Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Квадри, А. А. Славнов, Свободная от неоднозначности формулировка модели Хиггса–Киббла, *ТМФ*, 2011, том 166, номер 3, 336–349

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6615>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.5.30

26 апреля 2023 г., 14:59:58

© 2011 г.

А. Квадри^{*†}, А. А. Славнов[‡]

СВОБОДНАЯ ОТ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ ХИГГСА–КИББЛА

Предложена перенормируемая формулировка модели Хиггса–Киббля, свободная от неоднозначности Грибова.

Ключевые слова: спонтанное нарушение симметрии, модель Хиггса–Киббля, неоднозначность выбора калибровки.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема неоднозначности выбора калибровочного условия в неабелевых калибровочных теориях обычно ассоциируется с безмассовым полем Янга–Миллса [1], [2]. В этом случае проблема неоднозначности имеет несколько академический характер, поскольку матрица рассеяния, действующая в пространстве цветных асимптотических состояний, не существует из-за инфракрасных расходимостей, и понятие унитарности в асимптотическом пространстве теряет смысл.

Однако вопрос о неоднозначности выбора калибровочного условия возникает также в модели Хиггса–Киббля [3], [4], в которой инфракрасные расходимости отсутствуют, и матрица рассеяния хорошо определена в пространстве асимптотических состояний. Но в модели Хиггса–Киббля в перенормируемых калибровках типа $\partial_\mu A_\mu = 0$ существует та же проблема неоднозначности, что и в теории Янга–Миллса. В унитарной калибровке можно избежать неоднозначности за счет переопределения полей, но в этой калибровке теория перенормируема.

Недавно в работах [5]–[7] была предложена новая формулировка теории Янга–Миллса, которая позволяет однозначно фиксировать условие калибровки. Поэтому квантование в этой калибровке имеет смысл как в рамках теории возмущений, так и вне ее. Более того, в работе [7] было показано, что в рамках теории возмущений модель в свободной от неоднозначности калибровке перенормируема, однако перенормировка не сводится к мультипликативному переопределению параметров

^{*}Physikalisches Institut, Albert–Ludwigs–Universität Freiburg, Freiburg, Germany

[†]Physical Department, University of Milan, Milan, Italy.

E-mail: andrea.quadri@mi.infn.it

[‡]Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.

E-mail: slavnov@mi.ras.ru

эффективного действия, включая в себя также немультпликативное переопределение полей.

В настоящей работе аналогичная процедура построена для модели Хиггса–Киббля. Мы показываем, что эта модель может быть сформулирована аналогично тому, как это было сделано в работах [5]–[7] для случая поля Янга–Миллса. При этом возникает возможность однозначного выбора калибровки, и теория возмущений в этой калибровке явным образом перенормируема.

2. МОДЕЛЬ ХИГГСА–КИББЛЯ В СВОБОДНОЙ ОТ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ КАЛИБРОВКЕ

Мы начнем с рассмотрения явно калибровочно-инвариантной модели, описываемой лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + (D_\mu \varphi_+)^*(D_\mu \varphi_-) + (D_\mu \varphi_-)^*(D_\mu \varphi_+) + (D_\mu \varphi)^*(D_\mu \varphi) - \lambda^2(\varphi^* \varphi - \mu^2)^2 - [(D_\mu b)^*(D_\mu e) + (D_\mu e)^*(D_\mu b)], \quad (1)$$

где D_μ обозначает обычную ковариантную производную. Мы ограничимся случаем калибровочной группы $SU(2)$, однако наша конструкция может быть легко обобщена и на другие группы. Поле φ представляет собой комплексный дублет, описывающий мезон Хиггса, а поля φ_+ , φ_- – это вспомогательные поля, которые образуют аналогичные дублеты. Все эти поля удобно параметризовать с помощью эрмитовых компонент:

$$\Phi = \left(\frac{i\Phi_1 + \Phi_2}{\sqrt{2}}, \frac{\Phi_0 - i\Phi_3}{\sqrt{2}} \right).$$

Скалярные поля b и e также можно описывать комплексными дублетами, однако их компоненты антикоммутируют, и, чтобы обеспечить эрмитовость лагранжиана (1), необходимо считать, что компоненты поля b антиэрмитовы.

Как легко видеть, в секторе, вакуумном для полей $\varphi_\pm, b, e$, континуальный интеграл, описывающий матрицу рассеяния, которая отвечает лагранжиану (1), сводится к обычному континуальному интегралу для модели Хиггса–Киббля. Действительно, в интеграле

$$\int d\mu \exp \left\{ i \int d^4x L \right\}, \quad (2)$$

где мера $d\mu$ включает в себя также произведение дифференциалов всех вспомогательных полей $\varphi_\pm, b, e$, можно явно проинтегрировать по этим полям, после чего интеграл (2) в точности совпадает с континуальным интегралом в модели Хиггса–Киббля.

Мы, однако, собираемся сделать в лагранжиане (1) сдвиг полей φ и φ_- , что приведет к спонтанному нарушению симметрии. Такое преобразование не является допустимой заменой переменных в интеграле (2), так как оно меняет асимптотику переменных интегрирования. Поэтому унитарность “сдвинутой” теории нуждается в специальном исследовании.

После сдвига

$$\varphi_-(x) \rightarrow \varphi_-(x) - \hat{m}, \quad \varphi(x) \rightarrow \varphi(x) - \hat{\mu}, \quad (3)$$

где $\hat{m}$ и $\hat{\mu}$ обозначают постоянные спиноры, $\hat{m} = (0, m/g)$, $\hat{\mu} = (0, \mu/g)$, лагранжиан (1) принимает вид

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + (D_\mu \varphi_+)^*(D_\mu \varphi_-) + (D_\mu \varphi_-)^*(D_\mu \varphi_+) - \\ & - [(D_\mu \varphi_+)^*(D_\mu \hat{m}) + (D_\mu \hat{m})^* D_\mu \varphi_+] - \\ & - [(D_\mu b)^*(D_\mu e) + (D_\mu e)^*(D_\mu b)] + (D_\mu \varphi)^*(D_\mu \varphi) - \\ & - [(D_\mu \varphi)^*(D_\mu \hat{\mu}) + (D_\mu \hat{\mu})^*(D_\mu \varphi)] + \\ & + (D_\mu \hat{\mu})^*(D_\mu \hat{\mu}) - \lambda^2 [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2]^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Последние члены в этом равенстве, начиная с члена $(D_\mu \varphi)^*(D_\mu \varphi)$, тождественно равны соответствующим членам в модели Хиггса–Киббла. В частности, член $(D_\mu \hat{\mu})^*(D_\mu \hat{\mu})$ порождает массовый член $(\mu^2/2)A_\mu^a A_\mu^a$ для поля Янга–Миллса.

Поскольку лагранжиан (4) был получен в результате сдвига полей из калибровочно-инвариантного лагранжиана (1), он, очевидно, инвариантен относительно “сдвинутых” калибровочных преобразований. В частности, поля φ_-^a и φ^a преобразуются следующим образом:

$$\delta \varphi_-^a = m \eta^a + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} \varphi_-^b \eta^c + \frac{g}{2} \varphi_-^0 \eta^a, \quad \delta \varphi^a = \mu \eta^a + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} \varphi^b \eta^c + \frac{g}{2} \varphi^0 \eta^a.$$

Поля φ_-^a и φ^a при калибровочных преобразованиях сдвигаются на произвольные функции $m \eta^a$ и $\mu \eta^a$, поэтому калибровочное условие можно наложить на любое из этих полей.

Если предварительно сделать в классическом лагранжиане следующую замену переменных:

$$\begin{aligned} \varphi_-^0 &= \frac{2m}{g}(e^{gh/2m} - 1), & \varphi_-^a &= \widetilde{M} \tilde{\varphi}_-^a, & \varphi_+^a &= \widetilde{M}^{-1} \tilde{\varphi}_+^a, & \varphi_+^0 &= \widetilde{M}^{-1} \tilde{\varphi}_+^0, \\ e &= \widetilde{M}^{-1} \tilde{e}, & b &= \widetilde{M} \tilde{b}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\widetilde{M} = 1 + (g/2m)\varphi_-^0 = e^{gh/2m}$, и наложить калибровочное условие

$$\tilde{\varphi}_-^a = 0, \quad (6)$$

то под действием калибровочного преобразования мы имеем $\delta \tilde{\varphi}_-^a = m \eta^a$, и неоднозначность Грибова отсутствует.

Эффективный лагранжиан в калибровке (6) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \partial_\mu h \partial_\mu \tilde{\varphi}_+^0 - \frac{g}{2m} \partial_\mu h \partial_\mu h \tilde{\varphi}_+^0 + \\ & + m \tilde{\varphi}_+^a \partial_\mu A_\mu^a - \left[\left((D_\mu \tilde{b})^* + \frac{g}{2m} \tilde{b}^* \partial_\mu h \right) \left(D_\mu \tilde{e} - \frac{g}{2m} \tilde{e} \partial_\mu h \right) + \text{э.с.} \right] + \\ & + \frac{mg}{2} A_\mu^2 \tilde{\varphi}_+^0 + g \partial_\mu h A_\mu^a \tilde{\varphi}_+^a + \frac{\mu^2}{2} A_\mu^a A_\mu^a + \mu \varphi^a \partial_\mu A_\mu^a + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Из членов, присутствующих в обычной модели Хиггса–Киббла после сдвига поля φ^0 , мы выписали явно в соотношении (7) только массовый член калибровочного поля

и перекрестный член для голдстоуновского поля и поля Янга–Миллса. Остальные члены обозначены многоточием.

Видно, что свободный лагранжиан, отвечающий (7), отличается от свободного лагранжиана, соответствующего безмассовому полю Янга–Миллса, наличием массового члена $(\mu^2/2)A_\mu^a A_\mu^a$, смешанного члена $\mu\varphi^a \partial_\mu A_\mu^a$ и свободного лагранжиана для поля Хиггса φ . Смешанный член можно удалить с помощью замены переменных $\tilde{\varphi}_+^a \rightarrow \tilde{\varphi}_+^a - (\mu/m)\varphi^a$.

Свободные пропагаторы имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta(A_\mu^a A_\nu^b) &= \frac{-i\delta^{ab}}{p^2 - \mu^2} T_{\mu\nu}, & \Delta(A_\mu^a \tilde{\varphi}_+^b) &= -\delta^{ab} \frac{p_\mu}{mp^2}, & \Delta(\tilde{\varphi}_+^0 h) &= \frac{i}{p^2}, \\ \Delta(\tilde{b}^0 \tilde{e}^0) &= \frac{i}{p^2}, & \Delta(\tilde{b}^a \tilde{e}^b) &= \frac{i\delta^{ab}}{p^2}, & \Delta(\varphi^0 \varphi^0) &= \frac{i}{p^2 - M_H^2}, & \Delta(\varphi^a \varphi^b) &= \delta^{ab} \frac{i}{p^2}. \end{aligned}$$

Здесь $T_{\mu\nu}$ – проектор на поперечные поля. Мы также положили $M_H^2 = 4\lambda^2\mu^2$ для квадрата массы физической моды поля Хиггса. Нетрудно вычислить индекс расходимости произвольной диаграммы. Он равен

$$n = 4 - 2L_{\varphi_+^0} - 2L_{\varphi_+^a} - L_A - L_e - L_b - L_h - L_{\varphi^a} - L_{\varphi^0}.$$

Расходящиеся диаграммы могут иметь не более четырех внешних линий, следовательно, модель явно перенормируема.

3. УНИТАРНОСТЬ

Лагранжиан, полученный из уравнения (4) после замены переменных (3), описывает большое число нефизических возбуждений, соответствующих духовым полям φ_+^a , φ_+^0 , h , φ^a , e , b и нулевым компонентам поля Янга–Миллса. Нужно показать, что несмотря на это матрица рассеяния унитарна в физическом секторе, который включает в себя только три компонента массивного поля Янга–Миллса и один массивный хиггсовский скаляр. Как и в случае безмассового поля Янга–Миллса, это обеспечивается суперсимметрией лагранжиана (1). Этот лагранжиан инвариантен относительно преобразований суперсимметрии

$$\delta\varphi_-^a = -b^a, \quad \delta\varphi_-^0 = -b^0, \quad \delta e^a = \varphi_+^a, \quad \delta e^0 = \varphi_+^0, \quad \delta b = 0, \quad \delta\varphi_+ = 0.$$

В терминах переменных $\tilde{\varphi}$ преобразования суперсимметрии имеют вид

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\varphi}_+^a &= -\frac{g}{2m}\tilde{b}^0\tilde{\varphi}_+^a, & \delta\tilde{\varphi}_+^0 &= -\frac{g}{2m}\tilde{b}^0\tilde{\varphi}_+^0, \\ \delta\tilde{\varphi}_-^a &= -\tilde{b}^a + \frac{g}{2m}\tilde{\varphi}_-^a\tilde{b}^0, & \delta h &= -\tilde{b}^0, \\ \delta\tilde{e}^a &= \tilde{\varphi}_+^a + \frac{g}{2m}\tilde{e}^a\tilde{b}^0, & \delta\tilde{e}^0 &= \tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m}\tilde{e}^0\tilde{b}^0, \\ \delta\tilde{b}^a &= -\frac{g}{2m}\tilde{b}^a\tilde{b}^0, & \delta\tilde{b}^0 &= 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Лагранжиан (4) после замены переменных (5) инвариантен относительно соответствующих БРСТ-преобразований и преобразований суперсимметрии (8). Очевидно,

он также инвариантен относительно одновременного преобразования полей, объединяющего эти два преобразования. Это позволяет использовать вместо канонической следующую фиксацию калибровки:

$$s_1 \int d^4x \bar{c}^a \tilde{\varphi}_-^a = \int d^4x (\lambda^a \tilde{\varphi}_-^a - \bar{c}^a (M^{ab} c^b - \tilde{b}^a)),$$

где s_1 – нильпотентный оператор, аналогичный БРСТ-оператору, определяемому калибровочным преобразованием, которое оставляет инвариантным лагранжиан (4), записанный в терминах преобразованных переменных, и

$$(s_1 c)^a = -\frac{g}{2} \varepsilon^{abc} c^b c^c, \quad (s_1 \bar{c})^a = \lambda^a, \quad (s_1 \lambda)^a = 0.$$

Заметим, что эта модификация не меняет нашего вывода о перенормируемости теории.

Матрица рассеяния дается следующим континуальным интегралом:

$$S = \int d\mu \exp \left\{ i \int d^4x (L + \lambda^a \tilde{\varphi}^a + m \bar{c}^a c^a + \tilde{b}^a \bar{c}^a) \right\}, \quad (9)$$

где граничные условия наложены на все поля, входящие в эффективное действие, кроме ультралокальных духовых полей $\bar{c}$, c , λ . Выполняя явно интегрирование по полям $\bar{c}^a$, c^a , мы получаем в показателе экспоненты эффективное действие, инвариантное относительно модифицированных БРСТ-преобразований, которые соответствуют обычному БРСТ-преобразованию и преобразованию суперсимметрии (8) после подстановки $c^a = \tilde{b}^a/m$:

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= \frac{1}{m} (D_\mu \tilde{b})^a, & \delta \tilde{\varphi}_-^a &= 0, & \delta h &= -\tilde{b}^0, \\ \delta \tilde{\varphi}_+^a &= \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_+^b \tilde{b}^a + \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{\varphi}_+^b \tilde{b}^c - \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_+^a \tilde{b}^0, & \delta \tilde{\varphi}_+^0 &= -\frac{g}{2m} (\tilde{\varphi}_+^a \tilde{b}^a + \tilde{\varphi}_+^0 \tilde{b}^0), \\ \delta \varphi^a &= \mu \frac{\tilde{b}^a}{m} + \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \varphi^b \tilde{b}^a + \frac{g}{2m} \tilde{b}^a \varphi^0, & \delta \varphi^0 &= -\frac{g}{2m} \tilde{b}^a \varphi^a, \\ \delta \tilde{e}^a &= \frac{g}{2m} (\tilde{e}^a \tilde{b}^0 - \tilde{e}^0 \tilde{b}^a - \varepsilon^{abc} \tilde{e}^b \tilde{b}^c) + \tilde{\varphi}_+^a, & \delta \tilde{e}^0 &= \frac{g}{2m} (\tilde{e}^a \tilde{b}^a + \tilde{e}^0 \tilde{b}^0) + \tilde{\varphi}_+^0, \\ \delta \tilde{b}^a &= -\frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{b}^b \tilde{b}^c, & \delta \tilde{b}^0 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Инвариантность эффективного действия относительно этих преобразований согласно теореме Нётер приводит к существованию сохраняющегося нильпотентного заряда Q , что позволяет выделить физическое подпространство, потребовав, чтобы его векторы аннигилировались оператором Q : $Q|\Phi\rangle_{\text{phys}} = 0$. Для асимптотических состояний это условие сводится к уравнению

$$Q^0|\Phi\rangle_{\text{as}} = 0, \quad (11)$$

где Q^0 – свободный заряд, действующий на поля следующим образом:

$$\begin{aligned} Q^0 A_\mu^a &= \frac{\partial_\mu \tilde{b}^a}{m}, & Q^0 h &= -\tilde{b}^0, \\ Q^0 \tilde{\varphi}_+^a &= 0, & Q^0 \tilde{\varphi}_+^0 &= 0, & Q^0 \varphi^a &= \frac{\tilde{b}^a}{m}, \\ Q^0 \tilde{e}^a &= \tilde{\varphi}_+^a, & Q^0 \tilde{e}^0 &= \tilde{\varphi}_+^0, & Q^0 \tilde{b}^a &= 0, & Q^0 \tilde{b}^0 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Если идентифицировать поле $\tilde{e}^a$ с антидуховым полем $\bar{c}^a$ обычной модели Хиггса–Киббля, а поле $\tilde{b}^a/m$ – с духовым полем c^a , то первые пять преобразований (12) совпадают с БРСТ-преобразованиями в модели Хиггса–Киббля, обеспечивая отщепление полей $\tilde{\varphi}_+^a, \tilde{e}^a, \tilde{b}^a, \varphi^a$ и нефизических компонент поля Янга–Миллса от физических состояний. Остальные преобразования обеспечивают отщепление полей e^0, h, b^0, φ_+^0 . Ультралокальные поля $\lambda^a, \bar{c}^a, c^a$ не дают вклада в асимптотические состояния.

Таким образом, наша модель имеет тот же спектр наблюдаемых, что и обычная модель Хиггса–Киббля. Однако, чтобы сделать вывод об эквивалентности нашей и обычной моделей, нужно доказать, что перенормировка сохраняет формальные соотношения, полученные выше.

4. ПЕРЕНОРМИРОВКА

Действие $S = \int d^4x \tilde{L}$, где $\tilde{L}$ обозначает эффективный лагранжиан, соответствующий эффективному действию в показателе экспоненты (9) после интегрирования по $\bar{c}, c$, инвариантно относительно преобразований (10) и относительно глобальных $SU(2)$ -преобразований полей $A_\mu^a, \tilde{\varphi}_+^a, \tilde{e}, \tilde{b}, \varphi$. Однако существуют и другие члены, инвариантные относительно преобразований (10) и обладающие остаточной глобальной $SU(2)$ -инвариантностью, для которых сохраняется формула для индекса расходимости. Первый такой член не включает в себя хиггсовский дублет φ и совпадает с соответствующим членом в безмассовой теории Янга–Миллса в свободной от неоднозначности калибровке [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = \int d^4x \left[(\tilde{\varphi}_+^0)^2 + (\tilde{\varphi}_+^a)^2 + \frac{g}{m} \tilde{\varphi}_+^0 (\tilde{e}^0 \tilde{b}^0 + \tilde{e}^a \tilde{b}^a) + \right. \\ \left. + \frac{g}{m} \tilde{\varphi}_+^a (\tilde{e}^a \tilde{b}^0 - \tilde{e}^0 \tilde{b}^a - \varepsilon^{abc} \tilde{e}^b \tilde{b}^c) - \right. \\ \left. - \frac{g^2}{2m^2} (-(2\tilde{e}^0 \tilde{b}^0 + \tilde{e}^a \tilde{b}^a) \tilde{e}^b \tilde{b}^b + \varepsilon^{abc} \tilde{e}^0 \tilde{b}^b \tilde{e}^c \tilde{b}^a - \varepsilon^{abc} \tilde{e}^b \tilde{b}^0 \tilde{e}^c \tilde{b}^a) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Эта формула справедлива в калибровке $\tilde{\varphi}_a^- = 0$. Ее можно записать в калибровочно-инвариантном виде, сделав подстановки

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_+^a &\rightarrow \tilde{\varphi}_+^a - \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{\varphi}_-^b \tilde{\varphi}_+^c, & \tilde{\varphi}_+^0 &\rightarrow \tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{\varphi}_+^a, \\ \tilde{e}^a &\rightarrow \tilde{e}^a - \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{e}^0 + \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{\varphi}_-^b \tilde{e}^c, & \tilde{e}^0 &\rightarrow \tilde{e}^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{e}^a, \\ \tilde{b}^a &\rightarrow \tilde{b}^a - \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{b}^0 + \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{\varphi}_-^b \tilde{b}^c, & \tilde{b}^0 &\rightarrow \tilde{b}^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{b}^a. \end{aligned} \quad (14)$$

Это дает

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = \int d^4x \left[\left(\tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{\varphi}_+^a + \frac{g}{2m} (\tilde{e}^0 \tilde{b}^0 + \tilde{e}^a \tilde{b}^a) \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\tilde{\varphi}_+^a - \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_+^0 \tilde{\varphi}_-^a - \frac{g}{2m} \varepsilon^{abc} \tilde{\varphi}_-^b \tilde{\varphi}_+^c + \frac{g}{2m} (\tilde{e}^a \tilde{b}^0 - \tilde{e}^0 \tilde{b}^a - \varepsilon^{abc} \tilde{e}^b \tilde{b}^c) \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Существует также решение вида

$$\mathcal{G}_1 = \int d^4x \left(\tilde{\varphi}_+^0 [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2] + \right. \\ \left. + \frac{g}{2m} (\tilde{\epsilon}^a \tilde{b}^a + \tilde{\epsilon}^0 \tilde{b}^0) [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2] \right). \quad (15)$$

Его можно записать в калибровочно-инвариантном виде с помощью подстановки (14), что дает

$$\mathcal{G} = \int d^4x \left(\left(\tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{\varphi}_+^a \right) [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2] + \right. \\ \left. + \frac{g}{2m} (\tilde{\epsilon}^a \tilde{b}^a + \tilde{\epsilon}^0 \tilde{b}^0) [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2] \right).$$

Новое эффективное действие имеет вид

$$A_{\text{eff}} = \int d^4x \tilde{L} + \frac{m^2}{2} \alpha \mathcal{G} + \frac{mg}{2} \beta \mathcal{G}_1. \quad (16)$$

Множители m в этом выражении введены из соображений размерности, α и β – безразмерные свободные параметры.

Квадратичная часть эффективного действия записывается как

$$A_{\text{eff},0} = \int d^4x \left(-\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)^2 + \frac{\mu^2}{2} (A_\mu^a)^2 + \mu \varphi^a \partial A^a + \right. \\ \left. + m \tilde{\varphi}_+^a \partial A^a + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi^a \partial_\mu \varphi^a + \frac{\alpha}{2} m^2 (\tilde{\varphi}_+^a)^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_0 \partial_\mu \varphi_0 - \right. \\ \left. - \frac{M_H^2}{2} \varphi_0^2 + \beta \mu m \varphi_0 \tilde{\varphi}_+^0 + \frac{\alpha m^2}{2} (\tilde{\varphi}_+^0)^2 - \tilde{\varphi}_+^0 \square h + \partial_\mu \tilde{\epsilon}^a \partial_\mu \tilde{b}^a \right),$$

где α принимает значения 0, a . Это действие порождает следующие ненулевые пропагаторы:

$$\Delta(A_\mu^a A_\nu^b) = i \delta^{ab} \left(\frac{1}{-p^2 + \mu^2} T_{\mu\nu} - \frac{\alpha}{p^2} L_{\mu\nu} \right), \quad \Delta(A_\mu^a \varphi^b) = \delta^{ab} \frac{i \alpha \mu}{p^4} p_\mu, \quad (17) \\ \Delta(A_\mu^a \tilde{\varphi}_+^b) = -\delta^{ab} \frac{p_\mu}{m p^2}, \quad \Delta(\varphi^a \varphi^b) = \delta^{ab} \frac{i}{p^4} (p^2 - \alpha \mu^2), \quad \Delta(\tilde{b}^a \tilde{\epsilon}^b) = \frac{i \delta^{ab}}{p^2}.$$

Эти пропагаторы совпадают с пропагаторами в модели Хиггса–Киббла в лоренц-инвариантной α -калибровке, если отождествить $\tilde{\varphi}_+^a$ с полем Наканиши–Лаутрупа. Следовательно, в этом секторе набор физических полей совпадает с набором полей в соответствующем секторе обычной модели Хиггса–Киббла, т. е. содержит три компоненты массивного векторного поля A_μ . Неисчезающие пропагаторы в секторе, включающем поля h , $\tilde{\varphi}_+^0$, φ_0 , даются формулами

$$\Delta(hh) = -\frac{i \alpha m^2}{p^4} - \frac{i \beta^2 m^2 \mu^2}{p^4 (p^2 - M_H^2)}, \quad \Delta(h \tilde{\varphi}_+^0) = \frac{i}{p^2}, \quad (18) \\ \Delta(h \varphi^0) = -\frac{i \beta \mu m}{p^2 (p^2 - M_H^2)}, \quad \Delta(\varphi_0 \varphi_0) = \frac{i}{p^2 - M_H^2}, \quad \Delta(\tilde{b}^0 \tilde{\epsilon}^0) = \frac{i}{p^2}.$$

Новые члены в формуле (16) не меняют структуру нильпотенного заряда Q^0 в уравнении (11). Поэтому доказательство физической унитарности полностью аналогично доказательству, данному в предыдущем разделе, и мы приходим к выводу о том, что подпространство физических состояний по-прежнему состоит из трех компонент массивного векторного поля и одной массивной скалярной частицы.

Дополнительные расходимости возникают из-за диаграмм типа головастики и имеют вид

$$\mathcal{T} = \int d^4x [(\varphi - \hat{\mu})^*(\varphi - \hat{\mu}) - \mu^2]. \quad (19)$$

Аналогичные члены возникают для поля $\tilde{\varphi}_+^0$. Чтобы удовлетворить всем условиям симметрии, они должны иметь вид

$$\mathcal{I}_t = \int d^4x \left(\frac{g}{2m} (\tilde{e}^a \tilde{b}^a + \tilde{e}^0 \tilde{b}^0) + \tilde{\varphi}_+^0 + \frac{g}{2m} \tilde{\varphi}_-^a \tilde{\varphi}_+^a \right).$$

Итак, мы должны исследовать следующее эффективное действие:

$$A'_{\text{эф}} = \int d^4x \mathcal{L} + \frac{m^2}{2} \alpha \mathcal{G} + \frac{mg}{2} \beta \mathcal{G}_1 + t\mathcal{T} + \tilde{t}\mathcal{I}_t. \quad (20)$$

Инвариант, введенный в соотношении (19), позволяет наложить на производящий функционал одночастично-неприводимых функций Грина условие нормировки $\delta\Gamma/\delta\varphi_0 = 0$ во всех порядках теории возмущений. На уровне древесных диаграмм эта нормировка была принята в лагранжиане (1). Следовательно, физический асимптотический сектор состоит из трех компонент массивного векторного поля и одного массивного скаляра.

Перенормируемость теории после включения членов (13), (15) следует из правил Фейнмана, порождаемых эффективным действием (20), и вида пропагаторов (17), (18), которые приводят к той же формуле для индекса расходимости, что и раньше.

5. СТРУКТУРА КОНТРЧЛЕНОВ

В этом разделе мы докажем, что ультрафиолетовые расходимости в данной теории можно устранить за счет изменения параметров, входящих в эффективное действие (20), и переопределения полей. Эта процедура не нарушает симметрию теории, т. е. инвариантность относительно преобразований (10) и остаточную глобальную $SU(2)$ -симметрию.

Чтобы исследовать структуру контрчленов в калибровке $\tilde{\varphi}_-^a = 0$, введем производящий функционал $\Gamma^{(0)}$ для древесных диаграмм, включающий кроме классического действия $A'_{\text{эф}}$ (20) также вариации полей Φ при преобразованиях (10), связанные с внешними источниками Φ^* (антиполями [8]). Тогда инвариантность относительно преобразований (10) приводит к следующему функциональному соотношению:

$$\mathcal{S}(\Gamma) = \int d^4x \sum_{\Phi} \frac{\delta\Gamma}{\delta\Phi^*(x)} \frac{\delta\Gamma}{\delta\Phi(x)} = 0. \quad (21)$$

Производящий функционал вершинных функций Γ можно разложить по числу петель: $\Gamma = \sum_{j=0}^{\infty} \hbar^j \Gamma^{(j)}$.

Если существует калибровочно-инвариантная промежуточная регуляризация, то эффективное действие $\widehat{\Gamma}$, включающее все контрчлены, удовлетворяет тому же самому функциональному соотношению

$$\mathcal{S}(\widehat{\Gamma}) = 0. \quad (22)$$

Кроме того, должна иметь место остаточная глобальная $SU(2)$ -инвариантность. Принимая во внимание ограничения, налагаемые возможной степенью расходимости, можно записать наиболее общее решение уравнения (22), которое получается из $\Gamma^{(0)}$ путем переопределения параметров и которое инвариантно относительно остаточной глобальной $SU(2)$ -симметрии:

$$\begin{aligned} g' &= Z_g g, & m' &= Z_m m, & t' &= Z_t t, & \tilde{t}' &= Z_{\tilde{t}} \tilde{t}, \\ \alpha' &= \frac{Z_\alpha}{Z_g^2} \alpha, & \beta' &= \frac{Z_\beta}{Z_g Z_m} \beta, & \lambda' &= Z_\lambda \lambda. \end{aligned}$$

Используя переопределение полей, сохраняющее глобальную $SU(2)$ -инвариантность и степень расходимости диаграмм, получаем

$$\begin{aligned} \tilde{e}' &= Z_1 \tilde{e}, & \tilde{b}' &= Z_m \tilde{b}, & A_\mu^{a'} &= Z_2 A_\mu^a, & h' &= Z_m Z_3 h, \\ \varphi^{0'} &= z_1 \varphi^0, & \varphi^{a'} &= z_1 \varphi^a, \\ \tilde{\varphi}_+^{a'} &= Z_4 \tilde{\varphi}_+^a + Z_5 \partial A^a + Z_6 \frac{1}{m} \partial_\mu h A^{a\mu} + Z_7 (\tilde{e}^0 \tilde{b}^a - \tilde{e}^a \tilde{b}^0 - \varepsilon^{abc} \tilde{e}^b \tilde{b}^c), \\ \tilde{\varphi}_+^{0'} &= Z_8 \tilde{\varphi}_+^0 + Z_9 \frac{1}{m} \square h + Z_{10} \frac{1}{m^2} \partial_\mu h \partial^\mu h + Z_{11} A^2 + Z_{12} (\tilde{e}^0 \tilde{b}^0 + \tilde{e}^a \tilde{b}^a) + \\ &+ z_2 [(\varphi_0 + \mu)^2 + \varphi_a^2 - \mu^2]. \end{aligned} \quad (23)$$

В этих равенствах мы сохранили обозначения Z для констант, входящих в переопределение полей, общих с соответствующими константами для безмассовой теории Янга–Миллса [7]. Новые константы переопределения полей обозначены малыми буквами z . Заметим, что остаточная глобальная $SU(2)$ -симметрия налагает несколько нетривиальных ограничений: она запрещает появление члена, пропорционального градиенту φ^a , в переопределении калибровочного поля A_μ^a (который присутствует в стандартной калибровке 'т Хофта), поскольку он явно нарушает остаточную глобальную $SU(2)$ -симметрию, кроме того, при переопределении полей $\tilde{\varphi}_+^a$ она исключает появление членов, пропорциональных φ^a и $\varphi^0 \varphi^a$, разрешенных по степени ультрафиолетовой расходимости. Этот принцип выделяет инвариант $(\varphi_0 + \mu)^2 + \varphi_a^2 - \mu^2$ как единственную комбинацию, которая может входить в переопределение полей $\tilde{\varphi}_+^0$.

Переопределение полей в равенствах (23) не должно нарушать функциональное соотношение (22). Чтобы обеспечить это, удобно воспользоваться каноническим преобразованием, как это было сделано в работе [7]. С этой целью мы перепишем функциональное соотношение (22) с помощью следующей скобки [9]:

$$(X, Y) = \int d^4x \sum_\Phi (-1)^{\epsilon(\Phi)\epsilon(X)} \left(\frac{\delta X}{\delta \Phi} \frac{\delta Y}{\delta \Phi^*} - (-1)^{\epsilon(X)+1} \frac{\delta X}{\delta \Phi^*} \frac{\delta Y}{\delta \Phi} \right), \quad (24)$$

где ϵ зависит от статистики ($\epsilon = 1$ для фермионов, $\epsilon = 0$ для бозонов). Пользуясь этой скобкой, можно написать $\mathcal{S}(\Gamma) = (\Gamma, \Gamma)/2 = 0$. В уравнении (24) поля и антиполя объединяются в пары в соответствии с фундаментальными скобками

$$(\Phi_i, \Phi_j^*) = (-1)^{\epsilon(\Phi_j)} \delta_{ij}. \quad (25)$$

Условие, налагаемое нами на антиполя, отличается от условия, использованного в работе [9], переопределением $\Phi^* \rightarrow (-1)^{\epsilon(\Phi)} \Phi^*$. Отсюда происходит знаковый фактор в правой части формулы (24).

Переопределение полей и антиполей, не меняющее равенство (25), сохраняет скобку между любыми двумя функционалами X, Y и, следовательно, функциональное соотношение (22). Такое переопределение называется каноническим преобразованием (по отношению к скобке (24)).

Легче всего построить подходящее каноническое преобразование, воспользовавшись конечным каноническим преобразованием, порождаемым функционалом $G = \int d^4x \sum_{\Phi'} (-1)^{\epsilon(\Phi')} \Phi^{*'} \Phi'(\Phi)$ [9]. Преобразование полей фиксирует зависимость G от новых антиполей, в то время как переопределение антиполей получается путем решения уравнений

$$\Phi^* = (-1)^{\epsilon(\Phi)} \frac{\delta G}{\delta \Phi}, \quad \Phi' = (-1)^{\epsilon(\Phi')} \frac{\delta G}{\delta \Phi^{*'}}.$$

С помощью явных вычислений находим

$$\begin{aligned} (\tilde{A}_\mu^a)^* &= Z_2 (A_\mu^a)^{*'} - Z_5 \partial^\mu (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} + \frac{Z_6}{m} \partial_\mu h (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} + 2Z_{11} (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} A_\mu^a, \\ h^* &= -\frac{Z_6}{m} (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} \partial A^a - \frac{Z_6}{m} \partial_\mu (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} A^{a\mu} + \frac{Z_9}{m} \square (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} - \\ &\quad - 2\frac{Z_{10}}{m^2} \square h (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} - 2\frac{Z_{10}}{m^2} \partial^\mu (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} \partial_\mu h + Z_m Z_3 h^{*'}, \\ (\varphi^a)^* &= z_1 (\varphi^a)^{*'} + 2z_2 \varphi^a (\varphi^0)^{*'}, \quad \varphi^{0*} = z_1 \varphi^{0*'} + 2z_2 (\varphi_0 + \mu) \varphi^{0*'}, \\ (\tilde{\varphi}_+^a)^* &= Z_4 (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'}, \quad (\tilde{\varphi}_+^0)^* = Z_8 (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'}, \\ (\tilde{e}^a)^* &= Z_1 (\tilde{e}^a)^{*'} - Z_7 (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} \tilde{b}^0 + Z_7 \varepsilon^{abc} (\tilde{\varphi}_+^b)^{*'} \tilde{b}^c + Z_{12} (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} \tilde{b}^a, \\ (\tilde{e}^0)^* &= Z_1 (\tilde{e}^0)^{*'} + Z_7 (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} \tilde{b}^a + Z_{12} (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} \tilde{b}^0, \\ (\tilde{b}^a)^* &= -Z_7 (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} \tilde{e}^0 + Z_7 \varepsilon^{abc} (\tilde{\varphi}_+^b)^{*'} \tilde{e}^c - Z_{12} (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} \tilde{e}^a + Z_m (\tilde{b}^a)^{*'}, \\ (\tilde{b}^0)^* &= Z_7 (\tilde{\varphi}_+^a)^{*'} \tilde{e}^a - Z_{12} (\tilde{\varphi}_+^0)^{*'} \tilde{e}^0 + Z_m (\tilde{b}^0)^{*'}. \end{aligned}$$

Следовательно, функционал

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}[g', m', t', \tilde{t}', \alpha', \beta', \lambda'; \Phi', \Phi^{*'}] &= \\ &= \Gamma^{(0)} \left[Z_g g, Z_m m, Z_t t, Z_{\tilde{t}} \tilde{t}, \frac{Z_\alpha}{Z_m^2} \alpha, \frac{Z_\beta}{Z_g Z_m} \beta, Z_\lambda \lambda; \Phi(\Phi'), \Phi^*(\Phi', \Phi^{*'}) \right] \end{aligned}$$

является наиболее общим решением уравнения (22), совместным с ограничениями, налагаемыми возможной степенью расходимости. Это можно проверить непосредственным вычислением.

Остается показать, что ультрафиолетовые расходимости можно последовательно удалить путем переопределения параметров $Z_g, Z_m, Z_t, Z_{\tilde{t}}, Z_\alpha, Z_\beta, Z_\lambda$, а также констант перенормировки полей Z_j , $j = 1, \dots, 12$, и z_j , $j = 1, 2$, в каждом порядке разложения по петлям. Это доказательство приведено в приложении.

6. СРАВНЕНИЕ С ОБЫЧНЫМ ФОРМАЛИЗМОМ

В предыдущих разделах было доказано, что перенормированная модель Хиггса–Киббла описывается калибровочно-инвариантным лагранжианом и порождает матрицу рассеяния, которая унитарна в пространстве, содержащем три компоненты массивного поля Янга–Миллса и одно массивное скалярное поле. Теперь мы покажем, что в рамках теории возмущений матрица рассеяния, полученная выше, может быть преобразована к обычной перенормируемой калибровке или к неперенормируемой унитарной калибровке. Сравнение нашей формулировки с обычной в точности совпадает с соответствующей процедурой в теории Янга–Миллса [7]. Поэтому мы не будем приводить подробное доказательство. Как и в случае теории Янга–Миллса, матрицу рассеяния можно представить в виде континуального интеграла:

$$S = \int d\mu \exp \left\{ i \int d^4x [L_{g.i.}(x) + \lambda^a \varphi_-^a] \right\} \det(M^{ab}), \quad (26)$$

где $L_{g.i.}$ обозначает калибровочно-инвариантный лагранжиан, входящий в эффективное действие (20), и

$$\det^{-1}(M^{ab})|_{\varphi_-^a=0} = \int d\Omega \delta((\varphi_-^\Omega)^a).$$

Можно считать, что вспомогательные поля $\varphi_\pm, e, b$ удовлетворяют вакуумным граничным условиям. Умножая интеграл (26) на $1 = \Delta_L \int d\Omega \delta(\partial_\mu A_\mu^\Omega)$ и делая замену переменных $\Phi^\Omega \rightarrow \Phi$, мы приходим к выражению для матрицы рассеяния в калибровке $\partial_\mu A_\mu = 0$:

$$S = \int d\mu \exp \left\{ i \int d^4x [L_{g.i.}(x) + \lambda^a \partial_\mu A_\mu^a(x) + \partial_\mu \bar{c}^a (D_\mu c)^a] \right\}. \quad (27)$$

Поскольку для полей $\varphi_\pm, e, b$ были выбраны вакуумные граничные условия, можно явно проинтегрировать по этим полям и получить стандартное выражение для матрицы рассеяния модели Хиггса–Киббла в калибровке $\partial_\mu A_\mu = 0$. Таким же образом можно проанализировать (снова в рамках теории возмущений) другие перенормируемые калибровки.

В заключение заметим, что независимость от калибровки имеет место также для вакуумных ожиданий других калибровочно-инвариантных операторов.

7. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы показали, что модель Хиггса–Киббла можно сформулировать аналогично теории Янга–Миллса. Соответствующая теория перенормируема и свободна от неоднозначности, связанной с выбором калибровочного условия. Поэтому мы считаем,

что появление неоднозначности Грибова в стандартном подходе является артефактом процедуры квантования. Разумеется, окончательный ответ на вопрос о физической значимости неоднозначности Грибова может быть получен только вне рамок теории возмущений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Последовательное удаление ультрафиолетовых расходимостей

Здесь мы покажем, что ультрафиолетовые расходимости, присутствующие в рассматриваемой модели, можно удалить в каждом порядке теории возмущений путем подходящего выбора параметров $Z_g, Z_m, Z_t, Z_\alpha, Z_\beta, Z_\lambda$, а также констант перенормировки полей Z_j , $j = 1, \dots, 12$, и z_j , $j = 1, 2$. Доказательство очень близко к доказательству, которое было дано для безмассовой теории Янга–Миллса [7], и поэтому здесь мы только наметим основные моменты рассуждений.

Предположим, что было проведено вычитание расходимостей вплоть до порядка $n-1$ в разложении по числу петель, сохраняющее остаточную глобальную $SU(2)$ -инвариантность и соотношение (21). Тогда в n -м порядке соотношение (21) дает

$$\begin{aligned} S_0(\Gamma^{(n)}) &\equiv \int d^4x \sum_{\Phi} \left(\frac{\delta\Gamma^{(0)}}{\delta\Phi^*(x)} \frac{\delta}{\delta\Phi(x)} + \frac{\delta\Gamma^{(0)}}{\delta\Phi(x)} \frac{\delta}{\delta\Phi^*(x)} \right) \Gamma^{(n)} = \\ &= - \sum_{j=1}^{n-1} \int d^4x \sum_{\Phi} \frac{\delta\Gamma^{(n-j)}}{\delta\Phi^*(x)} \frac{\delta\Gamma^{(j)}}{\delta\Phi(x)}. \end{aligned}$$

Выражение в правой части этого равенства конечно, поскольку в него входят только члены низшего порядка, которые уже были вычтены. Поэтому справедливо следующее уравнение для расходящейся части $\Gamma_{\text{div}}^{(n)}$ в порядке n :

$$S_0(\Gamma_{\text{div}}^{(n)}) = 0. \quad (28)$$

Оператор S_0 действует на поля как $S_0\Phi = \delta\Gamma^{(0)}/\delta\Phi^* = \delta\Phi$ и отображает антиполя Φ^* в решения классических уравнений движения для полей Φ , а именно $S_0\Phi^* = \delta\Gamma^{(0)}/\delta\Phi$. Оператор S_0 нильпотентен вследствие нильпотентности δ и справедливости функционального тождества (21) для $\Gamma^{(0)}$ [10].

Наиболее общее решение уравнения (28) можно записать в виде

$$\Gamma_{\text{div}}^{(n)} = A + S_0B,$$

где A не может быть представлен в виде S_0C для локального функционала C . Поскольку $\Gamma^{(n)}$ – лоренц-инвариантный функционал, A и B тоже обладают этой инвариантностью.

Процедура получения наиболее общего решения типа A известна. Она основана на нахождении когомологии $H_{\mathcal{F}}(S_0)$ [11] нильпотентного оператора S_0 в пространстве $\mathcal{F}$ лоренц-инвариантных и глобально $SU(2)$ -инвариантных локальных функционалов, размерность которых ограничена возможной степенью расходимости. Когомология $H_{\mathcal{F}}(S_0)$ определена как фактор-пространство соответствующего функционального пространства относительно соотношения эквивалентности $X \sim Y \Leftrightarrow X -$

$Y = \mathcal{S}_0(C)$ для некоторого лоренц-инвариантного и глобально $SU(2)$ -инвариантного локального функционала.

Чтобы найти $H_{\mathcal{F}}(\mathcal{S}_0)$, мы прежде всего сделаем следующую замену переменных:

$$\begin{aligned}(\tilde{\varphi}_+^a)' &= \frac{g}{2m}(\tilde{\epsilon}^a \tilde{b}^0 - \tilde{\epsilon}^0 \tilde{b}^a - \varepsilon^{abc} \tilde{\epsilon}^b \tilde{b}^c) + \tilde{\varphi}_+^a, \\(\tilde{\varphi}_+^0)' &= \frac{g}{2m}(\tilde{\epsilon}^a \tilde{b}^a + \tilde{\epsilon}^0 \tilde{b}^0) + \tilde{\varphi}_+^0,\end{aligned}$$

которая приводит к следующему преобразованию $\mathcal{S}_0$:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_0 h &= -\tilde{b}^0, & \mathcal{S}_0(\tilde{b}^0) &= 0, \\ \mathcal{S}_0(\tilde{\varphi}_+^a)' &= 0, & \mathcal{S}_0(\tilde{\varphi}_+^0)' &= 0, \\ \mathcal{S}_0 \tilde{\epsilon}^a &= (\tilde{\varphi}_+^a)', & \mathcal{S}_0 \tilde{\epsilon}^0 &= (\tilde{\varphi}_+^0)'. \end{aligned} \quad (29)$$

Причина, по которой мы делаем это преобразование, связана с выделением так называемых дублетных переменных. Пара переменных u, v такая, что $\mathcal{S}_0 u = v$, $\mathcal{S}_0 v = 0$, называется $\mathcal{S}_0$ -дублетом. Зависимость от u, v может возникать только за счет членов $\mathcal{S}_0 B$ в силу общего свойства дублетов нильпотентных линейных операторов [12], [13]. Это означает, что когомология оператора $\mathcal{S}_0$ изоморфна когомологии ограничения $\mathcal{S}_0$ на пространство без дублетов (и их антиполей). В том подпространстве, где дублеты (и их антиполя) отсутствуют, оператор $\mathcal{S}_0$ действует так же, как стандартный оператор БРСТ-преобразования для модели Хиггса–Киббля с калибровочной группой $SU(2)$, если отождествить БРСТ духовые поля с $\tilde{b}_a/m$, как это было сделано в уравнении (10).

Заметим, что переопределение полей в формулах (29) совпадает с переопределением, которое нужно сделать в безмассовой теории Янга–Миллса [7]. Оно характерно для свободных от неоднозначности калибровок и позволяет выделить калибровочно-инвариантные физические члены (решения типа A). Класс решений типа A исчерпывается калибровочно-инвариантными полиномами полей Янга–Миллса A_μ^a и хиггсовского дублета φ размерности, меньшей или равной четырем [10], т. е.

$$\begin{aligned}\Gamma_{\text{div}}^{(n)} &= \int d^4 x (a_1^{(n)} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + a_2^{(n)} (D_\mu \varphi)^* (D_\mu \varphi) + \\ &+ a_3^{(n)} (\varphi^* \varphi - \mu^2)^2 + a_4^{(n)} (\varphi^* \varphi - \mu^2)).\end{aligned}$$

Расходящиеся коэффициенты $a_1^{(n)}$, $a_2^{(n)}$, $a_3^{(n)}$, $a_4^{(n)}$ можно устранить, переопределяя Z_g , z_1 , Z_λ и Z_t соответственно.

Существуют два класса решений типа $\mathcal{S}_0 B$: решения, не зависящие от антиполей, и решения, содержащие антиполя. Решения из первого класса получаются с помощью следующих операторных вставок:

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_m &= \delta Z_m^{(n)} \frac{\partial}{\partial Z_m} \hat{\Gamma}, & \mathcal{J}_\alpha &= \delta Z_\alpha^{(n)} \frac{\partial}{\partial Z_\alpha} \hat{\Gamma}, \\ \mathcal{J}_\beta &= \delta Z_\beta^{(n)} \frac{\partial}{\partial Z_\beta} \hat{\Gamma}, & \mathcal{J}_{\tilde{t}} &= \delta Z_{\tilde{t}}^{(n)} \frac{\partial}{\partial Z_{\tilde{t}}} \hat{\Gamma},\end{aligned}$$

где $\delta Z_m^{(n)}$, $\delta Z_\alpha^{(n)}$, $\delta Z_\beta^{(n)}$, $\delta Z_{\tilde{t}}^{(n)}$ – расходящиеся коэффициенты порядка n . Их можно удалить переопределением Z_m , Z_α , Z_β , $Z_{\tilde{t}}$ соответственно.

Инварианты типа $\mathcal{S}_0 B$, включающие антиполя, имеют вид (здесь нет суммирования по Φ)

$$w_j^{(n)} \int d^4x \mathcal{S}_0(\Phi^* F_j(\Phi)) = w_j^{(n)} \int d^4x \left(F_j(\Phi) \frac{\delta \Gamma^{(0)}}{\delta \Phi} - \Phi^* \frac{\delta F_j}{\delta \Phi} \mathcal{S}_0 \Phi \right),$$

где опять-таки расходящиеся коэффициенты $w_j^{(n)}$ имеют порядок $\hbar^n$. Возможные типы функций F_j , $j = 1, \dots, 14$, в данном равенстве ограничены жесткими симметриями теории, квантовыми числами и возможной степенью расходимости соответствующих членов в уравнении (23). Их можно удалить переопределением в n -м порядке констант перенормировки полей Z_j , $j = 1, \dots, 12$, и z_j , $j = 1, 2$.

После того как все расходимости симметричным образом удалены вплоть до n -го порядка, эту процедуру можно повторить в порядке $n + 1$. Это завершает доказательство того, что перенормировка действительно сохраняет уравнение (21) и остаточную глобальную $SU(2)$ -инвариантность. Следовательно, перенормированная теория унитарна в пространстве, содержащем только поперечные степени свободы массивного векторного поля и физическую компоненту скалярного поля Хиггса.

Благодарности. А. Квадри с благодарностью отмечает частичную финансовую поддержку Миланского Университета. Работа А. А. Славнова была частично поддержана РФФИ (грант № 09-2150-офи_м) и программой РАН “Нелинейная динамика”.

Список литературы

- [1] V. N. Gribov, *Nucl. Phys. B*, **139**:1–2 (1978), 1–19.
- [2] I. M. Singer, *Comm. Math. Phys.*, **60**:1 (1978), 7–12.
- [3] P. W. Higgs, *Phys. Lett.*, **12**:2 (1964), 132–133.
- [4] T. W. B. Kibble, *Phys. Rev.*, **155**:5 (1967), 1554–1561.
- [5] A. A. Slavnov, *JHEP*, **08** (2008), 047, 11 pp., arXiv:0807.1795.
- [6] А. А. Славнов, *ТМФ*, **161**:2 (2009), 204–211, arXiv:0902.1847.
- [7] A. Quadri, A. A. Slavnov, *JHEP*, **07** (2010), 087, 22 pp., arXiv:1002.2490.
- [8] J. Zinn-Justin, “Renormalization of gauge theories”, *Trends in Elementary Particle Theory, Lecture Notes in Physics*, **37**, eds. H. Rollnik, K. Dietz, 1975, 1–39.
- [9] W. Troost, P. van Nieuwenhuizen, A. Van Proeyen, *Nucl. Phys. B*, **333**:3 (1990), 727–770.
- [10] J. Gomis, J. París, S. Samuel, *Phys. Rep.*, **259**:1–2 (1995), 1–145, arXiv:hep-th/9412228.
- [11] G. Barnich, M. Henneaux, *Phys. Rev. Lett.*, **72**:11 (1994), 1588–1591, arXiv:hep-th/9312206; G. Barnich, F. Brandt, M. Henneaux, *Comm. Math. Phys.*, **174**:1 (1995), 57–91, arXiv:hep-th/9405109; 93–116, arXiv:hep-th/9405194.
- [12] G. Barnich, F. Brandt, M. Henneaux, *Phys. Rep.*, **338**:5 (2000), 439–569, arXiv:hep-th/0002245.
- [13] A. Quadri, *JHEP*, **05** (2002), 051, 16 pp., arXiv:hep-th/0201122.