Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Н. Ачасов, Треугольные диаграммы $Z \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \gamma\gamma^*$,
 $Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \gamma\gamma^*$ и распады $Z \rightarrow \gamma\psi$, $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$, *ТМФ*, 2012,
том 170, номер 1, 49–61

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6745>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 16:54:27

© 2012 г.

Н. Н. Ачасов*

ТРЕУГОЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ $Z \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \gamma\gamma^*$, $Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \gamma\gamma^*$ И РАСПАДЫ $Z \rightarrow \gamma\psi$, $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$

Излагается подход к изучению распадов $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$, основанный на правилах сумм для амплитуд $Z \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \gamma\gamma^*$, $Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \gamma\gamma^*$ и их производных. Относительная вероятность распадов $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$ рассчитывается при различных предположениях о насыщении правил сумм. Найдены нижние границы $\sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 1.95 \cdot 10^{-7}$ и $\sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 7.23 \cdot 10^{-7}$. Обсуждаются отклонения от нижних границ, в том числе величины $BR[Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)] \sim BR[Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)] \sim 10^{-6}$, которые, вероятно, могут быть измерены на LHC. Кроме того, вычислены угловые распределения в распадах $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$.

Ключевые слова: радиационные распады Z -бозона, тяжелые кварконии, треугольные диаграммы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является обновление и развитие изучения распадов $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$ в дисперсионном подходе [1], [2]. Аналогичный дисперсионный подход был использован при исследовании распадов с участием бозона Хиггса: $H \rightarrow \gamma\psi$, $\gamma\Upsilon$ и ψ , $\Upsilon \rightarrow \gamma H$ (или аксион) [3].

Раздел 2 посвящен распадам $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$. В нем инвариантные амплитуды треугольных петлевых диаграмм (см. рисунок), описывающих переход *аксиально-векторный ток* $\rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma(k_1)\gamma(k_2)$ при $k_1^2 = 0$ и $k_2^2 \neq 0$, используются для написания правил сумм для амплитуд $Z \rightarrow c\bar{c}$ (или $b\bar{b}$) $\rightarrow \gamma\gamma^*$ и их производных. (Заметим, что эти амплитуды были рассчитаны в работе [2] и могут быть найдены в работах [4], [5]. Проведенные расчеты позволили показать [5], [6], что в киральном пределе существует полюс, подобный полюсу безмассовой частицы, в поперечной части аксиально-векторного канала амплитуды *аксиально-векторный ток* $\rightarrow q\bar{q} \rightarrow$ *векторный ток* $(k_1) \times$ *векторный ток* (k_2) при $k_1^2 = 0$ и $k_2^2 \neq 0$ наряду с полюсом в продольной части, подобным полюсу безмассовой частицы, общепринятому в то время.) Затем минимумы сумм относительных вероятностей ($\min \sum_V BR(Z \rightarrow \gamma V)$,

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия.
E-mail: achasov@math.nsc.ru

где $V = \psi$ или Υ) вычисляются для различных предположений о насыщении правил сумм. Исследуются три предположения: 1) насыщение резонансами правил сумм для амплитуд – в п. 2.1; 2) насыщение резонансами правил сумм для производных амплитуд – в п. 2.2; 3) совместное насыщение резонансами амплитуд и их производных – в п. 2.3. В п. 2.1 и п. 2.2 показано, что насыщение правил сумм для производных амплитуд приводит к разумно малому вкладу резонансов в амплитуды, в то время как насыщение резонансами правил сумм для амплитуд приводит к неприемлемо большому вкладу резонансов в производные амплитуд. В п. 2.3 показано, что совместное насыщение резонансами амплитуд и их производных позволяет заключить, что насыщение резонансами правил сумм для производных амплитуд дает минимумы $\min \sum_V BR(Z \rightarrow \gamma V)$, которые разумно согласуются с предсказаниями кварковой модели [7]. Рассматриваются также различные отклонения от этих низших границ.

В заключении, в частности, обсуждается случай, когда $BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) \sim BR(Z \rightarrow \gamma \Upsilon(1S)) \sim 10^{-6}$, что можно было бы измерить на LHC.

В приложении вычислены угловые распределения в распадах $Z \rightarrow \gamma\psi$ и $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$.

2. РАСПАДЫ $Z \rightarrow \gamma\psi$ И $Z \rightarrow \gamma\Upsilon$ В ДИСПЕРСИОННОМ ПОДХОДЕ

Как хорошо известно [8], [9], аксиально-векторная вершина, полученная из треугольных диаграмм (см. рисунок), имеет вид

$$T_{\alpha\beta\mu} = A_1 k_1^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + A_2 k_2^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + A_3 k_{1\beta} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} + \\ + A_4 k_{2\beta} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} + A_5 k_{1\alpha} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\mu} + A_6 k_{2\alpha} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\mu}. \quad (1)$$

Локальная калибровочная инвариантность

$$k_1^\alpha T_{\alpha\beta\mu} = k_2^\beta T_{\alpha\beta\mu} = 0 \quad (2)$$

обеспечивается следующими соотношениями:

$$A_1 = k_2^2 A_4 + (k_1 k_2) A_3, \quad A_2 = k_1^2 A_5 + (k_1 k_2) A_6. \quad (3)$$

Кроме того,

$$A_3(k_1, k_2) = -A_6(k_2, k_1), \quad A_4(k_1, k_2) = -A_5(k_2, k_1). \quad (4)$$

A_3 , A_4 , A_5 и A_6 являются инвариантными амплитудами, свободными от кинематических особенностей. Они хорошо определены и могут быть вычислены в ана-

литической форме, если $k_1^2 = 0$ (или $k_2^2 = 0$). Рассмотрим область $k_1^2 = 0$, $Q^2 = -k_2^2 = -E^2 > 0$, $W^2 = -M^2 = -(k_1 + k_2)^2 > 0$, которая удобна для расчетов с помощью дисперсионных соотношений по M^2 (и по E^2). В дальнейшем нам потребуются только амплитуды A_4 и A_6 :

$$\begin{aligned} A_4 &= -\frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{Q^2 - W^2} L_1, \\ A_6 &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{Q^2 - W^2} \left\{ \frac{Q^2}{Q^2 - W^2} L_1 + \frac{m_q^2}{Q^2 - W^2} L_2 - 1 \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} L_1 &= -\rho \ln \frac{\rho+1}{\rho-1} + \beta \ln \frac{\beta+1}{\beta-1}, \\ L_2 &= -\ln^2 \frac{\rho+1}{\rho-1} + \ln^2 \frac{\beta+1}{\beta-1}, \\ \rho^2 &= 1 + \frac{4m_q^2}{W^2}, \quad \beta^2 = 1 + \frac{4m_q^2}{Q^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

В другие области $M^2 = -W^2$ и $E^2 = -Q^2$ функции L_1 и L_2 продолжаются аналитически следующим образом [10]:

1) $0 < -W^2 = M^2 < 4m_q^2$:

$$\rho \rightarrow i\sqrt{-\rho^2}, \quad \frac{1}{2} \ln \frac{\rho+1}{\rho-1} \rightarrow -i \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{-\rho^2}}, \quad (7)$$

$2m_q < M$:

$$\sqrt{-\rho^2} \rightarrow -i\rho, \quad \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{-\rho^2}} \rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{i}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho};$$

2) $0 < -Q^2 = E^2 < 4m_q^2$:

$$\beta \rightarrow i\sqrt{-\beta^2}, \quad \frac{1}{2} \ln \frac{\beta+1}{\beta-1} \rightarrow -i \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{-\beta^2}}, \quad (8)$$

$2m_q < E$:

$$\sqrt{-\beta^2} \rightarrow -i\beta, \quad \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{-\beta^2}} \rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{i}{2} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta}.$$

Из формул (5)–(8) видно, что амплитуды A_4 и A_6 не имеют особенностей (как для $Q^2 = -k_2^2 \neq 0$, так и для $k_2^2 = -Q^2 = 0$) кроме динамических разрезов по $4m_q^2 \leq M^2 < \infty$ и $4m_q^2 \leq E^2 < \infty$, обусловленных промежуточными $q\bar{q}$ -состояниями.

Используем формулы (1)–(8), чтобы рассчитать амплитуду $Z \rightarrow \gamma(k_1)\gamma^*(k_2)$ согласно треугольным диаграммам с тяжелыми промежуточными кварками ($Z \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \gamma\gamma^*$ или $Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \gamma\gamma^*$) для $0 \leq k_2^2 = E^2 \leq 4m_q^2$ ($k_1^2 = 0$) в системе покоя Z -бозона:

$$\begin{aligned} T(Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma^*) &= M^2 E \left(1 - \frac{E^2}{M^2} \right) t_q \times \\ &\times \left\{ \left(\frac{E}{M} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(Z)) (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma^*) \times \mathbf{e}(\gamma)]) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(\gamma^*)) (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma) \times \mathbf{e}(Z)]) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $M \equiv M_Z$ – масса Z -бозона, $M^2 = (k_1 + k_2)^2$, $\mathbf{n} = \mathbf{k}_1/|\mathbf{k}_1|$, $\mathbf{e}(Z)$ и $\mathbf{e}(\gamma^*)$ – три-векторы поляризации Z -бозона и γ^* -кванта в их системах покоя, $\mathbf{e}(\gamma)$ – три-вектор поляризации γ -кванта. Амплитуда t_q учитывает три тождественные петли, соответствующие трем цветам:

$$t_q = -\sigma_q \frac{3}{4} \frac{e^3 e_q^2}{\sin(2\Theta_W)} (A_4 + A_6), \quad (10)$$

где $\sigma_c = 1$, $\sigma_b = -1$, $e_c = 2/3$, $e_b = -1/3$.

Из формул (5)–(8) видно, что t_q удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний как по M^2 , так и по E^2 . Следовательно, t_q является амплитудой, удобной для получения правил сумм в E^2 -канале. Так как в настоящее время представляется возможным проверить только резонансное насыщение правил сумм, вычисленных ниже, наиболее удобно вывести их с помощью следующего рассуждения.

Амплитуда t_q описывает полную амплитуду $Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma^*$ в области $E^2 \leq 0$ с точностью до поправок квантовой хромодинамики и стандартной электрослабой теории, т. е. с точностью до поправок порядка $\alpha_S(4m_q^2)/\pi$, $\alpha_S(M^2)/\pi$ и α/π . С другой стороны, полная амплитуда $Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma^*$ может быть представлена с помощью промежуточных адронных состояний в E^2 -канале как сумма резонансных вкладов и вклада непрерывного спектра:

$$T(Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma^*) = M^2 E \left(1 - \frac{E^2}{M^2}\right) t_h^q \times \\ \times \left\{ \left(\frac{E}{M}\right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(Z)) (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma^*) \times \mathbf{e}(\gamma)]) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(\gamma^*)) (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma) \times \mathbf{e}(Z)]) \right\}, \quad (11)$$

где

$$t_h^q = \sum_V \frac{m_V^2}{m_V^2 - E^2} \cdot \frac{e}{f_V} T_V^q + e T_{\text{cont}}^q. \quad (12)$$

Здесь $V - (q\bar{q})$ -векторный кварконий, T_{cont}^q – вклад непрерывного спектра ($D\bar{D}$, $D^*\bar{D}$, $D\bar{D}^*$, $D^*\bar{D}^*$, ... или $B\bar{B}$, $B^*\bar{B}$, $B\bar{B}^*$, $B^*\bar{B}^*$, ...).

Есть все основания полагать, что при $E^2 \approx 0$

$$t_h^q \approx t_q \approx -\sigma_q \frac{3e\alpha e_q^2}{2\sin(2\Theta_W)} \frac{1}{M^2} \left(i - \frac{2}{\pi} \ln \frac{M}{m_q} + \frac{1}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} \ln \frac{\beta+1}{\beta-1} \right). \quad (13)$$

Соотношение (13) учитывает, что $2m_q/M \ll 1$.

Рассмотрим при $E^2 = 0$ правило сумм для амплитуды

$$t_q|_{E^2=0} = t_h^q|_{E^2=0} \quad (14)$$

и ее первой производной

$$\left. \frac{d}{dE^2} t_q \right|_{E^2=0} = \left. \frac{d}{dE^2} t_h^q \right|_{E^2=0}. \quad (15)$$

Из формул (12)–(14) следует, что

$$\sum_V \frac{1}{f_V} T_V^q + T_{\text{cont}}^q \Big|_{E^2=0} \equiv T_q(\text{Res}) + T_{\text{cont}}^q|_{E^2=0} = \\ = T_q \equiv -\sigma_q \frac{3e\alpha e_q^2}{2\sin(2\Theta_W)} \frac{1}{M^2} \left(i - \frac{2}{\pi} \ln \frac{M}{m_q} + \frac{3}{\pi} \right). \quad (16)$$

Необычной чертой этого правила сумм является присутствие в правой стороне соотношения (16) мнимой части, происходящей от скачка амплитуды, обусловленного реальными промежуточными $q\bar{q}$ -состояниями в M^2 -канале¹⁾.

Из формул (12), (13) и (15) следует, что

$$\begin{aligned} \sum_V \frac{1}{f_V m_V^2} T_V^q + \frac{d}{dE^2} T_{\text{cont}}^q \Big|_{E^2=0} &= D_q(\text{Res}) + \frac{d}{dE^2} T_{\text{cont}}^q \Big|_{E^2=0} = \\ &= D_q \equiv \sigma_q \frac{\alpha e_q^2}{4\pi m_q^2 \sin(2\Theta_W)} \frac{1}{M^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

$\text{Im } D_q = 0$ в приближении (13).

Ширина распада $Z \rightarrow \gamma V$ имеет вид

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} \left(1 - \frac{m_V^2}{M^2}\right)^3 \left(1 + \frac{m_V^2}{M^2}\right) M^3 m_V^2 |T_V^q|^2 \approx \frac{1}{24\pi} M^3 m_V^2 |T_V^q|^2. \quad (18)$$

Чтобы определить $f_V^2/(4\pi)$, используются экспериментальные данные из работы [11] для

$$\Gamma(V \rightarrow e^+ e^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{m_V}{f_V^2} \alpha^2. \quad (19)$$

В результате для ψ -семейства $c1 \equiv J/\psi(1S) \equiv \psi(3097)$, $c2 \equiv \psi(3686)$, $c3 \equiv \psi(3770)$, $c4 \equiv \psi(4040)$, $c5 \equiv \psi(4160)$, $c6 \equiv \psi(4415)$ получается

$$f_{c1} : f_{c2} : f_{c3} : f_{c4} : f_{c5} : f_{c6} = 1 : 1.67 : 5.05 : 2.9 : 3 : 3.69 \quad (20)$$

и для Υ -семейства $b1 \equiv \Upsilon(9460)$, $b2 \equiv \Upsilon(10023)$, $b3 \equiv \Upsilon(10355)$, $b4 \equiv \Upsilon(10579)$, $b5 \equiv \Upsilon(10860)$, $b6 \equiv \Upsilon(11020)$ –

$$f_{b1} : f_{b2} : f_{b3} : f_{b4} : f_{b5} : f_{b6} = 1 : 1.52 : 1.82 : 2.35 : 2.23 : 3.47, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} f_{c1} &= 11.16, & \frac{f_{c1}^2}{4\pi} &\equiv \frac{f_{J/\psi(1S)}^2}{4\pi} \equiv \frac{f_{\psi(3097)}^2}{4\pi} = 9.91, \\ f_{b1} &= 39.69, & \frac{f_{b1}^2}{4\pi} &\equiv \frac{f_{\Upsilon(1S)}^2}{4\pi} \equiv \frac{f_{\Upsilon(9460)}^2}{4\pi} = 125.38. \end{aligned} \quad (22)$$

2.1. Правило сумм для амплитуды. Предположим вначале, что реальная часть правила сумм для амплитуды (16) насыщается основными состояниями, т.е.

$$T_V^q = f_V \text{Re } T_q, \quad (23)$$

где $V = J/\psi(1S)$, $\Upsilon(1S)$.

Используя соотношения (16), (18), (22) и (23), $m_c = 1.27$ ГэВ, $m_b = 4.2$ ГэВ, $M = 91.19$ ГэВ, $\Gamma_Z = 2.5$ ГэВ, $\alpha = 1/137$ и $\sin(2\Theta_W) = 0.84$ [11], находим

$$BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) = 7.2 \cdot 10^{-6}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma \Upsilon(1S)) = 1.7 \cdot 10^{-5}, \quad (24)$$

¹⁾ Вклад резонансов в $\text{Im } T_q$ должен быть мал, так как вершина $q^* \bar{q} \rightarrow V$ (или $\bar{q}^* q \rightarrow V$) должна быть подавлена волновой функцией кваркония. Это соображение было упущено в работах [1], [2].

что на два порядка превышает ожидания кварковой модели [7].

Теперь насытим реальную часть правила сумм для амплитуды (16) семействами ψ и Υ :

$$\sum_V \frac{1}{f_V} T_V^q \equiv T_q(\text{Res}) = \text{Re } T_q. \quad (25)$$

Отметим, что при этом частично учитывается непрерывный спектр, так как четыре члена семейства ψ и три члена семейства Υ лежат в непрерывном спектре $D\bar{D}, D\bar{D}^*, D^*\bar{D}, \bar{D}^*D^*$ и $B\bar{B}, B\bar{B}^*, B^*\bar{B}, \bar{B}^*B^*$ соответственно.

Рассматривая формулу (25) как связь и используя соотношение (18), можно найти $\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V)$, который достигается, когда

$$T_V^q = \frac{1}{a_q f_V m_V^2} \text{Re } T_q, \quad a_q = \sum_V \frac{1}{f_V^2 m_V^2}, \quad (26)$$

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 (\text{Re } T_q)^2 (f_V m_V a_q)^{-2}, \quad (27)$$

$$\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 (\text{Re } T_q)^2 a_q^{-1}. \quad (28)$$

Для ψ -семейства ($a_c = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-2}$)

$$\begin{aligned} \min \sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma \psi) &= 5.05 \cdot 10^{-6}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) &= 3.53 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для Υ -семейства ($a_b = 1.43 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$)

$$\begin{aligned} \min \sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma \Upsilon) &= 8.58 \cdot 10^{-6}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma \Upsilon(1S)) &= 4.25 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (30)$$

Когда амплитуда насыщается основным состоянием или резонансным семейством, из выражения (23) или (25) следует

$$D_q(V) = \frac{1}{f_V m_V^2} T_V^q = \frac{1}{m_V^2} \text{Re } T_q \quad (31)$$

или

$$D_q(\text{Res}) = \sum_V \frac{1}{f_V m_V^2} T_V^q = \sum_V \frac{1}{f_V m_V^2} \frac{1}{a_q f_V m_V^2} \text{Re } T_q = \frac{d_q}{a_q} \text{Re } T_q. \quad (32)$$

Соотношение (31) приводит к

$$D_c(J/\psi(1S)) = 0.10 \text{ Re } T_c \text{ ГэВ}^{-2} = 5.60 D_c, \quad (33)$$

$$D_b(\Upsilon(1S)) = 0.01 \text{ Re } T_b \text{ ГэВ}^{-2} = 3.73 D_b. \quad (34)$$

Соотношение (32) приводит к

$$D_c(\text{Res}) = 0.09 \text{ Re } T_c \text{ ГэВ}^{-2} = 4.99 D_c, \quad (35)$$

$$D_b(\text{Res}) = 0.01 \text{ Re } T_b \text{ ГэВ}^{-2} = 3.42 D_b. \quad (36)$$

Таким образом, насыщение амплитуд основными состояниями или резонансными семействами приводит к неприемлемо большим вкладам резонансов в производные амплитуд²⁾.

Используя соотношения (5)–(8), можно проверить, что дисперсионный интеграл для T_q определяется областью $2m_q \leq E \sim M_Z$, которая едва ли является низкоэнергетической. Следовательно, разумно изучить правило сумм (17) для производной амплитуды, так как вклад низколежащих состояний в дисперсионном интеграле для производной амплитуды значительно усилен по сравнению с их вкладом в саму амплитуду. Отметим, что 90% дисперсионного интеграла для D_q определяется областью относительно низких энергий $2m_q \leq E \leq 6m_q$.

2.2. Правило сумм для производной амплитуды. Предположим вначале, что правило сумм для производной амплитуды (17) насыщается основным состоянием $V = J/\psi(1S)$, $\Upsilon(1S)$:

$$T_V^q = f_V m_V^2 D_q, \quad (37)$$

тогда

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} f_V^2 M^3 m_V^6 D_q^2, \quad (38)$$

что приводит к

$$BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) = 2.31 \cdot 10^{-7}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma \Upsilon(1S)) = 1.24 \cdot 10^{-6}. \quad (39)$$

Когда это имеет место, вклад основного состояния в T_q имеет вид

$$T_q(V) \equiv \frac{1}{f_V} T_V^q = m_V^2 D_q, \quad (40)$$

что приводит к

$$T_c(J/\psi(1S)) = 9.59 D_c \text{ ГэВ}^2 = 0.18 \text{ Re } T_c, \quad (41)$$

$$T_b(\Upsilon(1S)) = 89.49 D_b \text{ ГэВ}^2 = 0.27 \text{ Re } T_b. \quad (42)$$

Теперь рассмотрим насыщение правила сумм для производной амплитуды (17) семействами ψ и Υ :

$$\sum_V \frac{1}{f_V m_V^2} T_V^q \equiv D_q(\text{Res}) = D_q. \quad (43)$$

Рассматривая соотношение (43) как связь и используя (18), получим, что $\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V)$ достигается, когда

$$T_V^q = \frac{1}{g_q f_V m_V^4} D_q, \quad \text{где} \quad g_q = \sum_V \frac{1}{f_V^2 m_V^6}, \quad (44)$$

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 D_q^2 (f_V m_V^3 g_q)^{-2}, \quad (45)$$

$$\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 D_q^2 g_q^{-1}. \quad (46)$$

²⁾Этот критический вопрос был упущен в работах [1], [2].

Для ψ -семейства ($g_c = 1.08 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-6}$)

$$\min_{\psi} \sum BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 1.95 \cdot 10^{-7}, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) &= 1.64 \cdot 10^{-7}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3686)) &= 2.056 \cdot 10^{-8}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3770)) &= 2 \cdot 10^{-9}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4040)) &= 4 \cdot 10^{-9}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4160)) &= 3 \cdot 10^{-9}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4415)) &= 1.44 \cdot 10^{-9}. \end{aligned} \quad (48)$$

Для Υ -семейства ($g_b = 1.52 \cdot 10^{-9} \text{ ГэВ}^{-6}$)

$$\min_{\Upsilon} \sum BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 7.23 \cdot 10^{-7}, \quad (49)$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) &= 4.27 \cdot 10^{-7}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10023)) &= 1.31 \cdot 10^{-7}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10355)) &= 7.5 \cdot 10^{-8}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10579)) &= 3.9 \cdot 10^{-8}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10860)) &= 3.7 \cdot 10^{-8}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(11020)) &= 1.4 \cdot 10^{-8}. \end{aligned} \quad (50)$$

Относительные вероятности рождения основных состояний ($BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S))$ и $BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S))$) в выражениях (48) и (50) более или менее согласуются с предсказаниями кварковой модели: $\sim 3.4 \cdot (10^{-8} - 10^{-7})$ [7].

Из (44) следует, что

$$T_q(\text{Res}) \equiv \sum_V \frac{1}{f_V} T_V^q = \frac{d_q}{g_q} D_q(\text{Res}) = \frac{d_q}{g_q} D_q, \quad \text{где} \quad d_q = \sum_V \frac{1}{f_V^2 m_V^4}. \quad (51)$$

Для ψ -семейства ($d_c = 1.12 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^{-4}$)

$$T_c(\text{Res}) \equiv \sum_V \frac{1}{f_V} T_V^c = 10.19 D_c(\text{Res}) \text{ ГэВ}^2 = 10.19 D_c \text{ ГэВ}^2 = 0.19 \text{ Re } T_c. \quad (52)$$

Для Υ -семейства ($d_b = 1.47 \cdot 10^{-7} \text{ ГэВ}^{-4}$)

$$T_b(\text{Res}) \equiv \sum_V \frac{1}{f_V} T_V^b = 96.71 D_b(\text{Res}) \text{ ГэВ}^2 = 96.71 D_b \text{ ГэВ}^2 = 0.29 \text{ Re } T_b. \quad (53)$$

Выражения (41), (42) и (52), (53) явно показывают, что большая часть T_c и T_b насыщается непрерывным спектром (см. формулу (16))³⁾. Кроме того, выражения (41), (42) и (52), (53) поддерживают комментарий, сделанный нами в сноске 1.

2.3. Правила сумм для амплитуды и ее производной. Совместное насыщение амплитуды и ее производной основным состоянием возможно, только если

$$\frac{\text{Re } T_q}{D_q} = m_V^2, \quad (54)$$

но в нашем случае

$$\begin{aligned} \frac{\text{Re } T_c}{D_c} &= 53.688 \text{ ГэВ}^2 \neq m_{J/\psi(1S)}^2 = 9.59 \text{ ГэВ}^2, \\ \frac{\text{Re } T_b}{D_b} &= 334 \text{ ГэВ}^2 \neq m_{\Upsilon(1S)}^2 = 89.49 \text{ ГэВ}^2. \end{aligned} \quad (55)$$

³⁾Этот вопрос был рассмотрен в работах [1], [2] только частично.

Что касается совместного насыщения амплитуды и ее производной семейством резонансов, это совсем другое дело.

Рассматривая вклады резонансов в правило сумм для амплитуды $T_q(\text{Res})$ и ее производной $D_q(\text{Res})$ как две связи и используя выражение (18), находим

$$\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 \frac{g_q T_q(\text{Res})^2 + a_q D_q(\text{Res})^2 - 2d_q T_q(\text{Res}) D_q(\text{Res})}{a_q g_q - d_q^2}. \quad (56)$$

Соотношение (56) имеет место, когда

$$T_V^q = \frac{1}{f_V m_V^2} \frac{(g_q - d_q/m_V^2) T_q(\text{Res}) - (d_q - a_q/m_V^2) D_q(\text{Res})}{a_q g_q - d_q^2}. \quad (57)$$

Легко проверить, что выражение (57) самосогласовано для любых $T_q(\text{Res})$, $D_q(\text{Res})$ и m_V^2 :

$$\sum_V \frac{1}{f_V} T_V^q = T_q(\text{Res}), \quad \sum_V \frac{1}{f_V m_V^2} T_V^q = D_q(\text{Res}). \quad (58)$$

Минимум выражения (56) имеет место, когда

$$T_q(\text{Res}) = \frac{d_q}{g_q} D_q(\text{Res}). \quad (59)$$

Полагая $D_q(\text{Res}) = D_q$, мы возвращаемся к предыдущему п. 2.2, к насыщению производной амплитуды резонансным семейством.

Рассмотрим отклонения от выражения (59)⁴⁾:

$$T_q(\text{Res}) = \frac{d_q}{g_q} D_q(\text{Res})(1+x) = \frac{d_q}{g_q} D_q(1+x), \quad (60)$$

тогда

$$\min \sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 D_q^2 g_q^{-1} \left(1 + x^2 \frac{d_q^2}{\Delta_q} \right), \quad (61)$$

где $\Delta_q = a_q g_q - d_q^2$,

$$T_V^q = \frac{1}{g_q f_V m_V^4} D_q \left[1 + x \frac{d_q (g_q m_V^2 - d_q)}{\Delta_q} \right], \quad (62)$$

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma V) = \frac{1}{24\pi} M^3 D_q^2 (f_V m_V^3 g_q)^{-2} \left[1 + 2x \frac{d_q (g_q m_V^2 - d_q)}{\Delta_q} + x^2 \frac{d_q^2 (g_q m_V^2 - d_q)^2}{\Delta_q^2} \right]. \quad (63)$$

Легко проверить, что член, пропорциональный x в выражении (63), исчезает в

$$\sum_V \Gamma(Z \rightarrow \gamma V).$$

⁴⁾Отклонения от нижних границ $\sum_\psi BR(Z \rightarrow \gamma\psi)$ и $\sum_\Upsilon BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon)$ не изучались в работах [1], [2] последовательно.

Для ψ -семейства ($\Delta_c = 4.45 \cdot 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-8}$)

$$\min_{\psi} \sum BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 1.95 \cdot 10^{-7} (1 + x^2 \cdot 28.17), \quad (64)$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) &= 1.64 \cdot 10^{-7} (1 - x \cdot 4.29 + x^2 \cdot 4.60), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3686)) &= 2.056 \cdot 10^{-8} (1 + x \cdot 17.392 + x^2 \cdot 75.62), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3770)) &= 2 \cdot 10^{-9} (1 + x \cdot 20.79 + x^2 \cdot 108.07), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4040)) &= 4 \cdot 10^{-9} (1 + x \cdot 32.236 + x^2 \cdot 259.79), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4160)) &= 3 \cdot 10^{-9} (1 + x \cdot 37.58 + x^2 \cdot 353), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4415)) &= 1.44 \cdot 10^{-9} (1 + x \cdot 49.44 + x^2 \cdot 611.19). \end{aligned} \quad (65)$$

Для Υ -семейства ($\Delta_b = 2.14 \cdot 10^{-16} \text{ ГэВ}^{-8}$)

$$\min_{\Upsilon} \sum BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 7.23 \cdot 10^{-7} (1 + x^2 \cdot 100.46), \quad (66)$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) &= 4.27 \cdot 10^{-7} (1 - x \cdot 15.04 + x^2 \cdot 56.57), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10023)) &= 1.31 \cdot 10^{-7} (1 + x \cdot 7.74 + x^2 \cdot 14.97), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10355)) &= 7.5 \cdot 10^{-8} (1 + x \cdot 21.79 + x^2 \cdot 118.71), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10579)) &= 3.9 \cdot 10^{-8} (1 + x \cdot 31.53 + x^2 \cdot 248.54), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10860)) &= 3.7 \cdot 10^{-8} (1 + x \cdot 44.04 + x^2 \cdot 484.88), \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(11020)) &= 1.4 \cdot 10^{-8} (1 + x \cdot 51.31 + x^2 \cdot 658.27). \end{aligned} \quad (67)$$

Когда резонансы насыщают T_q , $x = 4.26$ для ψ -семейства и $x = 2.45$ для Υ -семейства. Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) &= 10^{-4}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) &= 1.1 \cdot 10^{-5}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3686)) = 3 \cdot 10^{-5}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3770)) &= 4 \cdot 10^{-6}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4040)) = 1.9 \cdot 10^{-5}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4160)) &= 2 \cdot 10^{-5}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4415)) = 1.6 \cdot 10^{-5}; \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) &= 4.36 \cdot 10^{-4}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) &= 1.28 \cdot 10^{-4}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10023)) = 1.5 \cdot 10^{-5}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10355)) &= 5.9 \cdot 10^{-5}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10579)) = 6.3 \cdot 10^{-5}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10860)) &= 1.12 \cdot 10^{-4}, \quad BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(11020)) = 5.9 \cdot 10^{-5}. \end{aligned} \quad (69)$$

Как отмечалось в п. 2.1, нет теоретических обоснований для насыщения T_q только резонансами. Более того, предсказание $BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) = 1.28 \cdot 10^{-4}$ (см. выражение (69)) противоречит экспериментальному значению $BR(Z \rightarrow \Upsilon(1S)X) < 4.4 \cdot 10^{-5}$ на CL=95% [11], поддерживая таким образом теоретические доводы.

Когда $x = -1$, резонансы не вносят вклад в T_q . Тогда

$$\sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 5.69 \cdot 10^{-6},$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) &= 1.62 \cdot 10^{-6}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3686)) &= 1.22 \cdot 10^{-6}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(3770)) &= 1.7 \cdot 10^{-7}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4040)) &= 9 \cdot 10^{-7}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4160)) &= 9.8 \cdot 10^{-7}, & BR(Z \rightarrow \gamma\psi(4415)) &= 8 \cdot 10^{-7}; \end{aligned} \quad (70)$$

$$\sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 7.34 \cdot 10^{-5},$$

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) &= 3.08 \cdot 10^{-5}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10023)) &= 1.3 \cdot 10^{-6}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10355)) &= 7.4 \cdot 10^{-6}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10579)) &= 8.7 \cdot 10^{-6}, \\ BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(10860)) &= 1.65 \cdot 10^{-5}, & BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(11020)) &= 8.7 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (71)$$

Нули в $BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S))$ при $x = 0.466$ и в $BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S))$ при $x = 0.133$ (см. формулы (65) и (67)) выглядят вызывающе. В этом случае

$$\sum_{\psi \neq J/\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 1.39 \cdot 10^{-6}, \quad \sum_{\Upsilon \neq \Upsilon(1S)} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 2.01 \cdot 10^{-6}, \quad (72)$$

$$T_c(\text{Res}) = 0.28T_c, \quad T_b(\text{Res}) = 0.33T_b. \quad (73)$$

Из соотношений (73) следует, что непрерывные спектры доминируют в насыщении амплитуд T_c и T_b , но нули

$$T_{J/\psi(1S)}^c|_{x=0.466} = 0, \quad T_{\Upsilon(1S)}^b|_{x=0.133} = 0 \quad (74)$$

(см. формулу (62)) не представляется возможным объяснить динамически.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из вышеизложенного, нижние границы $\sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 1.95 \cdot 10^{-7}$ и $\sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 7.23 \cdot 10^{-7}$ достигаются, когда производные амплитуд $Z \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \gamma\gamma^*$ и $Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \gamma\gamma^*$ насыщаются резонансами в низкоэнергетической области γ^* . Когда это имеет место, относительные вероятности рождения основных состояний $BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) = 1.64 \cdot 10^{-7}$ и $BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) = 4.27 \cdot 10^{-7}$ более или менее согласуются с предсказаниями кварковой модели.

Эти нижние границы являются “точками равновесия” выражений (64) и (66) при $x = 0$. Минимум весьма резкий, особенно в случае Υ -семейства. Так, уменьшение на 20% вклада Υ -семейства в амплитуду треугольной диаграммы, $x = -0.2$, приводит согласно выражениям (66) и (67) к $\sum_{\Upsilon} BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon) = 3.6 \cdot 10^{-6}$ и $BR(Z \rightarrow \gamma\Upsilon(1S)) = 2.7 \cdot 10^{-6}$, что, вероятно, может быть измерено на ЛНС. Что касается ψ -семейства, только уменьшение на 70% его вклада в амплитуду треугольной диаграммы, $x = -0.7$, ведет к подобному результату: согласно выражениям (64) и (65) $\sum_{\psi} BR(Z \rightarrow \gamma\psi) = 2.9 \cdot 10^{-6}$ и $BR(Z \rightarrow \gamma J/\psi(1S)) = 10^{-6}$, что также, вероятно, может быть измерено на ЛНС.

Угловые распределения, ожидаемые в системе центра масс реакций $q\bar{q} \rightarrow Z \rightarrow \gamma V$ и $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \gamma V$, следуют из формул (9) и (11):

$$W(\theta) = \frac{3}{8} \frac{1 + \cos^2 \theta + (2m_q^2/M^2) \sin^2 \theta}{1 + m_V^2/M^2} \approx \frac{3}{8} (1 + \cos^2 \theta), \quad (75)$$

где θ – угол между импульсом γ -кванта и осью пучка. Подробные угловые распределения приведены в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Угловые распределения, ожидаемые в распадах $Z \rightarrow \gamma V$ в системе покоя Z -бозона, следуют из выражений (9) и (11).

Если не интересоваться поляризациями фотона и V -мезона, то из выражений (9) и (11) получаем, пренебрегая членами $\sim (m_V/M_Z)^2$,

$$W(\mathbf{e}(Z), \mathbf{n}) = \frac{3}{4} ((\mathbf{e}(Z)^* \cdot \mathbf{e}(Z)) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(Z)^*)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}(Z))), \quad (76)$$

или

$$W(S_z = 1, \theta) = W(S_z = -1, \theta) = \frac{3}{8} (1 + \cos^2 \theta), \quad (77)$$

$$W(S_z = 0, \theta) = \frac{3}{4} \sin^2 \theta, \quad (78)$$

где S_z – z -компонента спина Z -бозона в его системе покоя, θ – угол между импульсом γ -кванта и осью z в системе покоя Z -бозона.

Если интересоваться только поляризацией фотона, то из выражений (9) и (11) получаем, пренебрегая членами $\sim (m_V/M_Z)^2$,

$$W(\mathbf{e}(Z), \mathbf{n}, \mathbf{e}(\gamma)) = \frac{3}{4} (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma) \times \mathbf{e}(Z)]) (\mathbf{n} \cdot [\mathbf{e}(\gamma) \times \mathbf{e}(Z)])^*, \quad (79)$$

или

$$W(S_z = 1, S_\gamma = +1, \theta) = W(S_z = -1, S_\gamma = -1, \theta) = \frac{3}{16} (1 + \cos \theta)^2, \quad (80)$$

$$W(S_z = 1, S_\gamma = -1, \theta) = W(S_z = -1, S_\gamma = +1, \theta) = \frac{3}{16} (1 - \cos \theta)^2, \quad (81)$$

$$W(S_z = 0, S_\gamma = +1, \theta) = W(S_z = 0, S_\gamma = -1, \theta) = \frac{3}{8} \sin^2 \theta, \quad (82)$$

где S_γ – спиральность фотона.

Отметим, что Z -бозон с $S_z = 0$ не рождается, если ось z является осью пучков e^+e^- или $q\bar{q}$ в их системе центра масс. Это приводит к формулам (75), (83), (84) и (85).

Поэтому угловые распределения, ожидаемые в системе центра масс реакций $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \gamma V$ и $q\bar{q} \rightarrow Z \rightarrow \gamma V$, $W_{S_\gamma}^{e^+e^-}(\theta)$ и $W_{S_\gamma}^{q\bar{q}}(\theta)$ соответственно, имеют вид

$$W_{S_\gamma=\pm 1}^{e^+e^-}(\theta) = \frac{3}{16N_e} \left[\left(\frac{1}{2} - \xi \right)^2 (1 \mp \cos \theta)^2 + \xi^2 (1 \pm \cos \theta)^2 \right], \quad (83)$$

где $N_e = (1/2 - \xi)^2 + \xi^2$, $\xi = \sin^2 \Theta_W = 0.23$ [11] и ось z направлена по импульсу электрона;

$$W_{S_\gamma=\pm 1}^{u\bar{u}}(\theta) = \frac{3}{16N_u} \left[\left(\frac{1}{2} - e_u \xi \right)^2 (1 \mp \cos \theta)^2 + e_u^2 \xi^2 (1 \pm \cos \theta)^2 \right], \quad (84)$$

где $N_u = (1/2 - e_u \xi)^2 + e_u^2 \xi^2$, $e_u = 2/3$ и ось z направлена по импульсу u -кварка;

$$W_{S_\gamma=\pm 1}^{d\bar{d}}(\theta) = \frac{3}{16N_d} \left[\left(\frac{1}{2} - e_d \xi \right)^2 (1 \mp \cos \theta)^2 + e_d^2 \xi^2 (1 \pm \cos \theta)^2 \right], \quad (85)$$

где $N_d = (1/2 - e_d \xi)^2 + e_d^2 \xi^2$, $e_d = -1/3$ и ось z направлена по импульсу d -кварка.

Благодарности. Автор признателен П. Мурату, чей интерес и многочисленные обсуждения стимулировали написание данной работы. Работа частично поддержана РФФИ (грант № 10-02-00016).

Список литературы

- [1] Н. Н. Ачасов, *Письма в ЖЭТФ*, **54**:2 (1991), 75–77.
- [2] Н. Н. Ачасов, *ЖЭТФ*, **101**:6 (1992), 1713–1723; *Исправление*, **103**:2 (1993), 718.
- [3] Н. Н. Ачасов, В. К. Беспрозванных, *ЯФ*, **55** (1992), 1934–1941.
- [4] N. N. Achasov, *Phys. Lett. B*, **287**:1–3 (1992), 213–215.
- [5] Н. Н. Ачасов, *ЖЭТФ*, **103**:1 (1993), 11–17; *Исправление*, **104**:6 (1993), 4224.
- [6] Н. Н. Ачасов, *Письма в ЖЭТФ*, **56**:7 (1992), 345; *Particle World*, **4** (1994), 10.
- [7] B. Guberina, J. H. Kühn, R. D. Peccei, R. Rückl, *Nucl. Phys. B*, **174**:2–3 (1980), 317–334; J. H. Kühn, *Acta Phys. Pol. B*, **12**:4 (1981), 347–398.
- [8] L. Rosenberg, *Phys. Rev.*, **129**:6 (1963), 2786–2788.
- [9] S. L. Adler, *Phys. Rev.*, **177**:5 (1969), 2426–2438.
- [10] N. N. Achasov, *Phys. Lett. B*, **222**:1 (1989), 139–142.
- [11] Particle Data Group, *Phys. Lett. B*, **667**:1–5 (2008), 1–6.