**:6 (2003), 467–473.
- [14] Е. А. Lutchinskaia, V. N. Ryzhov, E. E. Tareyeva, *J. Phys. C*, **17**:26 (1984), L665–L667; Е. А. Лучинская, В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева, *ТМФ*, **67**:3 (1986), 463–469; Е. А. Lutchinskaia, E. E. Tareyeva, *Phys. Rev. B*, **52**:1 (1995), 366–373.
- [15] N. S. Sullivan, C. M. Edwards, J. R. Brookeman, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **139** (1986), 365–375.
- [16] K. Walasek, *Phys. Rev. B*, **46**:22 (1992), 14480–14485; K. Walasek, K. Lukerska-Walasek, *Phys. Rev. B*, **49**:14 (1994), 9460–9468; 9973–9976.
- [17] Т. К. Копец, *Phys. Rev. B*, **48**:21 (1993), 15658–15665; no 22, 16792–16794.
- [18] Т. И. Шелкачева, Е. Е. Тареева, N. M. Chtchelkatchev, *Phys. Rev. E*, **79**:2 (2009), 021105.
- [19] E. Gardner, *Nucl. Phys. B*, **257**:6 (1985), 747–765.
- [20] A. F. Goncharov, J. H. Eggert, I. I. Mazin, R. J. Hemley, H.-K. Mao, *Phys. Rev. B*, **54**:22 (1996), R15590–R15593.
- [21] Е. Е. Тареева, Т. И. Щелкачева, Н. М. Щелкачев, *ТМФ*, **155**:2 (2008), 356–368.
- [22] Т. И. Шелкачева, Е. Е. Тареева, N. M. Chtchelkatchev, *Phys. Rev. B*, **76**:19 (2007), 195408.
- [23] B. Sundqvist, *Adv. Phys.*, **48**:1 (1999), 1–134.
- [24] R. Moret, *Acta Cryst. A*, **61** (2005), 62–76.
- [25] R. Heid, *Phys. Rev. B*, **47**:23 (1993), 15912–15922.
- [26] В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева, Т. И. Щелкачева, Н. М. Щелкачев, *ТМФ*, **141**:1 (2004), 131–140.
- [27] N. M. Chtchelkatchev, V. N. Ryzhov, T. I. Schelkacheva, E. E. Tareyeva, *Phys. Lett. A*, **329**:3 (2004), 244–249.
- [28] L. F. Cugliandolo, “Course 7: dynamics of glassy systems”, *Slow Relaxations and Nonequilibrium Dynamics in Condensed Matter*, Les Houches Session LXXVII (1–26 July, 2002), Les Houches, **77**, eds. J.-L. Barrat, M. Feigelman, J. Kurchan, J. Dalibard, Springer, Berlin, Heidelberg, 2004, 161–171; [arxiv:cond-mat/0210312](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0210312).

- [29] V. N. Ryzhov, *J. Phys.*, **2**:26 (1990), 5855–5865; В. Н. РЫЖОВ, *ТМФ*, **80**:1 (1989), 107–117.
- [30] V. N. Ryzhov, E. E. Tareyeva, *J. Phys. C*, **21**:5 (1988), 819–824; *Phys. Rev. B*, **51**:14 (1995), 8789–8794; *Phys. A*, **314**:1–4 (2002), 396–404; *ТМФ*, **73**:3 (1987), 463–474; **92**:2 (1992), 331–343.
- [31] Е. А. Лучинская, Е. Е. Тареева, *ТМФ*, **90**:2 (1992), 273–277.
- [32] T. I. Schelkacheva, E. E. Tareyeva, N. M. Chtchelkatchev, *Phys. Lett. A*, **358**:3 (2006), 222–226.
- [33] N. V. Gribova, V. N. Ryzhov, E. E. Tareyeva, *Phys. Rev. E*, **68**:6 (2003), 067103.
- [34] A. Crisanti, L. Leuzzi, *Phys. Rev. Lett.*, **93**:21 (2004), 217203; *Phys. Rev. B*, **73**:1 (2006), 014412.

Поступила в редакцию 9.02.2009