Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Ч. Жуковский, К. Г. Клименко, В. В. Худяков, Магнитный катализ в Р-четной, кирально-инвариантной трехмерной модели с четырехфермионным взаимодействием, *ТМФ*, 2000, том 124, номер 2, 323–338

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf642>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.23.180.231

26 апреля 2023 г., 15:17:44

© 2000 г. В. Ч. Жуковский*, К. Г. Клименко[†], В. В. Худяков*

МАГНИТНЫЙ КАТАЛИЗ В Р-ЧЕТНОЙ, КИРАЛЬНО-ИНВАРИАНТНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрено влияние внешнего магнитного поля H на фазовую структуру Р-четной и кирально-инвариантной трехмерной модели теории поля с четырехфермионным взаимодействием. Показано, что произвольно малое отличное от нуля магнитное поле индуцирует спонтанное нарушение исходной симметрии (явление магнитного катализа). При этом в зависимости от значений констант связи вакуум модели при $H \neq 0$ может быть либо Р-четным, либо кирально-инвариантным.

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление магнитного катализа представляет собой эффект динамического нарушения симметрии, вызванный внешним магнитным (или хромомагнитным) полем. Впервые это свойство внешнего однородного магнитного поля H наблюдалось при исследовании $(2 + 1)$ -мерной (трехмерной) кирально-инвариантной модели Гросса–Невё [1]. Здесь при сколь угодно малой константе взаимодействия внешнее магнитное поле, также произвольно малое, приводит к динамическому нарушению киральной симметрии (ДНКС) [2, 3]. Объясняется это явление эффективной редукцией размерности пространства-времени во внешнем магнитном поле и соответственно усилением роли инфракрасных расходимостей в перестройке вакуума [4]. Впоследствии было показано, что спонтанное нарушение киральной симметрии индуцируется и внешним хромомагнитным полем [5–7]. Кроме того, на основе исследования целого ряда моделей теории поля было отмечено, что явление магнитного катализа ДНКС, возможно, имеет универсальный, т.е. модельно-независимый, характер [8]. В недавней работе [9] исследовалась Р-четная трехмерная модель Гросса–Невё, где, как оказалось, внешнее магнитное поле служит катализатором спонтанного нарушения также и Р-четности. Явление магнитного катализа уже использовалось в космологических и астрофизических исследованиях [10], а также для построения теории высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) [9, 11].

*Московский государственный университет, Москва, Россия

[†]Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

Можно с уверенностью сказать, что в будущем это явление, несомненно, найдет применение в физике элементарных частиц, физике конденсированного состояния, физике нейтронных звезд и т.д., т.е. в тех разделах науки, где принцип динамического нарушения симметрии играет основополагающую роль, а внешнее магнитное поле является объективной реальностью¹⁾.

Хорошо известно [13], что явление ВТСП наблюдается в антиферромагнитных материалах типа La_2CuO_4 , где электроны проводимости сконцентрированы в плоскостях, образованных атомами Cu и O. В недавних экспериментах по исследованию этого явления [14] было обнаружено, что при температурах, значительно меньших температуры перехода в сверхпроводящее состояние, внешнее магнитное поле индуцирует нарушающий Р-четность фазовый переход. Тем самым становится актуальной задача изучения магнитного катализа в моделях ВТСП. Сказанное в первую очередь относится к $(2 + 1)$ -мерным теоретико-полевым моделям ВТСП.

В предлагаемой работе рассматривается влияние внешнего магнитного поля на одну из таких трехмерных моделей с четырехфермионным лагранжианом взаимодействия

$$L = \sum_{a=1}^N \bar{\psi}_a i \hat{\partial} \psi_a + \frac{G_1}{2N} \left(\sum_{a=1}^N \bar{\psi}_a \psi_a \right)^2 + \frac{G_2}{2N} \left(\sum_{a=1}^N \bar{\psi}_a \tau \psi_a \right)^2, \quad (1)$$

где $\hat{\partial} \equiv \Gamma^\mu \partial_\mu$, поля ψ_a преобразуются по фундаментальному представлению группы $U(N)$, введенной, для того чтобы использовать в вычислениях непerturbативный метод $1/N$ -разложения. Кроме того, ψ_a – четырехкомпонентный спинор Дирака для каждого значения $a = 1, 2, \dots, N$ (соответствующие индексы опущены). Действие с лагранжианом (1) инвариантно относительно двух дискретных преобразований, одним из которых является Р-четность, а другим – киральная симметрия Γ_5 (эти операции, а также матрица τ определены в приложении, где, кроме того, представлена алгебра Γ^μ -матриц для случая приводимого четырехмерного спинорного представления группы Лоренца преобразований трехмерного пространства-времени).

При $H = 0$ теория поля (1) уже изучалась в работах [15], а соответствующий калибровочный вариант рассматривался в [16]. Во многом интерес к изучению данной системы обусловлен тем обстоятельством, что для целого ряда решеточных моделей, призванных описывать динамические явления (например, ВТСП) в квантовых антиферромагнетиках в двух пространственных измерениях, в континуальном пределе получаются теории типа (1).

В отличие от простейших моделей Гросса–Невё, в лагранжиане (1) присутствуют две различные структуры с четырехфермионным взаимодействием. В силу этого в теории возможны два различных фермионных конденсата: один из них $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ является параметром порядка киральной симметрии, а другой – $\langle \bar{\psi} \tau \psi \rangle$ характеризует спонтанное нарушение Р-четности. Какой из конденсатов обеспечивает меньшую энергию вакуума, та симметрия и будет спонтанно нарушена. Все сказанное в полной мере относится

¹⁾ Возможные применения эффекта магнитного катализа обсуждаются также в работах [12].

и к случаю $H \neq 0$. Поэтому явления магнитного катализа в модели (1) и простейших моделях Гросса–Невё должны качественно отличаться друг от друга.

Наша основная задача заключается в том, чтобы исследовать особенности явления магнитного катализа в модели (1), инвариантной относительно $(P \times \Gamma_5)$ -симметрии. При этом сначала необходимо выяснить, индуцирует ли внешнее магнитное поле спонтанное нарушение исходной симметрии. Если да, то происходят ли нарушения P - и Γ_5 -симметрий одновременно или же вакуум модели сохраняет симметрию относительно одного из дискретных преобразований. Если реализуется последний случай, то как тогда остаточная симметрия модели зависит от значений констант связи $G_{1,2}$ и т.д.? Мы покажем, что при определенных условиях в рамках теории поля (1) возможен фазовый переход с нарушением P -четности, индуцированный внешним магнитным полем.

2. ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА МОДЕЛИ ПРИ $H = 0$

Прежде чем рассмотреть влияние ненулевого внешнего магнитного поля H на вакуум модели (1), исследуем ее фазовую структуру при $H = 0$. С этой целью введем вспомогательный лагранжиан

$$\tilde{L} = \bar{\psi} i \hat{\partial} \psi + \sigma_1 (\bar{\psi} \psi) + \sigma_2 (\bar{\psi} \tau \psi) + \frac{N \sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N \sigma_2^2}{2G_2}, \quad (2)$$

где $\sigma_{1,2}$ – вспомогательные бозонные поля, а индексы a суммирования по вспомогательной группе $U(N)$ здесь и далее подразумеваются. Теории поля (1) и (2) эквивалентны между собой в силу того, что с помощью уравнений движения можно исключить поля $\sigma_{1,2}$ из (2) и получить лагранжиан (1). Нетрудно показать, что относительно дискретных симметрий P и Γ_5 вспомогательные поля преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} P: \sigma_1(t, x, y) &\rightarrow \sigma_1(t, -x, y), & \sigma_2(t, x, y) &\rightarrow -\sigma_2(t, -x, y), \\ \Gamma_5: \sigma_1 &\rightarrow -\sigma_1, & \sigma_2 &\rightarrow \sigma_2, \end{aligned} \quad (3)$$

т.е. σ_1 – скалярное, а σ_2 – псевдоскалярное поля. Исходя из лагранжиана (2) можно найти эффективное действие теории, которое в однопетлевом приближении (или, что эквивалентно, в главном порядке $(1/N)$ -разложения) имеет вид

$$S_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) = -N \int d^3x \left(\frac{\sigma_1^2}{2G_1} + \frac{\sigma_2^2}{2G_2} \right) - i \text{Sp} \ln \Delta, \quad (4)$$

где $\Delta = i\hat{\partial} + \sigma_1 + \sigma_2 \tau$. Здесь поля $\sigma_{1,2}$ зависят от точек пространства-времени. Чтобы получить эффективный потенциал, нужно воспользоваться определением

$$V_0(\sigma_1, \sigma_2) \int d^3x = -S_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) \Big|_{\sigma_1, \sigma_2 = \text{const}}, \quad (5)$$

в котором предполагается, что бозонные поля уже не зависят от координат. С помощью (4) и (5) можно найти следующее выражение для эффективного потенциала модели (1) в главном порядке $(1/N)$ -разложения:

$$V_0(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{N \sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N \sigma_2^2}{2G_2} - N \sum_{k=1}^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \ln(p^2 + M_k^2), \quad (6)$$

Рис. 1

где $M_{1,2} = |\sigma_2 \pm \sigma_1|$, а интегрирование ведется по импульсному пространству Евклида. Проинтегрируем в (6) по области $0 \leq p^2 \leq \Lambda^2$:

$$V_0(\sigma_1, \sigma_2) = N \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\sigma_k^2}{2} \left(\frac{1}{G_k} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} \right) + \frac{M_k^3}{6\pi} \right]. \quad (7)$$

Теперь, чтобы исключить из (7) параметр обрезания Λ , введем перенормированные константы связи с помощью нормировочных условий

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \frac{\partial^2 V_0}{(\partial \sigma_1)^2} \Big|_{\substack{\sigma_1 = \nu_1 \\ \sigma_2 = 0}} &= \frac{1}{G_1} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} + \frac{2\nu_1}{\pi} \equiv \frac{1}{g_1(\nu_1)}, \\ \frac{1}{N} \frac{\partial^2 V_0}{(\partial \sigma_2)^2} \Big|_{\substack{\sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 = \nu_2}} &= \frac{1}{G_2} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} + \frac{2\nu_2}{\pi} \equiv \frac{1}{g_2(\nu_2)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения (8) дают возможность переписать эффективный потенциал в терминах ультрафиолетово-конечных величин,

$$V_0(\sigma_1, \sigma_2) = N \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\sigma_k^2}{2g_k} + \frac{M_k^3}{6\pi} \right], \quad (9)$$

где

$$\frac{1}{g_i} = \frac{1}{g_i(\nu_i)} - \frac{2\nu_i}{\pi} = \frac{1}{G_i} - \frac{1}{G_c}, \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

и $G_c = \pi^2/(2\Lambda)$. Напомним, что константы связи G_i ($g_i(\nu_i)$) зависят (не зависят) от параметра обрезания Λ и не зависят (зависят) от нормировочных масс ν_i . В силу этого из соотношения (10) следует, что константы g_i не зависят ни от ν_i , ни от Λ , т.е. эффективный потенциал V_0 является ренормализационно инвариантной конечной (без ультрафиолетовых расходимостей) величиной.

Таким образом, мы фактически показали, что в главном порядке $(1/N)$ -разложения модель (1) перенормируема. Полное доказательство того, что эта теория поля перенормируема, не является предметом нашего рассмотрения. Можно лишь сослаться на результаты обзора [17], в котором было доказано, что простейшие трехмерные модели с четырехфермионным взаимодействием перенормируемы в рамках непертурбативного метода $(1/N)$ -разложения.

Известно, что фазовая структура любой теории поля в значительной степени определяется свойствами симметрии точки глобального минимума ее эффективного потенциала. В предлагаемой статье, чтобы не загромождать ее дополнительными формулами, мы опускаем промежуточные расчеты, связанные с исследованием потенциала (9) на абсолютный минимум, и сразу представляем фазовый портрет модели (1), который изображен на рис. 1. Похожий анализ проведен для эффективных потенциалов целого ряда теорий с четырехфермионным взаимодействием в работах [6, 18], и при желании он может быть без труда выполнен и здесь. На этом рисунке плоскость (g_1, g_2) констант связи (10) разделена на пять областей, в каждой из которых реализуется одна из возможных фаз модели: А, В, С. В фазе А, где $g_{1,2} > 0$, что соответствует малым значениям голых констант связи $G_{1,2} < G_c$, глобальный минимум функции $V_0(\sigma_1, \sigma_2)$ находится в нуле ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$), поэтому основное состояние системы в этой фазе Р- и Γ_5 -симметрично. В фазах В и С, где, по крайней мере, одна из констант связи G_i больше, чем G_c , точка глобального минимума потенциала имеет соответственно вид $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -\pi/g_2$ и $\sigma_1 = -\pi/g_1$, $\sigma_2 = 0$. Отсюда с учетом соотношений (3) видно, что в фазе В вакуум Γ_5 -инвариантен, а Р-четность спонтанно нарушена. Основное состояние С-фазы модели Р-инвариантно, однако здесь спонтанно нарушена киральная симметрия. Линия $\mathcal{L}$ на рис. 1 определяется как множество точек $\{(g_1, g_2) : g_1 = g_2\}$.

3. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ПРИ $H \neq 0$

Перед тем как исследовать свойства вакуума трехмерной модели (1) во внешнем постоянном магнитном поле, получим выражение для эффективного потенциала при $H \neq 0$. Лагранжиан модели в терминах вспомогательных скалярных полей $\sigma_{1,2}(x)$ в этом случае имеет вид

$$\tilde{L}_H = \bar{\psi}(i\hat{\partial} + e\hat{A})\psi + \sigma_1(\bar{\psi}\psi) + \sigma_2(\bar{\psi}\tau\psi) + \frac{N\sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N\sigma_2^2}{2G_2}, \quad (11)$$

где $\hat{A} \equiv A_\mu \Gamma^\mu$, e – заряд (положительный) ферми-частиц, а векторный потенциал, соответствующий постоянному внешнему магнитному полю H , имеет вид $A_0 = A_1 = 0$, $A_2 = x_1 H$. С помощью стандартной техники $(1/N)$ -разложения [1] в главном порядке

по N можно получить следующее выражение для эффективного потенциала:

$$V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{N\sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N\sigma_2^2}{2G_2} + \frac{iN}{v} \text{Sp} \ln \Delta_H. \quad (12)$$

Отметим, что здесь $\Delta_H = i\hat{\partial} + e\hat{A} + \sigma_1 + \tau\sigma_2$ – оператор, действующий только в спинорном и координатном пространствах, $v = \int d^3x$, а поля σ_i не зависят от точек пространства-времени.

Обратимся сначала к причинной функции Грина оператора Δ_H , которую можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} (\Delta_H^{-1})_{\alpha\beta}(\vec{x}, t; \vec{x}', t') = & -i\theta(t - t') \sum_{\{n\}} \psi_{\{n\}\alpha}^{(+)}(\vec{x}, t) \bar{\psi}_{\{n\}\beta}^{(+)}(\vec{x}', t') + \\ & + i\theta(t' - t) \sum_{\{n\}} \psi_{\{n\}\alpha}^{(-)}(\vec{x}, t) \bar{\psi}_{\{n\}\beta}^{(-)}(\vec{x}', t'). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\{n\} = (i, n, k)$, где $i = 1, 2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $k \in R^1$. Функции $\psi_{\{n\}}^{(\pm)}$ – это положительно- и отрицательно-частотные ортонормированные решения уравнения Дирака $\Delta_H \psi = 0$, которые в случае $\sigma_1 + \sigma_2 > 0$, $\sigma_2 < \sigma_1$ имеют вид (T – символ транспонирования)

$$\begin{aligned} \psi_{1,n,k}^{(\pm)T}(\vec{x}, t) = & \exp(\mp i\varepsilon_n t + ikx_2) \times \\ & \times \left(\mp \sqrt{\frac{\varepsilon_n \mp (\sigma_1 + \sigma_2)}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n,k}(x_1), \sqrt{\frac{\varepsilon_n \pm (\sigma_1 + \sigma_2)}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n-1,k}(x_1), 0, 0 \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \psi_{2,n,k}^{(\pm)T}(\vec{x}, t) = & \exp(\mp i\tilde{\varepsilon}_n t + ikx_2) \times \\ & \times \left(0, 0, \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}_n \pm (\sigma_1 - \sigma_2)}{4\pi\tilde{\varepsilon}_n}} h_{n,k}(x_1), \mp \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}_n \pm (\sigma_2 - \sigma_1)}{4\pi\tilde{\varepsilon}_n}} h_{n-1,k}(x_1) \right), \end{aligned}$$

где

$$h_{n,k}(x_1) = \frac{(eH)^{\frac{1}{4}}}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) H_n(\xi), \quad (15)$$

$\varepsilon_n = \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + 2eHn}$, $\tilde{\varepsilon}_n = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2eHn}$, $H_n(\xi)$ – полиномы Эрмита, $\xi = \sqrt{eH}[x_1 - k/(eH)]$. Функции (15) удовлетворяют условиям

$$\int dx_1 h_{n,k}^2(x_1) = \frac{1}{eH} \int dk h_{n,k}^2(x_1) = 1. \quad (16)$$

Кроме того, в формулах (14) предполагается, что $h_{-1,k}(x_1) \equiv 0$.

Теперь имеется все необходимое для вычисления величины

$$A(\sigma_1, \sigma_2) \equiv iv^{-1} \text{Sp} \ln \Delta_H.$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial A(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial \sigma_1} = iv^{-1} \text{Sp } \Delta_H^{-1} \equiv iv^{-1} \int d^3 x \sum_{\alpha=1}^4 (\Delta_H^{-1})_{\alpha\alpha}(\vec{x}, t; \vec{x}, t). \quad (17)$$

Используя формулы (13)–(16), получаем после довольно трудоемких вычислений (для случая простейшей модели Гросса–Невё похожие вычисления были проделаны в работе [6]), что

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial \sigma_1} = & -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)eH}{4\pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \frac{ds}{\sqrt{s}} \exp(-s(\sigma_1 + \sigma_2)^2) \text{cth}(eHs) - \\ & -\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)eH}{4\pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \frac{ds}{\sqrt{s}} \exp(-s(\sigma_1 - \sigma_2)^2) \text{cth}(eHs). \end{aligned} \quad (18)$$

Интегрируя обе части этого равенства по σ_1 в пределах от σ_1 до ∞ , находим

$$A(\sigma_1, \sigma_2) - A(\infty, \sigma_2) = \frac{eH}{8\pi^{\frac{3}{2}}} \sum_{i=1}^2 \int_0^\infty \frac{ds}{s^{\frac{3}{2}}} \exp(-sM_i^2) \text{cth}(eHs), \quad (19)$$

где выражения для M_i представлены в формуле (6). Отметим, что формула (19) получена нами в предположении $-\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_1$. Однако можно непосредственно убедиться в том, что (19) справедливо и при любом другом соотношении между σ_1 и σ_2 .

Аналогичным образом находим величину $\partial A(\sigma_1, \sigma_2)/\partial \sigma_2$, которую можно проинтегрировать по σ_2 в пределах от σ_2 до ∞ и затем сравнить полученное выражение с (19). В результате получаем равенство $A(\infty, \sigma_2) = A(\sigma_1, \infty)$, из которого в силу независимости переменных σ_1 и σ_2 друг от друга следует, что величина $A(\infty, \sigma_2)$ не зависит от σ_2 , т.е. является константой.

Учитывая этот факт, а также соотношение (19), получаем из формулы (12) с точностью до несущественной постоянной следующее выражение для эффективного потенциала:

$$V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{N\sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N\sigma_2^2}{2G_2} + N \sum_{k=1}^2 \frac{eH}{8\pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{\frac{3}{2}}} \exp(-sM_k^2) \text{cth}(eHs), \quad (20)$$

которое, очевидно, содержит ультрафиолетово расходящиеся на нижнем пределе интегралы. Сделав в (20) тождественные преобразования, можно локализовать эту расходимость в эффективном потенциале при $H = 0$:

$$V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) = V_0(\sigma_1, \sigma_2) + N \sum_{k=1}^2 \frac{eH}{8\pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{\frac{3}{2}}} \exp(-sM_k^2) \left[\text{cth}(eHs) - \frac{1}{eHs} \right], \quad (21)$$

где

$$V_0(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{N\sigma_1^2}{2G_1} + \frac{N\sigma_2^2}{2G_2} + N \sum_{k=1}^2 \frac{1}{8\pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{\frac{5}{2}}} \exp(-sM_k^2). \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что в (21) сингулярно только первое слагаемое (22), которое с точностью до некоторой постоянной равно потенциалу (6). После перенормировки оно, очевидно, принимает вид (9). Мы будем также использовать следующее выражение для V_{eff} , которое получается из (21) после интегрирования по s (см. [19]):

$$V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2) = N \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\sigma_k^2}{2g_k} + \frac{eHM_k}{4\pi} - \frac{(2eH)^{\frac{3}{2}}}{4\pi} \zeta \left(-\frac{1}{2}, \frac{M_k^2}{2eH} \right) \right], \quad (23)$$

где $\zeta(s, x)$ – обобщенная дзета-функция Римана [20].

4. ЯВЛЕНИЕ МАГНИТНОГО КАТАЛИЗА

Рассмотрим теперь особенности спонтанного нарушения симметрии в исходной модели (1) в присутствии внешнего магнитного поля. Для этого необходимо исследовать свойства точки глобального минимума потенциала (23) относительно преобразований симметрии (3). При этом особое внимание мы уделим случаю положительных значений параметров $g_{1,2}$, т.е. малых значений голых констант связи $G_{1,2}$, где при $H = 0$ наблюдается $(P \times \Gamma_5)$ -симметричная фаза модели. Вопрос заключается в том, какая симметрия будет у вакуума при $H \neq 0$ в рассматриваемом случае, т.е. при $g_1 > 0$, $g_2 > 0$. Для его решения полезно предварительно рассмотреть более простую ситуацию.

Частный случай модели (1). Проиллюстрируем сначала явление магнитного катализа на примере простейшей модели, которая получается из (1) при $G_1 \equiv G$, $G_2 = 0$. Соответствующий эффективный потенциал $V_{Hg}(\sigma)$ можно получить из формулы (23), в которой нужно положить $\sigma_2 \equiv 0$, а также ввести обозначения $\sigma_1 \equiv \sigma$, $g_1 \equiv g$:

$$V_{Hg}(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g} + \frac{NeH|\sigma|}{2\pi} - \frac{N(2eH)^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \zeta \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH} \right). \quad (24)$$

Отсюда видно, что $V_{Hg}(\sigma)$ – симметричная относительно преобразования $\sigma \rightarrow -\sigma$ функция. Следовательно, для нахождения точки ее глобального минимума достаточно исследовать $V_{Hg}(\sigma)$ только на множестве $\sigma \in [0, \infty)$. Здесь уравнение стационарности имеет вид

$$\frac{\partial V_{Hg}(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{N\sigma}{g} + \frac{NeH}{2\pi} - \frac{N\sigma\sqrt{2eH}}{2\pi} \zeta \left(\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH} \right) = 0. \quad (25)$$

При получении (25) необходимо учесть, что $d\zeta(s, x)/dx = -s\zeta(s+1, x)$. При $\sigma \rightarrow 0$ известно следующее разложение для ζ -функции [20]:

$$\zeta \left(\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH} \right) = \frac{\sqrt{2eH}}{|\sigma|} + \text{const} + o \left(\frac{|\sigma|}{\sqrt{2eH}} \right). \quad (26)$$

Подставляя (26) в (25), получаем

$$\left. \frac{\partial V_{Hg}(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma \rightarrow 0+} = -\frac{NeH}{2\pi}, \quad (27)$$

т.е. точка $\sigma = 0$ не является решением уравнения стационарности (25). Кроме того, т.к. $V_{Hg}(\sigma) = V_{Hg}(-\sigma)$, имеются еще два следствия.

СЛЕДСТВИЕ 1. В точке $\sigma = 0$ находится локальный максимум потенциала (24).

СЛЕДСТВИЕ 2. Первая производная функции $V_{Hg}(\sigma)$ не существует в точке $\sigma = 0$ (в то же самое время при $H = 0$ эффективный потенциал – дифференцируемая функция на всей оси σ).

Следствие 1, а также тот факт, что $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V_{Hg}(\sigma) = +\infty$, говорят о наличии нетривиальной, т.е. отличной от нуля, точки глобального минимума $\sigma_0(H, g)$ потенциала $V_{Hg}(\sigma)$. Это означает, что киральная симметрия рассматриваемой простейшей модели в присутствии внешнего магнитного поля (сколь угодно малого) обязательно спонтанно нарушена даже при сколь угодно малой константе взаимодействия G (положительные значения константы g). Таким образом, происходит динамическое нарушение киральной инвариантности, индуцированное внешним магнитным полем (явление магнитного катализа). Более подробный анализ фазовой структуры простейшей модели Гросса–Невё во внешнем магнитном поле проведен в работах [2, 4, 6, 21], где также рассмотрено влияние температуры, химического потенциала и ненулевой кривизны пространства-времени на эффект магнитного катализа²⁾.

В дальнейшем нам понадобится более детальная информация о свойствах эффективного потенциала (24). Предположим, что $g > 0$ и $eHg^2 \ll 1$, т.е. магнитное поле мало. В этом случае с помощью разложения (26) в уравнении (25) нетрудно получить следующее асимптотическое поведение при $eH \rightarrow 0$ для точки глобального минимума $\sigma_0(H, g)$ потенциала $V_{Hg}(\sigma)$, которая является решением уравнения стационарности (25):

$$\sigma_0(H, g) = \frac{egH}{2\pi} + \dots \quad (28)$$

Рассмотрим теперь величину $V_{Hg}(\sigma_0(H, g))$. Очевидно, что для любых значений H и g выполнено соотношение

$$\frac{dV_{Hg}(\sigma_0(H, g))}{dg} = \frac{\partial \sigma_0(H, g)}{\partial g} \frac{\partial V_{Hg}(\sigma)}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma_0(H, g)} + \frac{\partial V_{Hg}(\sigma)}{\partial g} \Big|_{\sigma=\sigma_0(H, g)}. \quad (29)$$

Первое слагаемое в правой части этого равенства равно нулю в силу того, что $\sigma_0(H, g)$ удовлетворяет уравнению стационарности (25). Таким образом,

$$\frac{dV_{Hg}(\sigma_0(H, g))}{dg} = \frac{\partial V_{Hg}(\sigma)}{\partial g} \Big|_{\sigma=\sigma_0(H, g)} = -\frac{\sigma_0(H, g)^2}{2g^2} < 0. \quad (30)$$

Из (30) следует, что $V_{Hg}(\sigma_0(H, g))$ является монотонно убывающей функцией параметра g .

²⁾ Влияние таких внешних факторов, как температура, химический потенциал, нетривиальная метрика и топология пространства (без учета магнитного поля), на структуру основного состояния в простейшей $(2 + 1)$ -мерной модели Гросса–Невё исследовалось в работах [22].

Магнитный катализ в общем случае. Остановимся теперь на некоторых особенностях спонтанного нарушения симметрии в модели (1) в присутствии внешнего магнитного поля в общем случае, когда обе константы связи $G_{1,2}$ произвольны. Прежде всего покажем, что при $H \neq 0$ вакуум модели уже не обладает $(P \times \Gamma_5)$ -симметрией, т.е. $\sigma_{1,2} = 0$ не является точкой глобального минимума функции $V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)$. С этой целью изучим первые производные этой функции, которые в области $(\sigma_1 + \sigma_2) > 0$, $\sigma_k > \sigma_l$ имеют следующий вид (здесь $k \neq l$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \frac{\partial V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial \sigma_k} &= \frac{\sigma_k}{g_k} + \frac{eH}{2\pi} - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)\sqrt{2eH}}{4\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{2eH}\right) - \\ &\quad - \frac{(\sigma_k - \sigma_l)\sqrt{2eH}}{4\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2eH}\right), \\ \frac{1}{N} \frac{\partial V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial \sigma_l} &= \frac{\sigma_l}{g_l} - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)\sqrt{2eH}}{4\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{2eH}\right) + \\ &\quad + \frac{(\sigma_k - \sigma_l)\sqrt{2eH}}{4\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2eH}\right). \end{aligned} \quad (31)$$

Полагая в этих формулах сначала $k = 2$, $l = 1$, $\sigma_1 = 0$, а потом $k = 1$, $l = 2$, $\sigma_2 = 0$, нетрудно видеть, используя разложение (26), что

$$\left. \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \sigma_2} \right|_{\substack{\sigma_2 \rightarrow 0+ \\ \sigma_1 = 0}} = -\frac{NeH}{2\pi} < 0, \quad \left. \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \sigma_1} \right|_{\substack{\sigma_1 \rightarrow 0+ \\ \sigma_2 = 0}} = -\frac{NeH}{2\pi} < 0. \quad (32)$$

Соотношения (32) означают, что эффективный потенциал (23) в точке $\sigma_{1,2} = 0$ убывает как в направлении оси σ_1 , так и в направлении оси σ_2 при $H \neq 0$. Следовательно, эта точка не может быть точкой глобального минимума потенциала $V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)$, и при сколь угодно малых значениях внешнего магнитного поля исходная $(P \times \Gamma_5)$ -симметрия спонтанно нарушена для любых значений констант связи $G_{1,2}$.

Другим важным следствием формул (31) является недифференцируемость функции (23) на линии $\sigma_1 = \sigma_2$. Это следует из того, что каждая из частных производных (31) принимает разные значения при стремлении к этой линии сверху и снизу. Более того, т.к. функция (23) симметрична относительно каждого из преобразований $\sigma_1 \rightarrow -\sigma_1$, $\sigma_2 \rightarrow -\sigma_2$, то очевидно, что она недифференцируема в плоскости переменных (σ_1, σ_2) на линиях $\sigma_1 = \sigma_2$ и $\sigma_1 = -\sigma_2$. Отметим, что при $H = 0$ эффективный потенциал дифференцируем во всей плоскости (σ_1, σ_2) . Из-за четности функции (23) по каждой из переменных мы будем далее ее исследовать на глобальный минимум только в области $\sigma_1 \geq 0$, $\sigma_2 \geq 0$.

Рассмотрим более подробно действие внешнего магнитного поля на симметричную фазу модели, т.е. предположим, что g_1 и g_2 положительны. Из (10) следует, что в этом случае голые константы связи имеют достаточно малые значения, т.е. $G_i < G_c = \pi^2/(2\Lambda)$. Как показано выше, здесь в присутствии магнитного поля нарушается $(P \times \Gamma_5)$ -симметрия основного состояния, т.е. внешнее магнитное поле служит катализатором спонтанного нарушения этой симметрии. Для уточнения деталей явления магнитного

катализа предположим сначала, что значения магнитного поля малы, т.е. $eHg_1^2 \ll 1$, $eHg_2^2 \ll 1$. Тогда системе уравнений стационарности $\partial V_{\text{eff}}/\partial \sigma_i = 0$ ($i = 1, 2$) удовлетворяют только две точки: 1) $(\sigma_{10}, 0)$ и 2) $(0, \sigma_{20})$, где $\sigma_{i0} = \sigma_0(H, g_i)$, а $\sigma_0(H, g_i)$ – решение уравнения (25), в котором $g = g_i$. Очевидно, что глобальный минимум потенциала $V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)$ может находиться в одной из этих двух точек (σ_1, σ_2) -плоскости, где выполняются соотношения

$$V_{\text{eff}}(\sigma_{10}, 0) = V_{Hg_1}(\sigma_0(H, g_1)), \quad V_{\text{eff}}(0, \sigma_{20}) = V_{Hg_2}(\sigma_0(H, g_2)). \quad (33)$$

В правых частях этих равенств стоит минимальное значение функции (24) при $g = g_1$ и $g = g_2$. Эта величина, как показано выше в (29) и (30), монотонно убывает по параметру g . Поэтому при $g_1 < g_2$ ($g_2 < g_1$) эффективный потенциал модели $V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)$ в точке 2 (точке 1) принимает значение меньшее, чем в точке 1 (точке 2).

Окончательный вывод о местоположении глобального минимума потенциала (23) можно сделать лишь после изучения этой функции на прямой $\mathcal{L} = \{(\sigma_1, \sigma_2) : \sigma_2 = \sigma_1\}$, где, как доказано выше, потенциал не является дифференцируемой функцией двух переменных $\sigma_{1,2}$. Следовательно, существует вероятность того, что глобальный минимум потенциала $V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)$ лежит именно здесь. Исследуем подробнее такую возможность, для чего рассмотрим функцию (23) на прямой $\mathcal{L}$, где имеем

$$V_{\text{eff}}(\sigma, \sigma) \equiv \tilde{V}(\sigma) = \frac{V_{H\tilde{g}}(2\sigma)}{2} - \frac{N\sigma^2}{2\tilde{g}} + \frac{V_{H\tilde{g}}(0)}{2}. \quad (34)$$

В этом выражении $\tilde{g} = g_1g_2/(g_1 + g_2)$, а функция $V_{Hg}(\sigma)$ определена в (24). У уравнения стационарности для $\tilde{V}(\sigma)$ существует единственное решение $\tilde{\sigma}_0$, которое является точкой абсолютного минимума этой функции (это доказывается так же, как и при рассмотрении потенциала (24)). Можно показать, что в области малых значений магнитного поля величина $\tilde{\sigma}_0$ также мала и, кроме того,

$$\tilde{\sigma}_0 = \sigma_0(H, \tilde{g}) + o(eH) = \frac{eH\tilde{g}}{2\pi} + o(eH). \quad (35)$$

Вследствие этого при оценке величины $\tilde{V}(\tilde{\sigma}_0)$ можно использовать формулу

$$F(x) = F(0) + F'(0_+)x + o(x) \quad \text{при} \quad x \rightarrow 0_+, \quad (36)$$

где $F(x)$ – произвольная функция, дифференцируемая в нуле справа, т.е. для которой существует конечный предел $F'(0_+) \equiv \lim_{x \rightarrow 0_+} (F(x) - F(0))/x$. Подставляя в (34) $\sigma = \tilde{\sigma}_0$ и используя затем равенство (36), нетрудно получить следующую оценку для значения функции $\tilde{V}(\sigma)$ в точке абсолютного минимума при $H \rightarrow 0$:

$$\tilde{V}(\tilde{\sigma}_0) \approx V_{H\tilde{g}}(0) + \frac{dV_{H\tilde{g}}(0)}{d\sigma} \tilde{\sigma}_0 - \frac{N\tilde{\sigma}_0^2}{2\tilde{g}} \approx V_{H\tilde{g}}(0) - \frac{3N(eH)^2\tilde{g}}{8\pi^2}. \quad (37)$$

Рис. 2

Второе из соотношений (37) получается из первого с учетом формул (27) и (35). Действуя аналогичным образом, можно оценить величины, стоящие в формуле (33):

$$V_{Hg_i}(\sigma_0(H, g_i)) \approx V_{Hg_i}(0) - \frac{N(eH)^2 g_i}{4\pi^2}. \quad (38)$$

Сравнив выражения (37) и (38), нетрудно сделать вывод о том, что на множестве $\sigma_{1,2} \geq 0$ потенциал (23) не может принимать свое наименьшее значение в точке, лежащей на прямой $\mathcal{L}$. Следовательно, при $g_2 > g_1$ глобальный минимум потенциала находится в точке $(0, \sigma_{20})$, а при $g_1 > g_2$ — в точке $(\sigma_{10}, 0)$.

Таким образом, когда сколь угодно малое внешнее магнитное поле действует на $(P \times \Gamma_5)$ -симметричную А-фазу модели (для которой оба параметра $g_{1,2}$ положительны), основное состояние этой фазы разрушается. При $g_2 > g_1$ у вакуума остается лишь Γ_5 -инвариантность и фаза А трансформируется в В-фазу теории. При $g_1 > g_2$ основное состояние имеет только Р-симметрию и вместо фазы А спонтанным образом возникает фаза С. Поскольку $\sigma_0(H, g) \rightarrow 0$ при $H \rightarrow 0$, то в обоих случаях магнитное поле индуцирует непрерывные фазовые переходы второго рода из фазы А соответственно в фазы В или С.

К сожалению, с помощью аналитических методов нам не удалось доказать этот факт для значений магнитного поля, когда $eHg_i^2 \sim 1$ или $eHg_i^2 \gg 1$. Однако численные расчеты, проделанные для довольно широкого интервала значений H , подтверждают вышесказанный вывод. Например, на рис. 2 показан график функции $\tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2) =$

$V_{\text{eff}}(\sigma_1, \sigma_2)/e^6$ при $H = 40e^3$, $g_1 = e^{-2}$, $g_2 = 20e^{-2}$, где $\check{\sigma}_1 = \sigma_1/e^2$, $\check{\sigma}_2 = \sigma_2/e^2$ (здесь, очевидно, $eHg_i^2 \gg 1$). В этом случае точка глобального минимума потенциала $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 2.77e^2$ соответствует кирально-симметричной фазе модели (Р-четность спонтанно нарушена).

Рис. 3

Наконец, следует сказать, что внешнее магнитное поле, действуя на фазы В и С (см. рис. 1), еще больше стабилизирует их основные состояния. Дело в том, что здесь даже при $H = 0$ существует довольно сильное фермион-антифермионное притяжение (по крайней мере одна из голых констант связи G_i больше, чем G_c), приводящее к образованию одного из конденсатов $\bar{\psi}\psi$ или $\bar{\psi}\tau\psi$, т.е. к спонтанному нарушению исходной симметрии. Внешнее магнитное поле способствует лишь увеличению значений конденсатов, т.е. стабилизации этих фаз. Поскольку в этих случаях магнитное поле не является причиной (катализатором) спонтанного нарушения симметрии (источником является сверхсильное притяжение фермионов и антифермионов), то детали этого рассмотрения здесь опущены. Для полноты картины тем не менее на рис. 3 приведен фазовый портрет модели при любых отличных от нуля значениях внешнего магнитного поля и констант связи $g_{1,2}$. Линия $\mathcal{L}$ на этом рисунке определена так же, как и на рис. 1.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предлагаемой работе рассмотрено действие внешнего магнитного поля на трехмерную модель (1), обладающую $(P \times \Gamma_5)$ -симметрией, в случае достаточно малых значе-

ний голых констант связи $G_{1,2} < G_c$ (положительных значений констант $g_{1,2}$). Если $H = 0$, то исходная симметрия не нарушена. Мы показали, что сколь угодно малое внешнее магнитное поле индуцирует спонтанное нарушение $(P \times \Gamma_5)$ -инвариантности (явление магнитного катализа). При этом оказывается, что если $g_2 > g_1$, то нарушается P -четность модели, однако киральная симметрия остается нетронутой (это фаза В теории). В случае, если $g_1 > g_2$, внешнее магнитное поле индуцирует фазовый переход второго рода из симметричной фазы А в фазу С, у которой вакуум P -четен, но зато лишен киральной инвариантности.

Благодарности. Авторы благодарят Д. Эберта за обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-16690), а также Немецкого исследовательского общества (DFG-Project № 436 RUS 113/477/4).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Алгебра Γ -матриц для трехмерной группы Лоренца

Двухкомпонентные спиноры Дирака реализуют неприводимое двумерное представление группы Лоренца преобразований трехмерного пространства-времени. В этом случае (2×2) -матрицы γ имеют вид

$$\gamma^0 = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = i\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = i\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.1})$$

Эти матрицы обладают свойствами

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 2g^{\mu\nu}, \quad [\gamma^\mu, \gamma^\nu] = -2i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha, \quad \gamma^\mu \gamma^\nu = -i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha + g^{\mu\nu}, \quad (\text{П.2})$$

где $g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$, $\gamma_\alpha = g_{\alpha\beta} \gamma^\beta$, $\varepsilon^{012} = 1$, кроме того,

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha) = -2i\varepsilon^{\mu\nu\alpha}. \quad (\text{П.3})$$

В последнее время для спинорных полей часто используют приводимое четырехмерное представление группы Лоренца, по которому преобразуются и спиноры ψ_k из формулы (1):

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (\text{П.4})$$

(в выражении (П.4) ψ_1, ψ_2 являются двухкомпонентными спинорами). Соответствующие этому представлению гамма-матрицы имеют вид $\Gamma^\mu = \text{diag}(\gamma^\mu, -\gamma^\mu)$, где γ^μ даны в (П.1). Нетрудно показать, что $(\mu, \nu = 0, 1, 2)$

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\Gamma^\mu \Gamma^\nu) &= 4g^{\mu\nu}, \quad \Gamma^\mu \Gamma^\nu = \sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}, \\ \sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}[\Gamma^\mu, \Gamma^\nu] = \text{diag}(-i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha, -i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha). \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Размерность алгебры матриц, действующих в четырехмерном спинорном пространстве, равна 16, а образующими этой алгебры выступают матрицы Γ^μ ($\mu = 0, 1, 2$) и антикоммутирующая с ними матрица

$$\Gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{П.6})$$

где I – единичная (2×2) -матрица. Существует еще одна матрица Γ^5 , которая антикоммутирует со всеми Γ^μ и с Γ^3 :

$$\Gamma^5 = i \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.7})$$

Отметим, что матрица τ , фигурирующая в (1), имеет вид

$$\tau = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}. \quad (\text{П.8})$$

В пространстве четырехмерных спиноров (П.4) можно ввести операции Р-четности и дискретного кирального преобразования Γ_5 , под действием которых двухкомпонентные составляющие спинора (П.4) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{P}: \psi_{1k}(t, x, y) &\longleftrightarrow \gamma^1 \psi_{2k}(t, -x, y), \\ \Gamma_5: \psi_{1k}(t, x, y) &\longleftrightarrow i \psi_{2k}(t, x, y). \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Дискретные преобразования (П.9) нетрудно переписать, используя четырехкомпонентные спиноры (П.4),

$$\text{P}: \psi(t, x, y) \rightarrow i \Gamma^1 \Gamma^5 \psi(t, -x, y), \quad \Gamma_5: \psi \rightarrow \Gamma^5 \psi. \quad (\text{П.10})$$

Список литературы

- [1] *D. J. Gross, A. Neveu.* Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 3235.
- [2] *К. Г. Клименко.* ТМФ. 1991. Т. 89. С. 211; 1992. Т. 90. С. 3; *K. G. Klimenko.* Z. Phys. C. 1992. V. 54. P. 323.
- [3] *I. V. Krive, S. A. Naftulin.* Phys. Rev. D. 1992. V. 46. P. 2737.
- [4] *V. P. Gusynin, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy.* Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 3499; Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 4718; *V. P. Gusynin, I. A. Shovkovy.* Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 5251.
- [5] *K. G. Klimenko, A. S. Vshivtsev, B. V. Magnitsky.* Nuovo Cimento A. 1994. V. 107. P. 439; *A. C. Вшивцев, К. Г. Клименко, Б. В. Магницкий.* ТМФ. 1994. Т. 101. С. 391; ЯФ. 1994. Т. 57. С. 2260.
- [6] *A. C. Вшивцев, Б. Ч. Жуковский, К. Г. Клименко, Б. В. Магницкий.* ЭЧАЯ. 1998. Т. 29. С. 1259.
- [7] *I. A. Shovkovy, V. M. Turkowski.* Phys. Lett. B. 1995. V. 367. P. 213; *D. Ebert, V. Ch. Zhukovsky.* Mod. Phys. Lett. A. 1997. V. 12. P. 2567; *V. P. Gusynin, D. K. Hong, I. A. Shovkovy.* Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 5230.
- [8] *G. W. Semenoff, I. A. Shovkovy, L. C. R. Wijewardhana.* Universality and the Magnetic Catalysis of Chiral Symmetry Breaking. hep-th/9905116.
- [9] *W. V. Liu.* Nucl. Phys. B. 1999. V. 556. P. 563.

- [10] *T. Inagaki, T. Muta, S.D. Odintsov.* Progr. Theor. Phys. Suppl. 1997. V. 127. P. 93; *E. J. Ferrer, V. de la Incera.* Int. J. Mod. Phys. A. 1999. V. 14. P. 1; On magnetic catalysis and gauge symmetry breaking. hep-th/9910035.
- [11] *K. Farakos, N.E. Mavromatos.* Int. J. Mod. Phys. B. 1998. V. 12. P. 809; *K. Farakos, G. Koutsoumbas, N.E. Mavromatos.* Int. J. Mod. Phys. B. 1998. V. 12. P. 2475; *N.E. Mavromatos, A. Momen.* Mod. Phys. Lett. A. 1998. V. 13. P. 1765; *G.W. Semenoff, I.A. Shovkovy, L.C.R. Wijewardhana.* Mod. Phys. Lett. A. 1998. V. 13. P. 1143.
- [12] *V.A. Miransky.* Progr. Theor. Phys. Suppl. 1996. V. 123. P. 49; *V.P. Gusynin.* Magnetic Catalysis of Chiral Symmetry Breaking in Gauge Theories. hep-th/0001070.
- [13] *A.S. Davydov.* Phys. Rep. 1990. V. 190. P. 191.
- [14] *K. Krishana et al.* Science. 1997. V. 277. P. 83.
- [15] *G.W. Semenoff, L.C.R. Wijewardhana.* Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 2633; Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1342.
- [16] *M. Carena, T.E. Clark, C.E.M. Wagner.* Phys. Lett. B. 1991. V. 259. P. 128; Nucl. Phys. B. 1991. V. 356. P. 117.
- [17] *B. Rosenstein, B.J. Warr, S.H. Park.* Phys. Rep. 1991. V. 205. P. 59.
- [18] *K.G. Klimenko.* Z. Phys. C. 1993. V. 57. P. 175; *К.Г. Клименко.* ТМФ. 1993. Т. 95. С. 42.
- [19] *А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1974.
- [20] *Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон.* Курс современного анализа. Т.2. М.: ГИФМЛ, 1963.
- [21] *E. Elizalde, S. Leseduarte, S.D. Odintsov, Yu.I. Shil'nov.* Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 1917; *D.M. Gitman, S.D. Odintsov, Yu.I. Shil'nov.* Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 2964; *T. Inagaki, S.D. Odintsov, Yu.I. Shil'nov.* Int. J. Mod. Phys. A. 1999. V. 14. P. 481.
- [22] *K.G. Klimenko.* Z. Phys. C. 1988. V. 37. P. 457; *D.Y. Song.* Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 3925; *Kanemura, H.-T. Sato.* Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11. P. 785; *M. Modugno, G. Pettini, R. Gatto.* Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 4995; *B.-R. Zhou.* Phys. Lett. B. 1998. V. 444. P. 455; *G. Miele, P. Vitale.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 494. P. 365; *P. Vitale.* Nucl. Phys. B. 1999. V. 551. P. 490; *D.K. Kim, K.G. Klimenko.* J. Phys. A. 1998. V. 31. P. 5565.

Поступила в редакцию 27.XII.1999 г.,
после доработки 7.III.2000 г.