Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. Б. Саакян, Е. Е. Фогель, Нули функции распределения при комплексной температуре в моделях спиновых стекол, *ТМФ*, 2000, том 124, номер 3, 520–528

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf655>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 15:32:24

© 2000 г.

Д. Б. Саакян^{*†}, Е. Е. Фогель[†]

НУЛИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ КОМПЛЕКСНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ В МОДЕЛЯХ СПИНОВЫХ СТЕКОЛ

Предложен приближенный метод вычисления плотности нулей функции распределения для вещественно-размерных моделей спиновых стекол. В этом методе используются результаты, найденные при комплексной температуре для ферромагнитной модели на той же решетке. Получена кривая универсальности в пространстве комплексных температур.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование физических величин в комплексной плоскости может привести к новым и неожиданным результатам. Прошло уже более сорока лет с того момента, когда Дайсон [1] рассмотрел мнимые заряды в электродинамике. Для случая $\alpha = e^2/\hbar c < 0$ он получил, что эта теория должна быть существенно нестабильна, а разложения по α являются в лучшем случае асимптотическими. Рассмотрение комплексного магнитного поля Ли и Янгом [2] и комплексных температур Фишером [3] открыло новый и эффективный метод в исследовании фазовых переходов. В большом числе приложений этого метода были найдены порядок и типы возможных фазовых переходов [4] и критических индексов [5]. Этот метод оказывается еще более полезным при исследовании фазовых переходов в неупорядоченных системах, поскольку многие хорошо развитые аналитические и численные методы там неприменимы. Такая точка зрения впервые была выдвинута в работе [6], где в статистических системах со случайными полями были открыты так называемые сингулярности Гриффитса. Недавно в плоскости комплексных температур была исследована сильно фрустрированная, но не являющаяся случайной, система [7] и был получен непрерывный спектр фазовых переходов. Рассмотрение спиновых стекол в комплексной плоскости полей и/или температур было начато в работах [8–10], где изучалась модель со случайным распределением энергий (МСРЭ), которая является простейшим, но типичным примером спиновых стекол [11]. В работах [12, 13] было предложено обобщение МСРЭ. Развитие данного подхода было продолжено в работе [14], где было предложено более физическое обобщение МСРЭ – обобщенная “слабо

^{*}Ереванский физический институт, Ереван, Армения

[†]Universidad de La Frontera, Departamento de Ciencias Físicas, Temuco, Chile

разбавленная” МСРЭ. В работе [15] начато исследование обобщенной слабо разбавленной МСРЭ в комплексной плоскости, что очень важно, поскольку обобщенная слабо разбавленная МСРЭ представляет собой не что иное, как достаточно точное приближение к вещественно-размерной (не среднестатистической) модели спиновых стекол Эдвардса–Андерсона. Мы считаем, что результаты, полученные с помощью обобщенной слабо разбавленной МСРЭ, могут быть применимы к модели Эдвардса–Андерсона и помогут прояснить вопросы о свойствах спиновых стекол в конечномерном случае.

В данной работе получены явные выражения для плотности нулей функции распределения.

2. СЛАБО РАЗБАВЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СО СЛУЧАЙНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭНЕРГИЙ

Напомним некоторые сведения о слабо разбавленной МСРЭ [16–18] и обобщенной МСРЭ [12–14].

Слабо разбавленная модель p -спинового стекла описывается гамильтонианом [16]

$$H = - \sum_{(i_1 < i_2 < \dots < i_p)=1}^{\alpha N} j_{i_1 \dots i_p} s_{i_1} \dots s_{i_p}, \quad (1)$$

где только αN спариваний $j_{i_1 \dots i_p}$ являются ненулевыми, $1 \leq i \leq N$, $s_i = \pm 1$ – изинговские спины. Спаривания принимают значения ± 1 с одинаковой вероятностью. Можно доказать, что эта модель соответствует МСРЭ, где все 2^N состояний распределены независимым образом с одинаковой вероятностью

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dk \exp[-kE + \alpha N \ln \operatorname{ch} k]. \quad (2)$$

При высоких температурах система находится в парамагнитной (ПМ-) фазе. Здесь *неравновесная* и *“размороженная”* разновидности свободной энергии эквивалентны. Для свободной энергии можно получить

$$\langle \ln Z \rangle = \ln \langle Z \rangle = \alpha N \ln \operatorname{ch} \beta + N \ln 2, \quad (3)$$

где усреднение проводится с помощью распределения (2). При критической температуре $T_c = 1/\beta_c$ фазовый переход происходит, когда энтропия, определяемая формулой (3), обращается в нуль, т.е.

$$\alpha N \ln \operatorname{ch} \beta_c + N \ln 2 - \alpha N \beta_c \operatorname{th} \beta_c = 0. \quad (4)$$

Это уравнение можно переписать в виде

$$\alpha g \operatorname{th} \beta_c = 1, \quad (5)$$

где функция $g(x)$ определяется соотношением

$$g(x) = \frac{1}{2}(1+x) \ln(1+x) + \frac{1}{2}(1-x) \ln(1-x). \quad (6)$$

Ниже этой температуры система находится в фазе спинового стекла и

$$\ln \frac{Z}{N} = \alpha N \beta y \left(\frac{\ln 2}{\alpha} \right), \quad (7)$$

где y – функция, обратная к $g(x)$:

$$\frac{1}{2}(1+y) \ln(1+y) + \frac{1}{2}(1-y) \ln(1-y) = x. \quad (8)$$

Формулу (7) можно получить из условия непрерывности (3) в критической точке, если существует пропорциональная зависимость от β .

3. ОБОБЩЕННАЯ СЛАБО РАЗБАВЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СО СЛУЧАЙНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭНЕРГИЙ

Рассмотрим слабо разбавленный вариант обобщенной МСРЭ [12–14] с бесконечными уровнями иерархии. Мы имеем тогда бесконечную цепочку слабо разбавленных МСРЭ. В интервале $[v, v + dv]$ находится $Ns'(v)/\ln 2$ спинов с $Nz dv$ спариваниями. Функция $s(v)$ монотонна, $s(0) = 0$, $s(1) = \ln 2$. В этом случае

$$-\frac{\beta F}{N} = [z(1 - v_c(\beta)) \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 - s(v_c)] + z\beta \int_0^{v_c(\beta)} dv_0 y \left(\frac{s'(v_0)}{z} \right), \quad (9)$$

где $v_c(\beta)$ определяется из уравнения

$$\operatorname{th} \beta = y \left(\frac{s'(v_2)}{z} \right). \quad (10)$$

Первый член в левой части уравнения (9) соответствует уравнению (3) с $z(1 - v_c(\beta))$ спариваниями и $(\ln 2 - s(v_c))/\ln 2$ спинами. Второй член соответствует цепочке малых систем слабо разбавленных МСРЭ, находящихся в спин-стекольной (СС-) фазе с $z dv$ спариваниями и $s'(v_c)/\ln 2$ спинами. Это соответствует процессу ветвления на иерархическом дереве, где число ветвлений в интервале $[v, v + dv]$ равно $s'(v_c)/\ln 2$. На любой ветви имеются независимые случайные переменные с (± 1) -распределением (распределение (2) при $\alpha N = 1$). Если мы рассмотрим на нашем иерархическом дереве две конфигурации E_1 , E_2 , встречающиеся на уровне v , то их разность будет суммой $2z(1 - v)$ случайных (± 1) -переменных. Взяв их суперпозицию, получим

$$\rho_1(E) \equiv \langle \delta(E_1 - E_2 - E) \rangle_{E_1, E_2} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dk \exp[-kE + 2z(1 - v) \ln \operatorname{ch} k]. \quad (11)$$

Теперь перейдем к построению этой схемы как приближению к модели Эдвардса–Андерсона с гамильтонианом на d -мерной гиперкубической решетке

$$H = - \sum_{\langle i, j \rangle} j_{ij} s_i s_j. \quad (12)$$

Здесь полное число (± 1) -спариваний равно Nd и суммирование производится по парам ближайших соседей. Рассмотрим разность энергий двух конфигураций со спинами s_i^1 и s_i^2 и вычислим ее среднее по всем возможным распределениям j и всем возможным парам s^1, s^2 [13]:

$$\rho_2(E) \equiv \langle \delta(H_2(s_1) - H_2(s_2) - E) \rangle_{j, s^1, s^2}. \quad (13)$$

В выражении (13) все члены с одинаковыми произведениями $s_i^1 s_j^1$ и $s_i^2 s_j^2$ уничтожают друг друга. Таким образом, остается только $z(1 - v_0)$ ненулевых слагаемых в сумме по ребрам,

$$H_2(s_1) - H_2(s_2) = - \sum_{\langle ik \rangle=1}^{z(1-v_0)} j_{ik} 2s_i^1 s_j^1. \quad (14)$$

В (14) $z = dN$ — полное число связей, а v_0 — доля связей с одинаковыми произведениями $s_i^1 s_j^1$ и $s_i^2 s_j^2$. Таким образом, разность (14) зависит от s^1 и s^2 через параметр v_0 . Чтобы вычислить распределение v_0 с помощью различных реализаций s^1 и s^2 , необходимо рассмотреть ферромагнитную модель Изинга с гамильтонианом

$$H = - \sum_{\langle ik \rangle} s_i s_j, \quad (15)$$

где $s_i = s_i^1 s_i^2$. Для гамильтониана (15) можно выразить энергию через долю положительных связей как

$$E = -z(2v_0 - 1). \quad (16)$$

Таким образом, мы получаем распределение для v_0 :

$$\exp\{S[-(2v_0 - 1)z]\}, \quad (17)$$

где S — энтропия нашей модели (15).

Вычислим распределение (13) при фиксированном значении v_0 . Имеем

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{i\infty} dk \exp\{-kE + z(1 - v_0) \ln \operatorname{ch}(2k)\}. \quad (18)$$

Сравнивая (18) с (11) при малых значениях энергии, получаем так же, как и в работе [15],

$$(1 - v) = \frac{1 - v_0}{2}. \quad (19)$$

Теперь построим обобщенную слабо разбавленную МСРЭ, имеющую одинаковое распределение для одного и двух энергетических уровней, как в модели Эдвардса–Андерсона. У нас есть выбор

$$z = d, \quad v = -\frac{U}{Nd}, \quad s(v) = \ln 2 - \frac{S(-vdN)}{N}, \quad (20)$$

где U – энергия, а $S(U)$ – энтропия как функция энергии для соответствующей ферромагнитной модели Изинга. Из определения температуры легко получить, что

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{\tau} \equiv \tilde{\beta}. \quad (21)$$

Поэтому имеется связь между $\tilde{\beta}$ и v . При заданной величине $\tilde{\beta}$ находим энергию соответствующей ферромагнитной модели и вычисляем

$$v = -\frac{U(\tilde{\beta}(v))}{Nd}. \quad (22)$$

Можно использовать это соотношение для определения функций $\tilde{\beta}(v)$ и $v(\tilde{\beta})$. Для свободной энергии получаем

$$-\frac{\beta F}{N} = z(1 - v_c(\beta)) \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 - s(v_c(\beta)) + z\beta \int_0^{v_c(\beta)} dv_0 y(\tilde{\beta}(v_0)). \quad (23)$$

Аналогично (10) можно вычислить критическое значение $v_c(\beta)$ из уравнения

$$\operatorname{th} \beta = y(\tilde{\beta}(v_c)). \quad (24)$$

4. КОМПЛЕКСНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Теперь рассмотрим случай комплексных температур. Здесь существуют три фазы для МСРЭ [8, 9, 15].

Для ПМ-фазы имеем

$$\frac{\langle \ln Z \rangle}{N} = \alpha \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2. \quad (25)$$

Это выражение является аналитическим продолжением соответствующего выражения для вещественной температуры.

Для СС-фазы

$$\frac{\langle \ln Z \rangle}{N} = \alpha \beta_1 y\left(\frac{1}{\alpha}\right). \quad (26)$$

Это выражение в точности соответствует случаю СС-фазы при $\beta = \beta_1$.

Для фазы Ли–Янга–Фишера

$$\frac{\langle \ln Z \rangle}{N} = \frac{\alpha}{2} \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch}(2\beta_1) + \frac{\ln 2}{2}. \quad (27)$$

Последнее выражение можно получить, если заменить неравновесную свободную энергию $\langle \ln Z \rangle$ термализованной $\ln \langle |Z^2| \rangle / 2$. На границах раздела фаз СС–ПМ, СС–Ли–Янга–Фишера, ПМ–Ли–Янга–Фишера соответствующие выражения для свободной энергии совпадают.

На границе раздела фаз ПМ–Ли–Янга–Фишера имеем кривую

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{2^{\frac{1}{\alpha}} - 1 - \operatorname{th}^2 \beta_1}{2^{\frac{1}{\alpha}} (1 - \operatorname{th}^2 \beta_1)}. \quad (28)$$

Она начинается при $\beta_1 = 0$ и продолжается до пересечения с кривой раздела фаз СС–Ли–Янга–Фишера, при этом

$$\beta_1 = \beta_0, \quad \infty > \beta_2 > \beta_{2c}, \quad (29)$$

где β_{2c} определяется из пересечения с другой кривой, а β_{1c} – из уравнения

$$\frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ch}(2\beta_{1c}) + \ln 2 = \alpha \beta_{1c} y \left(\frac{\ln 2}{\alpha} \right). \quad (30)$$

Тогда третья кривая раздела фаз ПМ–СС определяется из уравнения

$$\alpha \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 = \beta_{1c} \alpha y \left(\frac{\ln 2}{\alpha} \right). \quad (31)$$

Проварьируем параметр α . Можно построить некоторую универсальную кривую для критических значений $\beta_{c,1}$ и $\beta_{c,2}$. Вводя функцию

$$f(s, t) = \frac{\ln(1+t)^2 - \ln(1-t)^2 [1 - (1-t^2)s]}{\ln \frac{1+t}{1-t}}, \quad (32)$$

для критических значений $t = \operatorname{th} \beta_1$ и $s = \sin^2 \beta_2$ получим уравнение

$$\frac{1}{2}(1 + f(s, t)) \ln(1 + f(s, t)) + \frac{1}{2}(1 - f(s, t)) \ln(1 - f(s, t)) = \ln \frac{1 + t^2}{1 - (1 - t^2)s}. \quad (33)$$

5. ОБОБЩЕНИЕ СЛАБО РАЗБАВЛЕННОЙ МОДЕЛИ СО СЛУЧАЙНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭНЕРГИЙ ПРИ КОМПЛЕКСНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Для модели Эдвардса–Андерсона мы теперь имеем

$$\begin{aligned} -\frac{\beta F}{N} = & d(1 - v_2) \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 - s(v_2) + \frac{d(v_2(\beta) - v_1(\beta))}{2} \ln \operatorname{ch}(2\beta_1) + \\ & + \frac{s(v_2) - s(v_1)}{2} + d\beta_1 \int_0^{v_1} dv_0 y(\tilde{\beta}(v_0)). \end{aligned} \quad (34)$$

Значения v_1, v_2 определяются из условия экстремума. В уравнении (33) снова можно выделить части, соответствующие фазам ПМ, СС и Ли–Янга–Фишера. Интегрируя по частям в последнем члене формулы (34), получим

$$\begin{aligned} -\frac{\beta F}{N} = & d(1 - v_2(\beta)) \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 - s(v_2) + \frac{d(v_2 - v_1)}{2} \ln \operatorname{ch}(2\beta_1) + \\ & + \frac{s(v_2(\beta)) - s(v_1(\beta))}{2} - \beta_1 d \int_0^{\tilde{\beta}_1} d\tilde{\beta}_0 \frac{2v_0(\tilde{\beta}_0)}{\ln \frac{1+y}{1-y}} + \tilde{v}_1 \beta_1 y(\tilde{\beta}_1) d, \end{aligned} \quad (35)$$

где y как функция $\tilde{\beta}_0$ определяется из уравнения

$$y = g\left(\frac{\ln 2}{\tilde{\beta}_0}\right), \quad (36)$$

а функция $v_0(\tilde{\beta})$ – из уравнения

$$v_0(\tilde{\beta}) = -\frac{U(\tilde{\beta})}{Nd}. \quad (37)$$

Здесь $U(\tilde{\beta}_1)$ – энергия ферромагнитной модели на той же решетке. Переменные v_1, v_2 можно определить из условия на седловую точку для свободной энергии.

Соберем вместе полученные результаты. Мы рассматриваем некоторую точку иерархии v . При обратных температурах β_1 она может лежать в СС- или в ПМ-фазе. Если она лежит в СС-фазе, то останется там с добавлением мнимого β_2 .

Когда при вещественных β модель находится в ПМ-фазе, имеется три возможных варианта поведения: 1) модель остается в ПМ-фазе; 2) модель переходит в СС-фазу; 3) модель переходит в фазу Ли–Янга–Фишера. Можно посмотреть на ситуацию по-другому. Что происходит с нашей системой, когда мы варьируем α при фиксированных значениях β_1 и β_2 ?

Если наша точка в комплексном β -пространстве лежит под кривой (33), то система может находиться или в СС-, или в ПМ-фазе. Выше этой кривой для различных частей иерархии возможны все три фазы. Эта кривая сохраняется во всех вариантах обобщенных слабо разбавленных МСРЭ. Таким образом, имеется некая универсальность. Было бы интересно найти подобные классы универсальности для других моделей среднего поля.

6. НУЛИ МОДЕЛИ ЛИ–ЯНГА–ФИШЕРА НА ГРАНИЦЕ ПАРАМАГНИТНОЙ И СПИН-СТЕКЛЬНОЙ ФАЗ

В обыкновенной МСРЭ при вещественных температурах не существует конечной плотности нулей функции распределения для ПМ- или СС-фазы. Она может существовать только на границе между СС- и ПМ-фазами. Рассматривая обобщенную слабо разбавленную МСРЭ как набор МСРЭ, можно получить некоторую конечную плотность как результат проникновения вглубь граничных кривых.

Рассмотрим сначала случай, когда наша система находится под кривой (33) и нет фазы Ли–Янга–Фишера. В этом случае имеет место выражение

$$\frac{\ln Z}{N} = d(1 - v_c) \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \ln 2 - s(v_c) + d\beta_1 \int_0^{v_c} dv_0 y(\tilde{\beta}(v_0)), \quad (38)$$

где значение v_c определяется из условия седловой точки

$$d \operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + s'(v_c) = d\beta_1 y\left(\frac{s'(v_c)}{d}\right). \quad (39)$$

Лапласиан имеет вид

$$\frac{d^2 f}{d\beta_1^2} + \frac{d^2 f}{d\beta_2^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 v_c} \left[\left(\frac{dv_c}{d\beta_1} \right)^2 + \left(\frac{dv_c}{d\beta_2} \right)^2 \right] + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial v_c \partial \beta_1} \frac{dv_c}{d\beta_1} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial v_c \partial \beta_2} \frac{dv_c}{d\beta_2}, \quad (40)$$

где $f = \langle \ln Z \rangle / N$. Для того чтобы вычислить плотность, нам нужны выражения

$$s'(v) = d\tilde{\beta}, \quad y' = \frac{1}{\tilde{\beta}}, \quad s''(v) = -\frac{d^2}{c(\tilde{\beta})}, \quad y(\tilde{\beta}_1) = \frac{\operatorname{Re} \ln \operatorname{ch} \beta + \tilde{\beta}_1}{\beta_1}, \quad (41)$$

где c — удельная теплоемкость ферромагнитной фазы. Окончательно, используя выражение Дерриды для нулей плотности функции распределения через лапласиан, получаем

$$\begin{aligned} \pi\rho(\beta_1, \beta_2) = & -\frac{d^2}{s''(v)(-1 + \beta_1 y')} \left\{ \left[y - \operatorname{th} \beta_1 - \frac{\operatorname{th} \beta_1 \sin^2 \beta_2}{\operatorname{ch} \beta_1^2 (\sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2 \operatorname{th}^2 \beta_1)} \right]^2 + \right. \\ & \left. + \left[\frac{\sin \beta_2 \cos \beta_2}{\operatorname{ch} \beta_1^2 (\sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2 \operatorname{th}^2 \beta_1)} \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

7. ТРИ ФАЗЫ

Когда наша точка в комплексном (β_1, β_2) -пространстве лежит выше кривой универсальности, мы имеем следующее выражение для лапласиана:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{d\beta_1^2} + \frac{d^2 f}{d\beta_2^2} = & f''_{\beta_1 \beta_1} + 2f''_{\beta_1 v_1} v'_{1, \beta_1} + f''_{v_1 v_1} (v'_{1, \beta_1})^2 + 2f''_{\beta_1 v_2} v'_{2, \beta_1} + f''_{v_2 v_2} (v'_{2, \beta_1})^2 + \\ & + f''_{\beta_2 \beta_2} + 2f''_{\beta_2 v_2} v'_{2, \beta_2} + f''_{v_2 v_2} (v'_{2, \beta_2})^2. \end{aligned} \quad (43)$$

Для v_1 имеем уравнение

$$\frac{s'(v_1)}{2} + \frac{d}{2} \ln \operatorname{ch}(2\beta_1) = \beta_1 y \left(\frac{s'(v_1)}{d} \right) d. \quad (44)$$

Найдя значения v_1 и v_2 , мы можем определить соответствующие значения $\tilde{\beta}_1$ и $\tilde{\beta}_2$ с помощью формулы (28). Уравнение для v_2 имеет вид

$$s'(v_2) + d \ln \operatorname{ch} \beta_1 + \frac{d}{2} \ln (\cos^2 \beta_2 + \operatorname{th}^2 \beta_1 \sin^2 \beta_2) = \frac{s'(v_2)}{2} + \frac{d}{2} \ln \operatorname{ch}(2\beta_1). \quad (45)$$

Окончательно для плотности нулей функции распределения получаем

$$\begin{aligned} \pi\rho(\beta_1, \beta_2) = & \frac{2z(v_2 - v_1)}{\operatorname{ch}^2(2\beta_1)} - \frac{d^2 (-\operatorname{th}(2\beta_1) + y(\tilde{\beta}_1))^2}{(\beta_1 y' - \frac{1}{2})s''(v_1)} + \\ & + \frac{2d^2}{s''(v_2)} \left\{ \left[\frac{\sin \beta_2 \cos \beta_2}{\operatorname{ch} \beta_1^2 (\cos \beta_2^2 + \operatorname{th} \beta_1 \sin \beta_2^2)} \right]^2 + \right. \\ & \left. + \left[\operatorname{th}(2\beta_1) - \operatorname{th} \beta_1 - \frac{\sin^2 \beta_2 \operatorname{sh} \beta_1}{\operatorname{ch} \beta_1^3 (\cos \beta_2^2 + \operatorname{th} \beta_1 \sin \beta_2^2)} \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (46)$$

Используя формулы (42), (46) и данные о ферромагнитной модели на той же решетке, мы можем вычислить плотность нулей функции распределения.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эта работа посвящена приближенному методу, с помощью которого можно исследовать нули статистической суммы в моделях Эдвардса–Андерсона для вещественных физических размерностей. Основная идея данного метода заключается в использовании богатого фазового спектра обобщенной слабо разбавленной МСРЭ. Получена кривая универсальности в фазовой диаграмме модели. Она вряд ли определяет соответствующее поведение при комплексных температурах. Различные понятия, включенные в наше обсуждение, позволяют надеяться на то, что модели типа МСРЭ могут быть приложены к реально существующим системам.

Благодарности. Д.Б. Саакян выражает благодарность Fundacion Andes (грант с-13413/1) за финансовую поддержку. Авторы благодарят А. Кризанти, С. Кобе и В. Янке за гостеприимство. Е.Е. Фогель выражает благодарность Fondecyt 1990878.

Список литературы

- [1] *F. J. Dyson.* Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 631.
- [2] *C. N. Yang, T. D. Lee.* Phys. Rev. 1952. V. 87. P. 404; P. 410.
- [3] *M. E. Fisher.* In: Lect. Theor. Phys. Ed. W. E. Brittin. University of Colorado Press, Boulder, 1965. V. 7c.
- [4] *K.-C. Lee.* Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 2801.
- [5] *C. Itzykson, R. B. Pearson, J. B. Zuber.* Nucl. Phys. B. 1983. V. 220. P. 415.
- [6] *R. B. Griffiths.* Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 17.
- [7] *A. E. Allahverdyan, A. S. Ananikian, S. K. Dallakyan.* Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 2452.
- [8] *B. Derrida.* Physica A. 1991. V. 177. P. 31.
- [9] *C. Moukarzel, N. Parga.* Physica A. 1991. V. 177. P. 24.
- [10] *B. Derrida, M. R. Evans, E. R. Speer.* Commun. Math. Phys. 1993. V. 156. P. 221.
- [11] *B. Derrida.* Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 79.
- [12] *B. Derrida.* J. Phys. Lett. 1985. V. 46. P. 401.
- [13] *B. Derrida, E. Gardner.* J. Phys. C. 1986. V. 19. P. 5793.
- [14] *D. B. Saakian.* Diluted generalized random energy model. cond-mat/9709238; *Д. Б. Саакян.* Письма в ЖЭТФ. 1998. Т. 67. С. 415.
- [15] *D. B. Saakian.* Random energy model at complex temperatures. cond-mat/9905123.
- [16] *D. Dominicus, P. Mottishaw.* J. Phys. A. 1987. V. 20. P. L267.
- [17] *Д. Б. Саакян.* ТМФ. 1993. Т. 97. № 1. С. 133.
- [18] *A. E. Allahverdyan, D. B. Saakian.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 498. P. 604.

Поступила в редакцию 11.I.2000 г.