Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, Д. А. Григорьев,
П. Н. Хромов, П. Б. Медведев, Чисто калибровочные
конфигурации и тахионное решение уравнений дви-
жения кубической фермионной полевой теории струн,
ТМФ, 2009, том 161, номер 1, 63–73

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6419>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.97.219

26 апреля 2023 г., 11:21:48

© 2009 г. И. Я. Арефьева*, Р. В. Горбачев*, Д. А. Григорьев†,
П. Н. Хромов‡, П. Б. Медведев‡

ЧИСТО КАЛИБРОВОЧНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ И ТАХИОННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ КУБИЧЕСКОЙ ФЕРМИОННОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ СТРУН

Чисто калибровочные решения специального вида, зависящие от пары веджевых состояний как от параметров, являются составляющими нетривиального (не чисто калибровочного) тахионного решения кубической фермионной полевой теории струн, которое описывает стабильный вакуум системы на неэкстремальной бране. Явно показано, что увеличение параметра, по которому ведется разложение в теории возмущений, приводит к тому, что чистая калибровка уже не является решением уравнения движения. Показано, что эта проблема решается добавлением дополнительных слагаемых, которые являются не чем иным, как слагаемыми, необходимыми для того, чтобы была выполнена первая гипотеза Сена.

Ключевые слова: струнная теория поля, тахионная конденсация, D -брана.

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения движения фермионной полевой теории струны Невё-Шварца, описывающей $GSO(+)$ - и $GSO(-)$ -секторы, в матричных обозначениях [1], [2] имеют вид уравнения движения теории Черна-Саймонса

$$\hat{Q}\hat{\Phi} + \hat{\Phi} \star \hat{\Phi} = 0. \quad (1)$$

Чисто калибровочное решение этого уравнения может быть записано как

$$\hat{\Phi} = -\hat{Q}\hat{\Omega} \star \hat{\Omega}^{-1}. \quad (2)$$

В работе [3] недавно было построено нетривиальное (не чисто калибровочное) решение уравнения (1) (далее мы будем называть его решением АГМ). Оно обобщает

*Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: arefeva@mi.ras.ru

†Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

‡Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия

тахинное решение Шнабла [4] бозонной полевой теории струн Виттена [5]. На кубическую полевую теорию суперструн [6], [7] результат Шнабла был обобщен Эрлером [8].

Решение АГМ состоит из двух частей: первая имеет вид чисто калибровочного решения, вторая состоит из так называемых фантомных слагаемых [3], [4], [8], [9]. Чисто калибровочное решение определяется рядом теории возмущений, в то время как нетривиальное решение АГМ уравнения (1) есть

$$\hat{\Phi} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^N \hat{\phi}_n' - \hat{\phi}_N - \frac{1}{2} \hat{\phi}_N' \right], \quad (3)$$

где состояния $\hat{\phi}_n'$ определены для каждого вещественного $n \geq 0$ и состоят из так называемых веджей [10]–[12]. Вторая составляющая решения, фантомные слагаемые, добавлена для того, чтобы была выполнена первая гипотеза Сена, и это предписание выглядит, грубо говоря, как подгон. Такого рода аргументация более или менее приемлема в случае тахионных решений, но она не оправдывается в случае решения Эрлера уравнений полевой теории суперструн, так как при этом тахионного поля нет вообще. Чтобы преодолеть этот недостаток, был предпринят поиск дополнительных аргументов в защиту или опровержение необходимости фантомных слагаемых. Оказалось, что в случае полевой теории суперструн можно провести аналитическое исследование этого вопроса и показать, что при значении параметра λ , по которому ведется разложение, равном единице, чисто калибровочное решение расходится [2]. Точнее, определенное в рамках теории возмущений чисто калибровочное решение перестает быть решением уравнения движения в слабом смысле на подпространстве, натянутом на веджевы состояния $\hat{\phi}_n$. В работе [8] было показано, что можно поправить ряд теории возмущений, добавив дополнительные слагаемые $\hat{\phi}_N$ и $\hat{\phi}_N'$, которые совпадают со слагаемыми, необходимыми для выполнения уравнения движения, спаренного с решением.

Основная цель настоящей статьи – изучение сходимости чисто калибровочной конфигурации, использованной для построения решения АГМ и исследование соответствующих фантомных слагаемых.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 мы напоминаем матричные обозначения для фермионной полевой теории струны Невё–Шварца и приводим вид необходимого нам чисто калибровочного состояния. Чисто калибровочные состояния используются для построения решения АГМ. В разделе 3 мы показываем, что чисто калибровочное состояние действительно является решением при $\lambda < 1$ и что $\lambda = 1$ – сингулярная точка уравнения движения. В разделе 4 мы рассматриваем решение АГМ. Мы показываем, что уравнения движения, спаренные с веджами, приводят к тем же требованиям на фантомные слагаемые, что и уравнение движения, спаренное с решением. Для проверки первой гипотезы Сена мы также вычисляем действие на решении АГМ. В приложении приведены корреляторы веджевых состояний, использованные для проверки вышеупомянутых утверждений.

2. ПЕРТУРБАТИВНОЕ ЧИСТО КАЛИБРОВОЧНОЕ РЕШЕНИЕ В МАТРИЧНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЯХ

Начнем с действия из работы [13] в матричных обозначениях:

$$S[\widehat{\Phi}] = -\frac{1}{g_0^2} \left[\frac{1}{2} \langle \widehat{Y}_{-2} \widehat{\Phi}, \widehat{Q} \widehat{\Phi} \rangle + \frac{1}{3} \langle \widehat{Y}_{-2} \widehat{\Phi}, \widehat{\Phi}, \widehat{\Phi} \rangle \right], \quad (4)$$

где струнное поле $\widehat{\Phi}$ дается следующим выражением [1]: $\widehat{\Phi} = \Phi_+ \otimes \sigma_3 + \Phi_- \otimes i\sigma_2$, а $\widehat{Q} = Q \otimes \sigma_3$, $\widehat{Y}_{-2} = Y_{-2} \otimes \sigma_3$, где σ_i – матрицы Паули. Наличие четности и алгебра матриц Паули приводят к следующему правилу Лейбница:

$$\widehat{Q}(\widehat{\Phi} \star \widehat{\Psi}) = (\widehat{Q} \widehat{\Phi}) \star \widehat{\Psi} + (-1)^{|\widehat{\Phi}|} \widehat{\Phi} \star (\widehat{Q} \widehat{\Psi}), \quad (5)$$

где $|\widehat{\Phi}| \equiv |\Phi_+|$.

Уравнение движения в матричных обозначениях имеет вид

$$\widehat{Q} \widehat{\Phi} + \widehat{\Phi} \star \widehat{\Phi} = 0. \quad (6)$$

Если $\widehat{\Phi}$ есть нетривиальное решение этого уравнения, то оно должно быть нечетно, $|\widehat{\Phi}| = 1$. Чисто калибровочное решение уравнения (6) есть

$$\widehat{\Phi} = \widehat{\Omega}^{-1} \star \widehat{Q} \widehat{\Omega} = -\widehat{Q} \widehat{\Omega} \star \widehat{\Omega}^{-1}; \quad (7)$$

чтобы $\widehat{\Phi}$ было нечетно, $\widehat{\Omega}$ должно быть четно, $|\widehat{\Omega}| = 0$, и иметь следующее разложение: $\widehat{\Omega} = \Omega_+ \otimes I + \Omega_- \otimes \sigma_1$.

Далее мы будем искать решение уравнения движения (6) в виде ряда по параметру λ , т.е. предположим, что

$$\widehat{\Phi}(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \widehat{\phi}_n, \quad (8)$$

и подставим этот ряд в уравнение движения (6). В первом порядке по λ имеем $\widehat{Q} \widehat{\phi}_0 = 0$. Запишем это решение в виде

$$\widehat{\phi}_0 = \widehat{Q} \widehat{\phi}, \quad (9)$$

где $\widehat{\phi} = \phi_+ \otimes I + \phi_- \otimes \sigma_1$, а ϕ_+ и ϕ_- являются компонентами калибровочного поля $\widehat{\phi}$, которые принадлежат $GSO(+)$ - и $GSO(-)$ -секторам соответственно. Четности ϕ_+ и ϕ_- противоположны. Во втором порядке по λ имеем

$$\widehat{Q} \widehat{\phi}_1 + \widehat{\phi}_0 \star \widehat{\phi}_0 = 0. \quad (10)$$

Для $\widehat{\phi}_0$ вида (9), используя правило Лейбница (5) для $\widehat{Q}$, получаем, что

$$\widehat{Q} \widehat{\phi}_1 + \widehat{Q} \widehat{\phi} \star \widehat{Q} \widehat{\phi} = \widehat{Q}(\widehat{\phi}_1 - \widehat{Q} \widehat{\phi} \star \widehat{\phi}) = 0, \quad (11)$$

где знак минус мы имеем вследствие того, что $|\widehat{\phi}| = 0$. Решение уравнения (10) есть $\widehat{\phi}_1 = \widehat{Q}\widehat{\phi} \star \widehat{\phi}$. Действуя далее по этой схеме, получим $\widehat{\phi}_n = \widehat{Q}\widehat{\phi} \star \widehat{\phi}^n$, тогда ряд (8) принимает вид

$$\widehat{\Phi}(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \widehat{Q}\widehat{\phi} \star \widehat{\phi}^n = \lambda \widehat{Q}\widehat{\phi} \frac{1}{1 - \lambda \widehat{\phi}}. \quad (12)$$

Возвращаясь к обозначениям в компонентах, выберем ϕ_+ и ϕ_- в виде [3]

$$\phi_+ = B_1^L c_1 |0\rangle, \quad \phi_- = B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \quad (13)$$

Тогда $GSO(+)$ -компоненту $\Phi(\lambda)$ и $GSO(-)$ -компоненту $\Psi(\lambda)$ можно записать как

$$\Phi(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \phi'_n, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \phi'_0 &= (-K_1^R c_1 - B_1^R (c_0 c_1 + \gamma_{1/2}^2)) |0\rangle, \\ \phi'_n &= c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 |0\rangle + \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle, \quad n > 0, \end{aligned} \quad (15)$$

и

$$\Psi(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \psi'_n, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \psi'_0 &= \left(-K_1^R \gamma_{1/2} + B_1^R \left(c_1 \gamma_{-1/2} - \frac{1}{2} c_0 \gamma_{1/2} \right) \right) |0\rangle, \\ \psi'_n &= \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L c_1 |0\rangle + c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star K_1^L B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle, \quad n > 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь штрих обозначает производную по n .

Для удобства разобьем выражения для ϕ_n и ψ_n при $n \geq 1$ на две части. Заметим, что $\lim_{n \rightarrow 0} \phi'_n \neq \phi'_0$ и $\lim_{n \rightarrow 0} \psi'_n \neq \psi'_0$, и мы продолжим писать ϕ'_0 и ψ'_0 . Для $n \geq 1$ мы положим $\phi_n = \varphi_n + \chi_n$ и $\psi_n = \xi_n + \eta_n$, где

$$\varphi_n = \frac{2}{\pi} c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle, \quad \chi_n = \frac{2}{\pi} \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle, \quad (18)$$

$$\xi_n = \frac{2}{\pi} \gamma_{1/2} |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L c_1 |0\rangle, \quad \eta_n = \frac{2}{\pi} c_1 |0\rangle \star |n\rangle \star B_1^L \gamma_{1/2} |0\rangle. \quad (19)$$

Здесь мы использовали соотношение

$$\frac{d}{dn} |n\rangle = \frac{\pi}{2} K_1^L |n\rangle.$$

Перепишем φ_n и прочие поля в полуструнных обозначениях:

$$\begin{aligned}\varphi_n &= \frac{2}{\pi} Fc\Omega^n BcF, & \chi_n &= \frac{2}{\pi} F\gamma\Omega^n B\gamma F, \\ \xi_n &= \frac{2}{\pi} F\gamma\Omega^n BcF, & \eta_n &= \frac{2}{\pi} Fc\Omega^n B\gamma F.\end{aligned}\tag{20}$$

Нам также будут нужны слагаемые при $n = 0$:

$$\begin{aligned}\phi'_0 &= FcBKcF + FB\gamma^2 F, \\ \psi'_0 &= FcBK\gamma F + \frac{1}{2} FB\gamma KcF + \frac{1}{2} FB\gamma cKF.\end{aligned}\tag{21}$$

3. ЧИСТО КАЛИБРОВОЧНОЕ СОСТОЯНИЕ КАК АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим пертурбативное решение (14) и проверим прямым вычислением, является ли оно решением уравнения движения в слабом смысле на подпространстве, натянутом на $\varphi_n, \chi_n, \xi_n, \eta_n$. Для этих целей вычислим следующие выражения:

$$\mathcal{R}_{\text{field}}(k, N, \lambda) = \langle\langle \text{field}_k, Q\Phi_N(\lambda) + \Phi_N(\lambda) \star \Phi_N(\lambda) - \Psi_N(\lambda) \star \Psi_N(\lambda) \rangle\rangle, \tag{22}$$

где $\text{field} = \phi', \psi', \varphi, \chi, \xi, \eta$ (мы рассматриваем только $k = 0$ для ϕ', ψ' и $k \geq 1$ для φ, χ, ξ, η) и

$$\Phi_N(\lambda) = \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \phi'_n, \quad \Psi_N(\lambda) = \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \psi'_n. \tag{23}$$

Используя формулы (П.2)–(П.6) из приложения, мы вычисляем $\mathcal{R}_{\text{field}}(k, N, \lambda)$. Результаты расчетов представлены на следующих рисунках.

Рис. 1. Спаривание уравнений движения с ϕ'_0 для $N = 5, 10, 15, 20, 50$ ($\mathcal{R}_{\phi'}(0, N, \lambda)$ как функция λ ; чем больше N , тем ближе кривая к оси λ).

Рис. 2. Спаривание уравнений движения с φ_1 и φ_{10} для $N = 5, 10, 15, 20, 50$ ($\mathcal{R}_\varphi(1, N, \lambda)$ (левый рисунок) и $\mathcal{R}_\varphi(10, N, \lambda)$ (правый рисунок) как функции λ ; чем больше N , тем ближе кривые к оси λ).

На рис. 1 изображено $\mathcal{R}_{\phi'}(0, N, \lambda)$ для различных N (напомним, N – это число, на котором мы обрезаем ряд для решения). При увеличении N кривая прижимается к оси λ . Это означает, что конфигурация близка к чистой калибровке.

На рис. 2 изображены $\mathcal{R}_\varphi(k, N, \lambda)$ для двух различных значений k (здесь также чем больше N , тем ближе решение к оси λ). Можно видеть, что для $k = 1$ и $k = 10$ зависимости $\mathcal{R}_\varphi(k, N, \lambda)$ от λ и N схожи между собой и напоминают $\mathcal{R}_{\phi'}(0, N, \lambda)$. При спаривании с остальными полями χ_k , ψ'_0 , ξ_k , η_k получаются аналогичные результаты, поэтому мы их не приводим.

4. РЕШЕНИЕ АГМ

Как мы видели в предыдущем разделе, при $\lambda = 1$ чисто калибровочное решение (14) уже не является решением уравнения движения. Эта проблема решена в работе [3] путем добавления двух дополнительных фантомных слагаемых. Стоит заметить, что решение АГМ не является чисто калибровочным решением, а представляет собой предел:

$$\Phi = \lim_{N \rightarrow \infty} \Phi_N, \quad \Psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \Psi_N, \quad (24)$$

где

$$\Phi_N = \sum_{n=0}^N \phi'_n - \phi_N - \frac{1}{2} \phi'_N, \quad \Psi_N = \sum_{n=0}^N \psi'_n - \psi_N - \frac{1}{2} \psi'_N, \quad (25)$$

ϕ_n и ψ_n те же, что и выше (см. формулы (15), (17)). Мы будем называть Φ_N и Ψ_N частичными суммами. Обозначим спаривание некоторого состояния с уравнениями движения на этих частичных суммах следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\text{field}}(k, N) &= \langle\langle \text{field}_k, Q\Phi_N + \Phi_N \star \Phi_N - \Psi_N \star \Psi_N \rangle\rangle, \\ \mathcal{R}_{\text{field}}(k, N) &= \langle\langle \text{field}_k, Q\Psi_N + \Phi_N \star \Psi_N - \Psi_N \star \Phi_N \rangle\rangle. \end{aligned} \quad (26)$$

4.1. Проверка уравнений движения. Используя те же методы, что и в разделе 3, мы можем проверить, что (25) действительно является решением уравнения движения в слабом смысле. Результаты расчетов приведены на следующих рисунках.

На рис. 3 изображено $\mathcal{R}_{\phi'}(0, N)$ как функция N . Можно видеть, что Φ_N является решением уравнения движения в пределе больших N .

Рис. 3. Спаривание уравнений движения с ϕ'_0 для Φ_N ($\mathcal{R}_{\phi'}(0, N)$ как функция N).

Рис. 4. Спаривание уравнений движения для φ_1 для $k = 1, 5, 10$ ($\mathcal{R}_{\varphi_1}(k, N)$ как функции N).

На рис. 4 изображены $\mathcal{R}_{\varphi_1}(k, N)$ как функции N для трех различных значений k . Видно, что функция $\mathcal{R}_{\varphi_1}(k, N)$ имеет экстремум около $N = k$. Можно полагать, что наибольший вклад вносят корреляторы с $N \approx k$. Это означает, что $\mathcal{R}_{\varphi_1}(k, N)$ становится малым при $N \gg k$. Для остальных полей результаты аналогичны.

4.2. Необходимость фантомных членов. Мы видели, что чистая калибровка не удовлетворяет уравнению движения при $\lambda = 1$, и нам нужны фантомные слагаемые. В этом пункте мы покажем, что именно два фантомных слагаемых и именно с теми коэффициентами, которые мы привели выше, необходимы для выполнения уравнений движения. Для начала мы перепишем решения, введя произвольные коэффициенты:

$$\Phi_N = \sum_{n=0}^N \phi'_n + a\phi_N + b\phi'_N, \quad \Psi_N = \sum_{n=0}^N \psi'_n + c\psi_N + d\psi'_N. \quad (27)$$

Для определения коэффициентов a и b достаточно спарить уравнения движения для Φ_N с ϕ'_0 и φ_1 :

$$\mathcal{R}_{\phi'}(0, N) = 0, \quad \mathcal{R}_{\varphi}(1, N) = 0. \quad (28)$$

Аналогично, коэффициенты c и d могут быть получены спариванием уравнений движения для Ψ_N с ψ'_0 и ξ_1 :

$$\mathcal{R}_{\psi'}(0, N) = 0, \quad \mathcal{R}_{\xi}(1, N) = 0. \quad (29)$$

Таблица 1.

N	a	b	c	d
1	-1.009276758	-0.4947687297	-1.021127911	-0.4547206603
5	-1.002887587	-0.4802195028	-0.9958034182	-0.5258588923
10	-1.001361647	-0.4839491795	-0.9996956796	-0.5033484993
50	-0.999973303	-0.5013822672	-0.9999993154	-0.5000348047
100	-0.999996393	-0.5003673241	-0.9999999396	-0.5000061487

Решая численно эти уравнения для нескольких значений N , мы получили результаты, отраженные в таблице 1. Видно, что эти величины хорошо согласуются с точными значениями $a = c = -1$ и $b = d = -1/2$.

4.3. Вычисление действия. Вычислим действие на решении АГМ. Для этого найдем действие на частичных суммах и представим результат в зависимости от N – числа слагаемых в частичной сумме. Значение действия ожидается равным $1/2\pi^2$, поэтому мы домножим результат на $2\pi^2$, чтобы сравнивать его с единицей. Результаты расчетов отражены на рис. 5 и в таблице 2. Видно, что действие быстро сходится к ожидаемой величине. Это доказывает справедливость первой гипотезы Сена.

Рис. 5. Зависимость действия от N .

Таблица 2.

N	$2\pi^2 S(\Phi_N, \Psi_N)$
1	0.998538383
5	0.999990263
10	0.999999488
15	0.999999919
20	0.999999979
30	0.999999997

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели (чисто калибровочные) фермионные струнные состояния $\hat{\Phi}_N(\lambda)$, а также нетривиальное решение $\hat{\Phi}_N$ с дополнительными фантомными слагаемыми. Мы проверили выполнение уравнений движения на этих состояниях в слабом смысле на подпространстве пространства Фока, которое содержит все частичные и полные суммы. Мы проверили, что состояние $\hat{\Phi}_N(\lambda)$ при $\lambda < 1$ в пределе $N \rightarrow \infty$ удовлетворяет уравнению движения. Это является ожидаемым результатом, так как $\hat{\Phi}_\infty(\lambda)$ – чисто калибровочное решение. Мы показали, что $\hat{\Phi}_N$ удовлетворяет уравнениям

движения в пределе $N \rightarrow \infty$, и это тоже ожидаемо, так как $\hat{\Phi}_\infty$ есть решение АГМ. Мы продемонстрировали необходимость фантомных слагаемых, численно рассчитав коэффициенты перед ними. Таким образом, мы утверждаем, что, во-первых, $\hat{\Phi}_\infty(\lambda = 1)$ не является решением уравнений движения, во-вторых, $\hat{\Phi}_\infty$ является решением, но не является чисто калибровочным состоянием. Мы вычислили действие на $\hat{\Phi}_N$ и показали, что в пределе $N \rightarrow \infty$ воспроизводится значение $1/2\pi^2$, предсказанное первой гипотезой Сена.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обозначения. Наши обозначения основаны на обозначениях, введенных Окавой [9]: $K \sim K_1^L|I\rangle$, $B \sim B_1^L|I\rangle$, $c \sim c(0)|I\rangle$, $\gamma \sim \gamma(0)|I\rangle$, $\gamma^2 \sim \gamma^2(0)|I\rangle$. Перепишем некоторые выражения в более удобном виде: $\Omega \sim e^{\pi K_1^L/2}|I\rangle = |0\rangle$, $\Omega = e^{\pi K/2}$. Действие оператора $Q = d$ на поля, которые нам необходимы, задается формулами

$$\begin{aligned} dc &= cKc - \gamma^2, & d\gamma &= cK\gamma - \frac{1}{2}\gamma Kc - \frac{1}{2}\gamma cK, \\ d\gamma^2 &= cK\gamma^2 - \gamma^2 Kc, & dB &= K. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Заметим, что, используя обозначения Окавы, мы расходимся с Эрлером [6]. Поля, которые стоят правее в полуструнных обозначениях, соответствуют полям, вставленным правее на полуцилиндре. Также отличаются нормировки: $\phi\Omega^x\psi \sim \phi(a)\psi(a + \pi x/2)$, поэтому некоторые наши корреляторы отличаются от корреляторов Эрлера. Также нам нужно обобщить его вычисления на случай полей γ , вставленных в разных точках:

$$\begin{aligned} \langle\langle \Omega^x B c \Omega^y c \Omega^z \gamma \Omega^w \gamma \rangle\rangle &= -\frac{(x+y+z+w)y}{8} \cos\left(\frac{\pi w}{x+y+z+w}\right), \\ \langle\langle \Omega^x B c \Omega^y \gamma \Omega^z c \Omega^w \gamma \rangle\rangle &= -\frac{(x+y+z+w)(y+z)}{8} \cos\left(\frac{\pi(z+w)}{x+y+z+w}\right). \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Другие корреляторы можно получить, используя циклическую симметрию.

Корреляторы. Используя полуструнный формализм, получаем следующие корреляторы.

Квадратичные корреляторы.

$$\begin{aligned} \langle\langle \varphi_n, Q\varphi_k \rangle\rangle &= \frac{L}{\pi^2}, & \langle\langle \chi_n, Q\chi_k \rangle\rangle &= 0, \\ \langle\langle \varphi_n, Q\chi_k \rangle\rangle &= \langle\langle \chi_k, Q\varphi_n \rangle\rangle = -\frac{1}{\pi^3} \left[(k+2) \cos\left(\frac{\pi k}{L}\right) - \frac{\pi nk}{L} \sin\left(\frac{\pi k}{L}\right) \right], \\ \langle\langle \xi_n, Q\xi_k \rangle\rangle &= \langle\langle \eta_n, Q\eta_k \rangle\rangle = \\ &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\frac{k-n}{2} \cos\left(\frac{\pi(n+1)}{L}\right) + \frac{\pi(nk-1)}{L} \sin\left(\frac{\pi(n+1)}{L}\right) \right], \\ \langle\langle \xi_n, Q\eta_k \rangle\rangle &= \langle\langle \xi_k, Q\eta_n \rangle\rangle = \langle\langle \eta_n, Q\xi_k \rangle\rangle = \langle\langle \eta_k, Q\xi_n \rangle\rangle = \\ &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi}{L}\right) - \frac{\pi(n+k+1)}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L}\right) \right], & L &= n+k+2. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Кубические корреляторы. Корреляторы без слагаемых с нулевым номером:

$$\begin{aligned}
 \langle\langle \varphi_n, \varphi_m, \chi_k \rangle\rangle &= -\frac{L}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi k}{L}\right), \\
 \langle\langle \phi_n, \psi_m, \psi_k \rangle\rangle &= \frac{L}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi(n+2)}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi(m+1)}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi(k+1)}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \varphi_n, \xi_m, \xi_k \rangle\rangle &= -\frac{L}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi(m+1)}{L}\right), \\
 \langle\langle \varphi_n, \xi_m, \eta_k \rangle\rangle &= \frac{L}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi(n+2)}{L}\right), \\
 \langle\langle \varphi_n, \eta_m, \eta_k \rangle\rangle &= -\frac{L}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi(k+1)}{L}\right), \quad L = n + m + k + 3.
 \end{aligned} \tag{П.4}$$

Корреляторы с одним слагаемым с нулевым номером:

$$\begin{aligned}
 \langle\langle \phi'_0, \varphi_n, \varphi_k \rangle\rangle &= -\frac{L}{2\pi^2}, \\
 \langle\langle \phi'_0, \varphi_n, \chi_k \rangle\rangle &= \langle\langle \phi'_0, \chi_k, \varphi_n \rangle\rangle = -\frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi k}{L}\right) + \frac{\pi k}{L} \sin\left(\frac{\pi k}{L}\right) \right], \quad \langle\langle \phi'_0, \chi_n, \chi_k \rangle\rangle = 0, \\
 \langle\langle \psi'_0, \varphi_n, \eta_k \rangle\rangle &= -\langle\langle \psi'_0, \xi_n, \varphi_k \rangle\rangle = \frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi}{L}\right) - \frac{\pi(n+k+2)}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \psi'_0, \varphi_n, \xi_k \rangle\rangle &= -\langle\langle \psi'_0, \eta_k, \varphi_n \rangle\rangle = \\
 &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\frac{n+k+7}{2} \cos\left(\frac{\pi(n+2)}{L}\right) + \frac{\pi(n-k+1)}{L} \sin\left(\frac{\pi(n+2)}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \phi'_0, \xi_n, \xi_k \rangle\rangle &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi(n+1)}{L}\right) + \frac{\pi(n+1)}{L} \sin\left(\frac{\pi(n+1)}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \phi'_0, \xi_n, \eta_k \rangle\rangle &= \frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi 2}{L}\right) - \frac{\pi(n+k+1)}{L} \sin\left(\frac{\pi 2}{L}\right) \right], \quad \langle\langle \phi'_0, \eta_m, \xi_k \rangle\rangle = 0, \\
 \langle\langle \phi'_0, \eta_n, \eta_k \rangle\rangle &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\cos\left(\frac{\pi(k+1)}{L}\right) + \frac{\pi(k+1)}{L} \sin\left(\frac{\pi(k+1)}{L}\right) \right], \quad L = n + k + 3.
 \end{aligned} \tag{П.5}$$

Корреляторы с двумя слагаемыми с нулевым номером:

$$\begin{aligned}
 \langle\langle \phi'_0, \phi'_0, \varphi_n \rangle\rangle &= -\frac{1}{\pi^2}, \quad \langle\langle \phi'_0, \phi'_0, \chi_n \rangle\rangle = \frac{n^2}{\pi L^3} \cos\left(\frac{\pi n}{L}\right), \\
 \langle\langle \phi'_0, \psi'_0, \xi_n \rangle\rangle &= -\langle\langle \psi'_0, \phi'_0, \eta_n \rangle\rangle = -\frac{n+2}{\pi L^3} \cos\left(\frac{\pi}{L}\right), \\
 \langle\langle \phi'_0, \psi'_0, \eta_n \rangle\rangle &= \frac{1}{\pi^3} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi^2(1-n^2)}{L^3} \right) \cos\left(\frac{\pi 2}{L}\right) - \frac{\pi(n+1)}{2L} \sin\left(\frac{\pi 2}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \psi'_0, \phi'_0, \xi_n \rangle\rangle &= -\frac{1}{\pi^3} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi^2(1-n^2)}{L^3} \right) \cos\left(\frac{\pi 2}{L}\right) - \frac{\pi(n+1)}{2L} \sin\left(\frac{\pi 2}{L}\right) \right], \\
 \langle\langle \psi'_0, \psi'_0, \varphi_n \rangle\rangle &= \frac{1}{\pi^3} \left[\left(-1 + \frac{\pi^2 n(n+2)}{L^3} \right) \cos\left(\frac{\pi}{L}\right) + \frac{\pi(n+2)}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L}\right) \right], \\
 L &= n.
 \end{aligned} \tag{П.6}$$

Благодарности. Эта работа поддержана РФФИ (грант № 08-01-00798), а также Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-795.2008.1). Работа И. Я. Арефьевой поддержана INTAS (грант № 03-51-6346).

Список литературы

- [1] I. Y. Arefeva, D. M. Belov, A. A. Giryavets, *JHEP*, **09** (2002), 050; [arXiv: hep-th/0201197](#).
- [2] И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, П. Б. Медведев, *ТМФ*, **159**:1 (2009), 131–141.
- [3] И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, П. Б. Медведев, *ТМФ*, **158**:3 (2009), 378–390; [arXiv: 0804.2017](#).
- [4] M. Schnabl, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **10**:4 (2006), 433–501; [arXiv: hep-th/0511286](#).
- [5] E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **276**:2 (1986), 291–324.
- [6] I. Y. Aref'eva, P. B. Medvedev, A. P. Zubarev, *Nucl. Phys. B*, **341**:2 (1990), 464–498.
- [7] C. R. Preitschopf, C. B. Thorn, S. A. Yost, *Nucl. Phys. B*, **337**:2 (1990), 363–433.
- [8] T. Erler, *JHEP*, **01** (2008), 013; [arXiv: 0707.4591](#).
- [9] Y. Okawa, *JHEP*, **04** (2006), 055; [arXiv: hep-th/0603159](#).
- [10] L. Rastelli, B. Zwiebach, *JHEP*, **09** (2001), 038; [arXiv: hep-th/0006240](#).
- [11] L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *JHEP*, **11** (2001), 045; [arXiv: hep-th/0105168](#).
- [12] M. Schnabl, *JHEP*, **01** (2003), 004; [arXiv: hep-th/0201095](#).
- [13] I. Y. Aref'eva, D. M. Belov, A. S. Koshelev, P. B. Medvedev, *Nucl. Phys. B*, **638**:1–2 (2002), 3–20; [arXiv: hep-th/0011117](#); 21–40; [arXiv: hep-th/0107197](#); I. Y. Aref'eva, D. M. Belov, A. A. Giryavets, A. S. Koshelev, P. B. Medvedev, “Noncommutative field theories and (super)string field theories”, *Particles and Fields*, eds. G. A. Alves, O. J. P. Eboli, V. O. Rivelles, World Sci., Singapore, 2002, 1–163; [arXiv: hep-th/0111208](#).

Поступила в редакцию 11.01.2009