Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Н. Липатов, Эффективное действие для реджевских процессов в квантовой хромодинамике и гравитации, *ТМФ*, 2011, том 169, номер 1, 9–19

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6704>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.135.184

26 апреля 2023 г., 14:08:15

© 2011 г.

Л. Н. Липатов*

ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ ДЛЯ РЕДЖЕВСКИХ ПРОЦЕССОВ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ И ГРАВИТАЦИИ

Рассматривается грибовский подход к высокоэнергетическому адрон-адронному рассеянию. Он базируется на эффективной теории поля, описывающей взаимодействия померонов. Глюоны и гравитоны реджезуются в квантовой хромодинамике и в гравитации, в связи с чем представляется естественным переформулировать эти теории при высоких энергиях в терминах реджеонов. Изложены основные идеи подхода Балицкого, Фадына, Кураева и Липатова в квантовой хромодинамике и в суперсимметричных моделях; этот подход представлен в виде калибровочно-инвариантной эффективной теории для реджезованных глюонных взаимодействий. Аналогичное общековариантное действие для реджезованных гравитонов формулируется в терминах эффективных токов, удовлетворяющих уравнению Гамильтона–Якоби.

Ключевые слова: амплитуды рассеяния, асимптотики Редже, уравнение Балицкого–Фадына–Кураева–Липатова, эффективное действие, квантовая гравитация.

1. ВВЕДЕНИЕ

Высокоэнергетическое рассеяние элементарных частиц играет важную роль, обеспечивая возможность исследовать экспериментально их внутреннюю структуру при больших передаваемых импульсах Q (в глубоконеупругих лептон-адронных процессах) и структуру обмениваемых частиц (в реджевских процессах). В обоих случаях составная структура адронов наблюдалась еще до открытия квантовой хромодинамики (КХД). С помощью механизма асимптотической свободы можно построить Q^2 -эволюцию партонных распределений в рамках уравнений Докшицера–Грибова–Липатова–Альтарелли–Паризи [1]. Другой подход к описанию глубоконеупругого рассеяния основан на ренормализационной группе и разложении операторных произведений, в которых структурные функции строятся в виде суммы матричных элементов операторов твиста 2, выраженных в терминах их аномальных размерностей [1]. Наиболее общий подход к реджевским процессам в КХД формулируется в терминах реджезованных глюонов и их взаимодействий. Он связан с тем обстоятельством, что амплитуды рассеяния с цветовым октетом в t -канале имеют реджевский вид. Процессы с бесцветными квантовыми числами возникают в результате

*Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова РАН, Гатчина, Ленинградская обл., Россия. E-mail: lipatov@mail.desy.de

мультiredжеонного обмена в t -канале [1]. Гравитон в квантовой гравитации также реджезуется. В некоторых суперсимметричных моделях реджезованный гравитон проявляет свойства померона Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова (БФКЛ), описывающего высокоэнергетические адрон-адронные взаимодействия в КХД [1], и поэтому представляется интересным исследовать высокоэнергетические процессы рассеяния в гравитации. Ниже будут построены эффективные теории поля, описывающие взаимодействия реджезованных глюонов и гравитонов с обычными кварками, глюонами и гравитонами.

2. ПОЛЮСЫ РЕДЖЕ И ГРИБОВСКИЙ ПОДХОД

В кинематике Редже,

$$s = 4E^2 \gg -t = \vec{q}^2, \quad (1)$$

парциальное волновое разложение в t -канале для амплитуд упругого рассеяния с определенной сигнатурой $p = \pm 1$ имеет вид

$$A^p(s, t) = s \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} ((-s)^\omega - ps^\omega) f_\omega^p(t). \quad (2)$$

В рамках гипотезы реджевских полюсов для парциальной волны в t -канале справедливо представление

$$f_\omega^p(t) = \frac{\gamma^2(t)}{\omega - \omega_p(t)}, \quad (3)$$

где ω_p – реджевская траектория, которая, как предполагается, линейна по t :

$$\omega_p(t) = \Delta - \alpha' \vec{q}^2. \quad (4)$$

В такой модели амплитуда рассеяния имеет реджевский вид [2]:

$$A_{\text{Regge}}^p(s, t) = \xi_p(t) s^{1+\omega_p(t)} \gamma^2(t), \quad \xi_p(t) = e^{-i\pi\omega_p(t)} - p. \quad (5)$$

В работе [3] показано, что полюсы Редже порождают сингулярности типа разрывов в ω -плоскости. Например, в случае двухреджеонного обмена получим следующее выражение для мандельштамовского вклада:

$$A_{\text{Mand}}^p(s, t) = \xi_p s \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \Phi^2(k, q-k) s^{\omega_{p_1}(-k^2)} s^{\omega_{p_2}(-(q-k)^2)}. \quad (6)$$

В соответствии с грибовским законом сохранения сигнатуры получим

$$p = p_1 p_2. \quad (7)$$

В работе [4] доказано, что мандельштамовские разрывы возникают в результате аналитического продолжения многочастичного соотношения унитарности в t -канале:

$$\text{Im}_t f_\omega(t) \sim \sum_n \int d\Omega_n |f_\omega^{(n)}|^2. \quad (8)$$

Чтобы описать примерно постоянное поведение полного сечения рассеяния σ , связанного с амплитудами упругого рассеяния с помощью оптической теоремы, вводится специальный реджеон – померон с вакуумными квантовыми числами:

$$\sigma = \frac{1}{s} \text{Im } A(s, 0), \quad A(s, t) \approx i s s^{\Delta - \alpha'_P q^2}, \quad (9)$$

где пересечение траектории (интерсепт) Δ мало.

Рожденные и виртуальные частицы при высоких энергиях объединяются в кластеры, которые сильно отличаются друг от друга значениями их быстрот

$$0 < y_1 < y_2 < \dots < y_k < \ln s, \quad y_k - y_{k-1} \gg 1, \quad y_k = \frac{1}{2} \ln \frac{E_k + |p_k|}{E_k - |p_k|}. \quad (10)$$

Кластер частиц в грибовской картине взаимодействует с другими кластерами посредством обмена померонами. Функция Грина померона в линейном приближении для его реджевской траектории имеет нерелятивистский вид:

$$G_0 = \frac{1}{E + \Delta - q^2/(2m)}, \quad E = -\omega, \quad \alpha' = \frac{1}{2m}. \quad (11)$$

Отсюда получается эффективная реджеонная теория поля в размерности $2 + 1$, задаваемая грибовским действием [5]

$$S = \int dy d^2 \rho \left(\phi^* (\partial_y - \Delta) \phi + \frac{1}{2m} |\partial_\mu \phi|^2 + i\lambda (\phi^* \phi^2 + \phi \phi^{*2}) + \dots \right). \quad (12)$$

3. РЕДЖЕЗАЦИЯ ГЛЮОНОВ И МУЛЬТИРЕДЖЕОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Борновская амплитуда упругого рассеяния в реджевском пределе для КХД имеет вид

$$M_{AB}^{A'B'}(s, t)|_{\text{Born}} = g T_{A'A}^c \delta_{\lambda_A \lambda_A} \frac{2s}{t} g T_{B'B}^c \delta_{\lambda_B \lambda_B}, \quad (13)$$

отвечающий закону сохранения спиральностей λ сталкивающихся частиц A и B . В ведущем логарифмическом приближении (ВЛП), в котором

$$\alpha_s \ln s \sim 1, \quad \alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} \ll 1, \quad (14)$$

амплитуда содержит множитель Редже:

$$M_{AB}^{A'B'}(s, t) = M_{AB}^{A'B'}(s, t)|_{\text{Born}} s^{\omega(t)}, \quad (15)$$

где реджевская траектория глюона в ВЛП имеет вид

$$\omega(-|q|^2) = -\frac{\alpha_s N_c}{4\pi^2} \int d^2 k \frac{|q|^2}{|k|^2 |q - k|^2} \approx -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} \ln \frac{|q|^2}{\lambda^2}. \quad (16)$$

В мультiredжевской кинематике, в которой энергии пар $\sqrt{s_k}$ рождаемых глюонов велики по сравнению с передаваемыми импульсами q_i и с поперечными компонентами $k_{r\perp}$ импульсов рождаемых частиц, амплитуда рассеяния факторизуется [6]:

$$M_{2 \rightarrow 2+n} \sim \frac{s_1^{\omega_1}}{|q_1|^2} g T_{c_2 c_1}^{d_1} C(q_2, q_1) \frac{s_2^{\omega_2}}{|q_2|^2} \dots g T_{c_{n+1} c_n}^{d_n} C(q_{n+1}, q_n) \frac{s_{n+1}^{\omega_{n+1}}}{|q_{n+1}|^2}, \quad (17)$$

где ω_i – реджевские траектории, а $C(q_i, q_{i-1})$ суть вершины реджеон-реджеон-глюонного взаимодействия. В ВЛП они имеют вид

$$\omega_r = -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} \left(\ln \frac{|q_r^2|}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right), \quad C(q_2, q_1) = \frac{q_2 q_1^*}{q_2^* - q_1^*}, \quad (18)$$

где предполагается, что рожденные глюоны имеют определенные спиральности. Полное сечение рассеяния можно выразить через квадраты этих амплитуд:

$$\sigma_t = \sum_n \int d\Gamma_n |M_{2 \rightarrow 2+n}|^2. \quad (19)$$

Амплитуды рождения должны удовлетворять стейнмановскому требованию отсутствия одновременных сингулярностей в перекрывающихся каналах:

$$\Delta_{s_r} \Delta_{s_{r+1}} M_{2 \rightarrow 2+n} = 0. \quad (20)$$

В соответствии с этим требованием получим следующее представление для амплитуды рождения одной частицы $M_{2 \rightarrow 3}$ в анзаце Редже:

$$M_{2 \rightarrow 3} = c_1 (-s)^{j(t_2)} (-s_1)^{j(t_1) - j(t_2)} + c_2 (-s)^{j(t_1)} (-s_2)^{j(t_2) - j(t_1)}. \quad (21)$$

В случае рождения двух частиц соответствующее выражение для мультиреджевской амплитуды содержит пять слагаемых:

$$\begin{aligned} M_{2 \rightarrow 4} = & d_1 (-s)^{j_3} (-s_{012})^{j_2 - j_3} (-s_1)^{j_1 - j_2} + d_2 (-s)^{j_1} (-s_{123})^{j_2 - j_1} (-s_3)^{j_3 - j_2} + \\ & + d_3 (-s)^{j_3} (-s_{012})^{j_1 - j_3} (-s_2)^{j_2 - j_1} + d_4 (-s)^{j_1} (-s_{123})^{j_3 - j_1} (-s_2)^{j_2 - j_3} + \\ & + d_5 (-s)^{j_2} (-s_1)^{j_1 - j_2} (-s_3)^{j_3 - j_2}, \quad j_r = j(t_r). \end{aligned} \quad (22)$$

Эти формулы можно рассматривать как дисперсионные соотношения в мультиреджевской кинематике, поскольку амплитуды рассеяния содержат вещественные и мнимые вклады. Мнимые компоненты можно построить с помощью соотношений унитарности, а вещественные компоненты получаются из приведенных выше соотношений. В ВЛП мнимые вклады в амплитуды рождения частиц $M_{m \rightarrow n}$ малы. Поэтому условия унитарности обеспечивают возможность построения замкнутых нелинейных уравнений для амплитуд, которые называются соотношениями бутстрапа. В символической форме записи они представляются в виде [6]

$$\pi \omega(t_1) M_{2 \rightarrow 2+n} = \sum_r \text{Im}_{s_{0r}} M_{2 \rightarrow 2+n} = \sum_t M_{2 \rightarrow 2+t} M_{2+t \rightarrow 2+n}. \quad (23)$$

Знание амплитуды $M_{2 \rightarrow 2+n}$ позволяет построить полное поперечное сечение и амплитуду рассеяния с синглетными цветовыми квантовыми числами в t -канале. Эту амплитуду можно представить в терминах померонной волновой функции, удовлетворяющей уравнению БФКЛ [6]:

$$E \Psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = H_{12} \Psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2), \quad \sigma_t \sim s^\Delta, \quad \Delta = -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} E_0, \quad (24)$$

где H_{12} – гамильтониан БФКЛ, а Δ – параметр померонного интерсепта. В координатном представлении (представлении параметра соударения) гамильтониан записывается в виде [7]

$$H_{12} = \frac{1}{p_1 p_2^*} (\ln |\rho_{12}|^2) p_1 p_2^* + \frac{1}{p_1^* p_2} (\ln |\rho_{12}|^2) p_1^* p_2 + \ln |p_1 p_2|^2 - 4\psi(1), \quad (25)$$

где

$$\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2, \quad \rho_r = x_r + iy_r, \quad \Delta = \frac{4\alpha N_c \ln 2}{\pi}. \quad (26)$$

Уравнение Шредингера инвариантно относительно преобразования Мёбиуса [8]

$$\rho_k \rightarrow \frac{a\rho_k + b}{c\rho_k + d}, \quad (27)$$

откуда получаем, что собственные значения гамильтониана H_{12} нумеруются своими конформными весами

$$m = \gamma + \frac{n}{2}, \quad \tilde{m} = \gamma - \frac{n}{2}, \quad (28)$$

выраженными в терминах аномальных размерностей $\gamma = 1/2 + i\nu$ операторов твиста 2 и целочисленного конформного спина n . Соответствующие энергии обладают свойством голоморфной отделимости и могут быть выражены в терминах логарифмической производной $\psi(x)$ гамма-функции

$$E = 2\chi(n, \gamma) = \psi(m) + \psi(1 - m) + \psi(\tilde{m}) + \psi(1 - \tilde{m}) - 4\psi(1). \quad (29)$$

Из этих свойств вытекает интегрируемость динамики БФКЛ [9], [10].

4. ПОМЕРОН В $N = 4$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ ЯНГА–МИЛЛСА

Первая поправка к ядру БФКЛ была вычислена в работе [11]. Соответствующее двухпетлевое выражение для его собственного значения имеет вид

$$\omega = 4\hat{a}\chi(n, \gamma) + 4\hat{a}^2\Delta(n, \gamma), \quad \hat{a} = \frac{g^2 N_c}{16\pi^2}, \quad (30)$$

где $\chi(n, \gamma)$ – выражение Борна. Этот результат содержит неаналитические члены, пропорциональные $\delta_{n,0}$ и $\delta_{n,2}$. Но в случае $N = 4$ расширенной суперсимметричной калибровочной теории кронекеровские символы сокращаются и двухпетлевой результат обладает свойством эрмитовой сепарабельности [12]:

$$\Delta(n, \gamma) = \phi(M) + \phi(M^*) - \frac{\rho(M) + \rho(M^*)}{2\hat{a}/\omega}, \quad M = \gamma + \frac{|n|}{2}, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} \rho(M) &= ta'(M) + \frac{1}{2}\zeta(2), \quad \beta'(z) = \frac{1}{4} \left[\Psi' \left(\frac{z+1}{2} \right) - \Psi' \left(\frac{z}{2} \right) \right], \\ \phi(M) &= 3\zeta(3) + \Psi''(M) - 2\Phi(M) + 2\beta'(M)(\Psi(1) - \Psi(M)), \\ \Phi(M) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k+M} \left(\Psi'(k+1) - \frac{\Psi(k+1) - \Psi(1)}{k+M} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Отсюда, в частности, следует, что собственное значение в $N = 4$ теории обладает замечательным свойством максимальной трансцендентности [13]. При условии справедливости этого свойства удастся вычислить аномальные размерности операторов твиста 2 с точностью до трех петель включительно в $N = 4$ суперсимметричной теории Янга–Миллса (СЯМ) [14]. При этом важно, что $N = 4$ четырехмерная конформная теория поля в соответствии с догадкой Малдасены эквивалентна суперструне, распространяющейся в 10-мерном пространстве анти-де Ситтера

(АдС) [15]–[17]. Поэтому померон в такой модели эквивалентен реджезованному гравитону суперструнной теории.

Запишем ядро уравнения БФКЛ для $N = 4$ СЯМ в приближении диффузии:

$$j = 2 - \Delta - D\nu^2, \quad \gamma = 1 + \frac{j-2}{2} + i\nu, \quad (33)$$

где параметры Δ и D зависят от константы связи. В соответствии с законом сохранения энергии-импульса имеем $D = \Delta$, а потому аномальная размерность операторов твиста 2 имеет вид

$$\gamma = (j-2) \left(\frac{1}{2} - \frac{1/\Delta}{1 + \sqrt{1 + (j-2)/\Delta}} \right). \quad (34)$$

С другой стороны, в силу соответствия АдС/КТП представление диффузии для уравнения БФКЛ отвечает линейной реджевской траектории гравитона

$$j = 2 + \frac{\alpha'}{2}t, \quad t = \frac{E^2}{R^2}, \quad \alpha' = \frac{R^2}{2}\Delta. \quad (35)$$

Поскольку известно поведение аномальной размерности в режиме больших констант связи, $\gamma = -\sqrt{2\pi(j-2)}\hat{a}^{1/4}$, можно вычислить интерсепт померона в режиме сильной связи [14]:

$$j = 2 - \Delta, \quad \Delta = \frac{1}{2\pi}\hat{a}^{-1/2}. \quad (36)$$

Дуальность между помероном БФКЛ и реджезованным гравитоном означает, что грибовскую померонную теорию можно описать в рамках подхода, основанного на эффективном действии для реджезованных гравитонов. Как раз по этой причине мы и рассматриваем ниже высокоэнергетические процессы рассеяния в гравитации.

5. ПОДХОД ЭФФЕКТИВНОГО ДЕЙСТВИЯ В КХД

Рассмотрим сначала эффективную теорию поля для реджезованных глюонов [18]. Соответствующее эффективное действие оказывается локальным в пространстве быстрой:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\epsilon_k + |k|}{\epsilon_k - |k|}, \quad |y - y_0| < \eta, \quad \eta \ll \ln s. \quad (37)$$

Можно ввести антиэрмитовы поля v_μ , описывающие обычные глюоны, и калибровочно-инвариантные поля $A_\pm$, описывающие рождение и уничтожение реджезованных глюонов:

$$v_\mu(x) = -iT^a v_\mu^a(x), \quad A_\pm(x) = -iT^a A_\pm^a(x), \quad \delta A_\pm(x) = 0. \quad (38)$$

Поля $A_\pm$ удовлетворяют уравнениям кинематических связей

$$\partial_- A_+ = \partial_+ A_- = 0, \quad (39)$$

которые выражают то обстоятельство, что параметры Судакова кластерных импульсов для частиц с примерно одинаковыми быстрыми оказываются сильно упорядоченными в квазимультиреджевской кинематике.

Эффективное действие для частиц внутри отдельного кластера имеет вид

$$S = \int d^4x (L_{\text{QCD}} + \text{Tr}(V_+ \partial_\mu^2 A_- + V_- \partial_\mu^2 A_+)), \quad (40)$$

где L_{QCD} – стандартное действие КХД, а эффективные токи $V_\pm$ определяются следующей формулой:

$$V_\pm = -\frac{1}{g} \partial_\pm P \exp\left(-\frac{g}{2} \int_{-\infty}^{x^\pm} v_\pm(x') d(x')^\pm\right) = v_\pm - g v_\pm \frac{1}{\partial_\pm} v_\pm + \dots \quad (41)$$

Правила Фейнмана для этого действия были получены в работе [19]. Подход эффективного действия позволяет конструировать разнообразные реджеонные вершины, которые являются необходимым ингредиентом при вычислении поправок первого и второго порядков к ядру БФКЛ.

Другим приложением этой эффективной полевой теории оказывается проверка справедливости анзаца Берна–Диксона–Смирнова (БДС) [20] для амплитуд неупругого рассеяния в планарном приближении для $N = 4$ СЯМ. В работах [21], [22] с применением уравнения БФКЛ для октетных цветовых состояний было показано, что амплитуду БДС $M^{2 \rightarrow 4}$ в мультiredжевской кинематике при $s, s_2 > 0$, $s_1, s_3 < 0$ необходимо умножить на фактор

$$M^{2 \rightarrow 4} = (1 + i\Delta_{2 \rightarrow 4}) M_{2 \rightarrow 4}^{\text{BDS}}, \quad (42)$$

где в ВЛП

$$\Delta_{2 \rightarrow 4} = \frac{a}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu^2 + n^2/4} (V^*)^{i\nu-n/2} V^{i\nu+n/2} (s_2^{\delta(\nu,n)} - 1), \quad (43)$$

а $\delta(\nu, n)$ – собственное значение соответствующего гамильтониана. Величины V зависят от поперечных компонент импульсов рождаемых частиц k_1, k_2 и от передаваемых импульсов q_1, q_2, q_3 . С помощью преобразования дуальности [10] их можно представить в простом виде:

$$V = \frac{q_3 k_1}{k_2 q_1} \rightarrow \frac{z_{03} z_{0'1}}{z_{0'3} z_{01}}. \quad (44)$$

Более того, поправочный член $\Delta_{2 \rightarrow 4}$ оказывается функцией четырехмерных ангармонических отношений,

$$i\Delta_{2 \rightarrow 4} = \frac{a^2}{4} \text{Li}_2(\chi) \ln \frac{\chi t_2 s_{13}}{s_3 t_1} \ln \frac{\chi t_2 s_{02}}{t_3 s_1} + \dots, \quad \chi = 1 - \frac{s s_2}{s_{012} s_{123}}. \quad (45)$$

В двухпетлевом приближении это выражение также можно получить из свойств аналитичности и факторизации [23] или прямо из недавно полученного точного ответа для величины $M_{2 \rightarrow 4}$ [24]. С помощью эффективного действия можно построить вклады мандельштамовских разрезов, отвечающих составным состояниям с произвольным числом n реджезованных глюонов в присоединенном представлении [25]. Голоморфный гамильтониан такого состояния имеет вид

$$h = \ln(Z_1^2 \partial_1) - 2\psi(1) + \ln \partial_{n-1} + \sum_{k=1}^{n-2} h_{k,k+1}, \quad p_k = Z_{k-1,k}. \quad (46)$$

Гамильтониан парного взаимодействия отвечает взаимодействиям ближайших соседей в спиновой цепочке, рассмотренной в работе [9]:

$$h_{1,2} = \ln(Z_{12}^2 \partial_1) + \ln(Z_{12}^2 \partial_2) - 2 \ln Z_{12} - 2\psi(1). \quad (47)$$

Полный гамильтониан h совпадает с гамильтонианом интегрируемой открытой спиновой цепочки [25]. Соответствующая матрица монодромии имеет вид

$$t(u) = L_1(u)L_2(u) \cdots L_{n-1}(u) = \begin{pmatrix} A(u) & B(u) \\ C(u) & D(u) \end{pmatrix}, \quad (48)$$

где L_i суть L -операторы, построенные из генераторов группы Мёбиуса. Матрица монодромии содержит интегралы движения и позволяет получить уравнение для функции Бакстера $Q(u)$:

$$[D(u), h] = 0, \quad D(u)Q(u) = (u - i)^{n-1}Q(u - i). \quad (49)$$

6. ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ ДЛЯ ГРАВИТАЦИИ

При построении взаимодействия между реджезованными и обычными гравитонами снова можно использовать свойство локальности в пространстве быстрот (37). Различные вершины эффективного взаимодействия гравитонов и гравитонные траектории Редже в ВЛП для гравитонов были вычислены в работе [26]. В частности, было найдено, что реджевская траектория не содержит ультрафиолетовой расходимости в $N = 4$ СЯМ [27]. Эффективная полевая теория для мультiredжевских процессов была построена в работе [28]. Здесь будет найдено общековариантное эффективное действие для квазимультiredжевских процессов. В общей теории относительности Эйнштейна гравитонное поле описывается метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ [29]:

$$d^2 S = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad \delta g_{\mu\nu} = D_\mu \chi_\nu + D_\nu \chi_\mu, \quad (50)$$

где D_μ – ковариантные производные, а χ_ν – инфинитезимальные параметры общековариантных преобразований. Реджеонные поля A^{++} и A^{--} , описывающие процессы рождения и уничтожения реджезованных гравитонов, предполагаются инвариантными относительно общековариантных преобразований с параметром $\chi_\nu(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Они также удовлетворяют кинематическим условиям связей

$$\partial_+ A^{++} = \partial_- A^{--} = 0. \quad (51)$$

Эффективное действие для взаимодействий этих полей, локальное относительно быстрот, имеет следующий вид:

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4 x (-\sqrt{-g} R + j_{++} \partial_\mu^2 A^{++} + j_{--} \partial_\mu^2 A^{--}), \quad (52)$$

где через R обозначена риманова кривизна. Токи j_{++} и j_{--} полностью определяются условием инвариантности действия относительно общековариантных преобразований. Их можно построить с рамках теории возмущений. Например, пертурбативное разложение тока j_{++} имеет вид

$$j_{++} = h_{++} - X_{\sigma+}^2 + X_{\rho+} X_{\sigma+} h_{\rho\sigma} - X_{\sigma+} \frac{\partial_\sigma}{\partial_+} X_{\rho+}^2 + \cdots, \quad (53)$$

где

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad X_{\sigma+} = h_{\sigma+} - \frac{1}{2} \frac{\partial_\sigma}{\partial_+} h_{++} \quad (54)$$

и метрика Минковского $\eta_{\mu\nu}$ имеет сигнатуру $(-, +, +, +)$. Если ввести новый ток $j^\mp$ в соответствии с определением $j_{\pm\pm} = \partial_\pm j^\mp$, то он будет удовлетворять уравнению “веера”

$$g^{\rho\mp} \partial_\rho j^\mp = -g^{\mp\mp} - \frac{1}{4} g^{\rho\sigma} (\partial_\rho j^\mp) (\partial_\sigma j^\mp). \quad (55)$$

Из вышеприведенного эффективного действия можно воспроизвести результаты работ [26], [27].

Уравнение для $j^\mp$ можно представить в более простом виде:

$$g^{\rho\sigma} \left(\frac{1}{2} \partial_\rho j^\mp + g_\rho^\mp \right) \left(\frac{1}{2} \partial_\sigma j^\mp + g_\sigma^\mp \right) = 0. \quad (56)$$

Его формальное решение записывается в виде

$$j^\mp = -2x^\mp + \omega^\pm, \quad (57)$$

где величины $\omega^\pm$ удовлетворяют уравнению волнового фронта

$$g^{\rho\sigma} \partial_\rho \omega^\pm \partial_\sigma \omega^\pm = 0. \quad (58)$$

Последнее уравнение можно получить независимым образом, если искать решение общековариантно-симметричного уравнения Даламбера

$$\nabla^2 \phi(x) = 0 \quad (59)$$

для волновой функции скалярной частицы, распространяющейся с большим импульсом $p^\mp$, в виде

$$\phi^\pm(x) = \exp(-i|p|x^\mp - i\theta^\mp(x)), \quad \theta^\mp(x) = \frac{|p|}{2} j^\mp(x). \quad (60)$$

Здесь $\theta^\mp(x)$ – быстро изменяющаяся фаза, а $j^\mp$ – эффективный ток в нашей нормировке. В самом деле, пренебрегая производными метрических тензоров по сравнению с большими величинами производных от $\phi^\pm$, из уравнения Даламбера можно получить его квазиклассический предел

$$g^{\rho\sigma} \left(\frac{1}{2} \partial_\rho j^\mp + g_\rho^\mp \right) \left(\frac{1}{2} \partial_\sigma j^\mp + g_\sigma^\mp \right) = 0, \quad (61)$$

который совпадает с полученным выше уравнением “веера” для $j^\mp$.

При фиксированном параметре соударения для частицы, рассеиваемой в гравитационном поле, в квазиклассическом приближении S -матрица имеет вид

$$S = \lim_{x^\pm \rightarrow \infty} \exp \left(-i \frac{|p|}{2} j^\mp(x) \right) \quad (62)$$

в случае, если начальные условия для полей $j^\mp$ имеют вид

$$\lim_{x^\pm \rightarrow -\infty} j^\mp(x) = 0. \quad (63)$$

В частности, эта S -матрица содержит чисто эйкональный вклад, в котором частицы промежуточных состояний лежат на массовой поверхности. Такие вклады не должны появляться в эффективном действии, хотя они и воспроизводятся итерациями эффективных взаимодействий в s -канале. Именно по этой причине эффективный ток $j^\mp$, входящий в член взаимодействия, при больших $x^\pm$ пропорционален логарифму S -матрицы:

$$\lim_{x^\pm \rightarrow \infty} j^\mp(x) = i \frac{2}{p^\pm} \ln S. \quad (64)$$

Хорошо известно [29], что решение уравнения волнового фронта

$$g^{\rho\sigma} \partial_\rho \omega \partial_\sigma \omega = 0 \quad (65)$$

можно выразить в терминах геодезических траекторий светоподобных частиц, удовлетворяющих уравнениям движения в гравитационном поле:

$$\frac{d^2 x^\mu}{(d\tau)^2} = \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau}, \quad (66)$$

где τ – параметр, возрастающий вдоль траектории, а $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$ – символ Кристоффеля. Уравнение геодезической можно представить в виде гамильтоновых уравнений

$$\frac{dx^\mu}{d\tau} = g^{\mu\nu} \omega_\nu, \quad \frac{d\omega_\alpha}{d\tau} = -\frac{1}{2} \omega_\mu \omega_\nu \partial_\alpha g^{\mu\nu}, \quad (67)$$

где $\omega_\alpha \equiv \partial_\alpha \omega = g_{\alpha\beta} dx^\beta/d\tau$ играет роль вектора энергии-импульса.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построены эффективные действия, описывающие взаимодействие реджезованных глюонов и гравитонов с обычными частицами. Эти действия локальны относительно быстрот частиц. Из действия КХД вытекает возможность находить различные амплитуды для рождения струй в квазимультиреджевской кинематике на Большом адронном коллайдере. Также его можно использовать для вычисления поправок второго порядка к уравнению БФКЛ, описывающему высокоэнергетическое поведение полного поперечного сечения рассеяния в КХД. Эффективное действие в гравитации выражено в терминах решений уравнения волнового фронта. В рамках соответствия АдС/КТП реджезованный гравитон эквивалентен померону БФКЛ, поэтому эффективное действие для реджезованных гравитонов можно применять при проведении померонных вычислений, по крайней мере в $N = 4$ СЯМ. Можно также найти поправки старших петель в гравитонную траекторию Редже и в его разнообразные члены взаимодействия. С другой стороны, с использованием реджезации гравитона в обычной теории гравитации и в расширенной теории супергравитации можно вычислять константы вычитаний в дисперсионных соотношениях для амплитуд рассеяния с помощью их аналитического продолжения из реджевской области больших s и отрицательных t , в которой амплитуды быстро убывают, обходя таким образом проблему неперенормируемости таких моделей.

Благодарности. Автор благодарен Университету г. Гамбурга за гостеприимство и Дж. Бартелсу и А. Сабю Вере за плодотворные обсуждения. Работа частично финансировалась РФФИ (грант № 10-02-01338-а).

Список литературы

- [1] B. I. Ioffe, V. S. Fadin, L. N. Lipatov, *Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects*, Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology, **30**, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010.
- [2] В. Н. Грибов, *ЖЭТФ*, **41**:2 (1961), 667–669.
- [3] S. Mandelstam, *Nuovo Cimento*, **30** (1963), 1148–1162.
- [4] V. N. Gribov, I. Ya. Pomeranchuk, K. A. Ter-Martirosyan, *Phys. Rev. B*, **139**:1B (1965), 184–202.
- [5] В. Н. Грибов, *ЖЭТФ*, **53**:2 (1967), 654–672.
- [6] Л. Н. Липатов, *ЯФ*, **23** (1976), 642–656; V. S. Fadin, E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **60**:1 (1975), 50–52; Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, *ЖЭТФ*, **71**:3 (1976), 840–855.
- [7] L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **309**:3–4 (1993), 394–396.
- [8] Л. Н. Липатов, *ЖЭТФ*, **90**:5 (1986), 1536–1552.
- [9] Л. Н. Липатов, *Письма в ЖЭТФ*, **59** (1994), 571–574, arXiv: hep-th/9311037.
- [10] L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **548**:1–3 (1999), 328–362, arXiv: hep-ph/9812336.
- [11] V. S. Fadin, L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **429**:1–2 (1998), 127–134; M. Ciafaloni, G. Camici, *Phys. Lett. B*, **430**:3–4 (1998), 349–354, arXiv: hep-ph/9803389.
- [12] A. V. Kotikov, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **582**:1–3 (2000), 19–43; Erratum **685**:1–3 (2004), 405–407, arXiv: hep-ph/0004008.
- [13] A. V. Kotikov, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **661**:1–2 (2003), 19–61, arXiv: hep-ph/0208220.
- [14] A. V. Kotikov, L. N. Lipatov, A. I. Onishchenko, V. N. Velizhanin, *Phys. Lett. B*, **595**:1–4 (2004), 521–529; Erratum **632**:5–6 (2006), 754–756, arXiv: hep-th/0404092.
- [15] J. M. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2** (1998), 231–252.
- [16] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114, arXiv: hep-th/9802109.
- [17] E. Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2** (1998), 253–291.
- [18] L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **452**:1–2 (1995), 369–397, arXiv: hep-ph/9502308; *Phys. Rept.*, **286**:3 (1997), 131–198, arXiv: hep-ph/9610276.
- [19] E. N. Antonov, I. O. Cherednikov, E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **721**:1–3 (2005), 111–135, arXiv: hep-ph/0411185.
- [20] Z. Bern, L. J. Dixon, V. A. Smirnov, *Phys. Rev. D*, **72**:8 (2005), 085001, 27 pp., arXiv: hep-th/0505205.
- [21] J. Bartels, L. N. Lipatov, A. Sabio Vera, *Phys. Rev. D*, **80**:4 (2009), 045002, 28 pp., arXiv: 0802.2065.
- [22] J. Bartels, L. N. Lipatov, A. Sabio Vera, *Eur. Phys. J. C*, **65**:3–4 (2010), 587–605, arXiv: 0807.0894.
- [23] L. N. Lipatov, *Analytic properties of high energy production amplitudes in $\mathcal{N} = 4$ SUSY*, arXiv: 1008.1015.
- [24] L. N. Lipatov, A. Prygarin, *Phys. Rev. D*, **83**:12 (2011), 125001, 21 pp., arXiv: 1011.2673.
- [25] L. N. Lipatov, *J. Phys. A*, **42**:30 (2009), 304020, 25 pp.
- [26] Л. Н. Липатов, **82**:4 (1982), 991–1006.
- [27] L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **116**:6 (1982), 411–413.
- [28] L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **365**:3 (1991), 614–632.
- [29] V. A. Fock, *The Theory of Space, Time and Gravitation*, Pergamon Press, London, Aylesbury, 1969.