Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Али, К. Хамброк, А. Я. Пархоменко, Волновые функции тяжелых барионов вблизи светового конуса, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 1, 5–21

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6742>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.49.27

26 апреля 2023 г., 11:48:42

© 2012 г. А. Али*, К. Хамброк*, А. Я. Пархоменко[†]

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ ВБЛИЗИ СВЕТОВОГО КОНУСА

Представлена классификация трехкварковых амплитуд распределения, определенных на световом конусе, для тяжелых барионов в основном состоянии со спин-четностью $J^P = 1/2^+$ и $J^P = 3/2^+$ в рамках квантовой хромодинамики в пределе симметрии тяжелых кварков. Вычислены несколько первых моментов для амплитуд распределения методом правил сумм квантовой хромодинамики. Предложены простые модельные функции для амплитуд распределения тяжелых барионов, и проанализирована их зависимость от энергетического масштаба.

Ключевые слова: тяжелые барионы, амплитуда распределения, правила сумм.

1. ВВЕДЕНИЕ

За практически десятилетний период своей работы фабрики B -мезонов в SLAC и КЕК внесли значительный вклад в прояснение природы CP -нарушения в кварковом секторе стандартной модели. Изучение физики тяжелых барионов, содержащих b -кварк, на ЛНС может служить дополнительным тестом для проверки механизма Кобаяши и Маскава. Специфичные процессы с участием b -барионов такие, как редкие распады, обусловленные нейтральными токами с изменением аромата (НТИА), рассматриваются в качестве потенциальных источников для обнаружения новой физики за рамками стандартной модели. В отличие от B -мезонов наличие ненулевого спина у барионов допускает также экспериментальное изучение корреляций спинов. За последние несколько лет спектр тяжелых b -барионов существенно расширился благодаря достижениям коллабораций CDF и D0 с ускорителя Tevatron. Несмотря на этот прогресс, изучение распадов тяжелых барионов, идущих за счет НТИА, ограничено статистикой событий. Больших успехов следует ожидать от ЛНС, на котором b -барионы будут рождаться в изобилии, и их слабые распады могут быть измерены с точностью, достаточной для выявления физики за рамками стандартной модели.

*Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Notkestrasse 85, 22603 Hamburg, Germany.
E-mail: ahmed.ali@desy.de, hambrock@mail.desy.de

[†]Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия.
E-mail: parkh@uniyar.ac.ru

Теория распадов b -барионов на легкие адроны намного сложнее распадов B -мезонов и, следовательно, менее востребована. Вычисления распадов тяжелых барионов на легкие частицы с использованием разложения по массе тяжелого кварка (см., например, работу [1]) или с применением метода правил сумм квантовой хромодинамики (КХД), развитых в работах [2]–[4], требуют информации об элементарных непертурбативных объектах – амплитудах распределения (АР) тяжелых барионов. В течение длительного времени существующие модели для АР тяжелых барионов [5], [6] были основаны на кварковой модели и не полностью согласованы с КХД. В работе [7] представлена полная классификация трехкварковых амплитуд распределения вблизи светового конуса для Λ_b -бариона в рамках КХД в пределе симметрии тяжелых кварков, а также проанализирована зависимость от энергетического масштаба у АР главного твиста. В дополнение были предложены простые модели для АР, и их параметры были вычислены на основе оценок нескольких первых моментов методом правил сумм КХД. Анализ, проведенный в работе [7], может быть применен ко всем b -барионам, находящимся в основном состоянии, со спин-четностями $J^P = 1/2^+$ и $J^P = 3/2^+$. Главные этапы и основные результаты анализа собраны в настоящей работе, а детали вычислений будут представлены в отдельной работе [8].

2. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ТОКИ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ

В рамках эффективной теории тяжелых кварков (ЭТТК) барионы, содержащие один тяжелый кварк $Q = c, b$, классифицируются в соответствии с угловым моментом ℓ и пространственной четностью p пары легких кварков, называемой дикварком (обсуждение этого вопроса изложено в монографии [9]). Тяжелые кварки – нерелятивистские частицы, которые в главном порядке разложения по $1/m_Q$ не взаимодействуют с дикварком.

Барионы в основном состоянии ($\ell = 0$) со спин-четностью J^P характеризуются спин-четностью j^p дикварка. Из спинов легких кварков можно образовать два состояния с $j^p = 0^+$ и $j^p = 1^+$. В состоянии с $j^p = 0^+$ спиновая часть волновой функции антисимметрична, поэтому из статистики Ферми и антисимметрии по цвету следует антисимметрия волновой функции по аромату. В результате получается барионное состояние с изоспином $I = 0$, построенное из легких u - и d -кварков, которое называют Λ_Q -барионом (спин-четность $J^P = 1/2^+$). Если спин-четность дикварка $j^p = 1^+$, то спиновая часть барионной волновой функции симметрична, а значит, симметрична и составляющая волновой функции в пространстве ароматов. Если ограничиться только легкими u - и d -кварками, то можно построить два вырожденных состояния с изоспином $I = 1$, которые называют Σ_Q - и Σ_Q^* -барионами, имеющими спин-четности $J^P = 1/2^+$ и $J^P = 3/2^+$ соответственно. Учет s -кварка приводит к увеличению числа тяжелых барионов в мультиплете, который помимо изоспина будет характеризоваться “странностью” S . При $S = -1$ имеются два барионных состояния Ξ_Q и Ξ_Q' с $J^P = 1/2^+$, а также Ξ_Q^* -барион с $J^P = 3/2^+$. $SU(3)_F$ -мультиплеты для барионов, содержащих b -кварк, изображены на рис. 1.

Локальные токи тяжелых барионов имеют следующий общий вид [10], [11]:

$$J_1^{HQ} = \varepsilon_{abc} [\psi^{aT} C \Gamma T \psi^b] \Gamma' Q_v^c, \quad J_2^{HQ} = \varepsilon_{abc} [\psi^{aT} C \Gamma \not{v} T \psi^b] \Gamma' Q_v^c, \quad (1)$$

где $a, b, c = 1, 2, 3$ – цветовые индексы, ψ – $SU(3)_F$ -триплет в пространстве ароматов, v_μ – четыре-скорость тяжелого кварка, $\not{v} = (v\gamma)$, Q_v – эффективное статическое поле тяжелого кварка, удовлетворяющее соотношению $\not{v} Q_v = Q_v$, индекс T означает

Рис. 1. Мультиплеты для b -барионов, реализуемые в соответствии с группой ароматов $SU(3)_F$: а – $SU(3)_F$ -триплет барионов со спин-четностью $J^P = 1/2^+$, у которых легкие кварки образуют скалярное состояние ($j^p = 0^+$); б – $SU(3)_F$ -сикстет барионов, у которых легкие кварки находятся в аксиально-векторном состоянии ($j^p = 1^+$). Состав частиц, представленный на этой диаграмме, соответствует b -барионам со спин-четностью $J^P = 1/2^+$. Аналогичная диаграмма для барионов с $J^P = 3/2^+$ получается заменой всех названий частиц на идентичные с дополнительным верхним индексом *.

транспонирование, $\mathcal{C}$ – матрица зарядового сопряжения со свойствами $\mathcal{C}\gamma_\mu^T\mathcal{C}^{-1} = -\gamma_\mu$ и $\mathcal{C}\gamma_5^T\mathcal{C}^{-1} = \gamma_5$ и $\mathcal{T}$ – некоторая матрица в пространстве ароматов.

Для каждого бариона, находящегося в основном состоянии, имеются два независимых интерполяционных локальных тока J_1 и J_2 с подходящими квантовыми числами. Они могут быть построены в соответствии с правилами, предложенными в работах [10]–[13]. Для состояний из $SU(3)_F$ -антитриплета $\bar{\mathbf{3}}$ (см. рис. 1а) эти токи имеют вид

$$J_1^{\Lambda Q} = \varepsilon_{abc}[u^{aT}\mathcal{C}\gamma_5 d^b]Q_v^c, \quad J_2^{\Lambda Q} = \varepsilon_{abc}[u^{aT}\mathcal{C}\gamma_5 \not{p} d^b]Q_v^c, \quad (2)$$

$$J_1^{\Xi Q} = \varepsilon_{abc}[q^{aT}\mathcal{C}\gamma_5 s^b]Q_v^c, \quad J_2^{\Xi Q} = \varepsilon_{abc}[q^{aT}\mathcal{C}\gamma_5 \not{p} s^b]Q_v^c, \quad (3)$$

где $q = u$ или d – один из кварков, входящих в изодублет. Также имеются два $SU(3)_F$ сиксета $\mathbf{6}$ (см. рис. 1б), которые отличаются друг от друга спином. Для барионов с $J^P = 1/2^+$ локальные интерполяционные токи следующие:

$$J_1^{\Sigma Q} = -\varepsilon_{abc}[q_1^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}q_2^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad J_2^{\Sigma Q} = -\varepsilon_{abc}[q_1^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}\not{p}q_2^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad (4)$$

$$J_1^{\Xi' Q} = -\varepsilon_{abc}[q^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}s^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad J_2^{\Xi' Q} = -\varepsilon_{abc}[q^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}\not{p}s^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad (5)$$

$$J_1^{\Omega Q} = -\varepsilon_{abc}[s^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}s^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad J_2^{\Omega Q} = -\varepsilon_{abc}[s^{aT}\mathcal{C}\gamma_{t\mu}\not{p}s^b]\gamma_t^\mu\gamma_5 Q_v^c, \quad (6)$$

где $\gamma_t^\mu = \gamma^\mu - \not{p}v^\mu$. Для барионов с $J^P = 3/2^+$ аромативная структура точно такая же, как и для барионов с $J^P = 1/2^+$, но дираковская структура при поле тяжелого кварка другая. Проиллюстрируем эти токи на примере Σ_Q^* -бариона:

$$\begin{aligned} J_{1\mu}^{\Sigma_Q^*} &= \varepsilon_{abc}[q_1^{aT}\mathcal{C}\gamma_t^\nu q_2^b]\left(g_{\mu\nu} - \frac{1}{3}\gamma_{t\mu}\gamma_{t\nu}\right)Q_v^c, \\ J_{2\mu}^{\Sigma_Q^*} &= \varepsilon_{abc}[q_1^{aT}\mathcal{C}\gamma_t^\nu \not{p}q_2^b]\left(g_{\mu\nu} - \frac{1}{3}\gamma_{t\mu}\gamma_{t\nu}\right)Q_v^c. \end{aligned} \quad (7)$$

Для этих токов справедливо условие $\gamma_t^\mu J_{i\mu}^{\Sigma_Q^*} = 0$, $i = 1, 2$.

Матричные элементы локальных операторов (2)–(7) определяют параметры связи барионов $f_{H_Q}^{(i)}$:

$$J^P = 1/2^+ : \quad \langle 0 | J_i^{H_Q} | H_Q(v) \rangle = f_{H_Q}^{(i)} u^{H_Q}(v), \quad (8)$$

$$J^P = 3/2^+ : \quad \langle 0 | J_{i\mu}^{H_Q^*} | H_Q^*(v) \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} f_{H_Q^*}^{(i)} u_\mu^{H_Q^*}(v), \quad (9)$$

где коэффициент в матричном элементе $\langle 0 | J_{i\mu}^{H_Q^*} | H_Q^*(v) \rangle$ выбран так, что $f_{H_Q^*}^{(i)} = f_{H_Q^*}^{(i)}$ в пределе симметрии тяжелых кварков. Дираковский спинор $u^{H_Q}(v)$ тяжелых барионов H_Q , нормированный условием $\bar{u}^{H_Q}(v) u^{H_Q}(v) = 1$ в нерелятивистском пределе, удовлетворяет соотношению $\not{v} u^{H_Q}(v) = u^{H_Q}(v)$. Для H_Q^* -барионов волновая функция записывается через вектор-спиноры Рарита–Швингера $u_\mu^{H_Q^*}(v)$, для которых справедливы следующие соотношения¹⁾: $\not{v} u_\mu^{H_Q^*}(v) = u_\mu^{H_Q^*}(v)$ и $v^\mu u_\mu^{H_Q^*}(v) = \gamma^\mu u_\mu^{H_Q^*}(v) = 0$.

Суммирование по поляризациям приводит к следующему результату [14]:

$$\sum_{\lambda=1}^2 u^{H_Q(\lambda)}(v) \bar{u}^{H_Q(\lambda)}(v) = \frac{1+\not{v}}{2} \equiv P_+, \quad (10)$$

$$\sum_{\lambda=1}^4 u_\mu^{H_Q^*(\lambda)}(v) \bar{u}_\nu^{H_Q^*(\lambda)}(v) = P_+ \left[-g_{\mu\nu} + v_\mu v_\nu + \frac{1}{3} \gamma_{t\mu} \gamma_{t\nu} \right]. \quad (11)$$

Легко проверить нормировку этих объектов:

$$\text{Sp} \sum_{\lambda=1}^2 u^{H_Q(\lambda)}(v) \bar{u}^{H_Q(\lambda)}(v) = 2, \quad -g^{\mu\nu} \text{Sp} \sum_{\lambda=1}^4 u_\mu^{H_Q^*(\lambda)}(v) \bar{u}_\nu^{H_Q^*(\lambda)}(v) = 4, \quad (12)$$

совпадающую с числом независимых поляризационных состояний.

АР тяжелых барионов определяются посредством матричных элементов перехода бариона в вакуум для нелокальных операторов струнного типа с подходящими квантовыми числами, построенных из эффективного поля $Q_v^c(0)$ тяжелого кварка и двух полей q_i^a , $i = 1, 2$, легких кварков. Для Λ_Q -бариона полный набор трехкварковых операторов струнного типа, классифицированных по твисту дикварка, был представлен в недавней работе [7]. Эти токи могут быть легко обобщены на случай Ξ_Q -барионов заменой одного из легких u - или d -кварков на s -кварк и в общем виде могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} J_2(t_1, t_2) &= \varepsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_5 \not{n} q_2^b(t_2 n)] Q_v^c(0), \\ J_{3s}(t_1, t_2) &= \varepsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_5 q_2^b(t_2 n)] Q_v^c(0), \\ J_{3\sigma}(t_1, t_2) &= \frac{i}{2} \varepsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_5 (\bar{n} \sigma n) q_2^b(t_2 n)] Q_v^c(0), \\ J_4(t_1, t_2) &= \varepsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_5 \not{n} q_2^b(t_2 n)] Q_v^c(0), \end{aligned} \quad (13)$$

¹⁾ Методику построения спинового состояния барионов, находящихся в возбужденном состоянии, можно найти в работе [14].

где $(\bar{n}\sigma n) = \bar{n}^\mu \sigma_{\mu\nu} n^\nu$, а ароматы легких кварков $q = u, d, s$ различаются, $q_1 \neq q_2$ (кварковый состав реальных тяжелых барионов приведен на рис. 1). Нижние индексы 2, 3, 4 определяют твист оператора дикварка, n^μ и $\bar{n}^\mu$ – два изотропных вектора, нормированных условием $(\bar{n}n) = 2$, которые выбраны так, что $v^\mu = (n^\mu + \bar{n}^\mu)/2$ и $(nv) = (\bar{n}v) = 1$. Матричные элементы операторов (13) можно параметризовать в соответствии с результатами работы [7]:

$$\begin{aligned} \langle 0|J_2(t_1, t_2)|H_Q(v)\rangle &= f_{HQ}^{(2)} \Psi_2(t_1, t_2) u^{H_Q}(v), \\ \langle 0|J_{3s}(t_1, t_2)|H_Q(v)\rangle &= f_{HQ}^{(1)} \Psi_{3s}(t_1, t_2) u^{H_Q}(v), \\ \langle 0|J_{3\sigma}(t_1, t_2)|H_Q(v)\rangle &= f_{HQ}^{(1)} \Psi_{3\sigma}(t_1, t_2) u^{H_Q}(v), \\ \langle 0|J_4(t_1, t_2)|H_Q(v)\rangle &= f_{HQ}^{(2)} \Psi_4(t_1, t_2) u^{H_Q}(v). \end{aligned} \quad (14)$$

Наиболее простой способ построения полного набора трехчастичных АР для барионов со спин-четностью дикварка $j^P = 1^+$ – не учитывать спин тяжелого кварка (обозначим такой безспиновый кварк как $\tilde{Q}_v$) и определить АР для “аксиально-векторного бариона” $\tilde{H}_Q(v, \eta)$, который в этом случае характеризуется вектором поляризации η^μ , удовлетворяющим условию $(v\eta) = 0$. Определения для АР заимствованы из анализа векторных мезонов вблизи светового конуса [15]. Разделим восемь интерполяционных токов на две группы в полной аналогии с кирально-четными и кирально-нечетными АР для векторных мезонов [15]. Первый набор следующий:

$$J_{2V}(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \not{n} q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (15)$$

$$J_{4V}(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \not{n} q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (16)$$

$$J_{3V}^\mu(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_\perp^\mu q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (17)$$

$$J_{3A}^\mu(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} \varepsilon_\perp^{\mu\nu} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_\perp \gamma_5 q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (18)$$

где $\gamma_\perp^\mu = \gamma^\mu - (\not{n}\bar{n}^\mu + \not{\bar{n}}n^\mu)/2$, $\varepsilon_\perp^{\mu\nu} = (i/2)\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} n_\rho \bar{n}_\sigma$ – антисимметричный тензор, реализованный в плоскости, перпендикулярной световому конусу (выполняется условие $\varepsilon_{\perp\mu\nu} \varepsilon_\perp^{\nu\mu} = 2$). Второй набор:

$$J_{2T}^\mu(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_\perp^\mu \not{n} q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (19)$$

$$J_{4T}^\mu(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_\perp^\mu \not{\bar{n}} q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (20)$$

$$J_{3T}(t_1, t_2) = \frac{i}{2} \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} (\bar{n}\sigma n) q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (21)$$

$$J_{3S}(t_1, t_2) = \epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0). \quad (22)$$

Легко заметить, что линейные комбинации токов (15)–(17) и (19)–(21)

$$2J_{3V}^\mu(t_1, t_2) - \bar{v}^\mu [J_{2V}(t_1, t_2) - J_{4V}(t_1, t_2)] = 2\epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_t^\mu q_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0), \quad (23)$$

$$J_{2T}^\mu(t_1, t_2) + J_{4T}^\mu(t_1, t_2) - 2\bar{v}^\mu J_{3T}(t_1, t_2) = 2\epsilon_{abc} [q_1^{aT}(t_1 n) \mathcal{C} \gamma_t^\mu \not{q}_2^b(t_2 n)] \tilde{Q}_v^c(0) \quad (24)$$

сводятся к локальным токам с ненулевыми матричными элементами:

$$\langle 0|\epsilon_{abc} [q_1^a(0) \mathcal{C} \gamma_t^\mu q_2^b(0)] \tilde{Q}_v^c(0) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_1 \eta^\mu, \quad (25)$$

$$\langle 0 | \epsilon_{abc} [q_1^a(0) \mathcal{C} \gamma_t^\mu \not{p} q_2^b(0)] \tilde{Q}_v^c(0) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_2 \eta^\mu. \quad (26)$$

Здесь $\bar{v}^\mu = (n^\mu - \bar{n}^\mu)/2$ ($\bar{v}^2 = -1$ и $(v\bar{v}) = 0$) и $\gamma_t^\mu = \gamma_\perp^\mu - \not{p}\bar{v}^\mu$. Используя введенные выше определения, матричные элементы нелокальных операторов можно определить следующим образом:

$$\langle 0 | J_{2V}(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_1(n\eta) \Psi_{2V}(t_1, t_2), \quad (27)$$

$$\langle 0 | J_{3V}^\mu(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_1 \eta_\perp^\mu \Psi_{3V}(t_1, t_2), \quad (28)$$

$$\langle 0 | J_{4V}(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = -\tilde{\lambda}_1(\bar{n}\eta) \Psi_{4V}(t_1, t_2), \quad (29)$$

$$\langle 0 | J_{3A}^\mu(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_1 \eta_\perp^\mu \Psi_{3A}(t_1, t_2), \quad (30)$$

$$\langle 0 | J_{2T}^\mu(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_2 \eta_\perp^\mu \Psi_{2T}(t_1, t_2), \quad (31)$$

$$\langle 0 | J_{3T}(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_2(\bar{v}\eta) \Psi_{3T}(t_1, t_2), \quad (32)$$

$$\langle 0 | J_{4T}^\mu(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_2 \eta_\perp^\mu \Psi_{4T}(t_1, t_2), \quad (33)$$

$$\langle 0 | J_{3S}(t_1, t_2) | \tilde{H}_Q(v, \eta) \rangle = \tilde{\lambda}_2(\bar{v}\eta) \Psi_{3S}(t_1, t_2), \quad (34)$$

где $\eta_\perp^\mu = \eta^\mu + \bar{v}^\mu(\bar{v}\eta)$. В пределе $SU(3)_F$ -симметрии АР $\Psi_{iV}(t_1, t_2)$ и $\Psi_{iT}(t_1, t_2)$ симметричны относительно замены $t_1 \leftrightarrow t_2$ и имеют нормировку $\Psi_{iV}(0, 0) = \Psi_{iT}(0, 0) = 1$, а $\Psi_{3S}(t_1, t_2)$ и $\Psi_{3A}(t_1, t_2)$ антисимметричны и, следовательно, удовлетворяют условию $\Psi_{3A}(0, 0) = \Psi_{3S}(0, 0) = 0$. Нарушение $SU(3)_F$ -симметрии приводит к нарушению свойств симметрии АР.

Переход к реальному полю тяжелого кварка $Q_v^c(0)$ в нелокальных токах (15)–(22) осуществляется заменой $\tilde{Q}_v^c(0) \rightarrow \Gamma' Q_v^c(0)$, где матрица Γ' доопределяет требуемые квантовые числа рассматриваемого бариона. Эта замена также меняет и правые части определений (27)–(34), но набор АР остается таким же (детали будут изложены в работе [8]).

3. МАСШТАБНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

При описании H_Q -бариона посредством конститuentных кварков в нерелятивистском приближении предполагается, что $f_{H_Q}^{(2)} \simeq f_{H_Q}^{(1)}$ при малых энергиях порядка 1 ГэВ, что подтверждается расчетами методом правил сумм КХД [10], [11], [16], [17]. Действительно, разность между двумя параметрами связи возникает только в нелинейно-колебательных (НЛК) пертурбативных поправках к правилам сумм [11], [17], причем численно она мала.

Масштабная зависимость параметров связи задается уравнением

$$f_{H_Q}^{(i)}(\mu) = f_{H_Q}^{(i)}(\mu_0) \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right)^{\gamma_1^{(i)}/\beta_0} \left[1 - \frac{\alpha_s(\mu_0) - \alpha_s(\mu)}{4\pi} \frac{\gamma_1^{(i)}}{\beta_0} \left(\frac{\gamma_2^{(i)}}{\gamma_1^{(i)}} - \frac{\beta_1}{\beta_0} \right) \right], \quad (35)$$

где аномальные размерности локальных интерполяционных операторов

$$\frac{d \ln f_{H_Q}^{(i)}(\mu)}{d \ln \mu} \equiv -\gamma^{(i)} = -\sum_k \gamma_k^{(i)} a^k(\mu), \quad a(\mu) \equiv \frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu)}{4\pi}, \quad (36)$$

известны с НЛК-точностью [17], и в НЛК-разложении β -функции

$$\frac{da(\mu)}{d\ln\mu} = -\beta_0 a^2(\mu) - \beta_1 a^3(\mu) + \dots \quad (37)$$

были использованы коэффициенты $\beta_0 = 2(11 - 2n_f/3)$ и $\beta_1 = 4(51 - 19n_f/3)$.

Численно за значения параметров связи прием оценки, полученные из НЛК-анализа правил сумм КХД [7], [11]:

$$f_{\Lambda_b}^{(1)}(1 \text{ ГэВ}) \simeq f_{\Lambda_b}^{(2)}(1 \text{ ГэВ}) \simeq (0.030 \pm 0.005) \text{ ГэВ}^3, \quad (38)$$

на масштабе перенормировки $\mu = 1 \text{ ГэВ}$. Заметим, что эти параметры различны на произвольном масштабе, поскольку соответствующие им операторы имеют различные аномальные размерности.

АР, введенные в разделе 2, зависят от масштаба. Для определения этой зависимости удобно перейти к импульсному представлению АР, получаемому посредством преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \Psi_k(t_1, t_2) &= \int_0^\infty d\omega_1 \int_0^\infty d\omega_2 e^{-i(t_1\omega_1 + t_2\omega_2)} \psi_k(\omega_1, \omega_2) = \\ &= \int_0^\infty \omega d\omega \int_0^1 du e^{-i\omega(t_1 u + t_2 \bar{u})} \tilde{\psi}_k(\omega, u), \end{aligned} \quad (39)$$

так что $\tilde{\psi}_k(\omega, u) = \psi_k(u\omega, \bar{u}\omega)$ и $\bar{u} = 1 - u$. В первом случае ω_1 и ω_2 – энергии легких кварков, а во втором введены полная энергия $\omega = \omega_1 + \omega_2$, переносимая легкими кварками (в системе покоя тяжелого кварка), и безразмерная переменная u , соответствующая относительной части энергии, переносимой кварком q_1 .

Уравнение эволюции в главном порядке для АР ведущего твиста $\psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu)$ можно получить, следуя стандартному методу [7] идентификации ультрафиолетовых расходимостей в диаграммах одноглюонного обмена, приведенных на рис. 2. Его удобно записать, используя двухчастичные ядра, возникающие в уравнении эволюции АР для B - и π -мезонов [7]

$$\begin{aligned} \mu \frac{d}{d\mu} \psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu) &= -\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \left(1 + \frac{1}{N_c}\right) \left\{ \int_0^\infty d\omega'_1 \gamma^{\text{LN}}(\omega'_1, \omega_1; \mu) \psi_2(\omega'_1, \omega_2; \mu) + \right. \\ &\quad + \int_0^\infty d\omega'_2 \gamma^{\text{LN}}(\omega'_2, \omega_2; \mu) \psi_2(\omega_1, \omega'_2; \mu) - \\ &\quad \left. - \int_0^1 dv V(u, v) \psi_2(v\omega, \bar{v}\omega; \mu) + \frac{3}{2} \psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu) \right\}, \end{aligned} \quad (40)$$

где последнее слагаемое $3\psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu)/2$ в фигурных скобках является результатом вычитания однопетлевой перенормировки параметра связи $f_{H_Q}^{(2)}$.

Первые две интегральные свертки в формуле (40) описывают динамику в системе из тяжелого и легкого кварков: каждая из них определяется только вкладом одного легкого кварка из пары. Действительно, $\gamma^{\text{LN}}(\omega', \omega; \mu)$ совпадает с ядром, определяющим эволюцию АР B -мезона, – аномальной размерностью Ланге–Нойберта [18]. В свою очередь, последняя интегральная свертка описывает взаимодействие между легкими кварками, где $V(u, v)$ – хорошо известное ядро Ефремова–Радюшкина–Бродского–Лепаж [19].

Рис. 2. Полный набор диаграмм одноглюонного обмена, необходимых для вычисления масштабной зависимости АР тяжелого бариона. Одинарные и двойные сплошные линии соответствуют легким и тяжелым кваркам; штриховые и винтовые линии описывают вильсоновские струны и виртуальные глюоны.

Для малых сдвижек по шкале эволюции $\ln(\mu/\mu_0) \lesssim 1$ достаточно заменить производную конечной разностью $[\psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu) - \psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu_0)] / \ln(\mu/\mu_0)$ в левой части формулы (40) и подставить граничное условие $\psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu_0)$ вместо $\psi_2(\omega_1, \omega_2; \mu)$ в правой части. Очевидно, что это соответствует учету только однопетлевой перенормировки в пренебрежении суммированием потенциально больших логарифмов. Как было показано в работе [7], такое пошаговое (однопетлевое) приближение вполне достаточно для практического применения, т. е. для значений $\mu_0 = 1$ ГэВ и $\mu \simeq m_b/2$, где m_b – масса b -кварка. Одна из возможностей выхода за рамки однопетлевого приближения состоит в численном интегрировании уравнения эволюции (40). В работе [7] был предложен другой подход (полуаналитический), преимущество которого состоит в том, что можно качественно понять структуру решения.

4. ПРАВИЛА СУММ КХД

Модельные зависимости АР для тяжелых барионов можно получить, используя правила сумм КХД для корреляционных функций, построенных из нелокального оператора $\mathcal{O}^\Gamma(t_1, t_2)$ струнного типа и подходящего локального тока $\bar{J}^{\Gamma'}(x)$, как показано на рис. 3. В качестве локального тока тяжелого бариона можно выбрать

$$\bar{J}^{\Gamma'}(x) = A\bar{J}_1^{H_Q} + B\bar{J}_2^{H_Q} = \varepsilon_{abc}[\bar{q}_2^a(x)(A + B\not{p})\Gamma'\mathcal{C}^T\bar{q}_1^{bT}(x)]\bar{Q}_v^c(x), \quad (41)$$

где $\mathcal{C}^T$ – транспонированная матрица $\mathcal{C}$. Варьируя значения коэффициентов A и B , можно оценить неопределенность, обусловленную выбором локального тока. Токи $\bar{J}_1^{H_Q}(x)$ и $\bar{J}_2^{H_Q}(x)$ были использованы в работе [11] для построения диагональных, недиагональных и конститuentного типа правил сумм. Для бариона со спин-четностью дикварка $j^p = 0^+$ нужно взять $\Gamma' = \gamma_5$, а для $j^p = 1^+$ дикварка имеются две возможности: $\Gamma' = \gamma_\parallel$ или $\Gamma' = \gamma_\perp$. Ток $\bar{J}_\Lambda(x)$, выбранный в работе [7] для Λ_b -бариона, имеющего $j^p = 0^+$ у дикварка, есть не что иное, как ток (41)

Рис. 3. Корреляционные функции, построенные из нелокального оператора $\mathcal{O}^\Gamma(t_1, t_2)$ струнного типа и локального тока $\bar{J}^{\Gamma'}(x)$. Жирная сплошная линия соответствует пропагатору тяжелого кварка, а сплошные линии со вставками в виде эллипсов – пропагаторам легких кварков, модифицированным вкладами нелокальных кварковых конденсатов.

с $A = B = 1/2$, который учитывает вклады как четной, так и нечетной размерностей, т. е. $\bar{J}_2^{\Lambda_b}(x)$ индуцирует вклады, обусловленные пертурбативной теорией и четырехфермионным конденсатом, в то время как $\bar{J}_1^{\Lambda_b}(x)$ приводит к появлению нелокальных кварковых конденсатов.

Правила построения правил сумм КХД хорошо известны и приводят к следующему общему выражению:

$$f_k (A f_{H_Q}^{(1)} + B f_{H_Q}^{(2)}) \tilde{\psi}_k^{\text{SR}}(t_1, t_2) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \mathcal{B}[\Pi_k](t_1, t_2; \tau, s_0), \quad (42)$$

где $f_k = f_{H_Q}^{(2)}$ для АР четных твистов и $f_k = f_{H_Q}^{(1)}$ для АР твиста-3. Эффективная масса бариона вводится как разность $\bar{\Lambda} = m_{H_Q} - m_Q$, где m_Q – масса тяжелого кварка, τ – борелевский параметр и s_0 – порог континуума. Правая часть уравнения (42) – преобразованная по Борелю инвариантная функция без вклада континуума, определяемая посредством коррелятора $\Pi_k(t_1, t_2; \tau)$.

Для практического использования необходимо знать АР в пространстве импульсов. Преобразование Фурье АР было определено формулой (39), а для скалярной корреляционной функции примем следующее определение:

$$\Pi_k(\omega, u; \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt_2}{2\pi} e^{i\omega(ut_1 + \bar{u}t_2)} \Pi_k(t_1, t_2; \tau). \quad (43)$$

В импульсном пространстве правила сумм (42) могут быть представлены в виде

$$f_k (A f_{H_Q}^{(1)} + B f_{H_Q}^{(2)}) \tilde{\psi}_k^{\text{SR}}(\omega, u) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \mathcal{B}[\Pi_k](\omega, u; \tau, s_0). \quad (44)$$

Учитывая только пертурбативный вклад низшего порядка в правилах сумм, получим

$$\tilde{\psi}_2(\omega, u) = \frac{30\tau^4}{\mathcal{N}} \left[\hat{\omega}^2 u \bar{u} + \frac{A}{B} \hat{\omega} (\hat{m}_2 u + \hat{m}_1 \bar{u}) \right] E_1(2\hat{s}_\omega) e^{-\hat{\omega}}, \quad (45)$$

$$\tilde{\psi}_4(\omega, u) = \frac{30\tau^4}{\mathcal{N}} \left[E_3(2\hat{s}_\omega) + \frac{A}{B} (\hat{m}_1 + \hat{m}_2) E_2(2\hat{s}_\omega) \right] e^{-\hat{\omega}}, \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{3s}(\omega, u) = & \frac{15\tau^4}{\mathcal{N}} \left\{ \left[\hat{\omega} + \frac{B}{A}(\hat{m}_1 + \hat{m}_2) \right] E_2(2\hat{s}_\omega) + \right. \\ & \left. + \frac{B}{A} \hat{\omega}(\hat{m}_2 u + \hat{m}_1 \bar{u}) E_1(2\hat{s}_\omega) \right\} e^{-\hat{\omega}}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{3\sigma}(\omega, u) = & \frac{15\tau^4}{\mathcal{N}} \left\{ \left[\hat{\omega}(u - \bar{u}) + \frac{B}{A}(\hat{m}_1 - \hat{m}_2) \right] E_2(2\hat{s}_\omega) + \right. \\ & \left. + \frac{B}{A} \hat{\omega}(\hat{m}_2 u - \hat{m}_1 \bar{u}) E_1(2\hat{s}_\omega) \right\} e^{-\hat{\omega}}, \end{aligned} \quad (48)$$

где $s_\omega = s_0 - \omega/2$, $\hat{\omega} = \omega/(2\tau)$, $\hat{s}_\omega = s_\omega/(2\tau)$ и $\hat{m}_{1,2} = m_{1,2}/(2\tau)$. Нормировочный интеграл $\mathcal{N}$ можно выразить через параметр связи бариона:

$$|f_{HQ}^{(i)}|^2 e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \frac{1}{20\pi^4} \int_0^{s_0} ds s^5 e^{-s/\tau} \equiv \frac{\mathcal{N}}{20\pi^4}. \quad (49)$$

Для удобства записи уравнений (45)–(48) была введена функция

$$E_a(x) = \frac{1}{\Gamma(a+1)} \int_0^x dt t^a e^{-t} = 1 - \frac{\Gamma(a+1, x)}{\Gamma(a+1)}, \quad (50)$$

которая выражается через неполную Γ -функцию $\Gamma(a+1, x) = \int_x^\infty dt t^a e^{-t}$. Для целых значений параметра ($a = N$) эта функция сводится к хорошо известному виду

$$E_N(x) = 1 - e^{-x} \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!}. \quad (51)$$

При проведении численных расчетов удобно воспользоваться интегрированием по частям:

$$E_a(x) = E_{a+1}(x) + \frac{x^{a+1} e^{-x}}{\Gamma(a+2)}, \quad (52)$$

чтобы преобразовать отрицательное значение a в функции $E_a(x)$ в положительное, как это было сделано в работе [7].

Чтобы оценить непертурбативные вклады в правила сумм, можно воспользоваться техникой нелокальных кварковых конденсатов, примененной к B -мезону в работах [20], [21]. При проведении вычислений было использовано общее определение нелокального кваркового конденсата [22], [23]

$$\langle \bar{q}(x) q(0) \rangle = \langle \bar{q} q \rangle \int_0^\infty d\nu e^{\nu x^2/4} f(\nu), \quad (53)$$

где $\langle \bar{q} q \rangle$ – локальный кварковый конденсат и $f(\nu)$ – модельная функция [21], [24]

$$f(\nu) = \frac{\lambda^{a-2}}{\Gamma(a-2)} \nu^{1-a} e^{-\lambda/\nu}, \quad a-3 = \frac{4\lambda}{m_0^2}. \quad (54)$$

Параметры λ и m_0^2 , входящие в модельную функцию $f(\nu)$, имеют смысл длины корреляции и отношения локальных смешанного кварк-глюонного и кваркового конденсатов. Исчерпывающий анализ нелокальных кварковых и глюонных конденсатов высших размерностей представлен в работе [25].

Используя нелокальные кварковые конденсаты, получим следующие правила сумм:

$$\begin{aligned}
 f_{HQ}^{(2)} (A f_{HQ}^{(1)} + B f_{HQ}^{(2)}) \tilde{\psi}_2^{\text{SR}}(\omega, u) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \\
 = \frac{3\tau^4}{2\pi^4} [B\hat{\omega}^2 u\bar{u}(\hat{\omega}^2 u\bar{u} + \hat{m}_1 \hat{m}_2) + A\hat{\omega}(\hat{m}_2 u + \hat{m}_1 \bar{u})] E_1(2\hat{s}_\omega) e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \tau^3}{\pi^2} [A\hat{\omega} \bar{u} + B\hat{m}_2] f(2\tau\omega u) E_{2-a}(2\hat{s}_\kappa) e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^3}{\pi^2} [A\hat{\omega} u + B\hat{m}_1] f(2\tau\omega \bar{u}) E_{2-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}}) e^{-\hat{\omega}} + \\
 + \frac{2B}{3} \langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^2 f(2\tau\omega u) f(2\tau\omega \bar{u}) E_{3-2a}(2\hat{s}_{\kappa\bar{\kappa}}) e^{-\hat{\omega}}, \quad (55)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{HQ}^{(2)} (A f_{HQ}^{(1)} + B f_{HQ}^{(2)}) \tilde{\psi}_4^{\text{SR}}(\omega, u) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \\
 = \frac{3\tau^4}{2\pi^4} [B E_3(2\hat{s}_\omega) + A(\hat{m}_1 + \hat{m}_2) E_2(2\hat{s}_\omega)] e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \tau^3}{\pi^2} [A E_{3-a}(2\hat{s}_\kappa) + B\hat{m}_2 E_{2-a}(2\hat{s}_\kappa)] f(2\tau\omega u) e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^3}{\pi^2} [A E_{3-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}}) + B\hat{m}_1 E_{2-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}})] f(2\tau\omega \bar{u}) e^{-\hat{\omega}} + \\
 + \frac{2B}{3} \langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^2 f(2\tau\omega u) f(2\tau\omega \bar{u}) E_{3-2a}(2\hat{s}_{\kappa\bar{\kappa}}) e^{-\hat{\omega}}, \quad (56)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{HQ}^{(1)} (A f_{HQ}^{(1)} + B f_{HQ}^{(2)}) \tilde{\psi}_{3s}^{\text{SR}}(\omega, u) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \\
 = \frac{3\tau^4}{4\pi^4} \{ [A\hat{\omega} + B(\hat{m}_1 + \hat{m}_2)] E_2(2\hat{s}_\omega) + B\hat{\omega}(\hat{m}_2 u + \hat{m}_1 \bar{u}) E_1(2\hat{s}_\omega) \} e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \tau^3}{2\pi^2} [B E_{3-a}(2\hat{s}_\kappa) + (B\hat{\omega} \bar{u} + 2A\hat{m}_2) E_{2-a}(2\hat{s}_\kappa)] f(2\tau\omega u) e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{\langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^3}{2\pi^2} [B E_{3-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}}) + (B\hat{\omega} u + 2A\hat{m}_1) E_{2-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}})] f(2\tau\omega \bar{u}) e^{-\hat{\omega}} + \\
 + \frac{2A}{3} \langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^2 f(2\tau\omega u) f(2\tau\omega \bar{u}) E_{3-2a}(2\hat{s}_{\kappa\bar{\kappa}}) e^{-\hat{\omega}}, \quad (57)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{HQ}^{(1)} (A f_{HQ}^{(1)} + B f_{HQ}^{(2)}) \tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u) e^{-\bar{\Lambda}/\tau} = \\
 = \frac{3\tau^4}{4\pi^4} \{ [A\hat{\omega}(u - \bar{u}) + B(\hat{m}_1 - \hat{m}_2)] E_2(2\hat{s}_\omega) + B\hat{\omega}(\hat{m}_2 u - \hat{m}_1 \bar{u}) E_1(2\hat{s}_\omega) \} e^{-\hat{\omega}} - \\
 - \frac{B\langle \bar{q}_1 q_1 \rangle \tau^3}{2\pi^2} [E_{3-a}(2\hat{s}_\kappa) - \hat{\omega} \bar{u} E_{2-a}(2\hat{s}_\kappa)] f(2\tau\omega u) e^{-\hat{\omega}} + \\
 + \frac{B\langle \bar{q}_2 q_2 \rangle \tau^3}{2\pi^2} [E_{3-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}}) - \hat{\omega} u E_{2-a}(2\hat{s}_{\bar{\kappa}})] f(2\tau\omega \bar{u}) e^{-\hat{\omega}}, \quad (58)
 \end{aligned}$$

где $\hat{s}_\kappa = \hat{s}_\omega - \kappa/2$, $\hat{s}_{\bar{\kappa}} = \hat{s}_\omega - \bar{\kappa}/2$, $\hat{s}_{\kappa\bar{\kappa}} = \hat{s}_\omega - \kappa/2 - \bar{\kappa}/2$, $\kappa = \lambda/(2u\omega\tau)$, $\bar{\kappa} = \lambda/(2\bar{u}\omega\tau)$. КХД-правила сумм для АР твиста-2 (55) совпадают с полученными в работе [7] в пределе безмассовых легких кварков $\hat{m}_1 = \hat{m}_2 = 0$, когда $A = B = 1/2$. Эффект кварк-адронной дуальности в квадратичном по кварковому конденсату слагаемом в формулах (55)–(57) приводит к появлению функции $E_{3-2a}(2\hat{s}_{\kappa\bar{\kappa}})$, которая в локальном пределе обращается в единицу в согласии с оригинальным результатом [7].

Аналогичным образом можно построить КХД-правила сумм для тяжелых барионов, содержащих дикварк со спин-четностью $j^P = 1^+$. Соответствующие формулы будут приведены в работе [8].

5. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Для проведения численного анализа необходимо определиться со значениями входных параметров. Эффективные массы барионов $\bar{\Lambda} = m_{H_b} - m_b$ в ЭТТК для $m_b = 4.8$ ГэВ приведены в табл. 1, где представлены экспериментальные данные [26] и теоретические предсказания, полученные в ЭТТК [27] и решеточной КХД [28], для масс (в единицах МэВ) b -барионов основного состояния. Сравнительный анализ предсказаний для масс тяжелых барионов может быть найден в работах [27], [29]. Приведенные значения порога континуума s_0 (последняя колонка в табл. 1) согласуются с оценками, использованными для вычисления масс барионов, с точностью $1/m_b$ в рамках ЭТТК. Значения параметров, входящих в правила сумм КХД для АР b -барионов, приведены в табл. 2. Обсуждение этих параметров можно найти в работе [30] и приведенных там ссылках. Отметим, что модельная функция $f(\nu)$ в нелокальном кварковом конденсате (53) предполагается не зависящей от аромата легких кварков.

Таблица 1

Барион	J^P	Эксперимент [26]	ЭТТК [27]	Решеточная КХД [28]	$\bar{\Lambda}$	s_0
Λ_b	$1/2^+$	5620.0 ± 1.6	5637^{+68}_{-56}	$5641 \pm 21^{+15}_{-33}$	0.8	1.2
Σ_b^+	$1/2^+$	5807.8 ± 2.7	5809^{+82}_{-76}	$5795 \pm 16^{+17}_{-26}$	1.0	1.3
Σ_b^-	$1/2^+$	5815.2 ± 2.0	5809^{+82}_{-76}	$5795 \pm 16^{+17}_{-26}$	1.0	1.3
Σ_b^{*+}	$3/2^+$	5829.0 ± 3.4	5835^{+82}_{-77}	$5842 \pm 26^{+20}_{-18}$	1.0	1.3
Σ_b^{*-}	$3/2^+$	5836.4 ± 2.8	5835^{+82}_{-77}	$5842 \pm 26^{+20}_{-18}$	1.0	1.3
Ξ_b^-	$1/2^+$	5790.5 ± 2.7	5780^{+73}_{-68}	$5781 \pm 17^{+17}_{-16}$	1.0	1.3
Ξ_b'	$1/2^+$		5903^{+81}_{-79}	$5903 \pm 12^{+18}_{-19}$	1.1	1.4
$\Xi_b'^*$	$3/2^+$		5903^{+81}_{-79}	$5950 \pm 21^{+19}_{-21}$	1.1	1.4
Ω_b^-	$1/2^+$	6071 ± 40	6036 ± 81	$6006 \pm 10^{+20}_{-19}$	1.3	1.5
Ω_b^*	$3/2^+$		6063^{+83}_{-82}	$6044 \pm 18^{+20}_{-21}$	1.3	1.5

Таблица 2

τ	(0.6 ± 0.2) ГэВ	m_s (1 ГэВ)	(128 ± 21) МэВ
$\langle \bar{q}q \rangle$ (1 ГэВ)	$-(242^{+28}_{-19})$ МэВ ³	$\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$	0.8 ± 0.2
m_0^2	(0.8 ± 0.2) ГэВ ²	λ	0.16 ГэВ ²

С помощью этих правил сумм можно вычислить моменты АР – определенные интегралы от доли импульса, уносимой кварками. Определим моменты АР следующим образом:

$$\langle f(\omega, u) \rangle_t^{HQ} \equiv \int_0^{2s_0} \omega d\omega \int_0^1 du f(\omega, u) \tilde{\psi}_t^{\text{SR}}(\omega, u), \quad (59)$$

где $t = 2, 3s, 3\sigma, 4$.

Нормировка АР ведущего твиста ($t = 2$) фиксируется условием

$$\int_0^{2s_0} \omega d\omega \int_0^1 du \tilde{\psi}_2^{\text{SR}}(\omega, u) \equiv 1. \quad (60)$$

Для АР твиста-2 удобно делать разложение по полиномам Гегенбауэра $C_n^{3/2}(2u - 1)$, ортогональным с весом, совпадающим с асимптотикой АР ведущего твиста $\sim u(1 - u)$ (55) (в безмассовом пределе). Ошибки соответствуют изменению параметров A и B на отрезке: $0 \leq A, B \leq 1$, учитывая, что $A + B = 1$, а центральные значения остальных входных параметров взяты из табл. 2. Для проверки правильности расчетов нами были воспроизведены численные значения моментов [7] для АР ведущего твиста Λ_b -бариона. Все моменты Λ_b -бариона, вычисленные по отношению к полиномам Гегенбауэра нечетного порядка, обращаются в нуль вследствие симметрии функции при замене $u \leftrightarrow 1 - u$. Это не будет выполняться для Ξ_b -бариона, если учесть поправки, нарушающие $SU(3)_F$ -симметрию и обусловленные ненулевой массой s -кварка и разностью в значениях странного $\langle \bar{s}s \rangle$ и нестрannого $\langle \bar{q}q \rangle$ локальных конденсатов. Легко заметить (см. табл. 3), что типичная величина этих поправок составляет $\sim 10\%$.

Для АР твиста-3 $\tilde{\psi}_{3s}^{\text{SR}}(\omega, u)$ и твиста-4 $\tilde{\psi}_4^{\text{SR}}(\omega, u)$ также использовано условие нормировки (60). Интеграл (60) с АР $\tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u)$ обращается в нуль в пределе $SU(3)_F$ -симметрии, так как эта функция антисимметрична при замене $u \leftrightarrow 1 - u$. По этой причине для АР $\tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u)$ была использована следующая нормировка:

$$\int_0^{2s_0} \omega d\omega \int_0^1 du C_1^{1/2}(2u - 1) \tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u) \equiv 1. \quad (61)$$

Отметим, что для этих АР более пригодно разложение по полиномам Гегенбауэра $C_n^{1/2}(2u - 1)$. Это обусловлено анализом случая π -мезона большой энергии, для которого АР твиста-3 $\phi_p(u)$ и твиста-4 $g_\pi(u)$ описываются полиномами Гегенбауэра $C_n^{1/2}(2u - 1)$ [31]–[33].

Численные оценки моментов для Λ_b - и Ξ_b -барионов на основе правил сумм КХД представлены в табл. 3. Моменты $\langle \omega^{-1} \rangle$, $\langle \omega^{-1} C_n^{3/2} \rangle$ и $\langle \omega^{-1} C_n^{1/2} \rangle$ имеют размерность ГэВ $^{-1}$, а $\langle C_n^{3/2} \rangle$ и $\langle C_n^{1/2} \rangle$ безразмерны. Как объяснялось выше, ошибки соответствуют изменению параметра A ($B = 1 - A$) при условии, что все остальные параметры фиксированы и принимают свои центральные значения из табл. 2. Следует отметить, что для Ξ_b -бариона интеграл (60) с $\tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u)$ не равен нулю вследствие нарушения $SU(3)_F$ -симметрии, хотя и мал численно:

$$\int_0^{2s_0} \omega d\omega \int_0^1 du \tilde{\psi}_{3\sigma}^{\text{SR}}(\omega, u) = -0.0049_{-0.0037}^{+0.0049}. \quad (62)$$

ТАБЛИЦА 3

H_Q	t	$\langle\omega^{-1}\rangle$	$\langle C_1^{3/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_1^{3/2}\rangle$	$\langle C_2^{3/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_2^{3/2}\rangle$	$\langle C_3^{3/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_3^{3/2}\rangle$
Λ_b	2	$1.65^{+0.91}_{-0.47}$	0	0	$1.00^{+0.54}_{-1.03}$	$0.61^{+0.76}_{-1.45}$	0	0
Ξ_b	2	$1.46^{+0.54}_{-0.34}$	$0.10^{+0.10}_{-0.06}$	$0.08^{+0.07}_{-0.05}$	$1.15^{+0.61}_{-0.98}$	$0.86^{+0.68}_{-1.10}$	$-0.02^{+0.32}_{-0.52}$	$-0.10^{+0.24}_{-0.38}$
H_Q	t	$\langle\omega^{-1}\rangle$	$\langle C_1^{1/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_1^{1/2}\rangle$	$\langle C_2^{1/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_2^{1/2}\rangle$	$\langle C_3^{1/2}\rangle$	$\langle\omega^{-1}C_3^{1/2}\rangle$
Λ_b	3s	$2.16^{+0.70}_{-0.36}$	0	0	$-0.032^{+0.022}_{-0.041}$	$-0.29^{+0.14}_{-0.27}$	0	0
	3 σ	0	1	$1.54^{+0.14}_{-0.22}$	0	0	$-0.034^{+0.034}_{-0.021}$	$-0.027^{+0.027}_{-0.017}$
	4	$2.84^{+0.88}_{-0.46}$	0	0	$-0.108^{+0.035}_{-0.018}$	$-0.41^{+0.08}_{-0.15}$	0	0
Ξ_b	3s	$1.94^{+0.33}_{-0.21}$	$0.11^{+0.09}_{-0.05}$	$0.075^{+0.077}_{-0.047}$	$1.05^{+0.14}_{-0.23}$	$1.01^{+0.28}_{-0.46}$	$-0.014^{+0.051}_{-0.032}$	$-0.117^{+0.002}_{-0.005}$
	3 σ	$0.0019^{+0.0014}_{-0.0019}$	1	$1.37^{+0.11}_{-0.14}$	$0.057^{+0.043}_{-0.057}$	$0.098^{+0.075}_{-0.098}$	$1.11^{+0.46}_{-0.35}$	$1.55^{+0.24}_{-0.32}$
	4	$2.73^{+0.61}_{-0.35}$	$0.12^{+0.09}_{-0.05}$	$0.05^{+0.09}_{-0.05}$	$0.55^{+0.18}_{-0.11}$	$0.99^{+0.16}_{-0.09}$	$-0.043^{+0.025}_{-0.015}$	$-0.18^{+0.02}_{-0.03}$

То же самое справедливо и для момента $\langle\omega^{-1}\rangle$, как это следует из табл. 3.

Нами предложены следующие простые модели для АР барионов на низком масштабе $\mu = 1$ ГэВ:

$$\tilde{\psi}_2(\omega, u) = \omega^2 u(1-u) \sum_{n=0}^2 \frac{a_n^{(2)}}{\epsilon_n^{(2)4}} C_n^{3/2}(2u-1) e^{-\omega/\epsilon_n^{(2)}}, \quad (63)$$

$$\tilde{\psi}_{3s}(\omega, u) = \frac{\omega}{2} \sum_{n=0}^2 \frac{a_n^{(3)}}{\epsilon_n^{(3)3}} C_n^{1/2}(2u-1) e^{-\omega/\epsilon_n^{(3)}}, \quad (64)$$

$$\tilde{\psi}_{3\sigma}(\omega, u) = \frac{\omega}{2} \sum_{n=0}^3 \frac{b_n^{(3)}}{\eta_n^{(3)3}} C_n^{1/2}(2u-1) e^{-\omega/\eta_n^{(3)}}, \quad (65)$$

$$\tilde{\psi}_4(\omega, u) = \sum_{n=0}^2 \frac{a_n^{(4)}}{\epsilon_n^{(4)2}} C_n^{1/2}(2u-1) e^{-\omega/\epsilon_n^{(4)}}, \quad (66)$$

где $C_0^{1/2}(2u-1) = C_0^{3/2}(2u-1) = 1$. Гегенбауэровские моменты нулевого порядка определяются как $a_0^{(t)} \equiv 1$, что следует из нормировки

$$\int_0^\infty \omega d\omega \int_0^1 du \tilde{\psi}_t(\omega, u) \equiv 1, \quad (67)$$

где $t = 2, 3s, 4$. При построении моделей АР нами удержаны только два неасимптотических члена в гегенбауэровском разложении. Значения моментов, вычисленных на основе правил сумм КХД, были использованы для оценки величин параметров, входящих в теоретические модели (63)–(66) (см. табл. 4).

Рис. 4. АР твиста-2 для Σ_b , Ξ_b и Ω_b , построенные для энергий $\mu = 1$ ГэВ (сплошные линии) и $\mu = 2.5$ ГэВ (штриховые линии), с учетом наиболее консервативной оценки $A \in [0, 1]$ (светлые затемненные области).

Интересующие нас моменты, выраженные через параметры моделей (63)–(66), равны

$$\begin{aligned} \langle \omega^{-1} \rangle_t^{HQ} &= \left\{ \frac{1}{3\epsilon_0^{(2)}}, \frac{1}{2\epsilon_0^{(3)}}, \frac{b_0^{(3)}}{2\eta_0^{(3)}}, \frac{1}{\epsilon_0^{(4)}} \right\}, \\ \langle C_1^{3/2} \rangle_t^{HQ} &= \left\{ \frac{9a_1^{(2)}}{5}, \frac{a_1^{(3)}}{3}, \frac{b_1^{(3)}}{3}, \frac{a_1^{(4)}}{3} \right\}, \\ \langle \omega^{-1} C_1^{3/2} \rangle_t^{HQ} &= \left\{ \frac{3a_1^{(2)}}{5\epsilon_1^{(2)}}, \frac{a_1^{(3)}}{6\epsilon_1^{(3)}}, \frac{b_1^{(3)}}{6\eta_1^{(3)}}, \frac{a_1^{(4)}}{3\epsilon_1^{(4)}} \right\}, \\ \langle C_2^{3/2} \rangle_t^{HQ} &= \left\{ \frac{18a_2^{(2)}}{7}, \frac{a_2^{(3)}}{5}, \frac{b_2^{(3)}}{5}, \frac{a_2^{(4)}}{5} \right\}, \\ \langle \omega^{-1} C_2^{3/2} \rangle_t^{HQ} &= \left\{ \frac{6a_2^{(2)}}{7\epsilon_2^{(2)}}, \frac{a_2^{(3)}}{10\epsilon_2^{(3)}}, \frac{b_2^{(3)}}{10\eta_2^{(3)}}, \frac{a_2^{(4)}}{5\epsilon_2^{(4)}} \right\}. \end{aligned}$$

В пределе точной $SU(3)_F$ -симметрии все введенные выше функции имеют определенные свойства симметрии: $\tilde{\psi}_2(\omega, u)$, $\tilde{\psi}_{3s}(\omega, u)$ и $\tilde{\psi}_4(\omega, u)$ симметричны по отношению к замене $u \leftrightarrow 1 - u$, а $\tilde{\psi}_{3\sigma}(\omega, u)$ антисимметрична. Как следствие, только четные полиномы Гегенбауэра входят в симметричные модельные функции для АР, т.е. $a_1^{(t)} = 0$, $t = 1, 2, 3$, и нечетные полиномы – в антисимметричную модельную функцию ($b_0^{(3)} = b_2^{(3)} = 0$). Если ограничиться только изоспиновой симметрией, то свойства симметрии сохраняются для Λ_Q -бариона, но не для Ξ_Q , так как вклад s -кварка изменится.

Детальный численный анализ барионов с $j^P = 1^+$ дикварком будет представлен в работе [8]. На рис. 4 проиллюстрированы функциональные зависимости амплитуд распределения для $J^P = 1/2^+$ барионов. Неопределенности в АР главным образом определяются произволом ($0 \leq A \leq 1$) в выборе локального интерполяционного тока.

ТАБЛИЦА 4

H_Q	t	$\varepsilon_0^{(t)}$	$\varepsilon_1^{(t)}$	$\varepsilon_2^{(t)}$	$a_1^{(t)}$	$a_2^{(t)}$
Λ_b	2	$0.201^{+0.143}_{-0.059}$	0	$0.551^{+\infty}_{-0.356}$	0	$0.391^{+0.279}_{-0.279}$
	3	$0.232^{+0.047}_{-0.056}$	0	$0.055^{+0.010}_{-0.020}$	0	$-0.161^{+0.108}_{-0.207}$
	4	$0.352^{+0.067}_{-0.083}$	0	$0.262^{+0.116}_{-0.132}$	0	$-0.541^{+0.173}_{-0.090}$
Ξ_b	2	$0.228^{+0.068}_{-0.061}$	$0.429^{+0.654}_{-0.281}$	$0.449^{+\infty}_{-0.473}$	$0.057^{+0.055}_{-0.034}$	$0.449^{+0.236}_{-0.380}$
	3	$0.258^{+0.031}_{-0.038}$	$0.750^{+0.308}_{-0.093}$	$0.520^{+0.229}_{-0.060}$	$0.339^{+0.261}_{-0.160}$	$5.244^{+0.696}_{-1.132}$
	4	$0.378^{+0.065}_{-0.080}$	$2.291^{+\infty}_{-0.842}$	$0.286^{+0.130}_{-0.150}$	$0.039^{+0.030}_{-0.018}$	$-0.090^{+0.037}_{-0.021}$
H_Q	t	$\eta_1^{(t)}$	$\eta_2^{(t)}$	$\eta_3^{(t)}$	$b_2^{(t)}$	$b_3^{(t)}$
Λ_b	3	$0.324^{+0.054}_{-0.026}$	0	$0.633^{+0.0??}_{-0.0??}$	0	$-0.240^{+0.240}_{-0.147}$
Ξ_b	3	$0.218^{+0.043}_{-0.047}$	$0.877^{+0.820}_{-0.152}$	$0.049^{+0.005}_{-0.012}$	$0.037^{+0.032}_{-0.019}$	$-0.027^{+0.016}_{-0.027}$

6. ВЫВОДЫ

В рамках КХД в пределе симметрии тяжелых кварков построен полный набор нелокальных операторов струнного типа для тяжелых барионов, находящихся в основном состоянии, со спин-четностями $J^P = 1/2^+$ и $J^P = 3/2^+$. Матричные элементы этих операторов между состоянием тяжелого бариона и вакуумом определяют амплитуды распределения разного твиста в зависимости от тока дикварка. Несколько первых моментов АР вычисляются методом правил сумм КХД с использованием техники нелокальных конденсатов легких кварков. Предложены простые теоретические модели для АР, и их параметры вычислены методом подгонки на основе значений, полученных из правил сумм КХД. Эффекты нарушения $SU(3)_F$ -симметрии приводят к поправкам порядка 10%.

Благодарности. А. Я. Пархоменко выражает искреннюю признательность за радушный прием организаторам XVI Международного семинара по физике высоких энергий “Quarks-2010”, а также теоретической группе DESY, где была выполнена основная часть работы, за гостеприимство. Исследование проведено в рамках реализации ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (Госконтракт № П2323), при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по программе “Развитие научного потенциала высшей школы” (проект № 2.1.1/13011) и РФФИ (грант № 11-02-00394-а), а также при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по программе “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (Госконтракт № П795).

Список литературы

- [1] X.-G. He, T. Li, X.-Q. Li, Y.-M. Wang, *Phys. Rev. D*, **74**:3 (2006), 034026, 12 pp., arXiv: hep-ph/0606025.
- [2] A. Khodjamirian, T. Mannel, N. Offen, *Phys. Rev. D*, **75**:5 (2007), 054013, 18 pp., arXiv: hep-ph/0611193.
- [3] F. De Fazio, T. Feldmann, T. Hurth, *Nucl. Phys. B*, **733**:1–2 (2006), 1–30, arXiv: hep-ph/0504088; Erratum **800**:1–2 (2008), 405–405.
- [4] F. De Fazio, T. Feldmann, T. Hurth, *JHEP*, **02** (2008), 031, 30 pp., arXiv: 0711.3999.
- [5] W. Loinaz, R. Akhoury, *Phys. Rev. D*, **53**:3 (1996), 1416–1424, arXiv: hep-ph/9505378.
- [6] F. Hussain, J. G. Körner, M. Krämer, G. Thompson, *Z. Phys. C*, **51**:2 (1991), 321–327.
- [7] P. Ball, V. M. Braun, E. Gardi, *Phys. Lett. B*, **665**:4 (2008), 197–204, arXiv: 0804.2424.
- [8] A. Ali, C. Hambrock, A. Parkhomenko, *LCDAs of ground-state bottom baryons* (in preparation).
- [9] A. G. Grozin, *Heavy Quark Effective Theory*, Springer Tracts in Modern Physics, **201**, Springer, Berlin, Heidelberg, 2004.
- [10] A. G. Grozin, O. I. Yakovlev, *Phys. Lett. B*, **285**:3 (1992), 254–262, arXiv: hep-ph/9908364.
- [11] S. Groote, J. G. Körner, O. I. Yakovlev, *Phys. Rev. D*, **56**:7 (1997), 3943–3954, arXiv: hep-ph/9705447.
- [12] E. V. Shuryak, *Nucl. Phys. B*, **198**:1 (1982), 83–101.
- [13] Y.-B. Dai, C.-S. Huang, C. Liu, C.-D. Lü, *Phys. Lett. B*, **371**:1–2 (1996), 99–104, arXiv: hep-ph/9602242.
- [14] A. F. Falk, *Nucl. Phys. B*, **378**:1–2 (1992), 79–94.
- [15] P. Ball, V. M. Braun, Y. Koike, K. Tanaka, *Nucl. Phys. B*, **529**:1–2 (1998), 323–382, arXiv: hep-ph/9802299.
- [16] E. Bagan, M. Chabab, H. G. Dosch, S. Narison, *Phys. Lett. B*, **301**:1–2 (1993), 243–248.
- [17] S. Groote, J. G. Körner, O. I. Yakovlev, *Phys. Rev. D*, **55**:5 (1997), 3016–3026, arXiv: hep-ph/9609469.
- [18] B. O. Lange, M. Neubert, *Phys. Rev. Lett.*, **91**:10 (2003), 102001, 4 pp., arXiv: hep-ph/0303082.
- [19] G. P. Lepage, S. J. Brodsky, *Phys. Lett. B*, **87**:4 (1979), 359–365; *Phys. Rev. D*, **22**:9 (1980), 2157–2198; A. B. Ефремов, A. B. Радюшкин, *ТМФ*, **42**:2 (1980), 147–166; A. V. Efremov, A. V. Radyushkin, *Phys. Lett. B*, **94**:2 (1980), 245–250.
- [20] A. G. Grozin, M. Neubert, *Phys. Rev. D*, **55**:1 (1997), 272–290, arXiv: hep-ph/9607366.
- [21] V. M. Braun, D. Y. Ivanov, G. P. Korchemsky, *Phys. Rev. D*, **69**:3 (2004), 034014, 11 pp., arXiv: hep-ph/0309330.
- [22] С. В. Михайлов, А. В. Радюшкин, *Письма в ЖЭТФ*, **43**:12 (1986), 551–553.
- [23] S. V. Mikhailov, A. V. Radyushkin, *Phys. Rev. D*, **45**:5 (1992), 1754–1759.
- [24] V. Braun, P. Górnicki, L. Mankiewicz, *Phys. Rev. D*, **51**:11 (1995), 6036–6051, arXiv: hep-ph/9410318.
- [25] A. G. Grozin, *Int. J. Mod. Phys. A*, **10**:24 (1995), 3497–3529, arXiv: hep-ph/9412238.
- [26] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), *J. Phys. G*, **37**:7A (2010), 075021, 1422 pp.
- [27] X. Liu, H.-X. Chen, Y.-R. Liu, A. Hosaka, S.-L. Zhu, *Phys. Rev. D*, **77**:1 (2008), 014031, 8 pp., arXiv: 0710.0123.
- [28] R. Lewis, R. M. Woloshyn, *Phys. Rev. D*, **79**:1 (2009), 014502, 9 pp., arXiv: 0806.4783.
- [29] J.-R. Zhang, M.-Q. Huang, *Phys. Rev. D*, **78**:9 (2008), 094015, 12 pp., arXiv: 0811.3266.
- [30] K. G. Chetyrkin, A. Khodjamirian, A. A. Pivovarov, *Phys. Lett. B*, **661**:4 (2008), 250–258, arXiv: 0712.2999.
- [31] V. M. Braun, I. E. Filyanov, *Z. Phys. C*, **44**:1 (1989), 157–166; В. М. Браун, И. Е. Филянов, *ЯФ*, **50**:3 (1989), 818–830.
- [32] V. M. Braun, I. E. Filyanov, *Z. Phys. C*, **48**:2 (1990), 239–247; В. М. Браун, И. Е. Филянов, *ЯФ*, **52**:1 (1990), 199–213.
- [33] P. Ball, *JHEP*, **01** (1999), 010, 19 pp., arXiv: hep-ph/9812375.