Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. О. Корпусов, О разрушении решений волновых уравнений в системах с распределенными параметрами, *ТМФ*, 2011, том 167, номер 2, 206–213

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6634>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.147.182.235

26 апреля 2023 г., 14:20:35

© 2011 г.

М. О. Корпусов*

О РАЗРУШЕНИИ РЕШЕНИЙ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассматриваются две начально-краевые задачи на отрезке с однородными условиями Дирихле, предложенные в работах М. И. Рабиновича и Д. И. Трубецкого, представляющие собой нелинейные уравнения четвертого порядка соболевского типа. Для одной задачи доказано локальное во времени существование сильного обобщенного решения и для обеих задач получены достаточные условия разрушения их сильных обобщенных решений за конечное время.

Ключевые слова: разрушение, нелинейный анализ.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1], [2] рассмотрены два модельных уравнения следующего вида:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial}{\partial t} (u - u^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0. \quad (1.2)$$

Эти уравнения описывают физические нестационарные процессы в системах с распределенными параметрами, в частности, уравнение (1.1) описывает взрывную неустойчивость в распределенной системе на основе туннельного диода. В работе [1] возникновение реально наблюдаемой неустойчивости в уравнении (1.1) рассмотрено на качественном (не строгом) уровне физических рассуждений, в связи с чем возникает необходимость получения строгих математических результатов в направлении “blow up” для начально-краевых задач для уравнений (1.1) и (1.2).

Отметим, что существуют три основных метода исследования возникновения разрушения. Первый метод – это метод нелинейной емкости Похожаева–Митидиери [3], второй метод – это энергетический метод Левина [4], [5], наконец, третий метод – это метод автомодельных режимов, основанный на различных признаках сравнения и развитый в книге [6] (см. также работу [7]).

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: korpusov@gmail.com

В настоящей работе мы применяем метод, изложенный в книге [8], который представляет собой нетривиальную модификацию энергетического метода Левина.

2. ОДНО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО

Рассмотрим следующее обыкновенное интегродифференциальное неравенство относительно функции $\Phi(t)$, $t \in [0, 1]$:

$$\Phi\Phi'' - \alpha(\Phi')^2 + \beta\Phi^2 + \gamma T_1\Phi \int_0^t ds \Phi(s) \geq 0, \quad (2.1)$$

где $\alpha > 1$, $\beta \geq 0$, $\gamma \geq 0$.

Получим достаточные условия на величины $\Phi(0)$ и $\Phi'(0)$, при которых для любого фиксированного $T_1 > 0$ справедливо предельное равенство

$$\limsup_{t \uparrow T_\infty} \Phi(t) = +\infty, \quad (2.2)$$

где $T_\infty \in [T_0, T_1]$. Пусть $\Phi(t) \in C^{(2)}([0, T_0])$, тогда имеет место формула интегрирования по частям

$$\int_0^t ds \Phi(s) = s\Phi(s)|_0^t - \int_0^t ds s\Phi'(s). \quad (2.3)$$

При выполнении начального условия $\Phi'(0) > 0$ найдется такой момент времени $t_1 \in (0, T_0)$, что

$$\Phi'(t) \geq 0 \quad \text{при} \quad t \in [0, t_1], \quad (2.4)$$

поэтому с учетом (2.3) из неравенства (2.1) мы имеем следующее неравенство:

$$\Phi\Phi'' - \alpha(\Phi')^2 + (\beta + \gamma T_1^2)\Phi^2 \geq 0 \quad \text{при} \quad t \in [0, t_1]. \quad (2.5)$$

Разделим обе части этого неравенства на $\Phi^{1+\alpha}$, тогда, поскольку $\alpha > 1$, можно выполнить несложные преобразования неравенства (2.5):

$$\begin{aligned} \frac{\Phi''}{\Phi^\alpha} - \alpha \frac{(\Phi')^2}{\Phi^{1+\alpha}} + (\beta + \gamma T_1^2)\Phi^{1-\alpha} &\geq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{\Phi'}{\Phi^\alpha} \right)' + (\beta + \gamma T_1^2)\Phi^{1-\alpha} &\geq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{1-\alpha}(\Phi^{1-\alpha})'' + (\beta + \gamma T_1^2)\Phi^{1-\alpha} &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Положим

$$Z(t) = \Phi^{1-\alpha}(t) \quad \text{при} \quad \alpha > 1, \quad (2.7)$$

тогда с учетом (2.6) приходим к следующему неравенству:

$$Z''(t) \leq (\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2)Z(t) \quad \text{при} \quad t \in [0, t_1]. \quad (2.8)$$

Заметим, что $Z'(t) = (1 - \alpha)\Phi^{-\alpha}(t)\Phi'(t) \leq 0$ при $t \in [0, t_1]$, поскольку $\alpha > 1$ и справедливо неравенство (2.4). Теперь умножим обе части неравенства (2.8) на

$Z'(t)$ и получим, что

$$\begin{aligned} Z'Z'' &\geq (\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2)ZZ' \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (Z')^2 \geq \frac{(\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2)}{2} \frac{d}{dt} Z^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (Z')^2 \geq A^2 + Z^2 \geq A^2, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $A^2 \equiv (Z'(0))^2 - (\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2)Z^2(0)$.

Потребуем теперь, чтобы при фиксированном $T_1 > 0$ имело место неравенство $A^2 > 0$. Тогда мы приходим к неравенству

$$A^2 = (\alpha - 1)^2 \frac{(\Phi'(0))^2}{\Phi^{2\alpha}(0)} - (\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2) \frac{\Phi^2(0)}{\Phi^{2\alpha}(0)} > 0. \quad (2.10)$$

Потребуем, чтобы было выполнено условие $\Phi(0) > 0$, тогда из (2.10) вытекают неравенства

$$\Phi'(0) > \left(\frac{\beta + \gamma T_1^2}{\alpha - 1} \right)^{1/2} \Phi(0), \quad \Phi(0) > 0.$$

В силу (2.9) мы имеем $(Z')^2 \geq A^2$, т. е. $|Z'| \geq A$, следовательно, справедливы неравенства $Z' \leq -A$ и $(1 - \alpha)\Phi^{-\alpha}(t)\Phi'(t) \leq -A < 0$. Поскольку $\Phi'(t) \geq 0$ при $t \in [0, t_1]$, получаем $\Phi(t) \geq \Phi(0) > 0$ и, значит,

$$\Phi'(t) \geq \frac{A}{\alpha - 1} \Phi^\alpha(t) \geq \frac{A}{\alpha - 1} \Phi^\alpha(0) > 0 \quad \text{при } t \in [0, t_1].$$

Таким образом, $\Phi'(t_1) > 0$. Применяя далее ту же процедуру, мы получим, что $\Phi'(t) > 0$ при $t \in [0, T_0)$. Используя неравенства (2.9), получаем, что $Z(t) \leq Z(0) - At$ при $t \in [0, T_0)$. Отсюда с учетом определения (2.7) функции $Z(t)$ имеем неравенство

$$\Phi(t) \geq \frac{1}{(\Phi^{1-\alpha}(0) - At)^{1/(\alpha-1)}} \quad \text{при } t \in [0, T_0), \quad (2.11)$$

из которого, очевидно, вытекает, что $T_\infty \in [T_0, \Phi^{1-\alpha}(0)/A]$, причем при стремлении к T_∞ справедливо предельное равенство (2.2).

Теперь потребуем выполнения неравенства $\Phi^{1-\alpha}(0)/A \leq T_1$, из которого вытекают следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi^{2-2\alpha}(0)}{T_1^2} &\leq A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Phi^{2-2\alpha}(0)}{T_1^2} \leq (\alpha - 1)^2 \frac{(\Phi'(0))^2}{\Phi^{2\alpha}(0)} - (\alpha - 1)(\beta + \gamma T_1^2) \frac{\Phi^2(0)}{\Phi^{2\alpha}(0)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\Phi'(0))^2 \geq \frac{\beta + \gamma T_1^2}{\alpha - 1} \Phi^2(0) + \frac{1}{T_1^2(\alpha - 1)^2} \Phi^2(0). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Из этих неравенств следуют искомые условия на начальные данные задачи:

$$\Phi'(0) \geq \left(\frac{\beta + \gamma T_1^2}{\alpha - 1} + \frac{1}{T_1^2(\alpha - 1)^2} \right)^{1/2} \Phi(0), \quad \Phi(0) > 0. \quad (2.13)$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что при каждом фиксированном $T_1 > 0$ при выполнении начальных условий (2.13) время существования сильного обобщенного решения T_∞ удовлетворяет неравенству $T_\infty \leq T_1$. Другими словами, доказана следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. Пусть функция $\Phi(t) \in \mathbb{C}^{(2)}[0, T_0)$ при некотором $T_0 > 0$ является решением интегродифференциального неравенства (2.1), причем выполнены условия (2.13) и неравенство $T_1 > 0$. Тогда у функции $\Phi(t)$ имеется разрыв второго рода в точке $T_\infty \in [T_0, T_1]$, т.е. справедливо соотношение (2.2).

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Рассмотрим следующие начально-краевые задачи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x) \end{aligned} \quad (3.1)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial}{\partial t} (u - u^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $x \in [0, 1]$ и штрихом обозначена производная по времени. Заметим, что имеют место следующие цепочки непрерывных и плотных вложений:

$$\begin{aligned} \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{H}_0^1(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{H}^{-1}(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{W}^{-1,3/2}(0, 1), \\ \mathbb{H}_0^1(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{L}^3(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{L}^2(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{L}^{3/2}(0, 1) \overset{\text{ds}}{\subset} \mathbb{H}^{-1}(0, 1). \end{aligned}$$

Поэтому справедливы следующие равенства скобок двойственности:

$$\begin{aligned} \langle f, u \rangle_1 &= \langle f, u \rangle \quad \text{для всех } f \in \mathbb{H}^{-1}(0, 1), \quad u \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1), \\ \langle f, u \rangle &= \int_0^1 dx f(x) u(x) \quad \text{для всех } f(x) \in \mathbb{L}^{3/2}(0, 1), \quad u(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1), \\ \langle f, u \rangle &= \int_0^1 dx f(x) u(x) \quad \text{для всех } f(x) \in \mathbb{L}^2(0, 1), \quad u(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1), \end{aligned}$$

где символом $\langle \cdot, \cdot \rangle_1$ обозначены скобки двойственности между $\mathbb{H}_0^1(0, 1)$ и $\mathbb{H}^{-1}(0, 1)$, а символом $\langle \cdot, \cdot \rangle$ – скобки двойственности между $\mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1)$ и $\mathbb{W}^{-1,3/2}(0, 1)$.

Дадим определения сильных обобщенных решений задач (3.1) и (3.2).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Сильным обобщенным решением задачи (3.1) называется функция $u(x)(t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1))$, при всех $w \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1)$ и всех $t \in [0, T]$, $T > 0$, удовлетворяющая уравнению

$$\langle \mathbb{D}(u), w \rangle_1 = 0, \quad (3.3)$$

где

$$\mathbb{D}(u) \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$u(x)(0) = u_0(x), \quad u'(x)(0) = u_1(x), \quad u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1).$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. *Сильным обобщенным решением задачи (3.2) называется функция $u(x)(t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; \mathbb{H}_0^1(0, 1))$, при всех $w \in \mathbb{H}_0^1(0, 1)$ и всех $t \in [0, T]$, $T > 0$, удовлетворяющая уравнению*

$$\langle \mathbb{D}(u), w \rangle = 0, \quad (3.4)$$

где

$$\mathbb{D}(u) \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right) + \frac{\partial}{\partial t} (u - u^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$u(x)(0) = u_0(x), \quad u'(x)(0) = u_1(x), \quad u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1).$$

4. ЛОКАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ

Относительно разрешимости в сильном обобщенном смысле задачи (3.1) мы ничего сказать не можем, поэтому в дальнейшем при доказательстве разрушения сильного обобщенного решения данной задачи мы будем предполагать локальную разрешимость в смысле определения 1. С другой стороны, используя результаты из монографии [9], можно доказать следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 2. *Для любых начальных функций $u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1)$ существует единственное сильное обобщенное решение $u(x)(t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T_0]; \mathbb{H}_0^1(0, 1))$, задачи (3.2) причем $T_0 > 0$ и либо $T_0 = +\infty$, либо $T_0 < +\infty$; в последнем случае имеет место предельное равенство*

$$\limsup_{t \uparrow T_0} \Phi(t) = +\infty, \quad (4.1)$$

где

$$\Phi(t) \equiv \frac{1}{2} \|u\|_2^2 + \frac{1}{2} \|u_x\|_2^2. \quad (4.2)$$

5. РАЗРУШЕНИЕ СИЛЬНЫХ ОБОБЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Рассмотрим сначала вопрос о разрушении сильного обобщенного решения задачи (3.1). Нам достаточно предъявить достаточно широкий класс начальных функций $u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1)$, при которых будет иметь место эффект разрушения решения за конечное время. Сразу потребуем, чтобы начальные функции задачи (3.1) были связаны соотношением

$$u_{1xx} - u_1 = -u_{0xx} + ((u_{0x})^2)_x. \quad (5.1)$$

Ясно, что при достаточно гладких $u_0(x)$ это уравнение имеет решение в указанном классе.

В дальнейшем мы рассматриваем начальные функции $u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0,1)$, удовлетворяющие уравнению (5.1). Проинтегрируем по времени равенство (3.3), тогда для начальных функций, удовлетворяющих (5.1), в классе сильных обобщенных решений в смысле определения 1 получим следующую задачу:

$$\langle \mathbb{R}(u), w \rangle_1 = 0 \quad \text{для всех} \quad w \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0,1), \quad t \in [0, T], \quad (5.2)$$

где

$$\mathbb{R}(u) \equiv \frac{\partial}{\partial t}(u_{xx} - u) + u_{xx} + \int_0^t ds u_{xx} - ((u_x)^2)_x.$$

Теперь, как обычно, выведем первое и второе энергетические равенства. Положим в равенстве (5.2) $w = u(x)(t)$, где $u(x)(t)$ есть сильное обобщенное решение задачи (3.1) при некотором $T > 0$. Тогда после “интегрирования по частям” получим *первое энергетическое равенство*

$$\frac{d\Phi}{dt} + \|u_x\|_2^2 + \int_0^t ds \int_0^1 dx u_x(s) u_x(t) = \int_0^1 dx (u_x)^3, \quad (5.3)$$

где $\Phi(t)$ задано в (4.2). Положим в равенстве (5.2) $w = u'(x)(t)$, тогда после “интегрирования по частям” получим *второе энергетическое равенство*

$$\mathbb{J}(t) + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|u_x\|_2^2 + \int_0^t ds \int_0^1 dx u_x(s) u'_x(t) = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} \int_0^1 dx (u_x)^3, \quad (5.4)$$

где $\mathbb{J}(t) \equiv \|u'\|_2^2 + \|u'_x\|_2^2$. Теперь заметим, что точно так же, как и в монографии [10], устанавливается следующая лемма.

ЛЕММА. Пусть $u(x)(t) \in \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{H}_0^1(0,1))$, тогда имеет место следующее неравенство:

$$(\Phi'(t))^2 \leq 2\Phi(t)\mathbb{J}(t) \quad \text{при} \quad t \in [0, T]. \quad (5.5)$$

Подставим выражение для $\int_0^1 dx (u_x)^3$ из первого энергетического равенства (5.3) во второе энергетическое равенство (5.4) и после приведения подобных слагаемых получим

$$\mathbb{J}(t) = \frac{1}{3} \Phi'' - \frac{1}{6} \frac{d}{dt} \|u_x\|_2^2 + \frac{1}{3} \|u_x\|_2^2 - \frac{2}{3} \int_0^t ds \int_0^1 dx u_x(s) u'_x(t). \quad (5.6)$$

Оценим слагаемые в правой части:

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{6} \frac{d}{dt} \|u_x\|_2^2 \right| &\leq \frac{1}{3} \|u'_x\|_2 \|u_x\|_2 \leq \frac{\varepsilon}{2} \|u'_x\|_2^2 + \frac{1}{2\varepsilon} \frac{1}{9} \|u_x\|_2^2 \leq \frac{\varepsilon}{2} \mathbb{J}(t) + \frac{1}{9\varepsilon} \Phi(t), \\ \frac{1}{3} \|u_x\|_2^2 &\leq \frac{2}{3} \Phi(t), \\ \left| \frac{2}{3} \int_0^t ds \int_0^1 dx u_x(s) u'_x(t) \right| &\leq \frac{2}{3} \int_0^t ds \|u'_x(t)\|_2 \|u_x(s)\|_2 \leq \\ &\leq \frac{\varepsilon}{2} \|u'_x\|_2^2 + \frac{1}{2\varepsilon} \frac{4}{9} T \int_0^t ds \|u_x\|_2^2(s) \leq \\ &\leq \frac{\varepsilon}{2} \mathbb{J}(t) + \frac{4T}{9\varepsilon} \int_0^t ds \Phi(s) \quad \text{при} \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Таким образом, с учетом равенства (5.6) при $t \in [0, T]$ получим неравенство

$$\mathbb{J}(t) \leq \frac{1}{3}\Phi'' + \frac{\varepsilon}{2}\mathbb{J}(t) + \frac{1}{9\varepsilon}\Phi(t) + \frac{2}{3}\Phi(t) + \frac{\varepsilon}{2}\mathbb{J}(t) + \frac{4T}{9\varepsilon} \int_0^t ds \Phi(s), \quad (5.8)$$

из которого после приведения подобных слагаемых имеем

$$(1 - \varepsilon)\mathbb{J}(t) \leq \frac{1}{3}\Phi'' + \left(\frac{1}{9\varepsilon} + \frac{2}{3}\right)\Phi(t) + \frac{4T}{9\varepsilon} \int_0^t ds \Phi(s) \quad \text{при } t \in [0, T]. \quad (5.9)$$

Пусть для начала $\varepsilon \in (0, 1)$, тогда из (5.9) и (5.5) следует искомое интегродифференциальное неравенство (2.1), в котором

$$\alpha = \frac{3}{2}(1 - \varepsilon), \quad \beta = \frac{1}{3\varepsilon} + 2, \quad \gamma = \frac{4}{3\varepsilon}.$$

Потребуем выполнения условия $\alpha > 1$, тогда $\varepsilon \in (0, 1/3)$. Опираясь на результаты раздела 2 относительно интегродифференциального неравенства (2.1), приходим к следующему утверждению.

ТЕОРЕМА 3. Пусть начальные функции $u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{W}_0^{1,3}(0, 1)$ удовлетворяют уравнению (5.1), тогда при выполнении начальных условий (2.13), где

$$\Phi'(0) = \int_0^1 dx (u_{0x})^3 - \|u_{0x}\|_2^2, \quad \Phi(0) = \frac{1}{2}\|u_0\|_2^2 + \frac{1}{2}\|u_{0x}\|_2^2, \quad (5.10)$$

сильное обобщенное решение задачи (3.1) не существует глобально во времени. А именно, найдется такой момент времени $T_\infty \leq T_1$, что имеет место предельное равенство (2.2).

ЗАМЕЧАНИЕ. Условия (2.13) выполнимы, поскольку $\Phi'(0)$ имеет асимптотический порядок роста, равный 3, а $\Phi(0)$ – порядок, равный 2.

Совершенно аналогично для задачи (3.2) с учетом теоремы 1 устанавливается следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 4. Для любых начальных функций $u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1)$ существует единственное сильное обобщенное решение задачи (3.2), принадлежащее пространству $\mathbb{C}^{(2)}([0, T_0); \mathbb{H}_0^1(0, 1))$, причем $T_0 > 0$. При выполнении условия (2.13), в котором $\Phi'(0)$ и $\Phi(0)$ заданы в (5.10), если

$$u_{1xx} - u_1 = -u_0 + (u_0)^2, \quad u_0(x), u_1(x) \in \mathbb{H}_0^1(0, 1),$$

то сильное обобщенное решение задачи (3.1) не существует глобально во времени, а именно имеет место неравенство $T_0 \leq T_1$ и, значит, справедливо предельное равенство (4.1).

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-01-00376_а) и Программы поддержки молодых ученых-докторов наук (грант МД-99.2009.1).

Список литературы

- [1] М. И. Рабинович, *Изв. вузов. Радиофиз.*, **17**:4 (1974), 477–510.
- [2] М. И. Рабинович, Д. И. Трубецков, *Введение в теорию колебаний и волн*, Наука, М., 1984.
- [3] Э. Л. Митидиери, С. И. Похожаев, *Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных*, Тр. МИАН, **234**, ред. С. М. Никольский, Е. Ф. Мищенко, Наука, М., 2001.
- [4] H. A. Levine, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **51**:5 (1973), 371–386.
- [5] H. A. Levine, P. Pucci, J. Serrin, “Some remarks on global nonexistence for nonautonomous abstract evolution equations”, *Harmonic Analysis and Nonlinear Differential Equations*, Contemp. Math., **208**, eds. M. L. Lapidus, L. H. Harper, A. J. Rumbos, AMS, Providence, RI, 1997, 253–263.
- [6] А. А. Самарский, В. А. Галактионов, С. П. Курдюмов, А. П. Михайлов, *Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений*, Наука, М., 1987.
- [7] В. А. Галактионов, С. И. Похожаев, *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **48**:10 (2008), 1819–1846.
- [8] А. Г. Свешников, А. Г. Альшин, М. О. Корпусов, Ю. Д. Плетнер, *Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа*, Физматлит, М., 2007.
- [9] М. О. Корпусов, *Разрушение в неклассических волновых уравнениях*, УРСС, М., 2010.
- [10] М. О. Корпусов, *Разрушение в неклассических нелокальных уравнениях*, УРСС, М., 2011.

Поступила в редакцию 12.10.2010