Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, О калибровочной эквивалентности тахионных решений в кубической полевой теории струн Невё–Шварца, *ТМФ*, 2010, том 165, номер 2, 323–328

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6579>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.97.219

26 апреля 2023 г., 15:15:34

© 2010 г.

И. Я. Арефьева*, Р. В. Горбачев*

О КАЛИБРОВОЧНОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ТАХИОННЫХ РЕШЕНИЙ В КУБИЧЕСКОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ СТРУН НЕВЁ–ШВАРЦА

Построено простое аналитическое решение кубической полевой теории струн Невё–Шварца, включающей $GSO(-)$ -сектор. Это решение аналогично решению Эрлера–Шнабла для бозонного случая и решению для чистого $GSO(+)$ -сектора, ранее предложенному одним из авторов. Построено точное калибровочное преобразование нового решения в другие известные решения для тахионной конденсации струны Невё–Шварца. Эта калибровочная эквивалентность подтверждает сделанное ранее наблюдение, что решение Эрлера для чистого $GSO(+)$ -сектора и наше решение, содержащее $GSO(+)$ - и $GSO(-)$ -секторы, имеют одинаковую величину плотности действия.

Ключевые слова: полевая теория струн, конденсация тахиона, D-браны.

1. ВВЕДЕНИЕ

Первое нетривиальное вакуумное решение уравнения движения полевой теории струн (ПТС) было найдено в основополагающей статье Шнабла [1]. Это решение может быть представлено как сингулярный предел чисто калибровочной конфигурации [1], [2]. В работе Шнабла было получено решение в виттеновской бозонной ПТС [3], а в работе [4] – подобное решение в кубической полевой теории суперструны [5], [6]. Решение в фермионной ПТС, включающей $GSO(-)$ -сектор [7], было построено в работах [8], [9]. И решение Эрлера Φ_E [4], и наше решение $\hat{\Phi}_{AGM}$ из работ [8], [9] (далее мы называем его решением АГМ) удовлетворяют первой и третьей гипотезам Сена. Так как оба эти решения являются сингулярным пределом чисто калибровочной конфигурации, можно полагать, что они связаны калибровочным преобразованием [10]. Для работы с построенными вакуумными решениями было бы неплохо построить сглаживающее калибровочное преобразование. Гладкое вакуумное решение бозонной ПТС было недавно найдено в работе [11]. Следуя терминологии этой работы, мы будем называть его простым аналитическим решением.

*Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: arefeva@mi.ras.ru, rgorbachev@mi.ras.ru

Простое аналитическое решение уравнения движения кубической полевой теории суперструн построено в работе [12].

В настоящей статье мы строим простое аналитическое решение уравнений движения фермионной ПТС с ненулевым $\text{GSO}(-)$ -сектором. Подобно случаям, рассмотренным в работах [11], [12], наше новое решение содержит интеграл от веджевских состояний и не использует сингулярного предела. Мы демонстрируем калибровочную эквивалентность этого решения и простого решения в $\text{GSO}(+)$ -секторе. Данный результат является ожидаемым, так как оба решения имеют одинаковую величину действия, однако он нетривиален, поскольку они не являются чистой калибровкой. Мы также приводим калибровочное преобразование, связывающее новое аналитическое решение с аналитическим решением АГМ из статьи [8]. Заметим, что калибровочное преобразование, связывающее чистое простое решение Φ_G в $\text{GSO}(+)$ -секторе [12] и соответствующее решение с фантомными слагаемыми Φ_E из работы [4], было приведено в работе [12].

Мы имеем следующую картину:

$$\Phi_E \xrightarrow{U_{E,G}} \Phi_G, \quad \hat{\Phi}_{\text{AGM}} \xrightarrow{\hat{U}_{\text{AGM,new}}} \hat{\Phi}_{\text{new}},$$

где первое соотношение означает, что существует калибровочное преобразование $U_{E,G}$, переводящее решение Φ_E в решение Φ_G , второе соотношение – что существует преобразование $\hat{U}_{\text{AGM,new}}$, переводящее решение $\hat{\Phi}_{\text{AGM}}$ в новое решение $\hat{\Phi}_{\text{new}}$, представленное в настоящей статье. Как было отмечено выше, мы можем построить калибровочное преобразование $\hat{U}_{G,\text{new}}$, связывающее решения Φ_G и $\hat{\Phi}_{\text{new}}$; таким образом, мы можем замкнуть диаграмму:

$$\begin{array}{ccc} \Phi_E & \xrightarrow{U_{E,G}} & \Phi_G \\ \hat{U}_{E,\text{AGM}} \downarrow & & \downarrow \hat{U}_{G,\text{new}} \\ \hat{\Phi}_{\text{AGM}} & \xrightarrow{\hat{U}_{\text{AGM,new}}} & \hat{\Phi}_{\text{new}} \end{array}$$

и

$$U_{E,G} \otimes I \cdot \hat{U}_{G,\text{new}} = \hat{U}_{E,\text{AGM}} \cdot \hat{U}_{\text{AGM,new}}.$$

Действия для решения Эрлера Φ_E , нового простого решения Φ_G и кубического решения $\hat{\Phi}_{\text{AGM}}$ полевой теории струны Невё–Шварца (фермионной струны) с $\text{GSO}(-)$ -сектором были вычислены в работе [4], работах [12], [13] и работах [8], [9] соответственно и дали один и тот же результат:

$$S[\Phi_E] = S[\Phi_G] = S[\hat{\Phi}_{\text{AGM}}] = \frac{1}{2\pi^2}. \quad (1)$$

2. ОБОЗНАЧЕНИЯ

Мы используем струнные поля K, B, c, γ в полуструнных обозначениях [4], [8], [14]. Эти поля имеют БРСТ-преобразования

$$\begin{aligned} Qc &= cKc - \gamma^2, & Q\gamma &= cK\gamma - \frac{1}{2}\gamma Kc - \frac{1}{2}\gamma cK, \\ Q\gamma^2 &= cK\gamma^2 - \gamma^2 Kc, & QB &= K \end{aligned}$$

и удовлетворяют алгебраическим соотношениям

$$\begin{aligned} \{B, c\} &= 1, & [B, \gamma] &= 0, & [c, \gamma] &= 0, \\ [B, K] &= 0, & [K, c] &= \partial c, & [K, \gamma] &= \partial \gamma, \\ B^2 &= c^2 = 0. \end{aligned}$$

Далее нам понадобится оператор $(1 + K)^{-1}$. Перепишем его, используя швингеровскую параметризацию [11]:

$$\frac{1}{1 + K} = \int_0^\infty dt e^{-t(1+K)} = \int_0^\infty dt e^{-t} \Omega^t.$$

3. НОВЫЕ РЕШЕНИЯ

В этом разделе мы представим новое решение уравнений движения

$$Q\Phi_+ + \Phi_+ \star \Phi_+ - \Phi_- \star \Phi_- = 0, \quad Q\Phi_- + \Phi_+ \star \Phi_- - \Phi_- \star \Phi_+ = 0 \quad (2)$$

фермионной ПТС. Простое аналитическое решение имеет вид $(\widehat{\Phi}_{\text{new}} = \Phi_+^{\text{new}} \otimes \sigma_3 + \Phi_-^{\text{new}} \otimes i\sigma_2)$ ¹⁾

$$\begin{aligned} \Phi_+^{\text{new}} &= (c(1 + K)Bc + 2B\gamma^2) \frac{1}{1 + K}, \\ \Phi_-^{\text{new}} &= \left(\gamma + cBK\gamma + \frac{1}{2}\gamma KBc + \frac{1}{2}\gamma BcK \right) \frac{1}{1 + K}. \end{aligned} \quad (3)$$

(далее мы опустим индекс “new” у полей Φ_+ и Φ_- . Это решение является обобщением решения суперструнного уравнения движения [12])

$$\Phi_G = (c(1 + K)Bc + B\gamma^2) \frac{1}{1 + K}, \quad (4)$$

которое отчасти (различие состоит в добавлении второго слагаемого, в бозонном решении присутствует только первое слагаемое) есть обобщение решения Эрлера–Шнабла бозонного полевого уравнения движения [11].

Для описания калибровочной эквивалентности решений (3) и (4) целесообразно ввести функции [11]

$$f = 1, \quad g = \frac{1}{1 + K} \quad (5)$$

и переписать решения (3) и (4) в виде

$$\begin{aligned} \Phi_+ &= fc \frac{KB}{1 - fg} cg + f\gamma \frac{KB}{1 - fg} \gamma g + fB\gamma(1 - K)\gamma g, \\ \Phi_- &= fc \frac{KB}{1 - fg} \gamma g + f\gamma \frac{KB}{1 - fg} cg - \frac{1}{2} f\gamma KBcg + \frac{1}{2} f\gamma BcKg \end{aligned} \quad (6)$$

¹⁾Мы также можем построить “приближенное” решение

$$\Phi_+ = (c + B\gamma^2)(1 - K) + B\gamma^2, \quad \Phi_- = \gamma - \frac{1}{2}\gamma BcK + \frac{1}{2}\gamma KBc,$$

которое формально удовлетворяет уравнениям движения (2). В случае чистого GSO(+)-сектора “приближенное” решение имеет вид $\Phi_+ = (c + B\gamma^2)(1 - K)$ [13].

и

$$\Phi_G = fc \frac{KB}{1-fg} cg + fB\gamma^2 g. \quad (7)$$

Если мы положим $f = g = F \equiv \Omega^{1/2}$, то получим решение АГМ и решение Эрлера.

4. КАЛИБРОВОЧНАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ РЕШЕНИЙ

4.1. Калибровочные преобразования $U_{E,G}$ и $\hat{U}_{AGM,new}$. Следуя работе [11], мы можем построить калибровочное преобразование между решением (7) и решением Эрлера Φ_E [12]:

$$\Phi_E = U_{E,G}^{-1}(\Phi_G + Q)U_{E,G},$$

где

$$U_{E,G} = 1 - fBcg + Mf'Bcg', \quad U_{E,G}^{-1} = 1 - f'Bcg' + M^{-1}fBcg$$

и функция M определена следующим образом:

$$M = \left(\frac{1-fg}{1-f'g'} \right);$$

здесь $f' = g' = F$ и функции f, g заданы формулами (5).

Калибровочное преобразование между решением (6) и решением АГМ имеет вид

$$\hat{\Phi}_{AGM} = \hat{U}_{AGM,new}^{-1}(\hat{\Phi}_{new} + \hat{Q})\hat{U}_{AGM,new}, \quad (8)$$

где

$$\hat{U}_{AGM,new} = U_+ \otimes I + U_- \otimes \sigma_1, \quad \hat{U}_{AGM,new}^{-1} = U_+^{-1} \otimes I + U_-^{-1} \otimes \sigma_1$$

и

$$\begin{aligned} U_+ &= 1 - fBcg + Mf'Bcg', & U_- &= -fB\gamma g + Mf'B\gamma g', \\ U_+^{-1} &= 1 - f'Bcg' + M^{-1}fBcg, & U_-^{-1} &= -f'B\gamma g' + M^{-1}fB\gamma g. \end{aligned}$$

Кроме того, мы положили $\hat{Q} = Q \otimes \sigma_3$, $\hat{\Phi} = \Phi_+ \otimes \sigma_3 + \Phi_- \otimes i\sigma_2$.

4.2. Калибровочное преобразование $\hat{U}_{G,new}$. Построим калибровочное преобразование, связывающее два решения: решение уравнения движения в полевой теории суперструны и решение уравнений движения в полевой теории фермионной струны.

Рассмотрим калибровочное преобразование

$$\hat{\Phi}' = \hat{U}^{-1}(\hat{\Phi} + \hat{Q})\hat{U} \quad (9)$$

и перепишем его в компонентах:

$$\begin{aligned} \Phi'_+ &= U_+^{-1}(\Phi_+ + Q)U_+ - U_-^{-1}(\Phi_+ + Q)U_- + U_+^{-1}\Phi_-U_- - U_-^{-1}\Phi_-U_+, \\ \Phi'_- &= U_+^{-1}(\Phi_- + Q)U_- - U_-^{-1}(\Phi_- + Q)U_+ + U_+^{-1}\Phi_+U_+ - U_-^{-1}\Phi_+U_-. \end{aligned} \quad (10)$$

Пусть Φ_+ и Φ_- выбраны в виде (6) и

$$U_+ = U_+^{-1} = I, \quad U_- = -fB\gamma g, \quad U_-^{-1} = fB\gamma g.$$

Тогда первое соотношение в (10) дает

$$\begin{aligned} U_+^{-1}(\Phi_+ + Q)U_+ &= fc \frac{KB}{1-fg} cg + f\gamma \frac{KB}{1-fg} \gamma g + fB\gamma(1-K)\gamma g, \\ U_-^{-1}(\Phi_+ + Q)U_- &= -f\gamma \frac{KB}{1-fg} f^2 g^2 \gamma g - f\gamma KBfg\gamma g, \\ U_+^{-1}\Phi_-U_- &= -f\gamma \frac{KB}{1-fg} fg\gamma g, \\ U_-^{-1}\Phi_-U_+ &= f\gamma \frac{KB}{1-fg} fg\gamma g. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получаем следующее выражение для Φ'_+ :

$$\Phi'_+ = fc \frac{KB}{1-fg} cg + fB\gamma^2 g.$$

Для второго соотношения в (10) имеем

$$\begin{aligned} U_+^{-1}(\Phi_+ + Q)U_- &= -fc \frac{KB}{1-fg} fg\gamma g - fcKB\gamma g - \frac{1}{2}f\gamma KBcg - \frac{1}{2}f\gamma BcKg, \\ U_-^{-1}\Phi_+U_+ &= f\gamma \frac{KB}{1-fg} fgcg, \\ U_+^{-1}\Phi_-U_+ &= fc \frac{KB}{1-fg} \gamma g + f\gamma \frac{KB}{1-fg} cg - \frac{1}{2}f\gamma KBcg + \frac{1}{2}f\gamma BcKg, \\ U_-^{-1}\Phi_-U_- &= 0, \end{aligned}$$

следовательно, $\Phi'_- = 0$. Таким образом, мы получили калибровочную эквивалентность двух решений.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Конструкция, представленная в настоящей статье, позволяет сделать вывод, что все решения, описывающие конечную точку конденсации тахиона, калибровочно-эквивалентны. В стандартной зигелевской калибровке тахион принадлежит $GSO(-)$ -сектору и нарушает суперсимметрию модели. Кроме того, можно ожидать, что аналитическое решение из работы [4], находящееся в чистом $GSO(-)$ -секторе, нарушает суперсимметрию (в духе работы [15]). Чтобы проверить это утверждение, необходимо рассмотреть R -сектор. В этом контексте было бы интересно проанализировать идею Кройтера построения ПТС Невё–Шварца–Рамона, где струнные поля несут произвольную картину и принадлежат большому гильбертовому пространству [16].

Благодарности. Работа частично поддержана РФФИ (грант № 08-01-00798), Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-795.2008.1) и Федеральным агентством по науке и инновациям (гос. контракт 02.740.11.5057).

Список литературы

- [1] M. Schnabl, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **10**:4 (2006), 433–501, arXiv:hep-th/0511286.
- [2] Y. Okawa, *JHEP*, **04** (2006), 055, 36 pp., arXiv:hep-th/0603159.
- [3] E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **268**:2 (1986), 253–294.
- [4] T. Erler, *JHEP*, **01** (2008), 013, 15 pp., arXiv:0707.4591.
- [5] I. Y. Aref'eva, P. B. Medvedev, A. P. Zubarev, *Nucl. Phys. B*, **341**:2 (1990), 464–498; *Phys. Lett. B*, **240**:3–4 (1990), 356–362.
- [6] C. R. Preitschopf, C. B. Thorn, S. A. Yost, *Nucl. Phys. B*, **337**:2 (1990), 363–433.
- [7] I. Y. Aref'eva, A. S. Koshelev, D. M. Belov, P. B. Medvedev, *Nucl. Phys. B*, **638**:1–2 (2002), 3–20, arXiv:hep-th/0011117.
- [8] И. Я. Арефьева, Р. В. Горбачев, П. Б. Медведев, *ТМФ*, **158**:3 (2009), 378–390, arXiv:0804.2017.
- [9] I. Y. Aref'eva, R. V. Gorbachev, D. A. Grigoryev, P. N. Khromov, M. V. Maltsev, P. B. Medvedev, *JHEP*, **05** (2009), 050, 26 pp., arXiv:0901.4533.
- [10] E. Fuchs, M. Kroyter, *JHEP*, **10** (2008), 054, 25 pp., arXiv:0805.4386; *Analytical solutions of open string field theory*, arXiv:0807.4722.
- [11] T. Erler, M. Schnabl, *JHEP*, **10** (2009), 066, 35 pp., arXiv:0906.0979.
- [12] Р. В. Горбачев, *ТМФ*, **162**:1 (2010), 106–111.
- [13] E. A. Arroyo, *J. Phys. A*, **43**:44 (2010), 445503, 16 pp., arXiv:1004.3030.
- [14] T. Erler, *JHEP*, **05** (2007), 083, 23 pp., arXiv:hep-th/0611200; 084, 15 pp., arXiv:hep-th/0612050.
- [15] I. Y. Aref'eva, P. B. Medvedev, A. P. Zubarev, *Modern Phys. Lett. A*, **6**:11 (1991), 949–958.
- [16] M. Kroyter, *Superstring field theory in the democratic picture*, arXiv:0911.2962.

Поступила в редакцию 19.05.2010