Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Н. Баранов, Однопетлевые контрчлены в теории Янга–Миллса с калибровочно-инвариантным духовым лагранжианом, *ТМФ*, 2009, том 161, номер 1, 37–45

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6417>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 16:22:28

© 2009 г.

Р. Н. Баранов*

ОДНОПЕТЛЕВЫЕ КОНТРЧЛЕНЫ В ТЕОРИИ ЯНГА–МИЛЛСА С КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫМ ДУХОВЫМ ЛАГРАНЖИАНОМ

Проведены однопетлевые вычисления констант перенормировки Z_1 , Z_2 в модели с калибровочно-инвариантным духовым лагранжианом. Показано, что модель асимптотически свободна и константы перенормировки удовлетворяют тому же уравнению, что и в обычной теории Янга–Миллса.

Ключевые слова: калибровочная инвариантность, теория Янга–Миллса, теория возмущений, однопетлевой контрчлен.

1. ВВЕДЕНИЕ

В теории Янга–Миллса духовый лагранжиан не обладает калибровочной симметрией и вместе с фиксирующим калибровку членом нарушает калибровочную инвариантность эффективного действия. Это создает трудности для регуляризации и перенормировки теории. Тождества Славнова–Тейлора имеют более сложный вид, чем тождества Уорда в электродинамике. Недавно была предложена новая формулировка теории Янга–Миллса [1], в которой калибровочная инвариантность нарушается только фиксирующим калибровку членом. В статье [1] было показано, что в рамках теории возмущений эта модель эквивалентна обычной теории Янга–Миллса. Вычисление наблюдаемых в этой модели может быть осуществлено в калибровке Лоренца, в которой перенормируемость очевидна. Тем не менее доказательство перенормируемости непосредственно в калибровке, предложенной в статье [1], отсутствует.

В настоящей статье мы вычисляем в одной петле константы перенормировки калибровочного поля и вершины A^3 . Мы показываем, что соотношение между этими константами то же, что и в обычной теории Янга–Миллса.

Введем обозначения. Лагранжиан, предложенный в статье [1], выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{YM} + (D_\mu \varphi)^* (D_\mu \varphi) - (D_\mu X)^* (D_\mu X) + i((D_\mu e)^* (D_\mu b) - (D_\mu b)^* (D_\mu e)). \quad (1)$$

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: roma.baranov@gmail.com

Поля φ , X суть коммутирующие $SU(2)$ -дублеты, а e , b – антикоммутирующие $SU(2)$ -дублеты:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\varphi^1 + \varphi^2 \\ \sqrt{2}g^{-1}a + \varphi^0 - i\varphi^3 \end{pmatrix}, \quad X = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} iX^1 + X^2 \\ -\sqrt{2}g^{-1}a + X^0 - iX^3 \end{pmatrix},$$

$$e = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ie^1 + e^2 \\ e^0 - ie^3 \end{pmatrix}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ib^1 + b^2 \\ b^0 - ib^3 \end{pmatrix}.$$

В (1) $D_\mu\varphi = \partial_\mu\varphi + ig\frac{\tau^a}{2}A_\mu^a\varphi$ – ковариантная производная, τ^a – матрицы Паули. Лагранжиан Янга–Миллса $\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a$, где $F_{\mu\nu}^a = \partial_\nu A_\mu^a - \partial_\mu A_\nu^a + g\varepsilon^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$. Введем поля $B^{\pm,a} = \varphi^\pm \pm X^a$, $\varphi^\pm = \varphi^0 \pm X^0$. В терминах этих полей калибровочные преобразования, оставляющие лагранжиан (1) инвариантным, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a(x) &= -\partial_\mu\alpha^a(x) + g\varepsilon^{abc}A_\mu^b(x)\alpha^c(x), \\ \delta B^{+,a}(x) &= \frac{g}{2}\varphi^+(x)\alpha^a(x) + \frac{g}{2}\varepsilon^{abc}B^{+,b}(x)\alpha^c(x), \\ \delta B^{-,a}(x) &= \sqrt{2}a\alpha^a(x) + \frac{g}{2}\varphi^-(x)\alpha^a(x) + \frac{g}{2}\varepsilon^{abc}B^{-,b}(x)\alpha^c(x), \\ \delta\varphi^+ &= -\frac{g}{2}B^{+,a}(x)\alpha^a(x), \quad \delta\varphi^- = -\frac{g}{2}B^{-,a}(x)\alpha^a(x), \\ \delta e^a(x) &= \frac{g}{2}e^0(x)\alpha^a(x) + \frac{g}{2}\varepsilon^{abc}e^b(x)\alpha^c(x), \quad \delta e^0 = -\frac{g}{2}e^a(x)\alpha^a(x), \\ \delta b^a(x) &= \frac{g}{2}b^0(x)\alpha^a(x) + \frac{g}{2}\varepsilon^{abc}b^b(x)\alpha^c(x), \quad \delta b^0 = -\frac{g}{2}b^a(x)\alpha^a(x). \end{aligned} \quad (2)$$

Будучи проквантованной в калибровке Лоренца $\partial_\mu A_\mu = 0$, модель описывается эффективным действием, которое содержит фиксирующий калибровку член и калибровочно-неинвариантный лагранжиан духов Фаддеева–Попова. Тем не менее в этой модели допустимой калибровкой также является лоренц-инвариантное условие $B^{-,a} = 0$. В этом случае калибровочная инвариантность нарушается только фиксирующим калибровку членом: $\mathcal{L}_{\text{ef}} = \mathcal{L} + \lambda^a B^{-,a}$, где $\mathcal{L}$ – лагранжиан (1). Лагранжиан (1) на поверхности $B^{-,a} = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{\text{YM}} + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi^+\partial_\mu\varphi^- + \frac{a}{\sqrt{2}}A_\mu^a\partial_\mu B^{+,a} + \frac{g}{4}A_\mu^a(\varphi^-\partial_\mu B^{+,a} - B^{+,a}\partial_\mu\varphi^-) + \\ &+ \frac{ag\sqrt{2}}{4}A_\mu^2\varphi^+ + \frac{g^2}{8}A_\mu^2\varphi^+\varphi^- + i(\partial_\mu e^0\partial_\mu b^0 + \partial_\mu e^a\partial_\mu b^a) + \\ &+ \frac{ig}{2}A_\mu^a\{\varepsilon^{abc}(b^b \cdot \partial_\mu e^c - \partial_\mu b^b \cdot e^c) + (b^a \cdot \partial_\mu e^0 - \partial_\mu b^a \cdot e^0) - \\ &- (b^0 \cdot \partial_\mu e^a - \partial_\mu b^0 \cdot e^a)\} + \frac{ig^2}{4}A_\mu^2(e^0e^0 + e^ab^a). \end{aligned} \quad (3)$$

Пропагаторы и вершины взаимодействия приведены в приложении.

2. КОНСТАНТЫ ПЕРЕНОРМИРОВКИ

Мы начнем с рассмотрения константы перенормировки калибровочного поля Z_2 и константы перенормировки A^3 -вершины Z_1 и покажем, что в однопетлевом приближении эти константы совпадают с соответствующими константами в обычной теории Янга–Миллса. Мы также рассмотрим константу перенормировки антикоммутирующих полей $\bar{Z}_2$ и константу перенормировки $A_\mu eb$ -вершины $\bar{Z}_1$ и покажем, что в однопетлевом приближении выполняется соотношение $Z_1 Z_2^{-1} = \bar{Z}_1 \bar{Z}_2^{-1}$. Вычисления приведены в приложении. Используется размерная регуляризация, следовательно, все диаграммы типа “головастик” равны нулю.

Константа Z_2 перенормирует поперечную часть одночастично-неприводимых диаграмм с двумя внешними линиями калибровочного поля A_μ . Мы имеем три типа вкладов в расходящуюся часть соответствующих диаграмм. Первый тип – это вклад петель калибровочного поля A_μ , такой же, как в обычной теории Янга–Миллса, потому что вершины A^3 , A^4 и пропагатор совпадают с обычными. Второй тип вклада – вклад петель с коммутирующими полями $B^{+,a}$, $\varphi^\pm$, а третий – вклад петель антикоммутирующих полей e , b . Сумма второго и третьего вкладов равна

$$\frac{ig^2}{48\pi^2\varepsilon} \delta^{ab}(g_{\mu\nu}p^2 - p_\mu p_\nu). \quad (4)$$

В обычной теории Янга–Миллса расходящаяся часть петли духов Фаддеева–Попова такова [2], [3]:

$$\frac{ig^2}{48\pi^2\varepsilon} \delta^{ab}(g_{\mu\nu}p^2 + 2p_\mu p_\nu). \quad (5)$$

Видно, что поперечные части выражений (4) и (5) совпадают. Как это было упомянуто выше, вклад петель калибровочного поля A_μ в рассматриваемой теории и в теории Янга–Миллса совпадают, следовательно, совпадают константы Z_2 .

Заметим, что, в отличие от стандартной формулировки теории Янга–Миллса, радиационные поправки генерируют также перенормировку продольной части поляризованного оператора, что приводит к контрчлену, пропорциональному $(\partial_\mu A_\mu)^2$. Такой контрчлен не нарушает калибровочной инвариантности, поскольку он возникает из допустимого калибровочно-инвариантного контрчлена $(D^2\phi)^*(D^2\phi)$ после сдвига $\phi^0 \rightarrow \phi^0 + \sqrt{2}g^{-1}a$.

Константа Z_1 осуществляет перенормировку вершины A^3 . Мы снова имеем три типа вкладов. Вклад петель калибровочного поля A_μ совпадает с соответствующим вкладом в теории Янга–Миллса. В однопетлевом приближении суммарный вклад коммутирующих скалярных полей $B^{+,a}$, $\varphi^\pm$ и антикоммутирующих полей e , b равен

$$\frac{g^3}{96\pi^2\varepsilon} \varepsilon^{abc}(g_{\mu\nu}(p-q)_\lambda - g_{\nu\lambda}(2p+q)_\mu + g_{\mu\lambda}(p+2q)_\nu) \quad (6)$$

и совпадает с вкладом духов Фаддеева–Попова в обычной теории Янга–Миллса. Следовательно, константа Z_1 равна константе Z_1 в теории Янга–Миллса.

Рис. 1. Диаграмма для вычисления константы перенормировки антикоммутирующих полей.

Рис. 2. Диаграммы для вычисления константы перенормировки $\bar{Z}_1$.

Таким образом, в однопетлевом приближении константы Z_2 , Z_1 те же, что в теории Янга–Миллса, и, следовательно, выражение $Z_1 Z_2^{-1}$ совпадает с соответствующим выражением в теории Янга–Миллса:

$$Z_1 Z_2^{-1} = 1 - \frac{3g^2}{16\pi^2\varepsilon}, \quad (7)$$

это означает, что модель асимптотически свободна.

Для нахождения констант $\bar{Z}_2$, $\bar{Z}_1$ нужно вычислить расходящуюся часть диаграмм, представленных на рис. 1, 2. Проведя вычисления, мы получим

$$\begin{aligned} \bar{Z}_2 &= 1 + \frac{9g^2}{32\pi^2\varepsilon}, & \bar{Z}_1 &= 1 + \frac{3g^2}{32\pi^2\varepsilon}, \\ \bar{Z}_1 \bar{Z}_2^{-1} &= \left(1 + \frac{3g^2}{32\pi^2\varepsilon}\right) \left(1 - \frac{9g^2}{32\pi^2\varepsilon}\right) = 1 + \left(\frac{3}{32} - \frac{9}{32}\right) \frac{g^2}{\pi^2\varepsilon} = 1 - \frac{3g^2}{16\pi^2\varepsilon}. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, $Z_1 Z_2^{-1} = \bar{Z}_1 \bar{Z}_2^{-1}$.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Показано, что теория с калибровочно-инвариантным духовым лагранжианом в однопетлевом приближении согласуется со стандартной теорией Янга–Миллса. Между константами перенормировки выполняется соотношение $Z_1 Z_2^{-1} = \bar{Z}_1 \bar{Z}_2^{-1}$, которое является одним из необходимых условий калибровочной инвариантности перенормированного лагранжиана. Полная перенормировка теории требует дальнейшего исследования.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Пропагаторы и вершины

Пропагаторы и вершины приведены на рис. 3.

Рис. 3. Пропагаторы и вершины.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Вычисление Z_2

Здесь мы приведем вычисление вкладов петель коммутирующих скалярных полей $B^{+,a}$, φ и антикоммутирующих полей e , b в расходящуюся часть двухточечной функции Грина калибровочного поля.

Для вычисления вклада коммутирующих скалярных полей нужно найти расходящуюся часть двух диаграмм, которые представлены на рис. 4. Левая диаграмма

Рис. 4. Одночастично-неприводимые диаграммы с петлями коммутирующих полей B^+ , $\varphi^{\pm}$.

Рис. 5. Одночастично-неприводимые диаграммы с петлями антикоммутирующих полей.

на рис. 4 дает следующий интеграл:

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{g}{4} \delta^{ac} (-2k - p)_{\mu} \right) \frac{1}{i} \frac{-2}{(p+k)^2} \left(\frac{ig\sqrt{2}}{2} g_{\lambda\nu} \delta^{db} \right) \delta^{cd} \frac{\sqrt{2}}{a} \frac{(-k_{\lambda})}{k^2} = \\ & = \frac{g^2}{2} \delta^{ab} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(2k+p)_{\mu} k_{\nu}}{k^2 (p+k)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \frac{g^2}{2} \delta^{ab} \frac{-i}{48\pi^2 \varepsilon} (g_{\mu\nu} p^2 - p_{\mu} p_{\nu}). \end{aligned}$$

Легко видеть, что правая диаграмма на рис. 4 совпадает с левой после замен $\mu \leftrightarrow \nu$, $a \leftrightarrow b$, $p \rightarrow -p$ и, следовательно, дает тот же результат. Таким образом, общий вклад коммутирующих скалярных полей равен

$$-\frac{ig^2}{48\pi^2 \varepsilon} \delta^{ab} (g_{\mu\nu} p^2 - p_{\mu} p_{\nu}). \quad (9)$$

Теперь найдем вклад антикоммутирующих полей. Мы вычислим расходящуюся часть диаграмм, показанных на рис. 5. Для первой диаграммы на рис. 5 имеем

$$\begin{aligned} & - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig}{2} \varepsilon^{amc} (2k - p)_{\mu} \right) \frac{\delta^{mn}}{k^2} \left(-\frac{ig}{2} \varepsilon^{bln} (2k - p)_{\nu} \right) \frac{\delta^{lc}}{(k-p)^2} = \\ & = \frac{g^2}{4} \varepsilon^{anl} \varepsilon^{bln} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(2k-p)_{\mu} (2k-p)_{\nu}}{k^2 (k-p)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \frac{ig^2}{48\pi^2 \varepsilon} \delta^{ab} (g_{\mu\nu} p^2 - p_{\mu} p_{\nu}). \end{aligned}$$

Видно, что оставшиеся диаграммы имеют одинаковые расходящиеся части. Более того, сумма этих расходимостей равна расходимости первой диаграммы. Следовательно, полный вклад антикоммутирующих полей равен

$$\frac{ig^2}{24\pi^2 \varepsilon} \delta^{ab} (g_{\mu\nu} p^2 - p_{\mu} p_{\nu}). \quad (10)$$

Суммируя (9) и (10), получаем окончательный ответ

$$\frac{ig^2}{48\pi^2 \varepsilon} \delta^{ab} (g_{\mu\nu} p^2 - p_{\mu} p_{\nu}). \quad (11)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Вычисление Z_1

Теперь вычислим вклад коммутирующих скалярных полей $B^{+,a}$, φ и антикоммутирующих полей e , b в расходящуюся часть трехточечной функции Грина калибровочного поля. Вклад петель коммутирующих полей $B^{+,a}$ и $\varphi^\pm$ дается суммой шести диаграмм, одна из которых представлена на рис. 6, а другие пять диаграмм отличаются от нее перестановкой вершин. Диаграмма на рис. 6 дает

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-g\varepsilon^{amn} \{ (k-2q)_\beta g_{\mu\alpha} + (q-2k)_\mu g_{\alpha\beta} + (k+q)_\alpha g_{\beta\mu} \}) \frac{\delta^{nl}}{i} \frac{g_{\beta\gamma} - k_\beta k_\gamma / k^2}{k^2} \times \\ & \times \left(\frac{ia g \sqrt{2}}{2} g_{\gamma\lambda} \delta^{lc} \right) \frac{1}{i} \frac{-2}{(k-q-p)^2} \left(-\frac{g}{4} \delta^{ls} (2k-2q-p)_\nu \right) \delta^{ms} \frac{\sqrt{2}}{a} \frac{(k-q)_\alpha}{(k-q)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \\ & \stackrel{\text{div}}{=} -\frac{g^3}{16\pi^2 \varepsilon} \varepsilon^{abc} \left(-\frac{11}{96} g_{\mu\nu} (p+2q)_\lambda - \frac{11}{96} g_{\nu\lambda} (p+2q)_\mu + \frac{13}{96} g_{\mu\lambda} (p+2q)_\nu \right). \quad (12) \end{aligned}$$

Вклады оставшихся пяти диаграмм могут быть получены из формулы (12). Например, если мы в этой формуле совершим замены $q \rightarrow (-q-p)$, $p \rightarrow p$, $a \leftrightarrow c$, $\mu \leftrightarrow \lambda$, то получим расходящуюся часть диаграммы, которая отличается перестановкой двух нижних вершин. Суммируя все шесть вкладов, мы получим

$$-\frac{g^3}{32\pi^2 \varepsilon} \varepsilon^{abc} (g_{\mu\nu} (p-q)_\lambda - g_{\nu\lambda} (2p+q)_\mu + g_{\mu\lambda} (p+2q)_\nu). \quad (13)$$

Теперь рассмотрим петли антикоммутирующих полей e и b . Соответствующие диаграммы представлены на рис. 7. Вершины $A_\mu^a e^m b^n$, $A_\mu^a e^0 b^n$, $A_\mu^a e^m b^0$ отличаются друг от друга только тензорами ε^{amn} , δ^{an} , $-\delta^{am}$ соответственно. Для верхней и нижней диаграммы мы получаем соответственно

$$\begin{aligned} & \delta^{ar} \delta^{rf} \varepsilon^{bmf} \delta^{mn} (-\delta^{nc}) = -\varepsilon^{bca} = -\varepsilon^{abc}, \\ & \varepsilon^{ars} \delta^{rf} \varepsilon^{bmf} \delta^{mn} \varepsilon^{cln} \delta^{ls} = \varepsilon^{afs} \varepsilon^{bnf} \varepsilon^{csn} = \varepsilon^{afs} (-1) (\delta^{bc} \delta^{fs} - \delta^{bs} \delta^{fc}) = -\varepsilon^{abc}. \end{aligned}$$

Таким образом, эти диаграммы дают одинаковый результат. Кроме того, видно, что каждая из оставшихся диаграмм дает тот же результат. Таким образом, следует вычислить расходящуюся часть первой диаграммы на рис. 7 и умножить ее на

Рис. 6. Диаграмма с петлей коммутирующих полей.

+ пять диаграмм, отличающихся
перестановкой вершин

Рис. 7. Диаграмма с петлями антикоммутирующих полей.

восемь:

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon^{abc} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig}{2} (2k+q)_\mu \right) \frac{1}{k^2} \left(-\frac{ig}{2} (2k+p+q)_\lambda \right) \frac{1}{(k+p+q)^2} \times \\
 & \quad \times \left(-\frac{ig}{2} (2k+2q+p)_\nu \right) \frac{1}{(k+q)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \\
 & \stackrel{\text{div}}{=} -\frac{ig^3}{8} \varepsilon^{abc} \frac{i}{24\pi^2 \varepsilon} (g_{\mu\nu}(p-q)_\lambda - g_{\nu\lambda}(2p+q)_\mu + g_{\mu\lambda}(p+2q)_\nu).
 \end{aligned}$$

Суммарный вклад петель антикоммутирующих полей и петель полей $B^{+,a}$, $\varphi^\pm$ равен

$$\frac{g^3}{96\pi^2 \varepsilon} \varepsilon^{abc} (g_{\mu\nu}(p-q)_\lambda - g_{\nu\lambda}(2p+q)_\mu + g_{\mu\lambda}(p+2q)_\nu). \quad (14)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Антикоммутирующие поля e и b

Теперь мы вычислим константы $\bar{Z}_2$, $\bar{Z}_1$. Рассмотрим однопетлевую диаграмму на рис. 1. Соответствующий интеграл равен

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig}{2} \delta^{am} (2p+k)_\mu \right) \frac{\delta^{mn}}{(p+k)^2} \left(\frac{ig}{2} \delta^{bn} (2p+k)_\nu \right) \frac{\delta^{ab}}{i} \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2}{k^2} = \\
 & = -3ig^2 p_\mu p_\nu \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu}{k^4 (p+k)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \frac{9g^2}{32\pi^2 \varepsilon} p^2.
 \end{aligned}$$

Эта расходимость устраняется следующим контрчленом:

$$i \int dx (\bar{Z}_2 - 1) (i\partial_\mu e^0 \partial_\mu b^0) = \int dp (\bar{Z}_2 - 1) (-p^2) e^0(p) b^0(-p),$$

таким образом,

$$-(\bar{Z}_2 - 1)p^2 = -\frac{9g^2}{32\pi^2\varepsilon}p^2$$

и, следовательно,

$$\bar{Z}_2 = 1 + \frac{9g^2}{32\pi^2\varepsilon}. \quad (15)$$

Для нахождения константы $\bar{Z}_1$ нужно вычислить сумму расходящихся частей диаграмм, представленных на рис. 2. Кроме представленных диаграмм, есть еще диаграммы с тремя вершинами, но их расходящиеся части равны нулю. Для левой диаграммы на рис. 2 мы получаем следующий интеграл:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{g^2}{2} g_{\mu\nu} \delta^{ac} \right) \frac{1}{(k+p+q)^2} \left(-\frac{ig}{2} \delta^{bd} (k+2p+2q)_\lambda \right) \frac{\delta^{cd}}{i} \frac{g_{\nu\lambda} - k_\nu k_\lambda / k^2}{k^2} = \\ = \frac{g^3}{2} \delta^{ab} (p+q)_\lambda \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu}{k^4 (k+p+q)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \frac{g^3}{2} \delta^{ab} (p+q)_\mu \frac{3i}{32\pi^2\varepsilon}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для правой диаграммы на рис. 2 мы получаем

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig}{2} \delta^{cn} (k+2q)_\nu \right) \frac{\delta^{nm}}{(k+q)^2} \left(-\frac{g^2}{2} g_{\mu\lambda} \delta^{ad} \delta^{mb} \right) \frac{\delta^{cd}}{i} \frac{g_{\nu\lambda} - k_\nu k_\lambda / k^2}{k^2} = \\ = \frac{g^3}{2} \delta^{ab} q_\nu \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu}{k^4 (k+q)^2} \stackrel{\text{div}}{=} \frac{g^3}{2} \delta^{ab} q_\mu \frac{3i}{32\pi^2\varepsilon}. \end{aligned} \quad (17)$$

Складывая результаты (16) и (17), имеем

$$-\frac{ig^3}{2} \delta^{ab} (p+2q)_\mu \frac{-3}{32\pi^2\varepsilon}. \quad (18)$$

Эта расходимость устраняется контрчленом $(\bar{Z}_1 - 1) \frac{(-ig)}{2} \delta^{ab} (p+2q)_\mu$. Таким образом,

$$\bar{Z}_1 = 1 + \frac{3g^2}{32\pi^2\varepsilon}. \quad (19)$$

Благодарности. Я благодарен А. А. Славнову за полезные обсуждение и замечания.

Список литературы

- [1] A. A. Slavnov, *JHEP*, **08** (2008), 047.
- [2] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей*, Наука, М., 1988.
- [3] М. Пескин, Д. Шредер, *Введение в квантовую теорию поля*, РХД, Ижевск, 2001.

Поступила в редакцию 5.02.2009